

## ggT (größter gemeinsamer Teiler) zweier ganzer Zahlen

Bsp.: 120 und 32

### Euklid. Divisionsalgorithmus

$$120 : 32 = 3 \quad (96) \quad \text{Rest: } 24$$

$$32 : 24 = 1 \quad \text{Rest: } 8$$

$$24 : 8 = 3 \quad \text{Rest: } 0$$

Der letzte Rest, der nicht 0 ist, ist der ggT.

$$120 : 13 = 9 \quad \text{Rest: } 3$$

$$13 : 3 = 4 \quad \text{Rest: } 1$$

$$3 : 1 = 3 \quad \text{Rest: } 0$$

→ Struk4\_Vorlage (pstrukturen4.lpi)

## LB 4 – Algorithmen in Lazarus

Word-Datei: [Modul 0 - Sortieren \(Grundidee und Visuelle Programme\)\Sortiervverfahren1.doc](#)

Ein **Sortiervverfahren** ist ein Algorithmus, der dazu dient, eine Liste von Elementen zu sortieren. Diese Liste kann aus Zahlen oder Zeichenketten bestehen.

### Beispiele aus der Praxis:

- Artikel in einem Lager sortieren
- Bücherei → Autoren ... (allg. Datensammlungen)
- Wörterbücher, Telefonbücher
- Statistik
- Suchmaschinen

→ Existenz verschiedene Sortiervverfahren, diese arbeiten unterschiedlich effizient

### Laufzeit $T(n)$

Algorithmen, bei denen sehr viele Operationen (z.B. Vergleiche und Vertauschungen) auszuführen sind, benötigen eine bestimmte Rechenzeit. Diese lässt sich relativ einfach über die Systemzeit des Computers bestimmen. Nachteil der Messung ist die Abhängigkeit von der Prozessorgeschwindigkeit, von der Zugriffszeit auf den Speicher und anderen hardwarerelevanten Gegebenheiten.

Um dennoch eine Vergleichbarkeit von Algorithmen zu ermöglichen, nutzt man die Ermittlung der Operationsanzahl, die selbstverständlich von der Anzahl der zu sortierenden Elemente  $n$  abhängt. Man spricht in diesem Zusammenhang dann von der **Komplexität** eines Algorithmus.

### Komplexität $O(n)$

→ Komplexität eines Algorithmus (=die Anzahl der nötigen Operationen)

→ wird üblicherweise in der **Landau-Notation** [ z.B.  $O(n)$  ] dargestellt

→ einige Sortiervverfahren benötigen für die Durchführung weiteren Speicherplatz.

→ Komplexität und Speicherbedarf hängen bei einigen Sortiervverfahren von der anfänglichen Anordnung der Werte im Array ab, man unterscheidet:

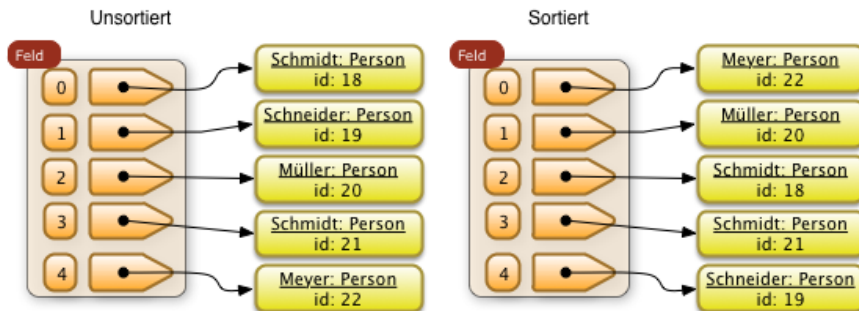
- **Best Case** (bester Fall) → bereits sortierte Liste vorhanden
- **Average Case** (Durchschnittsverhalten)
- **Worst Case** (schlechtester Fall) → eine umgekehrt sortierte Liste vorhanden (klei-  
größ→größ-klei).

→ Unterschied zwischen stabilen und instabilen Sortiervverfahren:

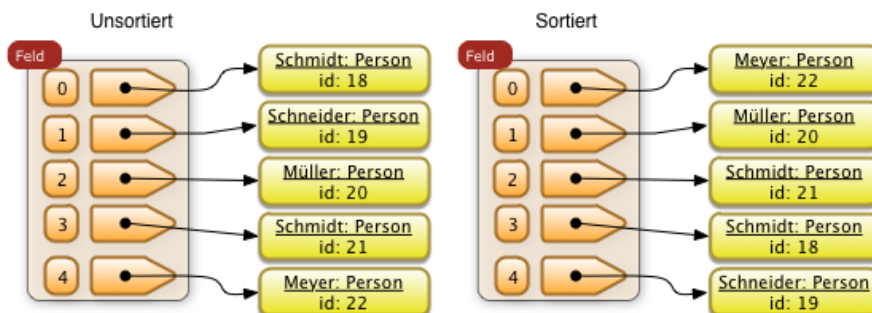
- ein Sortieralgorithmus ist stabil, wenn beim Sortieren gleichwertige Schlüsselemente (Element a ist gleich Element b) niemals gegeneinander vertauscht werden
- instabile Sortiervverfahren garantieren dies nicht

**Beispiel:** Eine Folge von Personen ist ursprünglich nach der Mitarbeiternummer (id) sortiert. Diese Folge soll mit dem Nachnamen als Sortierschlüssel neu sortiert werden.

Im folgenden Beispiel wurde ein stabiles Sortiervverfahren angewendet. Die relative Ordnung der beiden Personen mit dem Namen "Schmidt" bleibt erhalten. Der Mitarbeiter mit der Nummer 18 bleibt vor dem Mitarbeiter mit der Nummer 21.



Bei nicht stabilen Sortiervverfahren bleibt diese relative Ordnung nicht unbedingt erhalten. Hier könnte eine sortierte Folge so aussehen:



## 2. Der Sortialgorithmus Min-Sort / Max-Sort (Selection-Sort)

Word-Datei: [Modul 1 - Minsort\Minisort.doc](#)

### Aufgabe 1

Formuliere den Algorithmus Minsort verbal.

- Durchlaufe alle Werte von links nach rechts, kleinster Wert (Minimum) wird gemerkt
- Gemerkter Wert wird mit dem ersten Wert getauscht
- Alle Werte vom 2. bis letztem Wert werden auf den kleinsten Wert (Min.) geprüft
- Das Minimum wird mit dem zweiten Wert getauscht
- Minimum wird mit dem 2. Wert getauscht
- Wiederholung, bis alle Werte sortiert ist

### I. Vorstufe: Minimum suchen und nach vorne tauschen

a	1	2	3	4	5	6	7	
	33	27	39	19	22	13	21	unsortierte Zahlenfolge

#### a) Minimum suchen

$i := 1$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 1
$i := 2$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 2
$i := 3$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 2
$i := 4$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 4
$i := 5$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 4
$i := 6$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 6
$i := 7$	33	27	39	19	22	13	21	MinPosition := 6

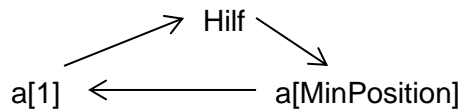
### Aufgabe 2 (Übung)

Führe den Algorithmus für die Zahlenfolge

35	18	34	17	12	10	16
----	----	----	----	----	----	----

im Heft durch.

## b) Minimum mit dem ersten Element vertauschen



helf:=a[1]

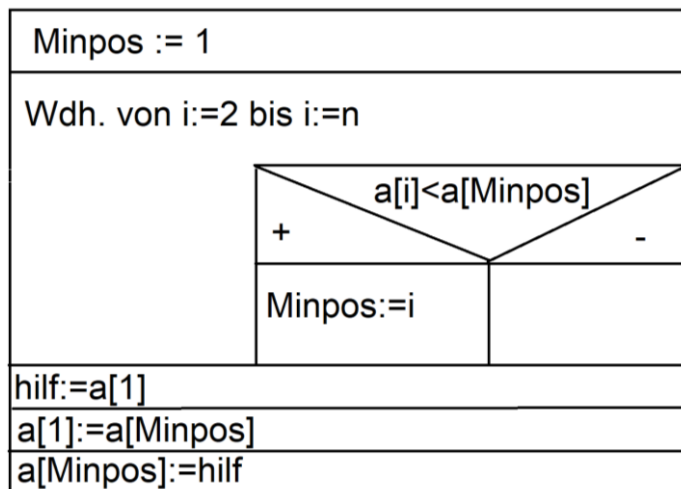
a[1]:=a[Minpos]

a[Minpos] := helf

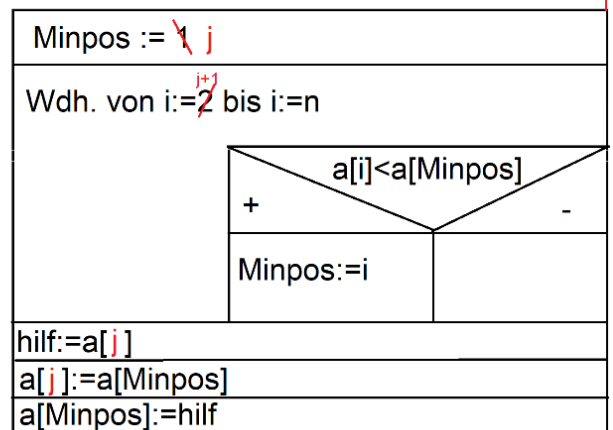
### Aufgabe 3

Entwickle einen Algorithmus als Struktogramm, der das **Minimum** in einem Feld findet und an den Feldanfang tauscht.

### Minsort



Wdh. von j:=1 bis n-1



## II. Minsort (Sortieren durch Auswahl)

a	1	2	3	4	5	6	7
	27	8	39	42	6	19	13

unsortierte Zahlenfolge

index := 1

erster Schritt:

6	8	39	42	27	19	13
6	8	39	42	27	19	13

Minimum finden → Minpos = 2

zweiter Schritt:

Umspeichern mit index = 2

index := 3

erster Schritt:

6	8	39	42	27	19	13
6	8	13	42	27	19	39

Minimum finden → Minpos = 7

zweiter Schritt:

Umspeichern mit index = 3

index := 4

erster Schritt:

6	8	13	42	27	19	39
6	8	13	19	27	42	39

Minimum finden → Minpos = 6

zweiter Schritt:

Umspeichern mit index = 4

index := 5

erster Schritt:

6	8	13	19	27	42	39
6	8	13	19	27	42	39

Minimum finden → Minpos = 5

zweiter Schritt:

Umspeichern mit index = 5

index := 6

erster Schritt:

6	8	13	19	27	42	39
6	8	13	19	27	39	42

Minimum finden → Minpos = 7

zweiter Schritt:

Umspeichern mit index = 6

### Aufgabe 4

Führe den Algorithmus für die Zahlenfolge

35	8	34	2	10	7	6
----	---	----	---	----	---	---

im Heft durch.

### Aufgabe 5

Entwickle ein Programm, das

- a) ein Feld von Integer-Zahlen einliest,
- b) mit dem Algorithmus *Minsort* sortiert und
- c) sortiert wieder ausgibt.

### Aufgabe 6

Verändere die Prozedur *Minsort* so, dass eine Zahlenfolge in der Reihenfolge von der größten bis zur kleinsten Zahl sortiert wird (*Maxsort*).

### Aufgabe 7

Funktioniert der Algorithmus *Minsort* auch noch, wenn mehrere gleiche kleinste Zahlen im Feld vorhanden sind?

### Aufgabe 8

In einem Feld mit mehreren Minima sollen *alle* Positionen der Minima und deren Wert ausgegeben werden.

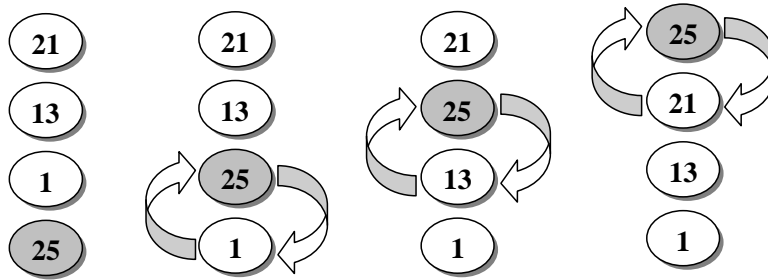
Entwickle ein Programm, das dies leistet.

### 3. Der Sortialgorithmus "Bubblesort"

Word-Datei: <..\LB4\Modul 2 - Bubblesort\Bubblesort.doc>

#### Aufgabe 1

Formuliere das Prinzip des Sortierens im abgebildeten Schema.



= Sortieren durch Nachbarschaftsvergleich

Die größte Zahl wird erkannt und geht nun immer weiter und vergleicht jeden Wert. Wenn größer wird getauscht, wenn kleiner, dann bleibt die größte Zahl und wird mit der nächsten Zahl verglichen.

#### Aufgabe 2

Nimm Skat- oder nummerierte Karten oder das „Waageprogramm“ und sortiere eine Reihe nach der Idee des „Bubblesort“.

#### Aufgabe 3

Führe das begonnene Bubble-Sortieren des Beispielfeldes fort:

erster Durchlauf:

5	21	9	8	15	17	1	
5	21						links nicht größer → nicht tauschen
	9	21					links größer → tauschen
		8	21				links größer → tauschen
			15	21			links größer → tauschen
				17	21		links größer → tauschen
					1	21	links größer → tauschen

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 6



**zweiter Durchlauf:**

5	9	8	15	17	1	21	
5	9						links nicht größer → nicht tauschen
	8	9					links größer → tauschen
		9	15				links nicht größer → nicht tauschen
			15	17			links nicht größer → nicht tauschen
				1	17	21	links größer → tauschen

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 5

**dritter Durchlauf:**

5	8	9	15	1	17	21	
5	8						Nicht tauschen
	8	9					Nt
		9	15				Nt
			1	15			Tauschen

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 4

**vierter Durchlauf:**

5	8	9	1	15	17	21	
5	8						Nt
	8	9					Nt
		1	9				T

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 3

**fünfter Durchlauf:**

5	8	1	9	15	17	21	
5	8						Nt
	1	8					T

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 2

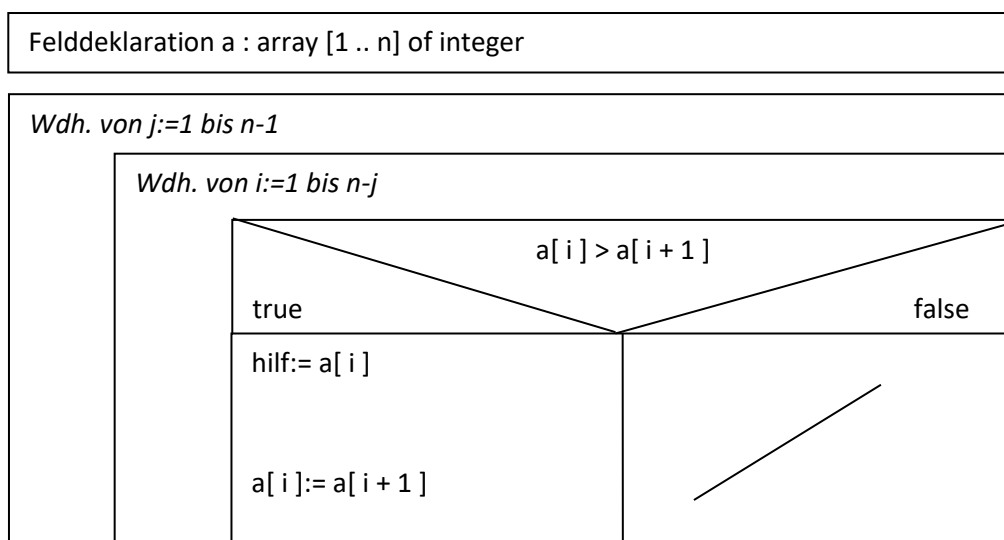
sechster Durchlauf:

5	1	8	9	15	17	21	
1	5	8	9	15	17	21	T

Anzahl der Schleifendurchläufe der *inneren Schleife*: 1

#### Aufgabe 4

Ergänze das **Struktogramm** für den Algorithmus "Bubblesort".



#### Aufgabe 5

Ergänzen Sie das Projekt **Sortieren** durch den Bubble-Sort-Algorithmus!

## Bubble-Sort, Selection-Sort, Insertion-Sort

→ P13\_Sortieren\_VL (pSort.lpi)

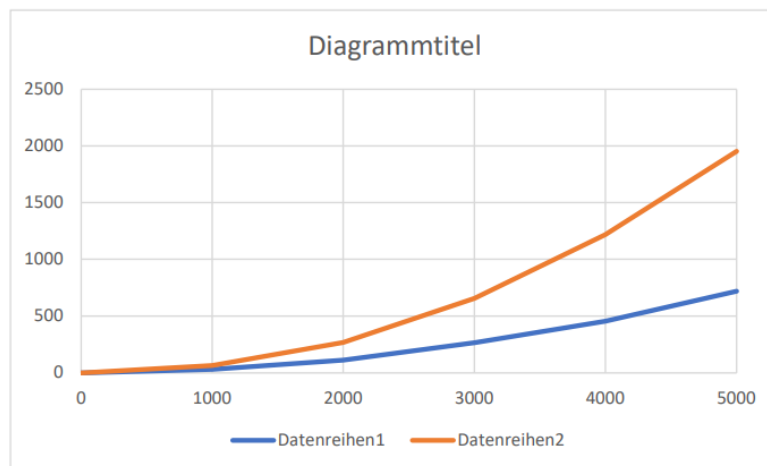
### Laufzeit und Wachstum von Sortialgorithmen (KW 12)

#### Minsort

Anzahl n	0	5000	10000	15000	20000	25000
Laufzeit ms	0	30	111	264	454	719

#### Bubblesort

Anzahl n	0	5000	10000	15000	20000	25000
Laufzeit ms	0	63	266	656	1219	1954



In beiden Fällen handelt es sich um ein quadratisches Wachstum.

Begründung: Verdoppelt sich die Anzahl n der Zahlen, steigt die Rechenzeit um ca. den Faktor 4.

Bsp.:  $n = 10000 \rightarrow 20000$

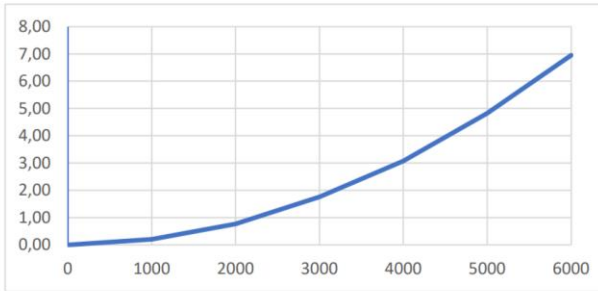
Minsort: 111 ms  $\rightarrow$  454 ms;  $111 \cdot 4 \approx 454$

Bubble: 266 ms  $\rightarrow$  1219 ms;  $266 \cdot 4 \approx 1219$

Die Rechenzeit ist beim Bubblesort aber insgesamt schlechter, trotzdem die gleiche Klasse.

### Simple Sort

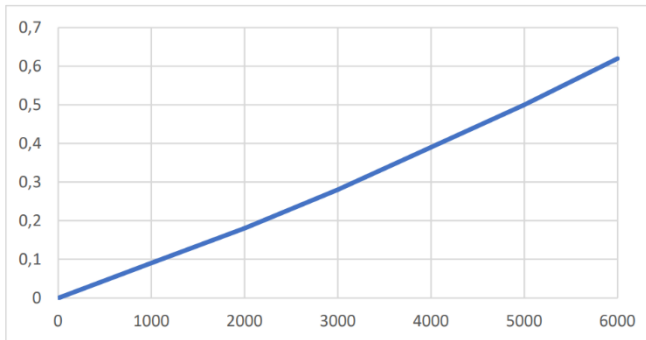
Anzahl n	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000
Laufzeit ms	0	0,203	0,768	1,761	3,073	4,82	6,957



Wachstum ist hier ebenfalls quadratisch.

### Counting-Sort

Anzahl n	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000
Laufzeit ms	0	0,09	0,18	0,28	0,39	0,5	0,62



Das Wachstum ist hier linear.  
Dies findet man sehr selten.  
Die wenigsten  
Sortieralgorithmen zeigen im  
durchschnittlichen Fall  
lineares Wachstum.

## O-Nation und Komplexität von Sortieralgorithmen (KW 13)

### Die O-Notation

Die **Laufzeit** eines Sortieralgorithmus meint die Art des Wachstums der

**Zuordnungsfunktion: Zeit --> Feldgröße**

In der Informatik interessiert dabei nicht die exakte Funktionsvorschrift, sondern nur die "Größenordnung" in Form der höchsten Potenz.

Die Notation hierfür nennt **sich O-Notation** (oder: Landau-Notation). Bsp.:

Funktion	Wachstum	O-Notation
$5 \cdot n^2 + 4 \cdot n$	quadratisch	$O(n^2)$
$\frac{4}{5}n + \frac{1}{2}$	linear	$O(n)$
$15 \cdot 8^n + 2$	exponentiell	$O(8^n)$

Das Laufzeitverhalten von Algorithmen erschließt sich über die Anzahl der **Kernoperationen**. Bei Sortieralgorithmen ist das z.B. die **Anzahl der Vergleiche oder Verschiebungen**.

### Übersicht zur Komplexität

Die Symbolik  **$O(n^2)$**  bedeutet: Die Laufzeit ist **höchstens** asymptotisch proportional zu  **$n^2$** . Zur Angabe der Klasse wird immer der durchschnittliche Fall betrachtet, da ja Best-Case und Worst-Case nur extreme Grenzfälle darstellen.

Sortierverfahren	Best-Case	Average-Case	Worst-Case	Stabil	Zusätzlicher Speicherbedarf
<a href="#">Selectionsort</a>	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	nein	—
<a href="#">Insertionsort</a>	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	ja	—
<a href="#">Bubblesort</a>	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	ja	—
<a href="#">Shakersort</a>	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	ja	—
<a href="#">Heapsort</a>	$O(n \cdot \log(n))$	$O(n \cdot \log(n))$	$O(n \cdot \log(n))$	nein	—
<a href="#">Quicksort</a>	$O(n \cdot \log(n))$	$O(n \cdot \log(n))$	$O(n^2)$	nein	$O(n \cdot \log(n))$ für den Stack

## Gebräuchliche Größenordnung

Größen- ordnung der Laufzeit T(n)	Verhalten der Laufzeit T(n), falls sich n verdoppelt	Bezeichnung
O(1)	ändert sich nicht	konstant
O(log <sub>2</sub> n)	wächst um eine kleine Konstante	logarithmisch
O(√n)	wächst um Faktor √2	
O(n)	verdoppelt sich	linear
O(n log <sub>2</sub> n)	wird etwas mehr als doppelt so groß	
O(n <sup>2</sup> )	wächst um Faktor 4	quadratisch
O(n <sup>3</sup> )	wächst um Faktor 8	kubisch
O(n <sup>k</sup> )	wächst um Faktor 2 <sup>k</sup>	polynomiell
O(2 <sup>n</sup> )	wächst sehr rasch	exponentiell

## Bestimmung der Komplexität bei Selection- und Bubblesort

### 1. Bsp.: Selection-Sort (Minimum-Suche)

```
procedure select();  
const n=20;  
type vector=array[ 1 .. n] of integer;  
var i, j, minposition, hilf: integer;  
    a : vector;  
begin  
  for j:=1 to n-1 do  
    begin  
      minposition:=j;  
      for i:=j+1 to n do  
        if a[i] < a[minposition] then begin minposition:=i; end;  
      hilf:= a[j];  
      a[j] := a[minposition];  
      a[minposition] := hilf ;  
    end;  
  end;  
end;
```

Um ein Array mit n Einträgen mittels SelectionSort zu sortieren, muss **(n-1)** Mal das Minimum bestimmt und ebenso oft getauscht werden. Bei der ersten Bestimmung des Minimums sind n-1 Vergleiche notwendig, bei der zweiten n-2 Vergleiche usw. Mit der Gauß'schen Summenformel erhält man die Anzahl der notwendigen Vergleiche:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{(n-1) \cdot n}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

Man beachte, dass die exakte Schrittzahl dadurch, dass das erste Element **(n-1)** und nicht **n** ist, nicht genau der Darstellung der Gaußformel  $n + (n-1) + \dots + 2 + 1 = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$  entspricht.

Aber, da ist nur einer Größeneinschätzung geht, liegt der SelectionSort in der Komplexitätsklasse  $O(n^2)$ .

Da zum Ermitteln des Minimums immer der komplette noch nicht sortierte Teil des Arrays durchlaufen werden muss, liegt SelectionSort nicht nur im **Worst-Case**, sondern sogar in **jedem Fall** in dieser Komplexitätsklasse.

## 2. Bsp.: Bubble-Sort

```
procedure bubble();
  const n=20;
  type vector=array[ 1 .. n] of integer;
  var i, j, hilf: integer;
      a: vector;
  begin
    for j:=1 to n-1 do
      for i:=1 to n- do
        if a[i] > a[i+1] then
          begin
            hilf:= a[i];
            a[i] := a[i+1];
            a[i+1] := hilf;
          end;
        end;
      end;
    end;
```

Bubblesort hat die Laufzeit  $O(n^2)$  für Listen der Länge  $n$ . Im Falle der umgekehrt sortierten Liste ( $n, n-1, \dots, 2, 1$ ) werden maximal  $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$  viele Vertauschungen (Gauß'sche Summenformel) ausgeführt. Das entspricht wieder der Komplexitätsklasse  $O(n^2)$ .

Nur im **Best-Case** kann er eine Laufzeit von  $O(n)$  erreichen. Das ist der Fall, wenn der Array bereits von Beginn an nach dem Sortierkriterium sortiert ist. Das setzt aber die Implementierung eines Zeigers voraus, der ein erfasst, ob eine Vertauschung notwendig ist. Dies ist in der oberen Prozedur aber nicht der Fall.

## Aufgaben zu 2.

- Geben Sie die Komplexitätsklasse von Simple-Sort und Counting-Sort aus der letzten Übung an.

Simple-Sort:	quadratisches Wachstum	$O(n^2)$
Counting-Sort:	lineares Wachstum	$O(n)$

- Recherchieren Sie im Internet nach Beispielen von Sortieralgorithmen mit logarithmischem und exponentiellem Wachstum.

Sortieralgorithmen mit logarithmischem Wachstum –  $O(\log_2 n)$

- Heap-Sort
- Quicksort

Sortieralgorithmen mit exponentiellen Wachstum –  $O(2^n)$

- Gibt keinen (expo. Wachstum ist sehr schlecht, maximal heute  $O(n^2)$ )

- Recherchieren Sie im Internet nach Beispielen von weiteren Algorithmen mit der Komplexitätsklasse  $O(\sqrt{n})$  (Wurzel  $n$ ) und  $O(a^n)$  (exponentiell).

→ Komplexitätsklasse Wurzel  $O(\sqrt{n})$

→ Bsp. Primzahltest

Hier wird eine ganze Zahl  $n$  geprüft, ob es eine Primzahl ist. Dafür gibt es keinen mathematischen Algorithmus. Die Vorgehensweise gestaltet sich meist wie folgt:

- Berechnung der Quadratwurzel  $q$  und runden des Ergebnisses auf die nächst kleinere ganze Zahl (**Begründung?**)
- Prüfen, ob alle Primzahlen von 2 bis  $q$  Teiler von  $n$  teilerfremd sind
- Findet sich ein Teiler, ist  $n$  keine Primzahl
- Es kommen keine Werte größer als  $\sqrt{n}$  in Frage, daher ist die Laufzeit beim Testen kleiner als bei linearem Wachstum

→ Exponentiell → Fibonacci-Folge

→ Bsp. 1: Das **Problem des Handlungsreisenden** (Rundreiseproblem, engl.

*Traveling Salesman Problem*) ist ein kombinatorisches Optimierungsproblem. Die Aufgabe besteht darin, eine Reihenfolge für den Besuch mehrerer Orte so zu wählen, dass keine Station außer der ersten mehr als einmal besucht wird, die gesamte Reisedistanz des Handlungsreisenden möglichst kurz und die erste Station gleich der letzten Station ist.

→ Bsp. 2: Die Ermittlung der **Fibonacci-Folge** bis zur Zahl  $n$ . Benannt ist die Folge nach Leonardo Fibonacci, der damit im Jahr 1202 das Wachstum einer Kaninchenpopulation beschrieb:

*Ein Mann hält ein Kaninchenpaar an einem Ort, der gänzlich von einer Mauer umgeben ist. Wir wollen nun wissen, wie viele Paare von ihnen in einem Jahr gezüchtet werden können, wenn die Natur es so eingerichtet hat, dass diese Kaninchen jeden Monat ein weiteres Paar zur Welt bringen und damit im zweiten Monat nach ihrer Geburt beginnen.*



## 4. Der Sortialgorithmus Insertion-Sort

### Insertion-Sort

- Sortieren durch Einfügen

#### **procedure insert();**

var

i, j : integer;

zeiger: integer;

**begin**

for i:=2 to n do

begin

zeiger:=a[i];

j:=i;

while (j>1) and (a[j-1]>zeiger) do begin a[j]:=a[j-1];dec(j);

end;

a[j]:=zeiger;

**end;**

### Das Verfahren

a                      1        2        3        4        5        6        7

33	27	39	19	30	22	21
----	----	----	----	----	----	----

unsortierte Zahlenfolge *Zeiger eingekreist*

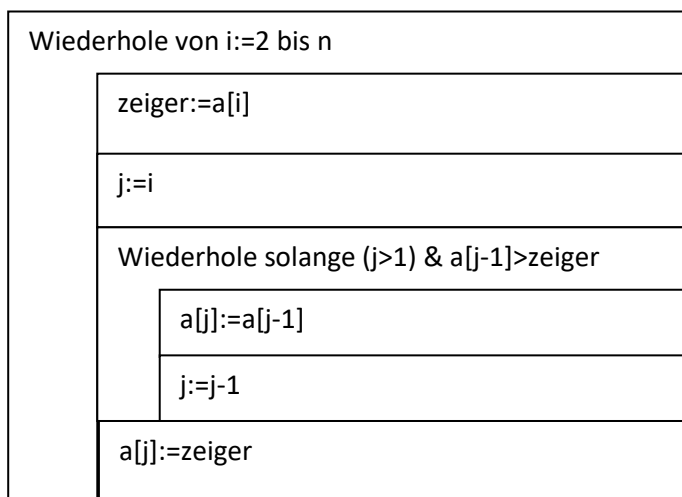
i:=2	j:=2	33	33	39	19	30	22	21	j>1 & a[1]>zeiger → a[2]:=a[1]
i:=2	j:=1	27	33	39	19	30	22	21	j=1 → Abbruch; a[1]:=zeiger
i:=3	j:=3	27	33	39	19	30	22	21	a[2]<zeiger; → Abbruch ;a[3]:=zeiger
i:=4	j:=4	27	33	39	39	30	22	21	j>1 & a[3]>zeiger → a[4]:=a[3]
i:=4	j:=3	27	33	33	39	30	22	21	j>1 & a[2]>zeiger → a[3]:=a[2]
i:=4	j:=2	27	27	33	39	30	22	21	j>1 & a[1]>zeiger → a[2]:=a[1]
i:=4	j:=1	19	27	33	39	30	22	21	j=1 → Abbruch; a[1]:=zeiger
i:=5	j:=5	19	27	33	39	39	22	21	j>1 & a[4]>zeiger → a[5]:=a[4]
i:=5	j:=4	19	27	33	33	39	22	21	j>1 & a[3]>zeiger → a[4]:=a[3]
i:=5	j:=3	19	27	30	33	39	22	21	j>1, aber a[2]<zeiger; Abbr.; a[3]:=zeiger
i:=6	j:=6	19	27	30	33	39	39	21	j>1 & a[5]>zeiger → a[6]:=a[5]
i:=6	j:=5	19	27	30	33	33	39	21	j>1 & a[4]>zeiger → a[5]:=a[4]
i:=6	j:=4	19	27	30	30	33	39	21	j>1 & a[3]>zeiger → a[4]:=a[3]

### 1. Aufgabe

Setzen Sie die Tabelle fort bis die Zahlen 21 und 22 an der richtigen Stelle stehen.

a	1	2	3	4	5	6	7		
	19	27	30	33	39	22	21		
i:=6	j:=4	19	27	30	30	33	39	21	j>1 & a[3]>zeiger → a[4]:=a[3]
i:=6	j:=3	19	27	27	30	33	39	21	j>1 & a[2]>zeiger → a[3]:=a[2]
i:=6	j:=2	19	22	27	30	33	39	21	j>1, aber a[2]<zeiger; Abbr.; a[2]:=zeiger
i:=7	j:=7	19	22	27	30	33	39	39	j>1 & a[6]>zeiger → a[7]:=a[6]
i:=7	j:=6	19	22	27	30	33	33	39	j>1 & a[5]>zeiger → a[6]:=a[5]
i:=7	j:=5	19	22	27	30	30	33	39	j>1 & a[4]>zeiger → a[5]:=a[4]
i:=7	j:=4	19	22	27	27	30	33	39	j>1 & a[3]>zeiger → a[4]:=a[3]
i:=7	j:=3	19	22	22	27	30	33	39	j>1 & a[2]>zeiger → a[3]:=a[2]
i:=7	j:=2	19	21	22	27	30	33	39	j>1, aber a[2]<zeiger; Abbr.; a[2]:=zeiger

### 2. Vervollständigen Sie das Struktogramm zum Insertion-Sort.



### 3. Informieren Sie sich über die Komplexitätsklasse des Insertion-Sort

Insertion-Sort gehört zur Komplexitätsklasse  $O(n^2)$

## 5. Der Sortialgorithmus Quick-Sort

## Die Idee des Algorithmus „Quicksort“

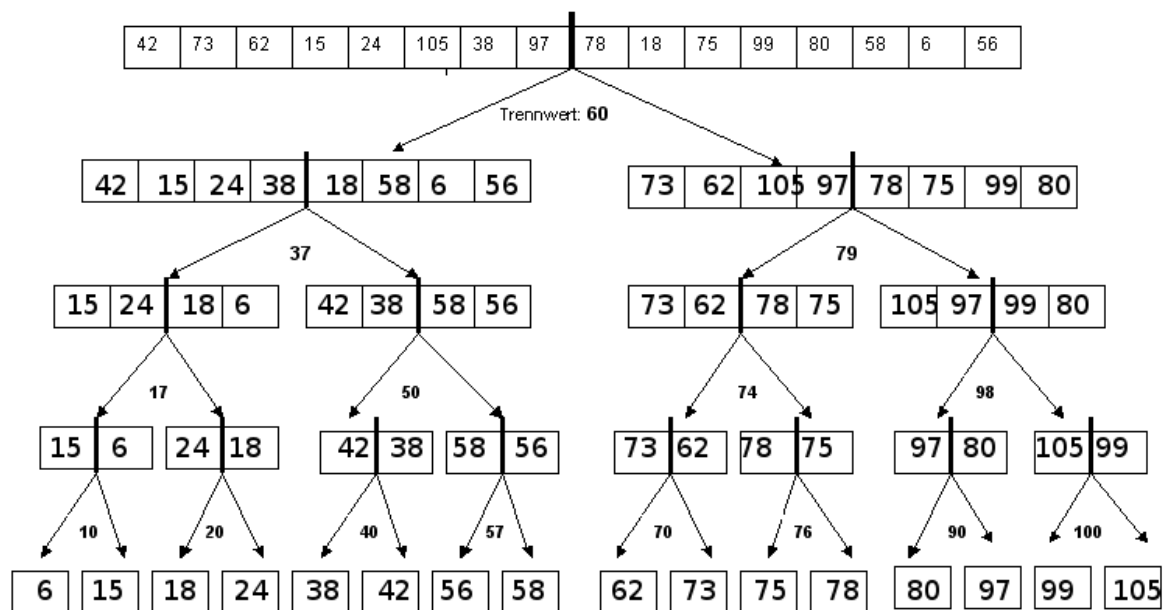
### Aufgabe

Das Zahlenfeld 42 73 62 15 24 105 38 97 78 18 75 99 80 58 6 56 soll wie folgt sortiert werden: *Alle Zahlen, die kleiner oder gleich dem Trennwert 60 sind, landen in Feld A1, alle Zahlen die größer sind als der Trennwert 60 landen in Feld A2.*

$A1 = \{x \mid x \leq 60\}$ 42, 15, 24, 38, 18, 58, 6, 56	60	$A2 = \{x \mid x > 60\}$ 73, 62, 105, 97, 78, 75, 99, 80
--	----	---

### Aufgabe

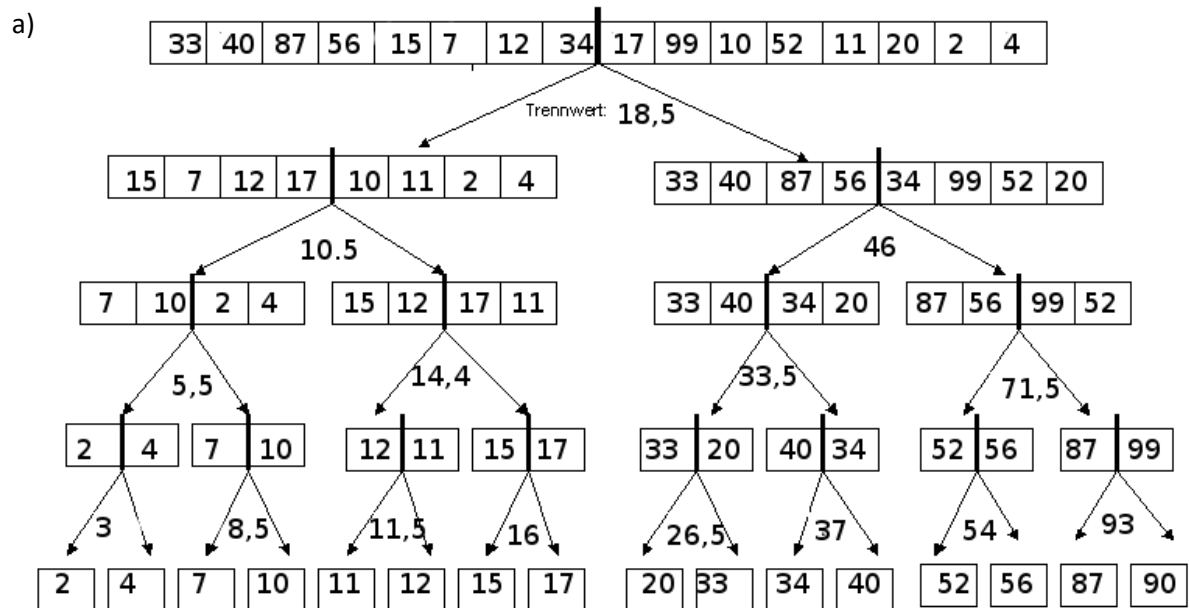
Sortiere weiter!



#### 4. Sortieren Sie jetzt nachfolgende Zahlenlisten

Sortieren Sie die beiden Zahlenfelder nach „Quicksort“, wie es in der Idee vorgemacht wurde (Aufrufbaum). Einen geeigneten Trennwert müssen Sie jeweils selbst bestimmen.

- a) 33 40 87 56 15 7 12 34 17 99 10 52 11 20 2 4  
b) 48 43 7 54 40 23 56 1 91 39 87 5 86 31 99 39



#### 5. Geben Sie die Komplexitätsklasse des Quicksort an.

Quick-Sort gehört zur Komplexitätsklasse  $O(n \cdot \log(n))$

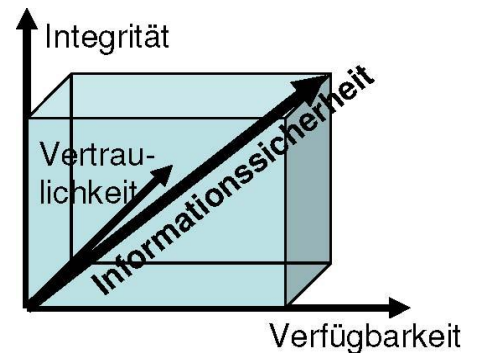
## 5. Informationssicherheit (KW 17-18)

### 5.1 Definition

Informationssicherheit ist die Lehre von der

- **Integrität**
- **Vertraulichkeit**
- **Verfügbarkeit**

von Daten und Systemen.



**Vertraulichkeit:** nur berechtigte Personen und Anwendungen haben Zugriff

**Verfügbarkeit:** Zugang zu Informationen und Anwendungen ist immer möglich, wenn Bedarf hierzu besteht

**Integrität:** Daten stehen für ein bestimmtes Zeitintervall vollständig und unverändert zur Verfügung.

*(Integrität umfasst somit auch den Schutz vor Datenverlust sowie den Schutz vor unbefugter Manipulation.)*

Weitere Begriffe aus diesem Umfeld:

- **Verlässlichkeit (Authentizität):**  
Gewährleistung, dass eine Information von einem bestimmten Sender stammt und dass diese während der Übertragung nicht verändert wurde.
- **Verbindlichkeit:**  
Die Informationsquelle hat ihre Identität bewiesen und der Empfang der Nachricht kann nicht geleugnet werden.
- **Nicht-Abstreitbarkeit:**  
Dem Absender bzw. dem Empfänger einer Nachricht ist es unmöglich, das Absenden einer Nachricht nachträglich zu bestreiten.

## 5.2 Bedrohungen

### **I) Malware** (*Kunstwort aus englisch **malicious** ‚böartig‘ und **Software***)

= bezeichnet man Computerprogramme, die entwickelt wurden, um unerwünschte und gegebenenfalls schädliche Funktionen auszuführen.

- a) **Virus** = ist ein sich selbst verbreitendes Computerstörprogramm, welches sich in andere Computerprogramme oder Dokumente einschleust (Makroviren) und sich damit reproduziert, d.h. von sich selbst Kopien erzeugt, und diese dann in das bestehende Programm einpflanzt (infiziert). Erfordert den Start eines infizierten Programms oder Dokuments.

Gegenmaßnahmen: *aktuelle Antivirenprogramme*

- b) **Wurm** ähnelt einem Computervirus, verbreitet sich aber direkt über Netze, wie das Internet und versucht, in andere Computer einzudringen. Kein Start eines Programms o.ä. notwendig.

Gegenmaßnahmen: *aktuelle Firewall-Systeme*

- c) **Trojaner** = ist Software, die sich auf dem Wirtsrechner als normales Programm ausgibt, das aber ohne Wissen des Anwenders, eine andere Funktion erfüllt (z.B. Öffnen des Systems zur Einschleusung von weiterer Schadsoftware).

Gegenmaßnahmen: *aktuelle Antivirenprogramme*

- d) **Spyware**: wird Software bezeichnet, die Daten eines Computernutzers ohne dessen Wissen oder Zustimmung den Hersteller der Software, an Dritte sendet (z.B. Analyse des Surfverhaltens im Internet).

Gegenmaßnahmen:

- *Anti-Spyware-Programme*
- *Cookies nur in Ausnahmefällen akzeptieren*
- *Firewall*
- *Beim Surfen im Internet die Ausführung von **aktiven Inhalten** verhindern*
- 

- e) **Scareware** = ist ein Schadprogramm, das Computerbenutzer verängstigen und so zu bestimmten Handlungen (Schadsoftware installieren, unnützes Produkt kaufen) bewegen soll. Z.B. durch Warnung über angeblichen Virenbefall

Gegenmaßnahmen: *Nur lizenzierte/geprüfte Programme installieren*

- f) **Ransomware** = sind Schadprogramme, mit deren Hilfe ein Eindringling Daten eines Computerinhabers verschlüsselt und den Benutzer zur Zahlung von Lösegeld auffordert.

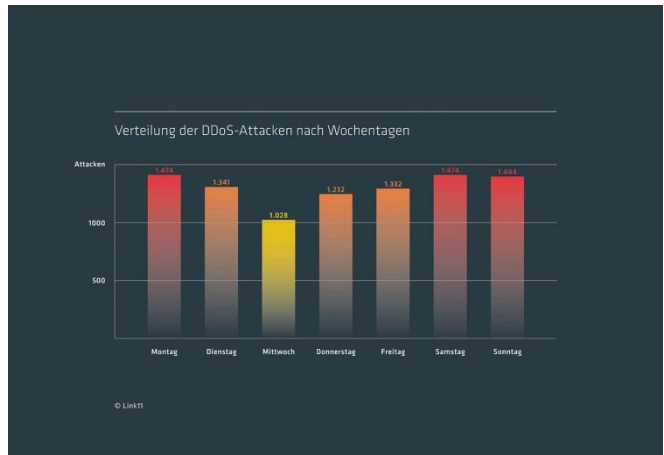
Gegenmaßnahmen: *Virenschutz, regelmäßige Updates*

## II) Weitere Formen

- a) **Distributed-Denial-of-Service-Attacken (DDoS)** = Angriff auf einen Host (Server) oder sonstigen Rechner in einem Datennetz mit dem Ziel, einen oder mehrere seiner Dienste arbeitsunfähig zu machen. (in der Regel durch Überlastung)

Gegenmaßnahmen:

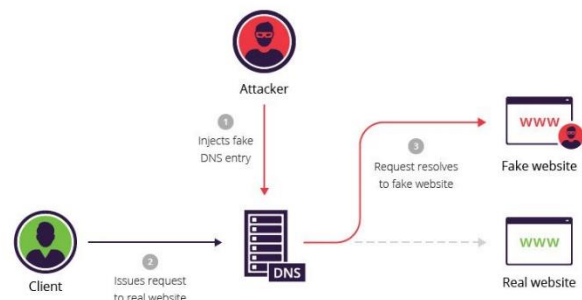
- Analyse des eingehenden Datenverkehrs, notfalls Blockierung
- Einführung von Captchas



- b) **DNS-Spoofing** = die Zuordnung zwischen einer URL und der zugehörigen IP-Adresse wird gefälscht

Gegenmaßnahmen:

- digitale Unterschriften beim Austausch von DNS-Einträgen
- Einführung von IPv6 (beherrscht symmetrische und asymmetrische Verschlüsselung um die Authentizität und die Vertraulichkeit der Pakete zu wahren)



### Hacker entführen Google

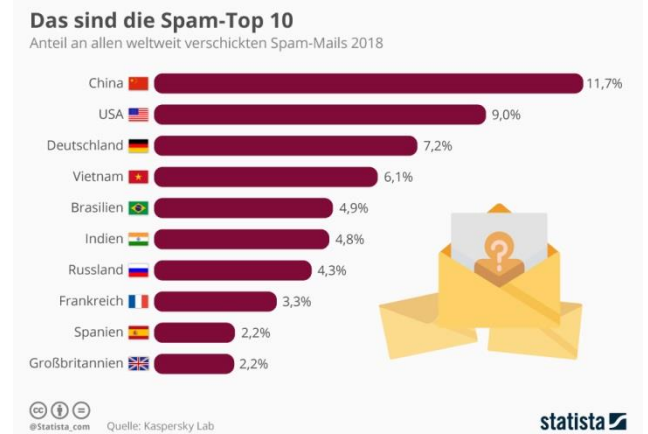
Erschienen am 31. Juli 2008 | Sascha Plischke

Nach Bekanntwerden der Sicherheitslücke im Wegweiser-System des Internet ist den Hackern nun ein erster großer Coup gelungen. Mit einem gezielten Angriff konnten sie zahlreiche Anwender auf eine geschickte Google-Fälschung umleiten. Dort erwartete die Surfer glücklicherweise nur unerwünschte Werbung – der Angriff zeigt jedoch, wie gefährlich so eine Attacke werden kann.

c) **Spam** = ungewollte e-mail, lästig bis gefährlich (bei massenhaftem Empfang oder mit virenverseuchten Anhängen)

Gegenmaßnahmen:

- Spam-Filter
- kontrollierte eMail-Adressweitergabe
- Verschleierung der eMail-Adresse
- Nutzung von BCC im eMail-Kopf
- Wegwerf-Adressen



d) **Keylogger** = eine Hard- oder Software, die die Eingaben des Benutzers an einem Computer mitprotokolliert (Ausspionieren von Benutzerdaten und Kennwörtern)

Gegenmaßnahmen:

- Virtuelle Tastatur d.h. Bildschirmtastatur (für Hardware KL)
- Anti-Spyware-Programm (für Software KL)

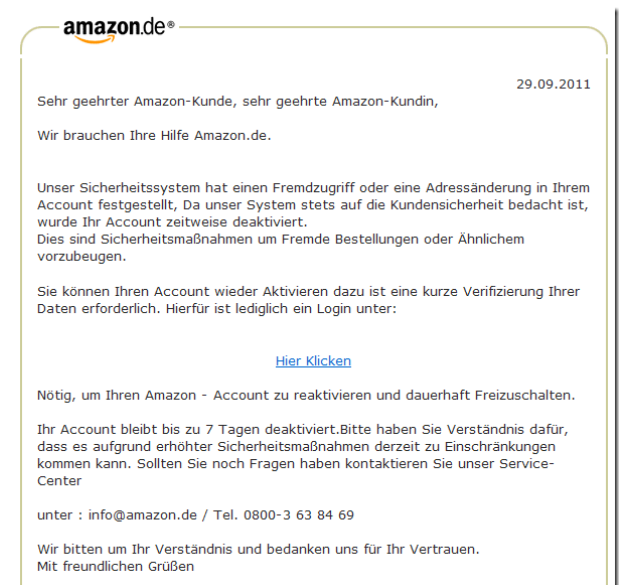




e) **Phishing** = Versuche, über gefälschte WWW-Adressen an Daten eines Internet-Benutzers (z.B. Kontonummern, PIN, TAN) zu gelangen

### Gegenmaßnahmen

- Verwendung des iTAN-Verfahrens
- Neu: mobileTAN / ChipTAN
- Eingabe vertraulicher Daten nur über gesicherte Internetverbindungen (<https://>)
- Anti-Virenprogramme zur Herausfilterung gefälschter Mails

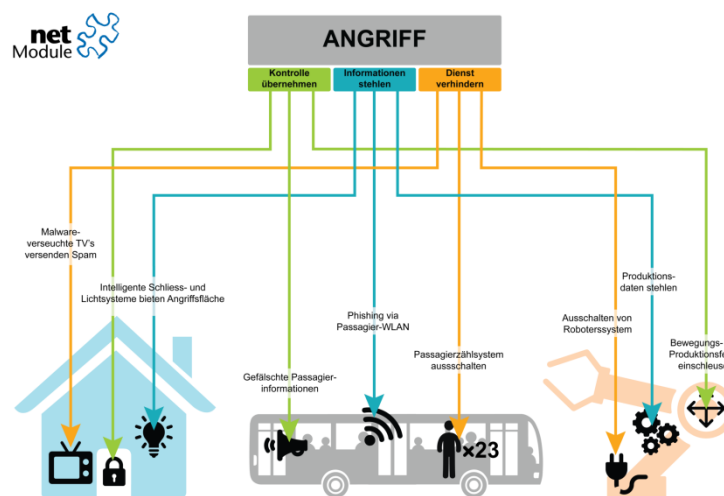


f) **Attacken auf Embedded Systems** = Angriffe auf intelligente Endgeräte (Drucker, Kopierer, Scanner, WebCams, IP-Telefone, Beamer, Laborgeräte, ext.Festplatten, USV, **Automobil(!)** ) da diese zunehmend über Netzwerkanschlüsse und eigene Betriebssysteme verfügen

→ Angriffsmöglichkeiten

- Einsicht in Dokumente (z.B. durch ein Dokumentenserver auf einem Drucker)
- Einsicht in Fax Sende- und Empfangsberichten, Berichte über den Druckverlauf
- Abschalten von USV (angeschlossene Server werden nicht ordentlich runtergefahren, Störung für die Nutzer)
- Löschen von Ergebnissen von Versuchsreihen
- Betrachten von Webcam-Bildern

Gegenmaßnahmen: *aktuelle Firewall-Systeme*



g) **WLAN-Angriffe**: schlecht konfigurierte Accesspoints bieten Angriffspunkte für Wardriver (Netzzugriffe per Auto mit Laptop) oder „böse“ Nachbarn

Gegenmaßnahmen:

- WLAN nur mit guter Verschlüsselung
- Mac-Adressfilter
- SSID (Netzwerkname) ausblenden



**h) Zero-Day-Bedrohungen:** Angriffe auf Schwachstellen von Betriebssystemen, schneller als Virenschutz-Hersteller reagieren können

Gegenmaßnahmen:

kaum möglich, da vorhandene Schwachstellen von Hackern oft lange geheim gehalten werden, schnellstmögliche Installation von Updates

**i) Voice over IP-Bedrohungen:** Telekommunikationsnetze sind mit VoIP neuen Bedrohungen ausgesetzt

Angriffsmöglichkeiten:

- Angriffe auf VoIP-Servers, ähnlich DoS
- Abfangen oder Umleiten von Anrufen
- Verstopfen der Mail-Box durch Spamnachrichten

Gegenmaßnahmen:

- sichere Passwörter für VoIP-Server
- Installation spezieller Firewall-Systeme

Der Symantec Internet Threat Security Report fasst halbjährlich die Bedrohungslage im Internet zusammen (hier für 2019)

<https://www.symantec.com/content/dam/symantec/docs/reports/istr-24-2019-en.pdf>

### Wichtigste Ergebnisse 2019

- Fast jede zehnte Angriffsgruppe, die gezielte Attacken verübt, setzt destruktive Malware ein und stoppt so Unternehmensabläufe. Diese Zahl stieg im Vergleich zu 2017 um 25%
- Cyber-Kriminelle optimieren bewährte Taktiken, darunter Spear-Phishing, Hijacking legitimer Tools und bösartige E-Mail-Anhänge. Living of the Land (LotL)- und Supply Chain-Angriffe sind weiterhin eine signifikante Bedrohung. Der Einsatz bösartiger Powershell-Skripte stieg im vergangenen Jahr um 1.000%
- Infektionen mit Ransomware stiegen in Unternehmen um zwölf Prozent
- Cloud-Ressourcen sind immer häufiger leichte Ziele für digitale Diebe: Mehr als 70 Millionen Datensätze aus schlecht konfigurierten S3 Public Cloud-Speicher-Buckets wurden gestohlen oder abgezapft
- Eine zunehmende Anzahl an Angreifern kompromittiert operative Systeme und industrielle Kontrollsysteme (Industrial Control Systems, ICS), um sich möglicherweise auf Cyber-Kriegsführung vorzubereiten

### 5.3 Informationsquellen

Quellen für Hinweise auf externe Bedrohungen:

- Computer Emergency Response Teams (kurz CERTs; z.B. das Bundesamts für Sicherheit in der Informationstechnik – BSI)
- Heise.de
- Antivirensoftware-Hersteller (F-Secure, Symantec, trendmicro...)
- Institute der Informationssicherheit (z.B. SANS- SysAdmin, Networking and Security)

Quellen für Hinweise auf Schwachstellen:

- Produkt-Hersteller (Microsoft, IBM, BEA, SUN...)
- CERTs (BSI)
- Heise.de
- Beuth-Verlag