



# Tecnológico de Monterrey

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus  
Puebla

Fundamentación de robótica (Gpo 101)

## ACTIVIDAD

Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares) Robot Planar 3GDL

El programa original modela la cinemática directa y el Jacobiano de un robot planar de 2 grados de libertad usando matrices de transformación homogénea.

El objetivo de la conversión fue extender el modelo a 3 grados de libertad (RRR) manteniendo la estructura del código y su funcionamiento en base al ciclo

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc
```

Se limpian variables, figuras y consola para evitar interferencias con ejecuciones anteriores.

```
%Declaración de variables simbólicas|
syms th1(t) th2(t) th3(t) t l1 l2 l3
```

```
%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP=[0 0 0];
```

```
%Creamos el vector de coordenadas articulares
Q= [th1, th2, th3];
disp('Coordenadas generalizadas');
pretty (Q);
```

```
%Creamos el vector de velocidades generalizadas
Qp= diff(Q, t);
disp('Velocidades generalizadas');
pretty (Qp);
```

Ahora el sistema tiene tres articulaciones rotacionales, pasando de 2 gdl a 3 gdl

Se añadió un tercer elemento 0, indicando que el robot ahora es RRR).

El sistema ahora tiene 3 variables independientes, el Jacobiano será  $3 \times 3$ , las velocidades articulares son tres

```
%Número de grado de libertad del robot
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);
```

---

**%% Junta 1**

```
P(:, :, 1)= [l1*cos(th1); l1*sin(th1); 0];
R(:, :, 1)= [cos(th1) -sin(th1) 0;
             sin(th1)  cos(th1) 0;
             0         0        1];
```

---

**%% Junta 2**

```
P(:, :, 2)= [l2*cos(th2); l2*sin(th2); 0];
R(:, :, 2)= [cos(th2) -sin(th2) 0;
             sin(th2)  cos(th2) 0;
             0         0        1];
```

---

**%% Junta 3**

```
P(:, :, 3)= [l3*cos(th3); l3*sin(th3); 0];
R(:, :, 3)= [cos(th3) -sin(th3) 0;
             sin(th3)  cos(th3) 0;
             0         0        1];
```

El código es escalable con el bucle principal porque el número de gdl se calcula automáticamente a partir del vector RP, en este caso 3.

Se añade una junta más, con la posición del tercer eslabón y su matriz de rotación alrededor del eje Z

```

    +J,

%Vector de ceros
Vector_Zeros= zeros(1, 3);

%Inicialización
A(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
T(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
PO(:,:,GDL)= P(:,:,GDL);
RO(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);
RO_inv(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);

for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);

    %Locales
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i)=simplify([R(:,:,i) P(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
    pretty (A(:,:,i));

    %Globales
    try
        T(:,:,i)= T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
        T(:,:,i)= A(:,:,i);
    end
end

```

Se realiza la inicialización y construcción de las matrices de transformación homogénea, tanto locales como globales, tomando en cuenta los GDL, en el bucle

```

disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
T(:, :, i) = simplify(T(:, :, i));
pretty(T(:, :, i))

RO(:, :, i) = T(1:3, 1:3, i);
RO_inv(:, :, i) = transpose(RO(:, :, i));
PO(:, :, i) = T(1:3, 4, i);
end

%Calculamos la matriz de transformación del marco de referencia inercial
%visto desde el actuador final
% disp(strcat('Matriz de Transformación T', GDL_str, '_O calculada de forma manual'));
% RF_O=RO_inv(:, :, GDL);
% PF_O=-RF_O*PO(:, :, GDL);
% TF_O= simplify([RF_O PF_O; Vector_Zeros 1]);
% pretty(TF_O);

%disp(strcat('Matriz de Transformación T', GDL_str, '_O calculada de forma automática'));
%pretty(simplify(inv(T(:, :, GDL))));

%Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial');

```

Se muestra en pantalla la matriz de transformación global, se aplica simplify() para reducir la expresión simbólica, se imprime en formato matemático legible mediante pretty()

```

%Derivadas parciales de x respecto a th1, th2 y th3
Jv11= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th1);
Jv12= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th2);
Jv13= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th3);

%Derivadas parciales de y respecto a th1, th2 y th3
Jv21= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th1);
Jv22= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th2);
Jv23= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th3);

%Derivadas parciales de z respecto a th1, th2 y th3
Jv31= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th1);
Jv32= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th2);
Jv33= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th3);

%Creamos la matriz del Jacobiano lineal
jv_d=simplify([Jv11 Jv12 Jv13;
               Jv21 Jv22 Jv23;
               Jv31 Jv32 Jv33]);
pretty(jv_d);

```

En esta sección se obtiene el Jacobiano lineal del manipulador mediante derivadas parciales de la posición del efector final respecto a cada coordenada articular.

Se realizan las derivadas parciales del componente x, y, z.

Ahora el jacobiano pasó de dimensión  $3 \times 2$  a  $3 \times 3$ .

```

%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a(:,GDL)=PO(:, :,GDL);
Jw_a(:,GDL)=PO(:, :,GDL);

for k= 1:GDL
    if RP(k)==0 %Casos: articulación rotacional

        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :,GDL)-PO(:, :,k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0;0;1], PO(:, :,GDL));
            Jw_a(:,k)=[0;0;1];
        end

    elseif RP(k)==1 %Casos: articulación prismática

        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0;0;1];
        end

        Jw_a(:,k)=[0;0;0];
    end
end

Jv_a= simplify (Jv_a);
Jw_a= simplify (Jw_a);

```

```
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');  
pretty (Jv_a);  
  
disp('Jacobiano angular obtenido de forma analítica');  
pretty (Jw_a);  
  
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal');  
V=simplify (Jv_a*Qp');  
pretty(V);  
  
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular');  
W=simplify (Jw_a*Qp');  
pretty(W);
```

Muestra en pantalla los resultados del Jacobiano y calcula las velocidades del efector final usando las velocidades articulares.