Heimarbeit 05.01.2021

Lieber Kurs,

ich wünsche Euch ein erfolgreiches glückliches und gesundes Jahr 2021.

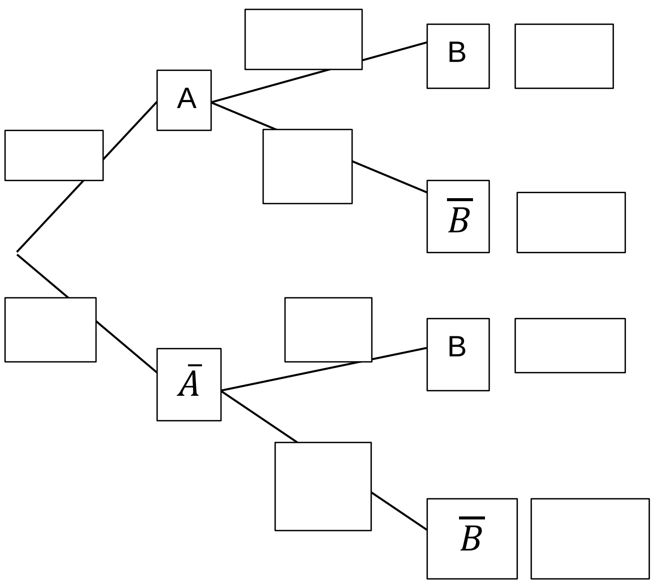
Damit das auch beim Matheabi klappt, wollen wir fleißig sein. Sammelt bitte die Aufgaben der häuslichen Lernzeit und **Eure Lösungen** in einem Hefter und bringt sie zur
1. Mathestunde im Präsenzunterricht mit!!!

Wir haben uns zuletzt mit der Vierfeldertafel beschäftigt.

Fertigt ein Baumdiagramm und eine Vierfeldertafel zur folgenden Aufgabe an.

42 % der Deutschen sind Männer. 35 % der Männer und 20 % der Frauen rauchen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Raucher ein Mann ist?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit einen Nichtraucher zu treffen?
Damit wir etwas gleich in der Bezeichnung sind, gebe ich etwas bei dieser Aufgabe vor.
1. Merkmal A – Männer
2. Merkmal B – Raucher

	B	$\overline{B}$	gesamt
A			
$\bar{A}$			
gesamt			1



Das Thema der heutigen Stunde lautet

4.5 Die stochastische Unabhängigkeit von 2 Ereignissen

Dazu nehmt bitte das LB. S.438 – 439 zur Hand und lest euch alles gründlich durch. Anschließend notiert euch folgende Definition:

Können bei einem Experiment die Ereignisse A und B eintreten, so heißt:

1. Die Wahrscheinlichkeit für B unter der Bedingung, dass A bereits eingetreten ist, die **durch A bedingte Wahrscheinlichkeit von B.** Man schreibt $\mathbf{P_A(B)}$.

2. das Ereignis B ist **stochastisch unabhängig** von dem Ereignis A, **falls** $\mathbf{P(B) = P_A(B)}$.

Folgender Satz macht die Prüfung auf stochastische Unabhängigkeit oft einfacher. Notiert folgenden Satz im Hefter.

Satz: Zwei Ereignisse A und B desselben Zufallsversuchs sind genau dann stochastisch unabhängig, wenn $\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$ gilt.

Wenn wir uns die 2 Baumdiagramme im LB. S. 438 betrachten, können wir die stochastische Unabhängigkeit beim Ziehen mit Zurücklegen auch an den Teilpfaden der 2. Stufe erkennen, denn diese sind gleich im Vergleich zum rechten Baumdiagramm.

Die stochastische Unabhängigkeit kann auch über eine Vierfeldertafel geprüft werden.

Sehen wir uns dazu folgende ausgefüllte Vierfeldertafel an.

	B	$\bar{B}$	gesamt
A	0,1	0,2	0,3
$\bar{A}$	0,4	0,3	0,7
gesamt	0,5	0,5	1

$P(A) = 0,3$ $P(A \cap B) = 0,1$ Daraus folgt $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ und damit sind die Ereignisse
$P(B) = 0,5$ A und B voneinander stochastisch abhängig.

Unsere Erkenntnis lautet:

Bei stochastischer Unabhängigkeit zweier Ereignisse stehen im Innern immer die Produkte der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten der Randfelder.

Betrachten wir ein 2. Beispiel.

Sandra fehlt im Unterricht mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 und Stefan mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide nicht fehlen beträgt 0,56.

Untersuche die beiden Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit.

Dazu fertige ich eine Vierfeldertafel an.

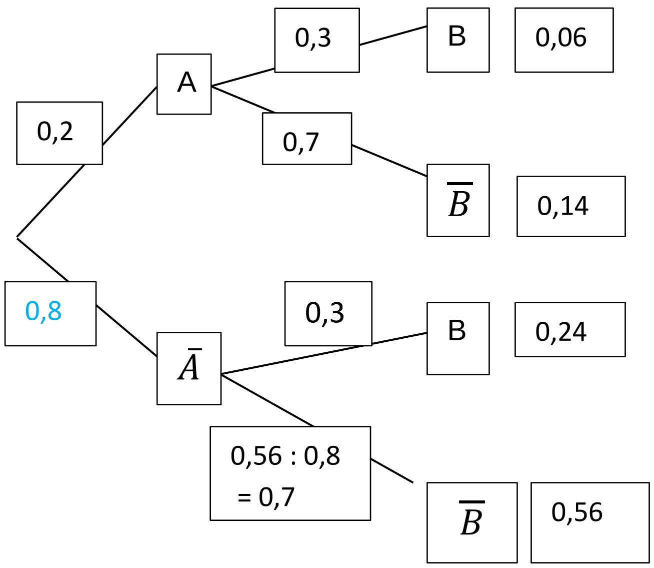
A – Ereignis Sandra fehlt B – Ereignis Stefan fehlt

Mithilfe der gegebenen Wahrscheinlichkeiten ergänzt man die Vierfeldertafel.

Zur Kontrolle lege ich noch ein Baumdiagramm an.

Nun arbeite ich die Tabelle ab. (grün)

	B	$\overline{B}$	gesamt
A	0,06	0,14	0,2
$\bar{A}$	0,24	0,56	0,8
gesamt	0,3	0,7	1



Wir können erkennen, dass die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, denn im Innern der Vierfeldertafel stehen die Produkte der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten der Randfelder.

Es soll nun noch ein Beispiel ohne Vierfeldertafel und Baumdiagramm folgen.
3. Beispiel:
Folgende Wahrscheinlichkeiten sind bekannt:
$P(A \cup B) = 0{,}84$; $P(A) = 0{,}2$; $P(B) = 0{,}8$ Untersuche, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind.

Wir erinnern uns an den Additionssatz: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Diese Gleichung nach $P(A \cap B)$ umgestellt, ergibt: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \underline{0{,}16}$
Jetzt berechnen wir $P(A) \cdot P(B) = 0{,}16$.
Wir sehen $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, deshalb sind die Ereignisse A und B voneinander stochastisch unabhängig.

<u>Übung</u>

1. Prüfe, ob die Ereignisse A und B voneinander stochastisch unabhängig sind, wenn folgendes bekannt ist:

a) $P(A \cup B) = 0{,}9$; $P(A) = 0{,}3$; $P(A \cap B) = 0{,}2$

b) $P(A \cup B) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}7$; $P(A \cap B) = 0{,}2$

2. LB. S. 440, Nr. 2

3. Eine ideale Münze wird dreimal geworfen. (Z = Zahl, W = Wappen)
Die Ergebnisse werden in der Reihenfolge ihres Auftretens notiert, also z. Bsp. (ZZZ).

a) Notiere die Ergebnismenge Ω und die folgenden Ereignisse

A – Es fällt höchstens einmal Wappen.
B – Im ersten Wurf fällt Zahl.
C – Im dritten Wurf fällt Wappen.

$A \cap B$; $A \cap C$ und $B \cap C$
in aufzählender Schreibweise.

b) Welche der Ereignisse A, B und C sind voneinander unabhängig?

$P(A) =$; $P(B) =$; $P(C) =$; $P(A \cap B) =$; $P(A \cap C) =$; $P(B \cap C) =$

$P(A) \cdot P(B) =$; $P(A) \cdot P(C) =$; $P(B) \cdot P(C) =$

Damit sind folgende zwei Ereignisse voneinander stochastisch unabhängig.

Gutes Gelingen!