

Projet : Contraintes observationnelles pour les projections du climat futur

UE Analyse des données environnementales

Encadré par : *Didier Swingedouw*

Master MAS – Parcours MSS

Elias Aboukacem, Van Theo Lahontaa

Mai 2025

1 Introduction

Une manière courante d'estimer l'évolution future du climat est de s'appuyer sur les résultats de plusieurs modèles climatiques. En calculant une moyenne de ces simulations, dite *moyenne multi-modèle*, on obtient une première approximation des températures à venir.

Mais tous les modèles ne sont pas équivalents : certains représentent mieux le passé que d'autres. Il est donc pertinent de les comparer aux observations réelles afin de mieux cibler les projections les plus cohérentes.

Dans ce projet, nous allons explorer plusieurs méthodes qui combinent les simulations issues des modèles avec les données réellement observées. L'objectif est d'améliorer la qualité des projections en réduisant l'incertitude, plutôt que de se contenter d'une moyenne brute de tous les modèles.

2 Données utilisées

La variable étudiée est l'anomalie de température moyenne globale. Il s'agit de la température moyenne annuelle sur l'ensemble du globe, à laquelle on soustrait une température de référence. Cette référence correspond à la période dite pré-industrielle, entre 1850 et 1900, c'est-à-dire avant que le réchauffement climatique ne soit réellement engagé.

Les données utilisées sont les suivantes :

- 25 modèles climatiques, chacun simulant une série temporelle d'anomalies de température entre 1850 et 2099 ;
- une série d'observations réelles sur la période 1850–2021 ;
- une estimation de l'incertitude associée à chaque mesure observée, liée aux instruments de mesure et à la couverture géographique.

3 Mise en forme des données

Afin de simplifier l'analyse, nous transformons les séries temporelles des modèles climatiques en un problème univarié. Pour chaque modèle, nous construisons deux variables :

- X : la moyenne des anomalies de température simulées entre 1950 et 2000, utilisée comme information représentative du passé ;
- Y : la moyenne des anomalies simulées pour la période 2090–2099, considérée comme projection future ;
- X_{obs} : la moyenne des anomalies de température réellement observées entre 1950 et 2000, utilisée comme entrée pour les méthodes de projection conditionnelle.

Les simulations étudiées correspondent au scénario **SSP5-8.5**, qui suppose une poursuite intensive du développement économique basé sur les énergies fossiles, sans politiques climatiques contraignantes. Ce scénario est généralement associé à un réchauffement climatique élevé à la fin du XXI^e siècle.

Nous nous intéressons d'abord à la moyenne des valeurs futures Y sur l'ensemble des 25 modèles. Cette approche correspond à ce que l'on appelle une *moyenne multi-modèle*.

Sur la période 2090–2099, la moyenne multi-modèle des anomalies de température atteint **5,221 °C**, avec un écart-type inter-modèle de **1,036 °C**, ce qui reflète la variabilité des projections fournies par les différents modèles climatiques.

Dans la suite, cet écart-type sera utilisé comme référence pour quantifier l'incertitude associée à cette estimation brute. Nous chercherons à le réduire en intégrant des informations issues des observations passées.

3.1 Moyenne pondérée avec critères de performance et d'indépendance

Une alternative à la moyenne brute consiste à attribuer un poids différent à chaque modèle, en fonction de deux critères :

- **Performance** : on favorise les modèles dont la simulation passée (X_i) est proche de l'observation réelle moyenne, notée X_{obs} ;
- **Indépendance** : on donne plus de poids aux modèles qui sont distincts des autres (peu redondants).

Les poids sont calculés selon une formule proposée par Brunner et al. (2019), faisant intervenir deux paramètres σ_D et σ_S qui contrôlent la sensibilité aux deux critères. L'estimation finale est une moyenne pondérée des projections futures (Y_i), et l'incertitude est évaluée par une variance pondérée autour de cette moyenne.

Avec les réglages $\sigma_D = 0,5$ et $\sigma_S = 0,4$, l'estimation obtenue est de **5,250 °C** pour la période 2090–2099. L'incertitude associée est de **1,049 °C**, soit légèrement supérieure à celle de la moyenne multi-modèle brute (1,036 °C). Ce premier test suggère que les poids attribués restent proches d'une répartition uniforme, avec peu d'exclusion des modèles extrêmes.

3.1.1 Impact des paramètres et cas particuliers

Un faible σ_D concentre les poids sur les modèles proches de l'observation, ce qui réduit fortement l'incertitude mais peut biaiser la projection. À l'inverse, un grand σ_D ou σ_S tend à uniformiser les poids et à se rapprocher d'une moyenne non pondérée.

Il est possible d'isoler un seul critère en neutralisant l'autre :

- Pour ne prendre en compte que la **performance**, on fixe σ_S à une valeur très grande. Cela rend les termes $\exp(-S_{i,j}^2/\sigma_S^2)$ proches de 1, car $\exp(0) = 1$ et $\exp(-x)$ tend vers 1 quand x tend vers 0 ;
- Pour ne prendre en compte que l'**indépendance**, on agit de la même façon avec σ_D : en le rendant très grand, on neutralise l'effet du terme de performance.

Voyons comment régler ces paramètres.

3.1.2 Réglage proportionnel à la variabilité des modèles

Une première méthode de réglage des paramètres consiste à fixer σ_D et σ_S comme des fractions de la variabilité observée dans les simulations passées. Plus précisément, on pose :

$$\sigma_D = \alpha \cdot \text{écart-type}(X), \quad \sigma_S = \beta \cdot \text{écart-type}(X)$$

où α et β sont deux coefficients à ajuster.

Nous testons plusieurs couples (α, β) pour étudier leur impact sur la projection pondérée et son incertitude. Les résultats montrent que les valeurs de α et β influencent significativement l'incertitude associée à la projection. Lorsque α est faible (c'est-à-dire lorsque σ_D est petit), seuls les modèles très proches de l'observation passée sont fortement pondérés, ce qui réduit nettement l'incertitude (jusqu'à 0,42 °C), mais peut biaiser la projection vers des valeurs plus basses.

À l'inverse, lorsque α et β augmentent, davantage de modèles sont pris en compte. La projection pondérée se rapproche alors de la moyenne brute multi-modèle, tandis que l'incertitude augmente (jusqu'à 1,25 °C).

3.1.3 Validation croisée leave-one-out

Une seconde méthode pour régler les paramètres σ_D et σ_S consiste à utiliser une procédure de validation croisée leave-one-out. Le principe est le suivant : pour chaque modèle i , on cherche à prédire sa projection future Y_i en utilisant tous les autres modèles $j \neq i$.

La qualité de la prédiction est mesurée par l'erreur quadratique $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$, où \hat{Y}_i est la moyenne pondérée des Y_j selon les poids obtenus sans utiliser le modèle i .

On répète cette opération pour chaque modèle, puis on calcule l'erreur quadratique moyenne (MSE) sur l'ensemble des prédictions. Cette erreur sert alors de critère à minimiser pour sélectionner les meilleurs paramètres. Un balayage sur plusieurs couples (α, β) , avec $\sigma_D = \alpha \cdot \text{std}(X)$ et $\sigma_S = \beta \cdot \text{std}(X)$, permet de repérer les réglages les plus performants.

Plus la couleur est foncée, plus l'erreur est faible. Le minimum indique le couple (α, β) qui donne la meilleure capacité prédictive. Le minimum de l'erreur quadratique moyenne est atteint pour $\alpha = 1$ et $\beta = 0,3$, ce qui correspond à un réglage avec une forte tolérance sur la performance (tous les modèles sont pris en compte quel que soit leur écart à l'observation) mais une exigence modérée en matière d'indépendance. Cela suggère qu'il est préférable de conserver une diversité de modèles, tout en limitant la redondance entre ceux-ci.

En appliquant le couple optimal $(\alpha = 1, \beta = 0,3)$ identifié par validation croisée, la projection finale obtenue est de **5,166 °C**, avec une incertitude associée de **1,130 °C**. Cette estimation pondérée combine à la fois la cohérence avec les observations passées et la diversité des modèles climatiques considérés.

3.2 Régression linéaire entre simulations passées et futures

Cette méthode repose sur l'hypothèse d'une relation linéaire entre l'anomalie de température simulée dans le passé (X) et celle simulée dans le futur (Y) pour chaque modèle climatique. En ajustant un modèle linéaire simple sur l'ensemble des simulations, on cherche à exploiter cette corrélation pour prédire la projection future à partir de l'observation réelle passée.

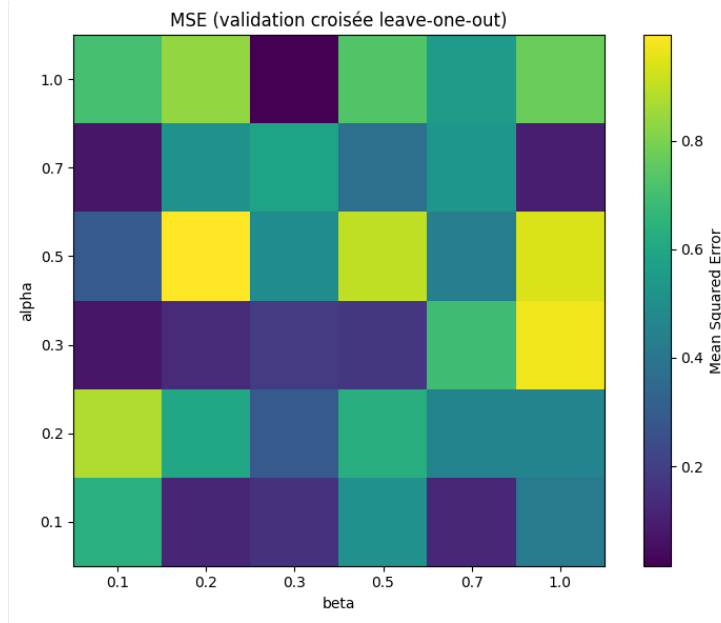


Figure 1: Erreur quadratique moyenne (MSE) obtenue par validation croisée leave-one-out en fonction des paramètres α (axe vertical) et β (axe horizontal).

Le modèle estimé s'écrit sous la forme

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$$

où β_0 et β_1 sont des paramètres ajustés aux données simulées.

La prédiction pour l'observation réelle est ensuite calculée par l'application de ce modèle, fournissant une estimation de l'anomalie future basée sur la valeur observée passée.

3.2.1 Application de la méthode

Le modèle ajusté obtenu est $\hat{Y} = \hat{\beta}_1 X + \hat{\beta}_0$, avec $\hat{\beta}_1 = 0,658$ et $\hat{\beta}_0 = 5,017$. La projection future correspondante pour l'observation réelle passée est de **5,298 °C**, avec une incertitude associée de **1,097 °C**.

Par comparaison, l'incertitude de référence associée à la moyenne multi-modèle brute était de **1,036 °C**. Ainsi, la régression linéaire ne permet pas de réduire l'incertitude sur la projection future dans ce cas, mais elle fournit une estimation cohérente intégrant la tendance observée entre passé et futur dans les simulations.

L'ordonnée à l'origine $\hat{\beta}_0$ correspond à la projection future lorsque l'anomalie passée est nulle, c'est-à-dire le niveau de réchauffement anticipé en l'absence d'anomalie historique. Le coefficient directeur $\hat{\beta}_1$ indique l'effet marginal d'une anomalie passée supplémentaire sur la projection future : ici, une augmentation de 1 °C dans la période 1950–2000 est associée à une hausse de 0,658 °C dans la projection future (2090–2099). Cela montre une relation positive entre le passé simulé et l'avenir projeté, mais d'intensité modérée.

Chaque point bleu du graphique représente un modèle climatique parmi les 25 considérés. L'axe horizontal indique l'anomalie moyenne simulée par le modèle sur la période passée (1950–2000), tandis que l'axe vertical indique l'anomalie moyenne simulée pour la période future (2090–2099). Une fois la régression linéaire ajustée, chaque point bleu satisfait la relation $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ à un résidu près.

On obtient ainsi un nuage de points (X_i, Y_i) reflétant la relation entre simulation passée et simulation future dans les modèles. La droite rouge représente cette tendance, et la croix noire indique la projection obtenue à partir de l'observation réelle X_{obs} .

3.2.2 Qualité de la régression

La qualité de l'ajustement est évaluée à l'aide du coefficient de détermination R^2 , qui mesure la proportion de la variance de Y expliquée par la variable X dans le modèle linéaire.

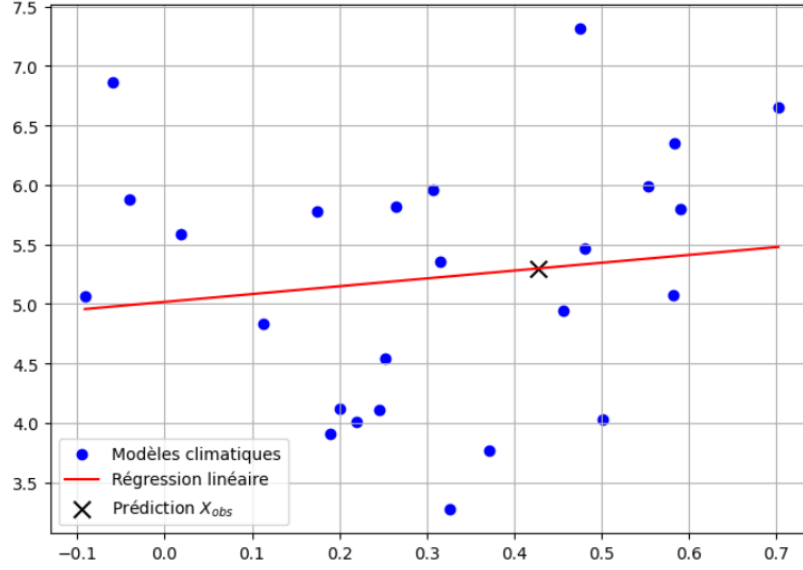


Figure 2: Régression linéaire entre l'anomalie moyenne passée (1950–2000) et l'anomalie moyenne future (2090–2099) pour les 25 modèles climatiques. La croix noire indique la prédiction obtenue à partir de l'observation réelle X_{obs} .

Dans notre cas, la régression donne un coefficient très faible : $R^2 = 0,019$. Cela signifie que seulement 1,9 % de la variabilité des projections futures est expliquée par la variabilité des simulations passées. La relation entre passé et futur est donc très faible dans ces données, et la droite de régression n'apporte que peu d'information sur les différences entre modèles. La prédiction obtenue reste utilisable, mais l'ajustement ne peut être considéré comme fiable ou significatif.

3.3 One-step Kalman

La méthode One-step Kalman consiste à ajuster la projection future à partir de l'observation passée, en combinant de manière optimale les informations issues des modèles climatiques et celles issues des données réelles. Contrairement à la moyenne brute ou à la régression, cette approche utilise explicitement les incertitudes associées aux simulations et aux observations, ainsi que leur corrélation.

Le principe est d'effectuer une mise à jour bayésienne en une seule étape: à partir de la moyenne et de l'écart type des variables simulées passées et futures, de leur corrélation, et de l'incertitude associée à l'observation réelle, on calcule une projection ajustée ainsi qu'une incertitude révisée. Cette méthode permet ainsi de pondérer automatiquement les informations, en tenant compte de leur fiabilité respective.

3.3.1 Application de la méthode

L'application de la méthode One-step Kalman conduit à une projection future de **5,224 °C**, avec une incertitude associée de **1,048 °C**.

Cette estimation est très proche de la moyenne multi-modèle brute, mais elle bénéficie d'un ajustement fondé sur la prise en compte de l'observation passée et de la corrélation entre passé et futur. L'incertitude obtenue reste très proche de celle de référence (**1,036 °C**), sans réel gain, ce qui reflète la faible corrélation observée entre passé et futur dans les données simulées.

3.3.2 Influences sur l'incertitude

L'incertitude associée à la projection obtenue par la méthode One-step Kalman s'exprime de la manière suivante :

$$\hat{\sigma}^2 = \left(1 - \frac{\rho^2}{1 + \text{SNR}^{-1}} \right) \sigma_Y^2$$

où $\text{SNR} = \sigma_X^2 / \sigma_B^2$ est le rapport signal sur bruit, c'est-à-dire le rapport entre la variance des simulations passées (σ_X^2) et l'incertitude sur l'observation réelle (σ_B^2). Le terme ρ désigne la corrélation linéaire

entre les anomalies simulées passées et futures.

Dans la méthode One-step Kalman, l'incertitude finale dépend directement de la corrélation entre les anomalies passées et futures simulées. Plus cette corrélation est forte (plus ρ est élevé), plus l'observation passée apporte d'information sur la projection future, et plus l'incertitude diminue.

En revanche, si la corrélation est faible, l'observation passée ne permet pas de mieux contraindre la projection, et l'incertitude reste proche, voire identique, à celle de la moyenne multi-modèle de référence (σ_Y). En l'absence totale de corrélation, la méthode ne permet aucun gain sur la précision de la projection.

Aussi, le SNR influence directement la confiance accordée à cette observation.

Lorsque SNR est élevé, cela signifie que l'observation est précise par rapport à la dispersion des modèles. Dans ce cas, l'incertitude sur la projection est réduite, car l'observation apporte une information fiable.

En revanche, si SNR est faible, c'est que l'observation est trop incertaine pour être pleinement exploitée. L'incertitude de projection reste alors proche de celle de la moyenne multi-modèle de référence, car l'ajustement effectué par la méthode est limité.

3.4 Comparaison des différents modèles

Méthode	Estimation (°C)	Incertainitude (°C)
Moyenne multi-modèle	5,221	1,036
Régression linéaire	5,298	1,097
Moyenne pondérée + validation croisée	5,166	1,130
One-step Kalman	5,224	1,048

Table 1: Comparaison des méthodes de projection et des incertitudes associées

3.4.1 Hypothèses des méthodes

Chaque méthode de projection repose sur des hypothèses implicites concernant la nature des données, leur distribution ou les relations entre variables :

- **Moyenne multi-modèle** : cette méthode ne repose sur aucune hypothèse de linéarité ou de distribution. Elle suppose seulement que chaque modèle est une réalisation équivalente et indépendamment plausible du climat futur, ce qui peut être discuté.
- **Régression linéaire** : cette méthode suppose une relation linéaire entre les anomalies passées et futures simulées. Elle repose également sur l'indépendance des résidus et, pour l'estimation de l'incertitude, sur une hypothèse implicite de distribution gaussienne des erreurs.
- **Moyenne pondérée + validation croisée** : cette méthode ne suppose pas de linéarité, mais elle utilise des pondérations basées sur la performance et la redondance des modèles. L'hypothèse centrale est que les modèles proches de l'observation passée sont plus fiables, et que les modèles trop similaires entre eux doivent être moins pondérés. Aucune hypothèse explicite sur la distribution des données n'est requise.
- **One-step Kalman** : cette méthode repose sur une hypothèse de distribution conjointe gaussienne des variables passées et futures. Elle suppose également une corrélation linéaire entre les deux variables, ce qui est directement utilisé dans la formule. L'indépendance entre observation et bruit est également implicite.

3.4.2 Lien entre performance passée et performance future

Un modèle qui simule bien le passé n'est pas nécessairement un modèle qui simule mieux le futur. En effet, la capacité d'un modèle à reproduire les observations historiques dépend de nombreux facteurs, ajustements empiriques, qui ne garantissent pas sa validité en projection.

De plus, dans le contexte climatique, les processus dominants dans le passé (par exemple, faible de production de CO₂) peuvent différer de ceux qui régiront le futur (par exemple, grande production de

C02). Il est donc possible qu'un modèle bien ajusté sur le passé soit biaisé dans ses projections, et inversement.

Dans notre étude, la faible corrélation entre les moyennes passées et futures simulées (valeur de R^2 très faible dans la régression) confirme que la performance historique des modèles n'est pas un bon prédicteur de leurs projections futures.

3.4.3 Limites des approches

Les méthodes étudiées présentent plusieurs limites, à la fois conceptuelles et pratiques. Tout d'abord, elles reposent sur l'idée que l'ensemble des modèles climatiques forme un échantillon représentatif et exploitable statistiquement, ce qui peut être contesté : les modèles ne sont pas forcément indépendants. Certains semblent très proches, ce qui biaise les moyennes non pondérées et renforce la redondance.

Par ailleurs, les méthodes conditionnelles, comme la régression ou le filtre de Kalman, supposent une relation stable et informative entre passé et futur, ce qui n'est pas toujours vérifié empiriquement. Dans notre cas, la faible corrélation entre les deux rend ces approches peu efficaces pour réduire l'incertitude.

Enfin, toutes ces méthodes s'appuient sur des moyennes annuelles globales (à l'échelle planétaire), ce qui masque de nombreuses dynamiques régionales ou saisonnières ainsi que les effets non linéaires liés à la théorie du chaos climatique. Les incertitudes structurelle des modèles, ainsi que les choix de scénarios socio-économiques (SSP), ne sont pas non plus pris en compte dans ces estimations statistiques.

3.4.4 Paramétrisation et robustesse des méthodes

Chaque méthode étudiée repose sur un ensemble de paramètres, dont la nature varie selon les cas. Certains paramètres sont définis en amont à partir des données (comme les moyennes μ_X , μ_Y ou la corrélation ρ), d'autres sont issus directement du modèle (comme les coefficients $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ en régression), et enfin certains doivent être choisis manuellement (comme σ_D et σ_S dans la moyenne pondérée).

La robustesse d'une méthode dépend fortement de la sensibilité de ses résultats à ces choix de paramétrisation. Par exemple, la moyenne pondérée peut produire des résultats très différents selon la valeur attribuée à ses paramètres libres, comme le montre la Heat map de la validation croisée (cf. Figure 1). De même, dans la méthode de Kalman, la qualité du résultat dépend de la justesse de l'estimation de ρ et du rapport signal/bruit, dont le calcul repose sur des hypothèses implicites de linéarité et de distribution.

Le risque de surapprentissage apparaît quand les paramètres sont ajustés de manière optimisée sur les données disponibles (comme avec la validation croisée), mais que le jeu de données est limité. Dans ce cas, il existe un risque de calage trop spécifique aux simulations disponibles, sans véritable garantie de généralisation. Ce phénomène est accentué par la faible taille de l'échantillon (25 modèles), et par le fait que les observations sont une moyenne d'un faible nombre de mesures réalisés dans le passé chaque année.

Ainsi, la performance apparente d'une méthode peut parfois refléter davantage son ajustement aux modèles qu'une réelle capacité à produire une projection robuste et généralisable.

3.5 Validation croisée

La validation croisée est une méthode d'évaluation visant à tester la robustesse d'un modèle sur des données indépendantes de celles utilisées pour l'ajustement. Elle consiste à diviser le jeu de données en plusieurs sous-ensembles appelés *folds*.

Dans la validation croisée **K-fold**, le jeu de données est réparti en K parties de taille équivalente. À chaque itération, un des K sous-ensembles est utilisé comme ensemble de test, et les $K-1$ restants comme ensemble d'entraînement. Le processus est répété K fois, chaque sous-ensemble jouant à tour de rôle le rôle de test. L'erreur finale est obtenue en moyennant les erreurs obtenues à chaque itération.

La version extrême de cette méthode est la validation croisée **Leave-One-Out** (LOO), qui correspond au cas particulier $K = n$, où n est le nombre total d'observations. À chaque itération, un seul point est laissé de côté pour l'évaluation, et les $n-1$ autres sont utilisés pour l'apprentissage.

Ces méthodes permettent de détecter le surapprentissage, car elles testent le modèle sur des données qu'il n'a pas vues pendant l'ajustement. Si un modèle affiche de bonnes performances sur les données d'entraînement mais des erreurs élevées en validation croisée, cela indique qu'il s'ajuste trop spécifiquement aux données disponibles donc qu'il surapprend, et la conséquence est qu'il généralise mal (sous-entendu le même modèle appliqué à de nouvelles données).

Dans notre étude, la simulation est limitée à 25 modèles climatiques. Dans ce contexte, la validation croisée Leave-One-Out (LOO) est plus appropriée qu'une validation croisée K-fold classique.

En effet, avec peu de données, diviser le jeu en K blocs réduit encore la quantité d'information utilisée à chaque entraînement. Le LOO permet, au contraire, de maximiser l'usage des données à chaque itération : le modèle est ajusté sur $M - 1$ modèles (soit 24 sur 25) à chaque fois, cela garantit une exploitation optimale de l'information disponible. Cela permet une évaluation plus stable et moins biaisée dans les situations à faible effectif.

De plus, LOO offre une estimation plus fine de la capacité de généralisation du modèle, car il mesure précisément l'erreur commise lorsqu'un seul point nouveau est prédit à chaque fois — ce qui est particulièrement pertinent lorsqu'on cherche à projeter à partir d'une seule observation réelle.

Nous allons à présent appliquer LOO aux méthodes de projection étudiées précédemment afin de calculer l'erreur expérimentale. L'application de la LOO à Y donc en calculant la moyenne 25 fois avec un modèle différent exclus à chaque itération donne une erreur quadratique moyenne racine (RMSE) de **1,079 °C**

3.5.1 Application de LOO à la moyenne pondérée

Pour évaluer la performance réelle de la méthode de moyenne pondérée, nous avons calculé l'erreur quadratique moyenne par validation croisée Leave-One-Out (LOO), selon plusieurs paramétrisations :

- Pour des paramètres modérés, fixés à $\sigma_D = 0,5$ et $\sigma_S = 0,4$, nous obtenons une erreur quadratique moyenne racine (RMSE) de **1,070 °C**.
- Pour des paramètres plus stricts, fixés à $\sigma_D = 0,1$ et $\sigma_S = 0,1$, nous obtenons une erreur légèrement plus faible de **1,037 °C**, suggérant que des pondérations très sélectives peuvent mieux ajuster certains modèles.
- En sélectionnant les paramètres optimaux par validation croisée sur les modèles (Cf, Figure 1), nous obtenons $\sigma_D = \sigma_X$ et $\sigma_S = 0,3 \times \sigma_Y$, avec une erreur minimale de **0,998 °C**. Cette performance optimale est à interpréter avec prudence, car elle résulte d'un ajustement a posteriori qui peut introduire un biais.

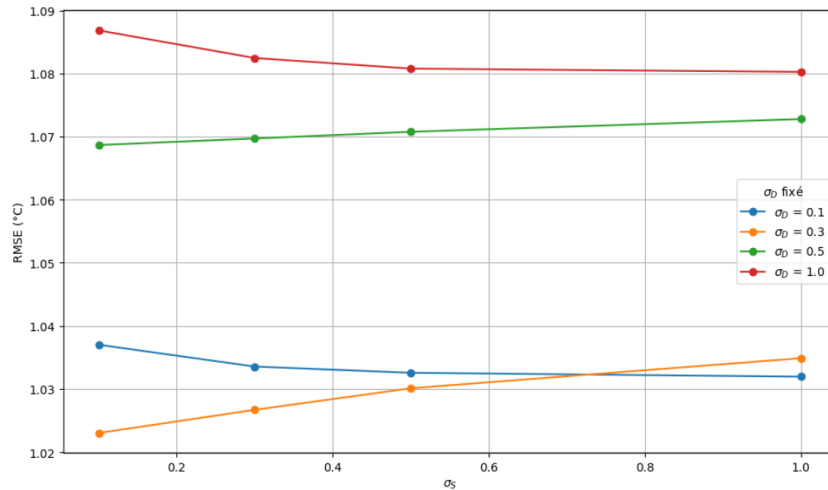


Figure 3: Erreur LOO (RMSE) de la méthode de moyenne pondérée pour différents couples (σ_D, σ_S) . Chaque courbe correspond à une valeur fixée de σ_D , et montre l'évolution de l'erreur en fonction de σ_S .

On constate que les erreurs LOO les plus faibles sont obtenues pour des valeurs réduites de σ_D , correspondant à une pondération plus sélective sur le critère de performance.

3.5.2 Application de LOO à la Régression linéaire

L'erreur quadratique moyenne racine (RMSE) obtenue par validation croisée Leave-One-Out appliquée à la régression linéaire est de **1,118 °C**.

3.5.3 Application de LOO à la Méthode de Kalman

Une validation croisée Leave-One-Out a été appliquée à la méthode de Kalman, en recalculant les paramètres statistiques à chaque itération après exclusion d'un modèle. L'erreur quadratique moyenne racine (RMSE) obtenue est de **1,080 °C**. Cette valeur reflète la performance prédictive réelle de la méthode, indépendamment de l'observation réelle X_{obs} .

3.5.4 Comparaison des erreurs expérimentales

Méthode	Erreur LOO (RMSE) [°C]
Moyenne multi-modèle	1,079
Régression linéaire	1,118
Moyenne pondérée ($\sigma_D=0,5$, $\sigma_S=0,4$)	1,070
Moyenne pondérée (optimale)	0,998
Moyenne pondérée ($\sigma_D=0,1$, $\sigma_S=0,1$)	1,037
One-step Kalman	1,080

Table 2: Erreurs expérimentales par validation croisée Leave-One-Out pour chaque méthode.

On remarque que la validation croisée Leave-One-Out appliquée à la moyenne multi-modèle brute conduit à une erreur de **1,079 °C**, très proche de l'écart-type inter-modèle utilisé comme incertitude de référence (1,036 °C). Cette méthode ne dépendant pas de l'entrée X , elle fournit toujours la même estimation, ce qui explique sa stabilité.

La régression linéaire et la méthode de Kalman reposent sur la corrélation entre X et Y pour ajuster leur prédiction. Cette corrélation étant faible dans notre jeu de données, leur capacité à exploiter l'information passée est limitée, ce qui se traduit par des performances légèrement inférieures (RMSE de 1,118 °C et 1,080 °C respectivement).

La moyenne pondérée tire parti d'une double information : la proximité à l'observation réelle (performance) et la dissimilarité entre modèles (indépendance). Cela lui permet de mieux pondérer les contributions des modèles. Elle atteint le meilleur RMSE expérimental (0,998 °C) lorsqu'elle est optimisée par validation croisée, et reste compétitive même avec des paramètres fixés.

En résumé, les performances de chaque méthode dépendent de leur capacité à exploiter efficacement l'information contenue dans X , tout en maîtrisant la variance introduite dans la prédiction.

3.6 Modification du prédicteur X

3.6.1 Choix de nouveaux prédicteurs

Dans les sections précédentes, le prédicteur X était défini comme la moyenne des anomalies simulées (ou observées) entre 1950 et 2000.

Nous proposons ici deux nouvelles définitions de X , en privilégiant des périodes plus récentes, mieux couvertes par les instruments de mesure :

- **Prédicteur court X_1** : moyenne entre **2002 et 2021**, soit les 20 dernières années disponibles en observation. Ce choix maximise la proximité temporelle avec les simulations futures (2090-2099) à estimer et minimise la différence de SPP puisque le SPP du 21ème siècle est déjà assez élevé.
- **Prédicteur long X_2** : moyenne entre **1922 et 2021**, soit les 100 dernières années. Cette version offre un compromis entre stabilité (longueur de la période) et qualité des mesures.

3.6.2 Valeurs des nouveaux prédicteurs

Les moyennes et écarts types calculés sur les périodes choisies permettent de comparer les simulations aux observations récentes :

- **Période 2002–2021** : la moyenne multi-modèle est de **1,053 °C**, avec un écart-type inter-modèle de **0,254 °C**. La valeur observée que l'on comprend comme la moyenne des observations sur la période, est identique, ce qui indique un excellent accord entre simulations et mesures sur cette période très récente.

- **Période 1922–2021** : la moyenne multi-modèle est de **0,421 °C**, avec un écart-type de **0,189 °C**, tandis que l’observation donne **0,512 °C**. Cette période plus longue introduit un léger biais entre simulations et réalité, bien que la dispersion entre modèles reste contenue.

Ces statistiques serviront de base pour tester l’impact du choix du prédicteur X sur les performances des méthodes étudiées.

Nous allons appliquer les méthodes précédentes (régression linéaire, Kalman, moyenne pondérée) à ces deux nouveaux prédicteurs pour évaluer l’impact du choix de la période de moyennage sur la performance des projections climatiques.

3.6.3 Régression linéaire

L’ajustement de la régression linéaire avec les deux nouveaux prédicteurs conduit à des résultats contrastés. Avec le prédicteur court (2002–2021), le modèle obtenu est $Y = 2,212 X + 2,893$, et la projection future estimée à partir de l’observation réelle est de **5,222 °C**, avec une incertitude de **0,183 °C**.

Avec le prédicteur long (1922–2021), on obtient un modèle plus plat, $Y = 1,144 X + 4,740$, une projection de **5,325 °C** et une incertitude légèrement plus élevée, de **0,236 °C**.

Dans les deux cas, les incertitudes associées aux projections sont significativement plus faibles que l’incertitude de référence issue de la moyenne multi-modèle brute (1,036 °C). Cela montre que le choix du prédicteur peut améliorer la précision des estimations conditionnelles, à condition que la relation avec les anomalies futures soit suffisamment structurée.

3.6.4 Moyenne pondérée

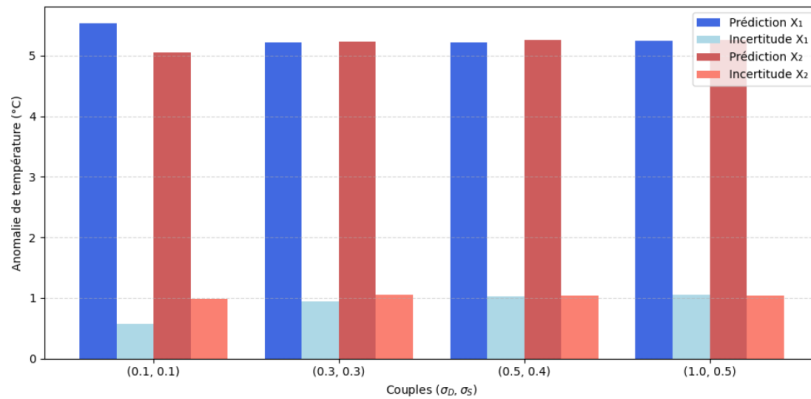


Figure 4: Comparaison des prédictions et incertitudes obtenues par la méthode de moyenne pondérée, selon le choix du prédicteur et des paramètres (σ_D, σ_S).

La Figure 4 illustre l’effet combiné du choix du prédicteur X et des paramètres (σ_D, σ_S) sur les résultats de la méthode de moyenne pondérée.

Pour X_1 , les prédictions décroissent nettement entre le couple (0.1, 0.1) et (0.3, 0.3) : on passe de **5,534 °C** à **5,219 °C**. Cette chute s’accompagne d’une augmentation marquée de l’incertitude, qui passe de **0,568 °C** à **0,950 °C**, puis continue de croître avec des valeurs proches de **1,022–1,053 °C**. Cela traduit une perte progressive de la spécificité du signal lorsque les poids deviennent moins concentrés : au départ, quelques modèles très proches de X_1^{obs} dominent l’estimation ; ensuite, les modèles plus éloignés sont intégrés, ce qui stabilise la moyenne mais accroît la dispersion.

Pour X_2 , la tendance est inversée : les prédictions augmentent avec (σ_D, σ_S), allant de **5,055 °C** à **5,264 °C**. L’incertitude, quant à elle, reste globalement stable autour de **1,03–1,06 °C**. Ici, X_2^{obs} étant plus central parmi les modèles simulés, l’effet de pondération est moins sélectif, et les changements de paramètres ont un impact plus progressif. Cela se traduit par une estimation plus lissée, avec une incertitude modérée.

En résumé, le prédicteur court X_1 engendre une forte sensibilité aux paramètres, avec des variations importantes de la prédiction et de l’incertitude, tandis que le prédicteur long X_2 produit des résultats plus stables mais potentiellement moins informatifs. Cela met en évidence le rôle déterminant du prédicteur dans le comportement de la méthode pondérée.

3.6.5 Kalman

L'application du filtre de Kalman avec les deux définitions de prédicteur donne les résultats suivants :

- **Prédicteur X_1 (2002–2021)** : projection future de **5,221 °C**, avec une incertitude associée de **0,896 °C**.
- **Prédicteur X_2 (1922–2021)** : projection très proche, à **5,224 °C**, mais avec une incertitude plus élevée de **1,036 °C**.

On observe que la prédiction reste quasiment inchangée entre les deux versions de X , ce qui s'explique par la proximité des moyennes simulées et observées dans les deux cas. En revanche, l'incertitude diminue significativement lorsqu'on utilise le prédicteur court X_1 .

Cette amélioration de la précision s'explique par une incertitude de mesure plus faible sur la période récente (2002–2021), ce qui augmente le rapport signal/bruit dans la formule de Kalman. Autrement dit, plus l'observation est fiable, plus la méthode fait confiance à X_{obs} , et plus l'incertitude finale sur Y est réduite.

Ces résultats confirment l'intérêt d'utiliser des périodes récentes dans les approches conditionnelles, lorsque les observations sont de meilleure qualité. Dans les deux cas, les incertitudes obtenues par Kalman sont inférieures ou égales à l'incertitude de référence de la moyenne multi-modèle brute (1,036 °C), montrant que cette méthode permet une légère réduction de l'incertitude, surtout lorsqu'elle s'appuie sur un prédicteur plus récent et plus précis.

3.6.6 D'autres prédicteurs que la température?

Jusqu'à présent, toutes les méthodes ont utilisé comme prédicteur la température moyenne simulée sur une période donnée. Cependant, intégrer d'autres variables climatiques pertinentes pourrait enrichir l'information disponible et potentiellement améliorer les projections futures, en capturant des dimensions complémentaires de la dynamique climatique.

Trois variables intéressantes à considérer sont :

- **Le forçage radiatif total (W/m^2)** : il synthétise l'effet combiné des gaz à effet de serre, des aérosols et du rayonnement solaire. C'est une variable directement liée à la physique du réchauffement climatique.
- **La concentration de CO_2 atmosphérique (ppm)** : fortement corrélée à la température sur le long terme, elle est un indicateur majeur de l'intensité du scénario d'émission associé au modèle climatique.
- **Le volume de glace planétaire (km^3)** : sa diminution est à la fois un indicateur et une conséquence directe du réchauffement global. Suivre son évolution permettrait de conditionner les projections sur une variable lente, intégratrice et globalement mesurée.

L'utilisation conjointe de ces variables, dans une approche multivariée, pourrait permettre de mieux conditionner les projections sur les caractéristiques physiques du climat simulé, et de mieux sélectionner les modèles pertinents au regard de l'évolution climatique observée. Cependant, elles ne seront pas ajoutées à notre étude.

3.6.7 Utiliser la tendance plutôt que la moyenne comme prédicteur

Jusqu'ici, les prédicteurs X utilisés étaient construits à partir de moyennes temporelles des anomalies de température simulées. Une alternative consiste à capturer non plus le niveau moyen, mais la dynamique de changement sur la période choisie c'est à dire la tendance.

La période 2002–2021 est privilégiée pour estimer la tendance, car elle est à la fois suffisamment récente pour refléter les dynamiques climatiques actuelles, et assez proche de la période cible (2090–2099) pour que les tendances simulées restent comparables. De plus, les données observées sur cette période sont plus précises, ce qui renforce la fiabilité du prédicteur calculé.

3.6.8 Kalman avec la tendance comme prédicteur

La méthode de Kalman a également été appliquée en utilisant la *tendance simulée* entre 2002 et 2021 comme prédicteur, au lieu de la moyenne. Cette approche donne une projection future de **5,221 °C** avec une incertitude associée de **1,000 °C**.

La projection obtenue est identique à celle obtenue avec le prédicteur basé sur la moyenne (également 5,221 °C), mais l'incertitude est ici légèrement plus élevée : **1,000 °C** contre **0,896 °C** précédemment. Cette différence peut s'expliquer par une corrélation plus faible entre la pente et les anomalies futures, ou par une dispersion plus importante des tendances simulées d'un modèle à l'autre. Cela réduit la capacité du filtre de Kalman à exploiter efficacement ce prédicteur pour affiner l'estimation. L'incertitude reste inférieure à la référence (**1,036 °C**).

Ces résultats montrent que la tendance constitue une alternative crédible à la moyenne, mais que son efficacité dépend fortement de la structure statistique des données simulées.

3.7 Multivarié

3.7.1 Construction des données multivariées

Pour mettre en œuvre l'approche multivariée, nous choisissons d'utiliser comme prédicteurs l'ensemble des anomalies de température simulées sur une plage temporelle restreinte. Plutôt que de résumer l'évolution passée par une moyenne ou une tendance, cette approche conserve la structure temporelle fine des simulations.

Nous utilisons ici la période **1980–2021** comme fenêtre d'entrée, soit 42 années. Pour chaque modèle climatique, on obtient ainsi un vecteur de 42 valeurs représentant les anomalies simulées au cours de ces années. De même, l'observation réelle forme un vecteur de même dimension.

La variable cible Y reste inchangée : il s'agit de la moyenne des anomalies futures simulées entre **2090** et **2099**.

3.7.2 Régression linéaire régularisée (Ridge)

La régression Ridge est une extension de la régression linéaire classique, adaptée aux contextes multivariés où le nombre de variables explicatives est élevé par rapport au nombre d'observations. Elle introduit une pénalisation sur la norme des coefficients pour éviter le surapprentissage et améliorer la stabilité du modèle.

Appliquée ici à l'ensemble des années 1980–2021 comme prédicteurs, cette méthode fournit une projection de **5,045 °C** avec une incertitude (RMSE) de **0,557 °C**. Ce résultat est significativement plus précis que ceux obtenus avec les méthodes en 1D (autour de 1 °C d'incertitude), tout en s'appuyant sur un plus grand nombre d'informations temporelles.

Contrairement à la régression univariée, qui suppose une relation linéaire simple entre une seule variable (moyenne ou tendance passée) et la température future, la régression Ridge autorise une combinaison linéaire de plusieurs années tout en contrôlant le risque de surparamétrisation. Cela permet d'exploiter efficacement la structure temporelle des données passées.

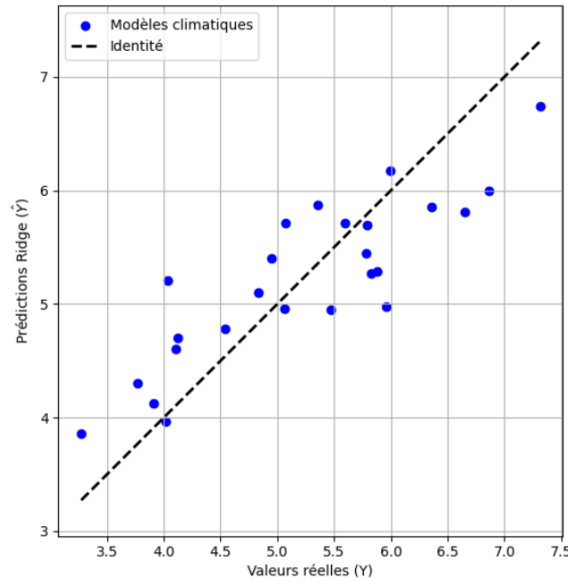


Figure 5: Qualité de l’ajustement du modèle Ridge multivarié. Chaque point représente un modèle climatique, positionné selon sa valeur réelle Y (anomalie moyenne entre 2090 et 2099) et la prédiction correspondante \hat{Y} . La ligne en pointillés correspond à l’identité $Y = \hat{Y}$: plus les points sont proches de cette diagonale, meilleure est la capacité prédictive du modèle.

3.7.3 Régression par forêts aléatoires (Random Forest)

La méthode des forêts aléatoires est un modèle non linéaire qui permet de capturer des relations complexes et non linéaires entre les variables explicatives et la cible, sans faire d’hypothèse forte sur la forme fonctionnelle de la relation.

En utilisant les 42 années comprises entre 1980 et 2021 comme prédicteurs, la régression Random Forest aboutit à une projection de **5,416 °C** avec une incertitude expérimentale (RMSE) de seulement **0,282 °C**, soit l’estimation la plus précise obtenue parmi toutes les méthodes testées.

Comparée aux approches unidimensionnelles linéaires (régression ou Kalman), cette méthode offre de meilleures performances, car elle exploite les interactions non linéaires entre les années, sans supposer de relation directe entre passé et futur. Elle reste cependant plus opaque à interpréter et nécessite un réglage de ses hyperparamètres (nombre d’arbres, profondeur maximale, etc.) pour garantir sa stabilité. Ici, ceux-ci ont été fixés à des valeurs standards : *100 arbres* et une *profondeur libre*, afin d’obtenir une première estimation robuste sans optimisation spécifique.

3.7.4 Régression par k plus proches voisins (k-NN)

La régression par k plus proches voisins est une méthode non paramétrique qui estime la valeur cible d’un nouvel échantillon en moyennant les valeurs des k observations les plus proches dans l’espace des prédicteurs. Elle ne repose sur aucune hypothèse de linéarité ou de forme fonctionnelle, ce qui la rend flexible mais potentiellement sensible à la distribution des données.

Appliquée sur les 42 années passées (1980–2021), la méthode k -NN avec $k = 3$ fournit une projection de **5,575 °C**, avec une incertitude associée (RMSE) de **0,645 °C**, traduisant une capacité de généralisation correcte mais limitée par la faible taille de l’échantillon (25 modèles).

Contrairement aux méthodes linéaires, k -NN ne produit pas de coefficients interprétables, et sa performance dépend fortement du choix de k ainsi que de la métrique de distance utilisée. Dans notre cas, la méthode reste compétitive, tout en étant simple à mettre en œuvre. Avec seulement 25 modèles, prendre un k trop grand rend la prédiction trop proche de la moyenne globale et donc la méthode s’apparente à la régression linéaire univariée.

3.7.5 Problème de surparamétrisation en multivarié

L’application directe d’une régression linéaire multivariée sur les 42 années comprises entre 1980 et 2021 a conduit à une projection de **5,605 °C**, avec une incertitude associée nulle. Cette régression a été paramétrée en utilisant les anomalies simulées année par année comme variables explicatives, soit une

matrice d'entrée de dimension 25×42 , et une variable cible correspondant à la moyenne simulée entre 2090 et 2099.

Le résultat obtenu est irréaliste et s'explique par un phénomène de *surparamétrisation* : le nombre de variables explicatives (42) dépasse le nombre d'observations (25 modèles climatiques), ce qui rend l'estimation de la variance résiduelle instable voire mathématiquement invalide. Le modèle ajuste parfaitement les données d'entraînement (erreur nulle), mais cette "précision" est trompeuse et traduit un *surapprentissage*, c'est-à-dire une perte totale de capacité à généraliser.

À titre de comparaison, la régression univariée effectuée précédemment avec la moyenne comme unique prédicteur fournissait des projections cohérentes, avec une incertitude réaliste autour de **1,097 °C**. Bien que ces modèles soient plus simples, ils reposent sur des hypothèses plus robustes (relation linéaire scalaire, variance résiduelle bien définie) et évitent les problèmes liés à la faible taille d'échantillon. Cela montre qu'en contexte multivarié, une réduction préalable de dimension est indispensable.

3.8 Réduction de dimension

Dans l'approche multivariée, un trop grand nombre de prédicteurs peut conduire à un surapprentissage, notamment lorsque le nombre de variables explicatives dépasse le nombre d'observations. Pour pallier ce problème, plusieurs techniques de réduction de dimension peuvent être envisagées :

- **ACP (Analyse en Composantes Principales)** : méthode de *feature extraction* qui transforme les prédicteurs d'origine en un nouveau système de variables non corrélées (les composantes principales), ordonnées selon leur importance dans la variance expliquée. Seules les premières composantes sont conservées, ce qui permet de réduire la dimension tout en capturant l'essentiel de l'information.
- **Feature selection par variance** : méthode simple de *feature selection* consistant à conserver uniquement les variables (années) dont la variance inter-modèle est la plus élevée. Ces années sont potentiellement plus informatives car elles révèlent une plus grande variabilité dans les simulations.
- **Sélection par corrélation avec la cible** : une autre approche de *feature selection* consiste à calculer, pour chaque année passée, la corrélation avec la variable cible (la température moyenne future), et à ne conserver que les années les plus corrélées. Cela permet de garder uniquement les prédicteurs qui semblent avoir un lien direct avec ce que l'on souhaite estimer.

Ces techniques visent toutes à construire un sous-ensemble plus compact, plus informatif et moins redondant de variables explicatives, afin d'améliorer la stabilité et la performance des méthodes de projection.

3.8.1 Réduction de dimension par ACP

Afin de réduire la dimension du problème tout en conservant l'essentiel de l'information contenue dans les années passées (1980–2021), nous avons appliqué une Analyse en Composantes Principales (ACP) normée. Cette méthode consiste à transformer les variables d'entrée en un nouveau système de coordonnées, les composantes principales, qui sont des combinaisons linéaires orthogonales des années d'origine.

L'ACP a été réalisée après standardisation des variables : chaque année a été centrée et réduite afin d'avoir une moyenne nulle et un écart-type unitaire. Cela permet de ne pas privilégier les années présentant une forte variabilité absolue, et garantit que l'analyse se fonde sur les corrélations structurelles entre années. L'objectif est de conserver un nombre réduit de composantes expliquant une grande partie de la variance totale, afin d'utiliser ces résumés comme nouveaux prédicteurs pour les méthodes de projection.

La matrice des corrélations permet de visualiser la similarité statistique entre les années simulées : chaque case indique dans quelle mesure deux années données sont corrélées entre elles, en s'appuyant sur les variations d'anomalies simulées par les différents modèles climatiques.

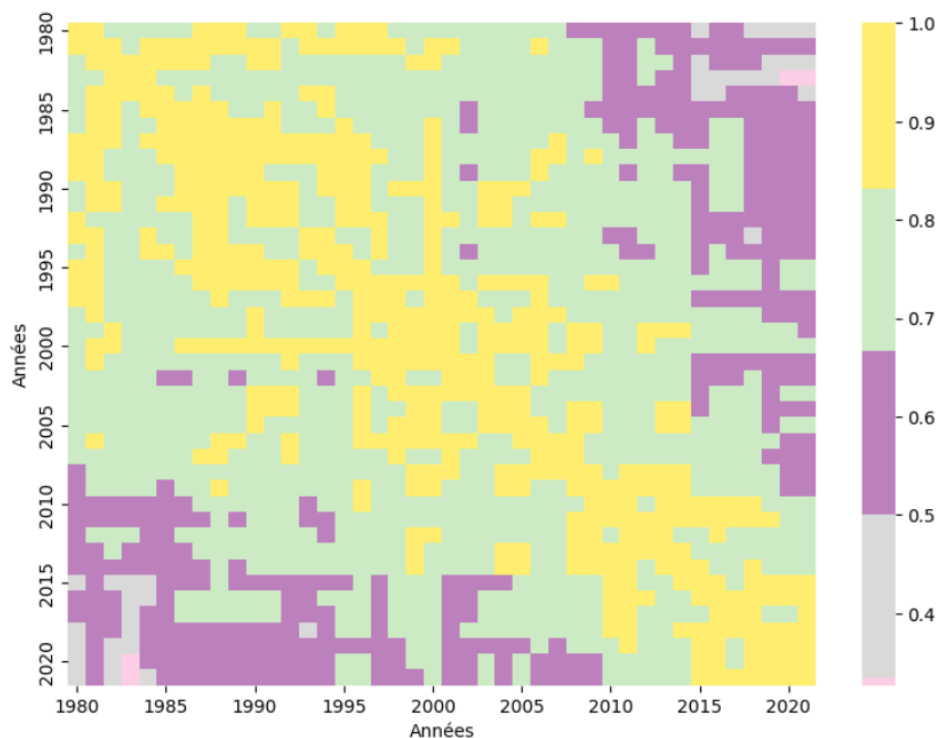


Figure 6: Matrice de corrélation entre les anomalies simulées de température annuelle (1980–2021).

La matrice de corrélation révèle une forte redondance entre de nombreuses années, en particulier entre celles situées avant les années 2000, qui présentent des corrélations élevées à très élevées (zones vertes à jaunes). Cela suggère que ces années véhiculent une information climatique très similaire, renforçant l'idée d'une évolution cohérente entre modèles sur cette période.

Les années plus récentes (notamment après 2010) présentent également des corrélations élevées entre elles, ce qui peut s'expliquer par la mise en place progressive d'un scénario socio-économique (SSP) commun dans les simulations climatiques.

En revanche, la zone en bas à gauche de la figure (couleurs violette à grise) montre que les années récentes sont très peu corrélées avec les années plus anciennes (avant 1995). Cette rupture suggère un possible changement de tendance dans les modèles climatiques, ou une transition entre deux régimes simulés, reflétant peut-être l'entrée dans un scénario SSP plus contrasté.

3.8.2 Données après réduction par ACP

Pour sélectionner le nombre de composantes principales à retenir, nous avons utilisé le critère de la *variance expliquée cumulée* : il s'agit de conserver le plus petit nombre de composantes permettant de restituer une part suffisante de la variance totale des données. Dans notre cas, les cinq premières composantes principales expliquent à elles seules plus de 91 % de la variance, ce qui constitue un compromis pertinent entre fidélité de la représentation et réduction de dimension. Nous avons donc retenu **5 composantes principales**.

Les nouvelles données obtenues forment une matrice de taille 25×5 , où chaque ligne correspond à un modèle climatique projeté dans l'espace réduit, et chaque colonne à une composante principale. L'observation réelle est également projetée dans ce même espace réduit.

3.8.3 Sélection d'une composante après ACP

Une fois les données projetées sur les cinq premières composantes principales (issues de l'ACP), nous avons cherché à simplifier davantage le problème en ne retenant qu'un seul axe comme prédicteur. Deux critères de sélection ont été testés :

- **La variance inter-modèle**, qui favorise la composante la plus informative au sens de la dispersion des modèles. Cette méthode a conduit à sélectionner la **première composante principale**

(**PC1**), qui est, par construction, celle qui explique la plus grande part de la variance totale (environ 76 %).

- **La corrélation avec la cible Y** , qui favorise la composante la plus prédictive des anomalies futures. Ce critère a conduit à retenir la **deuxième composante principale (PC2)**, qui présente une corrélation de **0,591** avec la température moyenne simulée entre 2090 et 2099.

Ces deux projections réduites seront utilisées dans la suite pour effectuer des prédictions univariées qui seront analysées.

3.9 Approches univariées après sélection de variable

3.9.1 Régression linéaire

Analyse de la projection sur PC1. La projection réalisée à partir de la composante principale PC1 donne lieu à un modèle de régression $Y = 0,071 X + 5,221$, avec une estimation finale de **5,362 °C** pour l'observation réelle.

L'incertitude associée à cette prédiction est relativement faible : **0,212 °C**, ce qui représente une nette amélioration par rapport à la régression initiale sur la moyenne passée (incertitude de 1,097 °C) mais aussi sur l'incertitude de référence(1,036 °C).

En revanche, le coefficient de détermination $R^2 = 0,145$ reste modeste. Cela indique que la variance de Y expliquée par cette projection est limitée, même si elle est supérieure à celle du premier modèle ($R^2 = 0,019$). Ainsi, la projection sur PC1 améliore la stabilité de la prédiction sans pour autant capturer pleinement la variabilité inter-modèle de la cible.

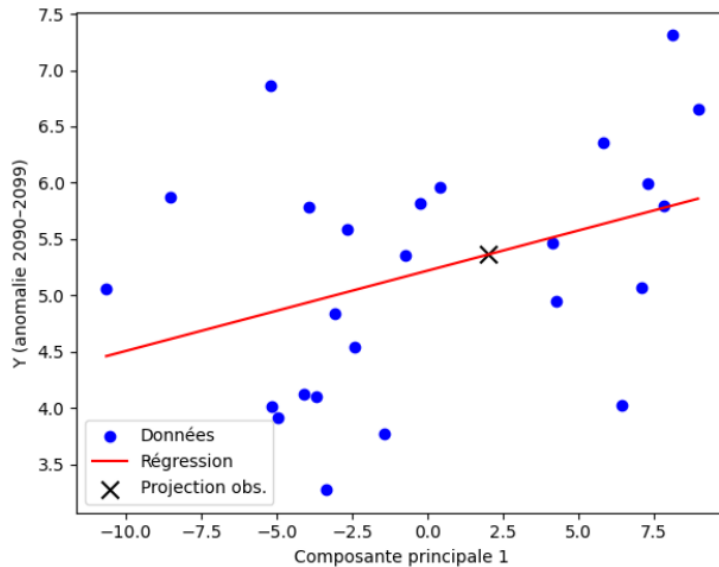


Figure 7: Régression linéaire entre la première composante principale (PC1) et l'anomalie future (2090-2099). Chaque point représente un modèle climatique, la croix noire correspond à la projection effectuée à partir de l'observation réelle.

La Figure 7 illustre la relation entre la première composante principale et la cible. Bien que la tendance soit globalement croissante, la dispersion des points autour de la droite de régression reste importante. Cela confirme un pouvoir prédictif modéré (coefficient $R^2 = 0,145$). Néanmoins, la projection réalisée à partir de l'observation (croix noire) s'inscrit dans le prolongement de cette tendance, avec une incertitude réduite, ce qui démontre une certaine robustesse du modèle malgré la variance résiduelle non négligeable.

Analyse de la projection sur PC2. La régression linéaire sur la deuxième composante principale (PC2), choisie pour sa forte corrélation avec la variable cible Y , aboutit à une projection de **4,576 °C**, avec une incertitude associée de **0,253 °C**. Le modèle ajusté est $Y = 0,333 X + 5,221$, avec un coefficient de détermination de **$R^2 = 0,350$** .

Ces résultats traduisent une amélioration significative par rapport à la régression linéaire univariée de référence (sur la moyenne entre 1950 et 2000), qui atteignait une projection de **5,298 °C**, une incertitude de **1,097 °C** et un pouvoir explicatif très faible ($R^2 = 0,019$).

Ici, la composante PC2, issue d'une combinaison optimale d'années corrélées avec Y , permet de mieux capturer la tendance entre passé et futur simulé, tout en réduisant fortement l'incertitude. Cela montre l'intérêt d'une projection sur un axe synthétique bien corrélé plutôt que sur une simple moyenne temporelle.

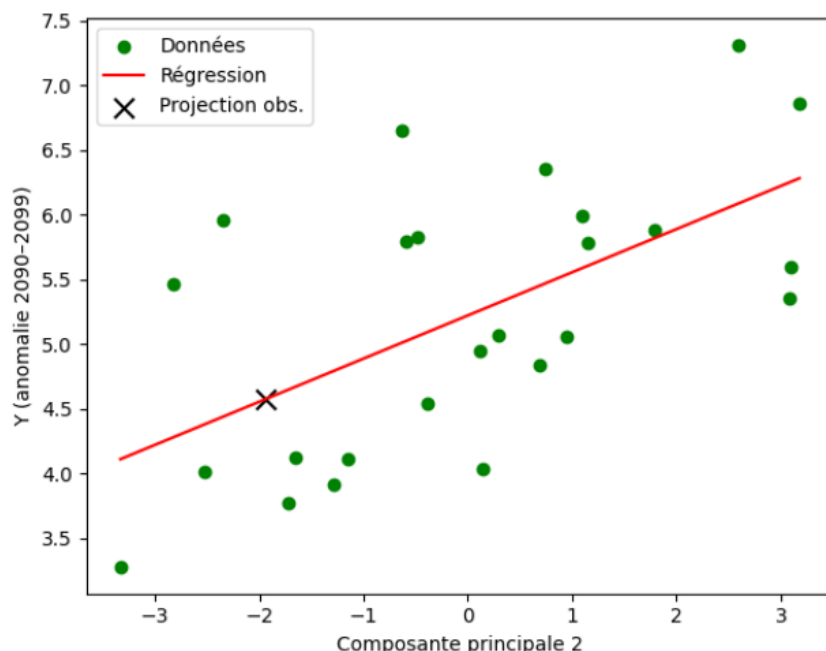


Figure 8: Régression linéaire entre la composante principale 2 (PC2) et l'anomalie moyenne simulée sur la période 2090–2099. Chaque point vert représente un modèle climatique. La droite rouge correspond à la régression ajustée, et la croix noire indique la projection obtenue à partir de l'observation réelle projetée sur PC2.

Le nuage de points montre une tendance plus nette que celle observée avec la moyenne historique (cf. Figure 2), comme en témoigne l'alignement plus resserré autour de la droite de régression. Cette amélioration est également quantifiée par un coefficient de détermination plus élevé ($R^2 = 0,350$). La projection observée (croix noire) se situe dans la continuité de cette tendance, ce qui renforce la cohérence de la prédiction issue de cette projection multivariée.

3.9.2 Moyenne pondérée

La méthode de moyenne pondérée reste applicable quel que soit le prédicteur utilisé. Toutefois, lorsque ce dernier résulte d'une transformation comme l'ACP, son interprétation devient moins directe : les distances employées pour évaluer la performance ou l'indépendance n'ont plus de signification physique claire. Dans ce contexte, nous choisissons de ne pas poursuivre avec cette méthode et de nous concentrer sur l'approche par One-step Kalman.

3.9.3 Kalman

Analyse de la projection sur PC1 L'application du filtre de Kalman sur la composante principale PC1, extraite par analyse en composantes principales (ACP), donne une projection de **5,358 °C** avec une incertitude associée de **0,978 °C**.

Cette estimation est plus élevée que celle obtenue par Kalman sur la température moyenne passée classique (**5,224 °C**), et son incertitude est légèrement plus faible que celle du Kalman de référence (**1,048 °C**). Elle reste également inférieure à l'incertitude de la moyenne multi-modèle brute (**1,036 °C**).

Cela montre que l'utilisation d'une variable synthétique, ici la PC1, permet une réduction de l'incertitude sans perte notable de cohérence avec les projections précédentes. Cette amélioration suggère que cette

composante principale capte efficacement une partie structurante de l'information passée utile à la prédiction.

Analyse de la projection sur PC2 L'application de la méthode de Kalman à la composante principale PC2 donne une projection de **4,732 °C**, avec une incertitude associée de **0,853 °C**.

Cette incertitude est significativement inférieure à celle obtenue avec Kalman sur la température moyenne classique (**1,048 °C**), et également en dessous de l'incertitude de référence de la moyenne multi-modèle brute (**1,036 °C**). En revanche, la projection elle-même est notablement plus basse que celle obtenue dans les autres approches.

Ce résultat illustre que PC2, bien qu'ayant une corrélation plus forte avec la cible Y , induit une estimation plus éloignée de la moyenne multi-modèle mais avec une incertitude réduite. Cela suggère un compromis entre biais et variance, la méthode exploitant une information jugée plus informative mais potentiellement plus spécifique.

Conclusion sur la réduction de variable

La réduction de dimension par ACP appliquée aux températures passées a permis d'améliorer les performances prédictives des différentes méthodes testées, tout en conservant une bonne cohérence avec les estimations précédentes. Comparée à la stratégie initiale basée sur la moyenne entre 1950 et 2000, cette approche offre une représentation plus synthétique et structurée de l'information passée.

Bien que l'intervalle temporel utilisé pour l'ACP (1980–2021) diffère de celui de la moyenne de référence, les composantes principales extraites capturent les directions de variance les plus significatives entre modèles, ce qui améliore la capacité à discriminer les comportements futurs. En particulier, les méthodes conditionnelles comme la régression linéaire ou le filtre de Kalman bénéficient d'une réduction d'incertitude et d'un pouvoir explicatif renforcé. Cette approche montre donc l'intérêt d'utiliser des prédicteurs construits de manière multivariée plutôt que des moyennes fixes, potentiellement moins informatives.