Teil A (ohne Hilfsmittel)

- 1. In den Aufgaben 1.1. bis 1.5. ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort (5 BE) richtig. Kreuzen Sie das richtige Feld an.
 - 1.1. Die erste Ableitungsfunktion f' der Funktion f mit $f(x) = -\frac{6}{x^3}$ kann beschrieben werden durch

werden durch
$$\Box f'(x) = -\frac{2}{x^2} \quad \Box f'(x) = \frac{3}{x^2} \quad \Box f'(x) = \frac{18}{x^2} \quad \Box f'(x) = -\frac{2}{x^4} \quad \Box f'(x) = \frac{18}{x^4}$$

- 1.3. Wie viele Nullstellen besitzt die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (x 7) \cdot (x^2 + 4)$? $\Box 0 \Box 1 \Box 2 \Box 3 \Box 4$
- 1.4. In einem Gefäß befinden sich Kugeln, 12 davon sind rot. Der Anteil der roten Kugeln an der Gesamtzahl der Kugeln im Gefäß beträgt 60%. Wie groß ist die Gesamtanzahl an Kugeln in dem Gefäß?
 □ 8 □ 15 □ 18 □ 20 □ 40

- 2. Berechnen Sie die Spurpunkte der Ebene E: 2x + 5y + 7 = 0. (3 BE)
- 3. Weisen Sie die Lagebeziehung für die Geraden nach. $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 4. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebenen. (3 BE) $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 5. Bestimmen Sie die Koordinatengleichung und den Normalenvektor einer Ebene, welche parallel zur yz-Ebene. (2 BE)
- 6. Beschreiben Sie die Lage der Ebene E: z = 2. (2 BE)

Teil B (mit Hilfsmitteln)

1. Berechnen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel zwischen den beiden Geraden.

(6 BE)

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

b)
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. Bestimmen Sie den Schnittwinkel der Ebene E und der Gerade g.

a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ (6 BE)

b)
$$E: 2x + z = 8$$
 $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. Berechnen Sie den Schnittwinkel der Ebenen E_1 und E_2 . (6 BE)

a)
$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

b)
$$E_1$$
: $\begin{bmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ E_2 ist die xy -Ebene.

4. Berechnen Sie den Abstand zwischen dem Punkt P und der Geraden g. (6 BE)

a)
$$P(1 \mid 2 \mid 6)$$
 $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $P(1 \mid 0 \mid 3)$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

- 5. Berechnen Sie den Abstand des Punktes *P* zur Ebene *E* unter Nutzung der Hesseschen (6 BE) Normalenform.
 - a) E: 2x + 2y + z = 1 $P(4 \mid 2 \mid 1)$ b) E: 3x 2y = 6z $P(5 \mid 1 \mid 2)$
- 6. Gegeben sind die Punkte A(0|2|3), B(1|-2|6) und C(-4|2|15) (8 BE)
 - a) Berechnen Sie die Koordinaten des Bildpunktes B' von B der bei der Spiegelung durch A und C entsteht.
 - b) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche von ABCB'.
 - c) Die Fläche *ABCB'* bildet die Grundfläche einer Pyramide, deren Spitze der Ursprung ist. Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide.
- 7. Spiegeln Sie jeweils den Punkt P an der Geraden g. (6 BE)

a)
$$P(1 \mid -2 \mid 4)$$
 $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

a)
$$P(1 \mid 0 \mid 4)$$
 $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. Der Punkt P' ist der Spiegelpunkt des Punktes P(3 | 4 | 1) an der Ebene $E: -x - 4y + 2z = \frac{29}{2}$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P'.

Gesamtpunktzahl: 65 BE

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
64.5	63	62	58	54	50	46.5	42.5	38.5	35	31	26.5	22.5	18	13.5