৪-৬ শেল মডেল (Shell model)

৪-৬.১ নিউক্লিয় শেল মডেলের প্রয়োজনীয়তা (Necessity of the Nuclear shell model)

নিউক্লিয়াসের যে সকল ধর্ম ও প্রতিভাসের প্রেক্ষিতে নিউক্লিয় শেল মডেল (Nuclear shell model) প্রস্তাব করা হয়, তাদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য কয়েকটি নিম্নে দেওয়া হলো।

i) সকল জোড় জোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় (Ground state) $J^{\pi} = 0^{+}$। এর কোনও ব্যতিক্রম নেই।

ii) সকল বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় মোট কৌণিক ভরবেগ (Total angular momentum) J, যাকে শুধু স্পিন (Spin) বলেও আখ্যায়িত করা হয়, হচ্ছে $\hbar$ এর সার্ধ গুণিতক, অর্থাৎ $J = (n+1/2)\ \hbar$, n= পূর্ণসংখ্যা (শূন্যসহ)। এ নিয়মেরও ব্যতিক্রম দেখা যায় নি।

iii) সকল বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় J মান হচ্ছে $\hbar$ এর পূর্ণ গুণিতক। পরীক্ষণ-লব্ধ এ ফলেরও ব্যতিক্রম লক্ষিত হয়নি।

iv) আইসোমারিক নিউক্লিয়াসের (Isomeric nuclei) অস্তিত্ব রয়েছে। এসব নিউক্লিয়াস পর্যায় সারণীতে (Periodic table) এক স্থানে কিংবা বিক্ষিপ্তভাবে যত্রতত্র ছড়িয়ে না থেকে এই সারণীর বিশেষ বিশেষ অঞ্চলে জড়ো হয়ে থাকে। এসব অঞ্চলকে বলা হয় আইসোমার দ্বীপ (Islands of isomers)।

Scanned with CamScanner

v) নিউক্লিয়াসের মোট কৌণিক ভরবেগ J এর সাথে এর চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক (Magnetic dipole moment) μ এর প্রত্যক্ষ সম্পর্ক রয়েছে।

vi) ম্যাজিক নিউক্লিয়াসের (Magic nuclei) অস্তিত্ব শেল মডেল প্রস্তাবনার স্বপক্ষে সম্ভবতঃ সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ যুক্তি। দেখা গেছে যে, নিউট্রন সংখ্যা N বা প্রোটন সংখ্যা Z এর বিশেষ মান, যথা N বা Z = 2,8, 20, 28, 50, 82 এবং 126, থাকলে ঐ নিউক্লিয়াস সমূহ অত্যন্ত স্থিতিশীল হয়। এ সংখ্যাগুলিকে ম্যাজিক সংখ্যা (Magic number) বলে অভিহিত করা হয়। ম্যাজিক গুণের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নে দেওয়া হলো।

শেল পূর্ণতার সাথে নিউক্লিয়াসের স্থিতিশীলতা অঙ্গাঙ্গিভাবে জড়িত। সকল মৌলিক পদার্থের মধ্যে Sn (Z = 50) এর সর্বাধিক সংখ্যক (দশটি) স্থিতিশীল আইসোটোপ রয়েছে। এগুলো হচ্ছে $^{112, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124}Sn$। অন্যদিকে এর প্রতিবেশী দুটো মৌল In (Z=49) এবং Sb (Z=51) এর প্রত্যেকটির আছে মাত্র দুটো করে স্থিতিশীল আইসোটোপ ($^{113, 115}In$ এবং $^{121, 123}Sb$)। N = 50 এবং N = 82 বিশিষ্ট স্থিতিশীল আইসোটোনের সংখ্যা হচ্ছে যথাক্রমে ছয় এবং সাত। Ca (Z = 20) এর স্থিতিশীল আইসোটোপের সংখ্যা হচ্ছে ছয়, আর K (Z=19) এবং Sc (Z=21) এর যথাক্রমে তিনটি ও মাত্র একটি। N = 20 বিশিষ্ট স্থিতিশীল আইসোটোনের সংখ্যা হচ্ছে পাঁচটি (^{36}S, ^{37}Cl, ^{38}Ar, ^{39}K এবং ^{40}Ca)। অথচ, 19 কিংবা 21 নিউট্রন সংখ্যা বিশিষ্ট একটিও স্থিতিশীল নিউক্লিয়াসের অস্তিত্ব নেই। এ ধরনের আরও উদাহরণ দেওয়া যেতে পারে, যা থেকে ম্যাজিক সংখ্যার ধারণার (প্রোটন ও নিউট্রন উভয়ের জন্য) সৃষ্টি হয়েছে। দীর্ঘ দিন ধরে ব্যাপারটির কোনও গ্রহণযোগ্য ব্যাখ্যা পাওয়া যাচ্ছিল না।

ম্যাজিক সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের প্রথম উত্তেজিত স্তরের উত্তেজন শক্তি প্রতিবেশী নিউক্লিয়াসের উত্তেজন শক্তির চাইতে অনেক বেশি।

নিউট্রন সংখ্যা 20, 50, 82 এবং 126 বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের নিউট্রন গ্রাস প্রস্থচ্ছেদ (Neutron capture cross section) অত্যন্ত কম। $^{207}Pb(n,\gamma)$ প্রস্থচ্ছেদ $^{208}Pb(n,\gamma)$ প্রস্থচ্ছেদের হাজার গুণ বেশি। দ্বি-ম্যাজিক নিউক্লিয়াস (Doubly magic nuclei) যথা $^{4}_{2}He$, $^{16}_{8}O$, $^{40}_{20}Ca$, $^{48}_{20}Ca$ এবং $^{208}_{82}Pb$ অত্যন্ত দৃঢ়ভাবে বদ্ধ।

Scanned with CamScanner

উল্লেখ্য, দ্বি-ম্যাজিক নিউক্লিয়াস $^{208}_{82}Pb$ হচ্ছে সর্বাপেক্ষা ভারী স্থিতিশীল নিউক্লিয়াস। যে সকল বিশেষ প্রোটন সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের তড়িৎ চতুর্মেরু ভ্রামক (Electric quadrupole moment) শূন্য বা প্রায় শূন্য, তাদের মধ্যে Z = 40 ব্যতীত অন্য সব গুলিই ম্যাজিক সংখ্যা।

নিউট্রন ম্যাজিক সংখ্যা বিশিষ্ট এবং প্রোটন ম্যাজিক সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াস সমূহে যথাক্রমে নিউট্রন পৃথকীকরণ শক্তি (Separation energy) এবং প্রোটন পৃথকীকরণ শক্তি হঠাৎ করে বৃদ্ধি প্রাপ্ত হয়। পরমাণুর ক্ষেত্রেও অনুরূপ বিচ্ছিন্নতা (Discontinuity) পরিলক্ষিত হয় নিষ্ক্রিয় গ্যাসের (Inert gas) আয়নন বিভবে (Inoization potential)। নিষ্ক্রিয় গ্যাসে ইলেকট্রন আয়নন বিভবও হঠাৎ করেই বৃদ্ধিপ্রাপ্ত হয় এবং প্রতিভাসটি (Phenomenon) ইলেকট্রনের প্রধান প্রধান শেল পূর্ণতার (Completeness) সাথে সম্পর্কযুক্ত।

এসব তথ্য থেকে স্পষ্টই প্রতীয়মান হয় যে, নিউক্লিয়ন সমূহের ম্যাজিক সংখ্যা নিউক্লিয়াসেও অনুরূপ শেল পূর্ণতা, তথা শেল গঠনের ইঙ্গিত করে।

৪-৬.২ নিউক্লিয় শেল মডেলের অনুমিতি (Assumptions of the nuclear shell model)

নিউক্লিয় শেল মডেলের প্রধান অনুমিতিসমূহ (Assumptions) নিম্নরূপ।

i) নিউক্লিয়াসে অভিন্ন নিউক্লিয়ন সমূহ জোড়ায় জোড়ায় তাদের স্পিন বাতিল করে। অর্থাৎ জোড়া-বাঁধা নিউক্লিয়ন সমূহের লব্ধি স্পিন শূন্য মানের হয়।

ii) উপেরোক্ত জোড়া-বাঁধা নিউট্রন ও প্রোটন সমূহ পরস্পর মিলে একটি নিষ্ক্রিয় কোর (Inert core) সৃষ্টি করে। এ কোরটির মোট কৌণিক ভরবেগ (Total angular momentum) হচ্ছে স্পষ্টতই শূন্য। নিউক্লিয়াসের কোন নিরীক্ষণযোগ্য (Observable) বা পরিমাপযোগ্য গুণাবলীতে (Measurable properties) কোরের কোনও অবদান নেই। তবে এটি কোর-বহির্ভূত একটি বা একাধিক নিউক্লিয়নের জন্য প্রয়োজনীয় বিভব সৃষ্টি করে। এ বিভবকে শেল মডেল বিভব (Shell model potential) বা একক কণিকা বিভব (Single particle potential) বলে অভিহিত করা হয়।

iii) কোর-বহির্ভূত নিউক্লিয়নটি (বা একাধিক নিউক্লিয়ন সমূহ) কোরের সাধারণ বিভবে 'স্বাধীনভাবে' ('Independently') নির্দিষ্ট কক্ষপথে গতিশীল থাকে।

Scanned with CamScanner

iv) একটি নিউক্লিয়াসের যাবতীয় ধর্ম হচ্ছে কোর-বহির্ভূত নিউক্লিয়নের বিশেষ বিশেষ ধর্ম থেকে উদ্ভূত। কোর-বহির্ভুত নিউক্লয়নকে যোজন নিউক্লিয়ন (Valence nucleon) বলে অভিহিত করা হয়। সম্পূর্ণ নিউক্লিয়াসে কেবলমাত্র এটিই (বা এ কয়টি) হচ্ছে সক্রিয় (Active)।

৪-৬.৩ শেল মডেল বা একক কণিকা বিভব (Shell model or single particle potential)

নিষ্ক্রিয় পরমাণু সমূহের সাথে (He, Ne, Ar ইত্যাদি) ম্যাজিক সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের সাদৃশ্যের কথা ৪-৬.১ নং উপ-অনুচ্ছেদে উল্লেখ করা হয়েছে। এ সাদৃশ্য থেকেই নিউক্লিয় শেল মডেলের প্রস্তাব করা হয়। ১৯৩৩ সনে বার্টলেট (J.H.Bartlett) প্রমুখ সর্বপ্রথম এ প্রস্তাব রাখেন। তবে, প্রস্তাবিত মডেলের দুটি প্রধান অসুবিধা থাকায় মডেলটি তেমন গুরুত্ব সহকারে বিবেচিত হয়নি। পরে (১৯৪৮-৪৯ সনে) মারিয়া মেয়ার (Maria G. Mayer), হ্যাক্সেল (O. Haxel), জেনসেন (J. H. D. Jensen) এবং সুয়েস্ (H. E. Suess) দেখালেন কিভাবে অসুবিধা দূর করা সম্ভব। তখন থেকেই প্রকৃত পক্ষে নিউক্লিয় শেল মডেলের উৎপত্তি ও বিকাশ, এ কথা বলা চলে। দুটো প্রধান অসুবিধা বা সমস্যা হচেছ শেল মডেল বিভব (Shell model potential) ও নিউক্লিয় পদার্থের অস্বাভাবিক উচ্চ ঘনত্ব।

পরমাণুর ক্ষেত্রে ইলেকট্রন সমূহ নিউক্লিয়াস থেকে নিউক্লিয়াসের আকারের (ব্যাসার্ধের) তুলনায় বহু দূরে অবস্থিত। ইলেকট্রন সমূহ যে কেন্দ্রীন বিভবের (Central potential) অধীনে চলে সেটি নিউক্লিয়াসের ধনাত্মক তড়িৎ আধান-উদ্ভূত কুলম্ব বিভব (Coulomb potential)। এটি পদার্থ বিদ্যায় বহুল আলোচিত এবং সুপ্রতিষ্ঠিত একটি বিভব। এ বিভবের অধীনে ইলেকট্রন সমূহ মুক্ত স্থানে (Free space) একে অন্যের দ্বারা প্রভাবিত না হয়ে 'স্বাধীনভাবে' ('Independently') নিজ নিজ নির্দিষ্ট কক্ষপথে (Orbit) নিউক্লিয়াসের চতুষ্পার্শ্বে পরিভ্রমণ করে। 'স্বাধীন' গতি বলতে অন্যান্য ইলেকট্রনের উপস্থিতি পরস্পরের কক্ষপথকে প্রভাবিত না করা এরূপ বুঝানো হচ্ছে। অন্যদিকে নিউক্লিয়াসে এ ধরনের কোনও বিভব অনুপস্থিত এবং নিউক্লিয় পদার্থের ঘনত্ব হচ্ছে 10^{17} kg m^{-3} (প্রায়)। এ প্রকার ঘন মাধ্যমে পারস্পরিক সংঘর্ষ এড়িয়ে সুনির্দিষ্ট কক্ষপথ কল্পনা করা দুঃসাধ্য। তবে, পাউলির বর্জন নীতির (Pauli's exclusion principle) ফলে পারস্পরিক সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব (৪-২ নং অনুচ্ছেদ)। আর, পূর্ববর্তী উপ-অনুচ্ছেদে (৪-৬.২ নং উপ-অনুচ্ছেদ) নিষ্ক্রিয় কোর-উদ্ভূত যে বিভবের কথা বলা হয়েছে, তা হচ্ছে কোর-অন্তর্ভুক্ত নিউক্লিয়ন সমূহের সাথে কোর-বহির্ভূত নিউক্লিয়নের এক ধরনের গড় বিভব। কিন্তু

Scanned with CamScanner

বিভবটি কি প্রকার হবে তা জানা না থাকায় নিম্নলিখিত সম্ভাব্য বিভব সমূহ বিবেচনা করা হয়।

এসব বিভবের জন্য শ্রয়ডিঙ্গার সমীকরণের (Schrodinger equation) সমাধান নির্ণয় পদ্ধতি কোয়ান্টাম বলবিদ্যার পুস্তকে দেওয়া আছে। তাই, সমাধান প্রক্রিয়া এখানে বিবেচনা করা হচ্ছে না। পরমাণুতে ইলেকট্রন সমূহের মধ্যে পারস্পরিক বিভব অনুপস্থিত এ অনুমিতি (Assumption) থেকেই নিউক্লিয়াসের কুলম্ব বিভবের জন্য পরমাণুতে ইলেকট্রনের কক্ষপথ নির্ণয় করা হয়। নিউক্লিয় শেল মডেলেও অনুরূপভাবে কোর বহির্ভূত নিউক্লিয়ন সমূহের মধ্যে এবং কোরের অন্তর্ভুক্ত নিউক্লিয়ন সমূহের সাথে পৃথকভাবে কোর-বহির্ভূত নিউক্লিয়নের মিথস্ক্রিয়া অনুপস্থিত এ অনুমিতি থেকে কেবলমাত্র কোরের গড় বিভবে নিউক্লিয়নের কক্ষপথ (Orbit) বা শেল (Shell) বিবেচনা করা হয়।

i) ছন্দিত স্পন্দক বিভব (Harmonic oscillator potential)

বিভবটি হচ্ছে

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \qquad (৪-৩৯)$$

এখানে V_0 হচ্ছে বিভবের গভীরতা (Depth) বা প্রাবল্য (Strength) এবং ω হচ্ছে স্পন্দকের কৌণিক কম্পাংক।

ii) বর্গাকৃতি বিভব (Square well potential)

বিভবটির গাণিতিক রূপ নিম্ন প্রকার

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_0, r < R \\ &= 0, r > R \end{aligned} \qquad (৪-৪০)$$

V_0 দ্বারা বিভবের প্রাবল্য এবং R দ্বারা বিভবের পাল্লা (Range) প্রকাশ করা হচ্ছে।

iii) উড্‌স-স্যাক্সন বিভব (Woods-Saxon potential)

উড্‌স-স্যাক্সন বিভব নিম্নরূপ

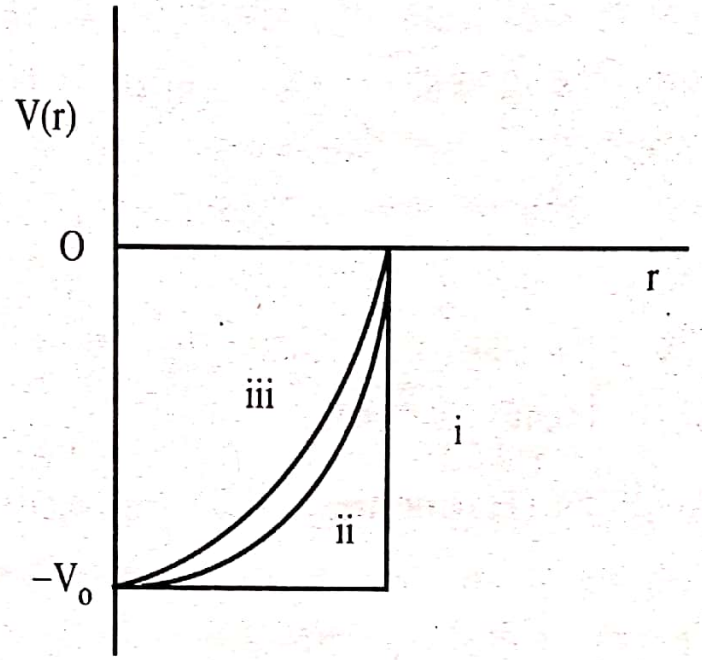
$$V(r) = -V_0 f(r)$$

$$f(r) = \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1} \qquad (৪-৪১)$$

Scanned with CamScanner

V_0 হচ্ছে পূর্ববৎ বিভবের গভীরতা, R = বিভবের পাল্লা (Range) বা অর্ধ-বিভব ব্যাসার্ধ (Half-way radius) এবং a = বিভবের ব্যপনন (Diffuseness)।

বিভব তিনটির ধারণা পাওয়া যাবে ৪-৭ নং চিত্র থেকে। উড্স-স্যাক্সন বিভবটি বাকি দুটোর মাঝারি ধরনের এবং প্রকৃতপক্ষে অধিক বাস্তবসম্মত।



চিত্র নং ৪-৭ সম্ভবপর বিভিন্ন শেল মডেল বিভবের নক্সা।

i) বর্গাকৃতি বিভব, ii) উড্স্-স্যাক্সন বিভব এবং iii) ছন্দিত স্পন্দক বিভব।

৪-৬.৪ ছন্দিত স্পন্দক বিভব (Harmonic oscillator potential)

এ ক্ষেত্রে অরীয় তরঙ্গ সমীকরণটি (Radial wave equation) নিম্নরূপ

$$\frac{d^2u_{nl}(r)}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E_{nl} - V(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right] u_{nl}(r) = O \qquad (৪\text{-}৪২)$$

এখানে m হচ্ছে নিউক্লিয়নের হ্রাসকৃত ভর (Reduced mass) এবং V(r) হচ্ছে ছন্দিত স্পন্দক বিভব (Harmonic oscillator potential) এবং ৪-৩৯ নং সম্পর্ক দ্বারা প্রকাশিত। ৪-৪২ নং সমীকরণটির সমাধান হচ্ছে

$$u_{nl}(r) = N_O \exp\left(\frac{1}{2}\nu r^2\right) r^{l+1} \upsilon_{nl}(r)$$

এখানে $\nu = m\omega/\hbar$, ω হচ্ছে স্পন্দকের কৌণিক কম্পাংক এবং $\upsilon_{nl}(r)$ হচ্ছে সংযুক্ত লাগের পলিনমিয়াল (Associated Laguerre polynomial), অর্থাৎ

Scanned with CamScanner

$$\upsilon_{nl}(r) = \mathbf{L}_{n+l-1/2}^{l+1/2}(\nu r^2)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k 2^k \binom{n-1}{k} \frac{(2l+1)!!}{(2l+2k+1)!!} (\nu r^2)^k$$

শক্তি আইগেনমান (Energy eigenvalue) হচ্ছে

$$E_{Nl} = E_{nl} = (N+3/2)\ \hbar\omega \qquad (৪\text{-}৪৩)$$

এখানে

$$N = 2n + l - 2 \qquad (৪\text{-}৪৪)$$

N হচ্ছে স্পন্দক কোয়ান্টাম সংখ্যা (Oscillator quantum number) এবং N = O, 1, 2, 3, ... ইত্যাদি। N = O স্পন্দকের ভূমি স্তর প্রকাশ করছে এবং N = 1, 2, 3, ... ইত্যাদি যথাক্রমে ছন্দিত স্পন্দক বিভবের অধীনে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ইত্যাদি শক্তি স্তর প্রকাশ করে এবং $l \leq N$।

এখন ৪-৪৪ নং সম্পর্ক থেকে দেখা যাচ্ছে যে একটি অবস্থার জন্য N এবং l হচ্ছে উভয়টিই জোড়, কিংবা উভয়টিই বিজোড়।

ছন্দিত স্পন্দক বিভবের (Harmonic oscillator potential) অধীনে নিউট্রন বা প্রোটনের (অর্থাৎ অভিন্ন নিউক্লিয়নের) বিভিন্ন অবস্থাকে (State) তথা শক্তি স্তরকে (Energy level) (N,l) বা (n,l) দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। উল্লেখ্য যে, পরমাণবিক পদার্থবিদ্যায় শক্তি স্তর সমূহকে (N,l) দ্বারা এবং নিউক্লিয় পদার্থ বিদ্যায় শক্তি স্তর সমূহকে সাধারণতঃ (n,l) দ্বারা (কখনও (N,l) দ্বারা) প্রকাশ করা হয়। কক্ষীয় কৌণিক কোয়ান্টাম সংখ্যা (Orbital angular quantum number) l এর জন্য পাউলির বর্জন নীতি (Pauli's exclusion principle) অনুসারে (n,l) দ্বারা চিহ্নিত নিউক্লিয় শক্তিস্তরটি $2(2l+1)$ সংখ্যক অভিন্ন নিউক্লিয়ন দ্বারা পূর্ণ হতে পারে।

আলোচ্য বিভবের অধীনে নিম্নলিখিত অবস্থা (State) পাওয়া যায়।

(N,l) : (Os); (1p); (2s, 2d); (3p, 3f); (4s, 4d, 4g); ইত্যাদি এবং নিউক্লিয় পদার্থ বিদ্যায় ব্যবহৃত প্রথা অনুযায়ী (বর্তমান পুস্তকে ব্যবহৃত) এ অবস্থা সমূহ হচ্ছে (n,l): (1s); (1p); (2s,1d); (2p,1f); (3s,2d,1g); ইত্যাদি।

প্রাপ্ত ফলাফল ৪-২ নং সারণীতে এবং ৪-৮ নং চিত্রে প্রদর্শিত হলো। সারণীর সর্বশেষ স্তম্ভে Column) প্রদর্শিত মোট অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যাই হচ্ছে বিভব প্রদত্ত ম্যাজিক সংখ্যা।

Scanned with CamScanner

সারণী নং ৪-২ ছন্দিত স্পন্দক (Harmonic oscillator) বিভব অনুসারে শেল মডেলের বর্ণনা।

শেল মডেল	অবস্থা	শক্তি	অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা	মোট অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা
(N,l)	(n,l)	$E_{Nl} = E_{nl}$ $(\hbar\,\omega)$	$2(2l+1)$	$2\sum(2l+1$
Os	1s	3/2	2	2
1p	1p	5/2	6	8
2s,2d	2s,1d	7/2	2+10	20
3p,3f	2p,1f	9/2	6+14	40
4s,4d,4g	3s,2d,1g	11//2	2+10+18	70
5p,5f,5h	3p,2f,1h	13/2	6+14+22	112
6s,6d,6g,6i	4s,3d,2g,1i	15/2	2+10+18+26	168

N	শক্তি $(\hbar\omega)$	nl	$2(2l+1)$	ম্যাজিক সংখ্যা
6	15/2	4s,3d, 2g,1i	2+10+18+26	168
5	13//2	3p,2f,1h	6+14+22	112
4	11/2	3s,2d,1g	2+10+18	70
3	9/2	2p,1f	6+14	40
2	7/2	2s,1d	2+10	20
1	5/2	1p	6	8
0	3/2	1s	2	2

চিত্র নং ৪-৮ ছন্দিত স্পন্দক বিভবে শেল মডেল শক্তিস্তর।

বিভব প্রদত্ত ফলাফলের সংক্ষিপ্ত সার নিম্নরূপ।

i) দুটি প্রতিবেশী শক্তি স্তর সর্বক্ষেত্রে সমদূরবর্তী এবং পারস্পরিক ব্যবধান $\hbar\,\omega$; ω এমন ভাবে নেওয়া হয় যেন $\hbar\,\omega = 40\,A^{-1/3}$ MeV।

Scanned with CamScanner

ii) ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক সমতা (Parity) অবস্থা পর্যায়ক্রমে উপস্থিত হয়।

iii) সর্বনিম্ন দুটি অবস্থা (যথা, nl = 1s এবং 1p) ভিন্ন অবশিষ্ট সকল অবস্থাই হচ্ছে অপজাত (Degenerate)।

iv) এ বিভব থেকে সর্ব নিম্ন তিনটি ম্যাজিক সংখ্যা (Magic numbers) যথা, N বা Z = 2,8 এবং 20 সঠিকভাবে পাওয়া যায়। কিন্তু এ বিভব প্রদত্ত অন্যান্য সবগুলি ম্যাজিক সংখ্যা অশুদ্ধ। এখানে উল্লেখ করা যায় যে, যদি একটি শেলের সাথে তার ঠিক উচ্চতর শেলটির শক্তির ব্যবধান বেশ উল্লেখ্যযোগ্য পরিমাণের হয়, তবে প্রথম শেলটি পর্যন্ত পূর্ণ হতে সর্বমোট যতগুলি অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা প্রয়োজন তাকে বলা হয় ম্যজিক সংখ্যা।

অতএব, সংক্ষেপে বলতে গেলে ছন্দিত স্পন্দক বিভবটি গ্রহণযোগ্য নয়।

৪-৬.৫ বর্গাকৃতি বিভব (Square well potential)

বর্গাকৃতি বিভব ৪-৪০ নং সম্পর্ক দ্বারা প্রকাশিত।

অরীয় তরঙ্গ সমীকরণ (Radial wave equation) হচ্ছে

$$\frac{d^2u(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{du(\rho)}{d\rho} + \left[1 - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right] u(\rho) = O \qquad (৪\text{-}৪৫)$$

এখানে ρ নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত

$$\rho = k_1 r, \qquad r < R$$

এবং $$\rho = ik_2 r, \qquad r > R$$

তরঙ্গ সংখ্যা k_1 এবং k_2 হচ্ছে নিম্নরূপ

$$k_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2}[V_o - |E|], \qquad r < R$$

এবং $$k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}|E|, \qquad r > R$$

V_o = বিভবের গভীরতা এবং R = বিভবের পাল্লা। এখানে E ঋণাত্মক, কারণ বদ্ধ অবস্থা (Bound state) সম্পর্কিত।

উপরোক্ত তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান হচ্ছে (৩-২৩ এবং ৩-৩৪ নং সম্পর্ক)

$$u(\rho) = Aj_l(k_1 r), \qquad r < R$$

$$= B\, h_l^{(1)}(ik_2 r), \qquad r > R$$

Scanned with CamScanner

তরঙ্গ অপেক্ষক দুটোকে বিভবের সীমায় প্রতিফলিত (Match) করে শেল মডেলের শক্তি স্তর সমূহ পাওয়া যায়।

$l = 0$ এবং $l = 1$ এর জন্য পাওয়া যাবে

$$X \cot X = Y, \qquad l = 0 \text{ এর জন্য} \qquad (৪\text{-}৪৬)$$

$$\frac{\cot X}{X} + \frac{1}{X^2} = \frac{1}{Y} + \frac{1}{Y^2}, \qquad l = 1 \text{ এর জন্য} \qquad (৪\text{-}৪৭)$$

এবং $l = 0$ এবং $l = 1$ উভয় ক্ষেত্রে

$$X^2 + Y^2 = \frac{2m}{\hbar^2} V_o R^2 \qquad (৪\text{-}৪৮)$$

উপরের সম্পর্ক সমূহে $X = k_1R$ এবং $Y = k_2R$।

এখন ৪-৪৬ এবং ৪-৪৮ নং সম্পর্ক ($l = 0$ এর জন্য) এবং ৪-৪৭ এবং ৪-৪৮ নং সম্পর্কের সংখ্যাসূচক (Numerical) বা লেখচিত্র পদ্ধতিতে (Graphical method) সমাধান করা যায়। উচ্চতর l এর জন্য সম্পর্ক স্পষ্টতই অধিকতর জটিল।

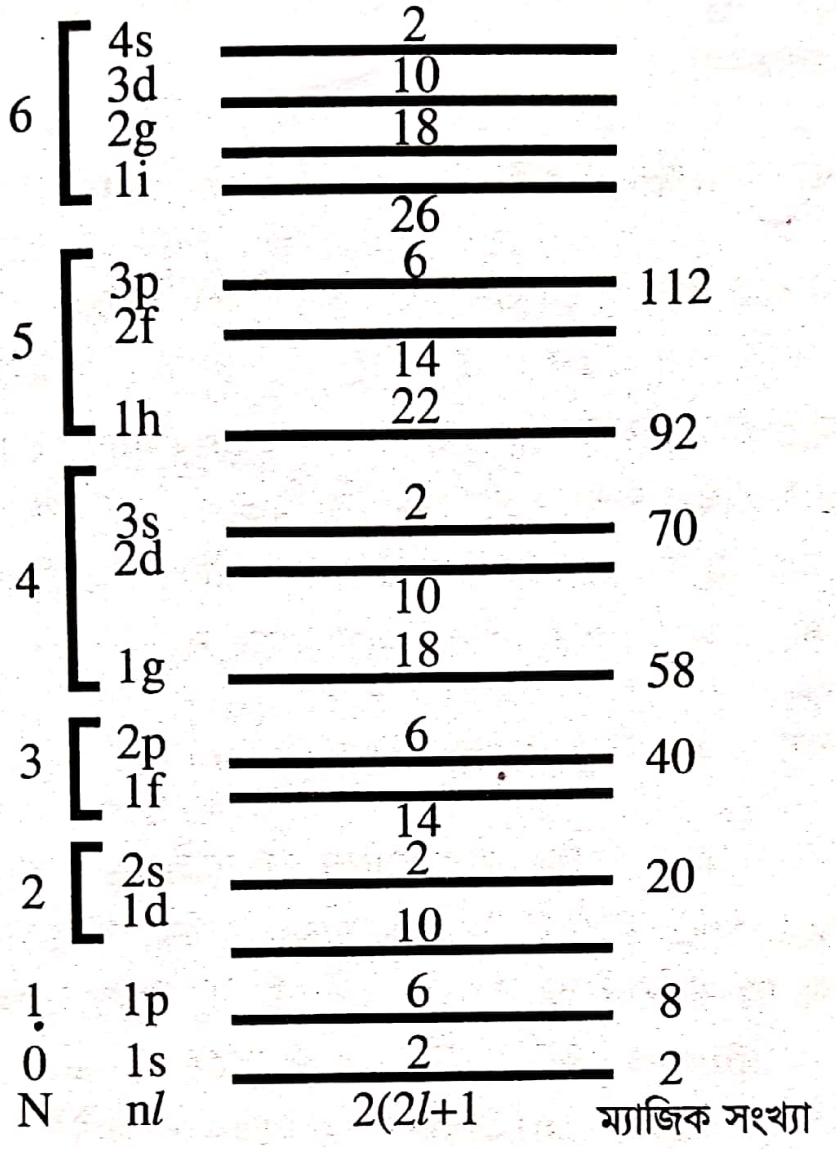
প্রাপ্ত ফলাফল ৪-৩ নং সারণীতে এবং ৪-৯ নং চিত্রে দেখানো হলো।

বিভবের প্যারামিটাররের উপর নির্ভরশীল বিধায় শেল মডেল অবস্থার শক্তি সারণীতে দেখানো হলো না।

সারণী নং ৪-৩ বর্গাকৃতি বিভব (Square well) অনুসারে শেল মডেলের বর্ণনা

শেল মডেল অবস্থা (n, l)	অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা $2(2l+1)$	মোট অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা $2\sum(2l+1)$
1s	2	2
1p	6	8
1d	10	18
2s	2	20
1f	14	34
2p	6	40
1g	18	58
2d	10	68
3s	2	70
1h	22	92
2f	14	106

Scanned with CamScanner



চিত্র নং ৪-৯ বর্গাকৃতি বিভবে শেল মডেল শক্তিস্তরসমূহ (সঠিক স্কেলে আঁকা হয়নি)।

প্রাপ্ত ফলাফলের সংক্ষিপ্ত সার নিম্নে দেওয়া হলো।

i) প্রতিবেশী দুটো শক্তি স্তরের ব্যবধান অসমান। স্পন্দক বিভবের ক্ষেত্রে এ ব্যবধান সর্বত্র সমান ছিল। সকল শক্তি স্তর পরস্পর সমদূরবর্তী হবে - এটা আদৌ ভৌত তাৎপর্যপূর্ণ নয়।

ii) বর্গাকৃতি বিভবে অপজাত অবস্থা (Degenerate state) নেই। স্পন্দক বিভবের অধীনে প্রদত্ত আপজাত্য (Degeneracy) দূরীভূত হওয়া নিঃসন্দেহে পছন্দীয়।

iii) স্পন্দক বিভবের ন্যায় বর্গাকৃতি বিভবের অধীনেও সর্বনিম্ন তিনটি ম্যাজিক সংখ্যা (N বা Z = 2, 8 এবং 20) সঠিকভাবে পাওয়া যাচ্ছে। অবশিষ্ট ম্যাজিক সংখ্যা সমূহের ব্যাখ্যা আবারও করা যাচ্ছে না।

Scanned with CamScanner

অতএব দেখা যাচ্ছে যে, এ বিভবটিও পরিলক্ষিত ম্যাজিক সংখ্যা সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করতে অকৃতকার্য।

৪-৬.৬ উড্‌স-স্যাক্সন বিভব (Woods-Saxon potential)

পূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে যে উড্‌স-স্যাক্সন বিভব উপরে আলোচিত অন্য দুটো বিভবের মাঝামাঝি আকৃতির। এক্ষেত্রে সংখ্যাসূচক পদ্ধতি (Numerical method) ব্যবহার করে শ্রয়ডিঙ্গার সমীকরণ (Schrodinger equation) সমাধান করা যায়। প্রাপ্ত ফলাফল বহুলাংশে বর্গাকৃতি বিভবের অনুরূপ। তাই এ বিভবের আদৌ কোনও আলোচনা করা হচ্ছে না। এ বিভবটিও গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ এ থেকে ম্যাজিক সংখ্যা সমূহ সঠিকভাবে পাওয়া যাচ্ছে না।

৪-৬.৭ স্পিন-কক্ষ বিভব (Spin-orbit potential)

উপরোক্ত আলোচনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে শক্তি স্তর সমূহকে 'ভাঙ্গা' বা বিভক্তিকরণ (Splitting) ব্যতীত ম্যাজিক সংখ্যা পাওয়া সম্ভব নয়। ৪-৯ নং চিত্র থেকে এ কথা আরও পরিষ্কার ভাবে দেখা যায়। নিউক্লিয়নের স্পিন-কক্ষ সংযোজন (Spin-orbit coupling) থেকে শক্তি স্তর সমূহকে ($l = 0$ ব্যতীত) 'ভাঙ্গা' সম্ভব। এ মিথষ্ক্রিয়া (Interaction) থেকে উদ্ভূত বিভব নিম্নরূপ

$$V_{so} \frac{\lambda\!\!\!^{-2}}{r} \frac{d}{dr} f(r)\, \boldsymbol{l.s} \qquad (৪\text{-}৪৯)$$

এখানে V_{so} হচ্ছে বিভটির প্রাবল্য (Strength), $\lambda\!\!\!^{-}$ হচ্ছে একটি দৈর্ঘ্যের মাত্রা বিশিষ্ট রাশি ($\lambda\!\!\!^{-} = 1$ fm, কিংবা $\lambda\!\!\!^{-} = \pi$ মোজেন কম্পটন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ধরা হয়) এবং f(r) হচ্ছে উড্‌স-স্যাক্সন রূপ (Woods-Saxon form factor)। $\lambda\!\!\!^{-}$ সংযোজন করার কারণ হচ্ছে ৪-৪৯ নং সম্পর্কের রাশিমালার মাত্রা সঠিক রাখা।

$$f(r) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - R_{so}}{a_{so}}\right) \right]^{-1}$$

R_{so} এবং a_{so} হচ্ছে যথাক্রমে বিভবটির পাল্লা (Range) এবং ব্যাপনন (Diffuseness)।

এখন, $\boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} = \boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{j}$ হচ্ছে নিউক্লিয়নের মোট কৌণিক ভরবেগ (Total angular momentum)।

Scanned with CamScanner

এ সম্পর্ক থেকে সহজেই $\boldsymbol{l.s}$ এর মান পাওয়া যায়, যথা

$$\boldsymbol{l.s} = \frac{1}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \qquad (৪\text{-}৫০)$$

যেহেতু নিউক্লিয়নের স্পিন 1/2, অতএব আমরা পাই

$$j = l \pm 1/2$$

অতএব ৪-৫০ নং সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায়

$$\boldsymbol{l.s} = l/2, \qquad j = l + 1/2 \text{ এর জন্য}$$

$$= -(l+1)/2, \qquad j = l - 1/2 \text{ এর জন্য} \qquad (৪\text{-}৫১)$$

এ থেকে স্পষ্টই প্রতীয়মান হয় যে, স্পিন-কক্ষ মিথস্ক্রিয়ার (Spin-orbit interaction) ফলে (n,l) কোয়ান্টাম সংখ্যা দ্বারা সূচিত একটি শেল মডেল অবস্থা (n, l, j) দ্বারা সূচিত $j = l + 1/2$ এবং $j = l - 1/2$ দুটো অবস্থায় বিভক্ত হয়। এ দুটি শক্তি স্তরে অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যা হচ্ছে নিম্নরূপ

$j = l + 1/2$ অবস্থায় : $2(l + 1/2) + 1$

$$= 2(l + 1)$$

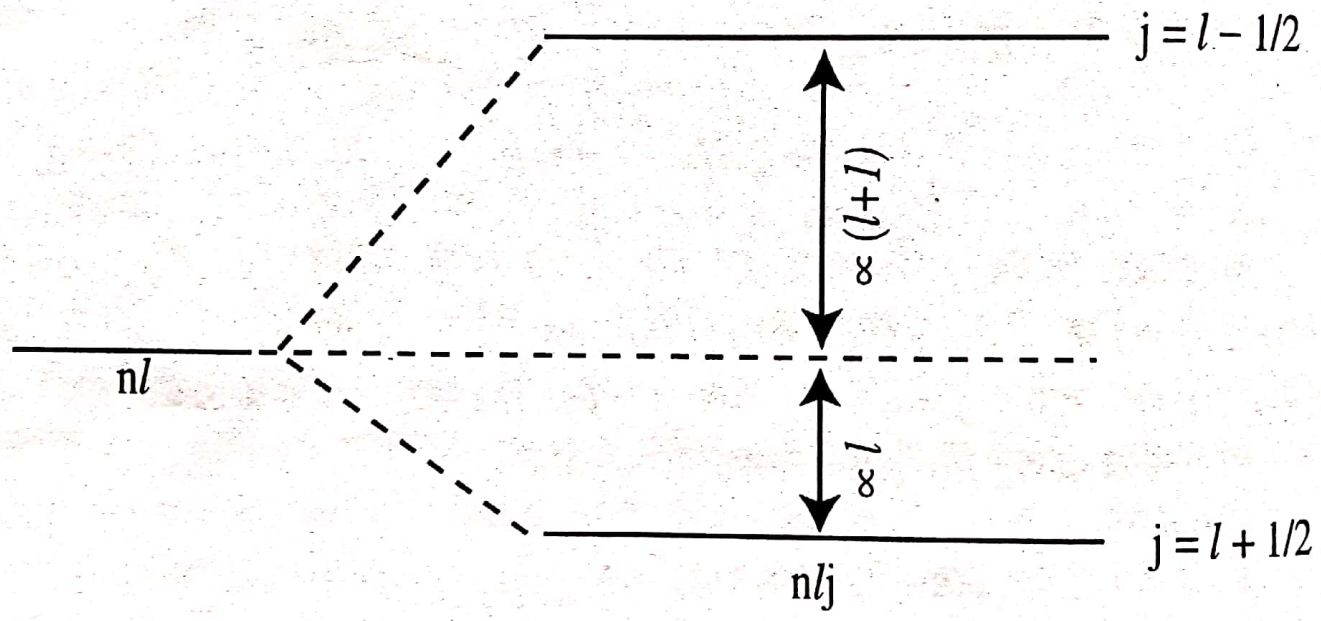
$j = l - 1/2$ অবস্থায় : $2(l - 1/2) + 1$

$$= 2l$$

অর্থাৎ স্পিন-কক্ষ সংযোজন (Spin-orbit coupling) বিবেচনা করার ফলে পূর্বের $2(2l+1)$ সংখ্যক অভিন্ন নিউক্লিয়ন উপরোক্ত ভাবে দু'টি শেলে বণ্টিত হয়। দেখা যাচ্ছে যে, এই সৃষ্ট শেল দুটির শক্তির ব্যবধান ৪–৫১ নং সম্পর্ক থেকে $(2l+1)$ এর আনুপাতিক। $l = 0$ এর জন্য অবশ্য কোনও বিভক্তি নেই এবং l বৃদ্ধিতে এই বিভক্তি বৃদ্ধি পেতে থাকে। l ছাড়াও এ বিভক্তি নির্ভর করে (৪-৪৯ নং সম্পর্ক) স্পিন-কক্ষ বিভবের গভীরতা V_{so} এবং এর জ্যামিতিক প্যারামিটার R_{so} এবং a_{so} এর উপর। ৪-১০ নং চিত্রে স্পিন-কক্ষ বিভক্তির (Spin-orbit splitting) নমুনা দেখানো হলো। উল্লেখ্য যে, V_{so} ঋণাত্মক বিধায় $j = l + 1/2$ অবস্থা

Scanned with CamScanner

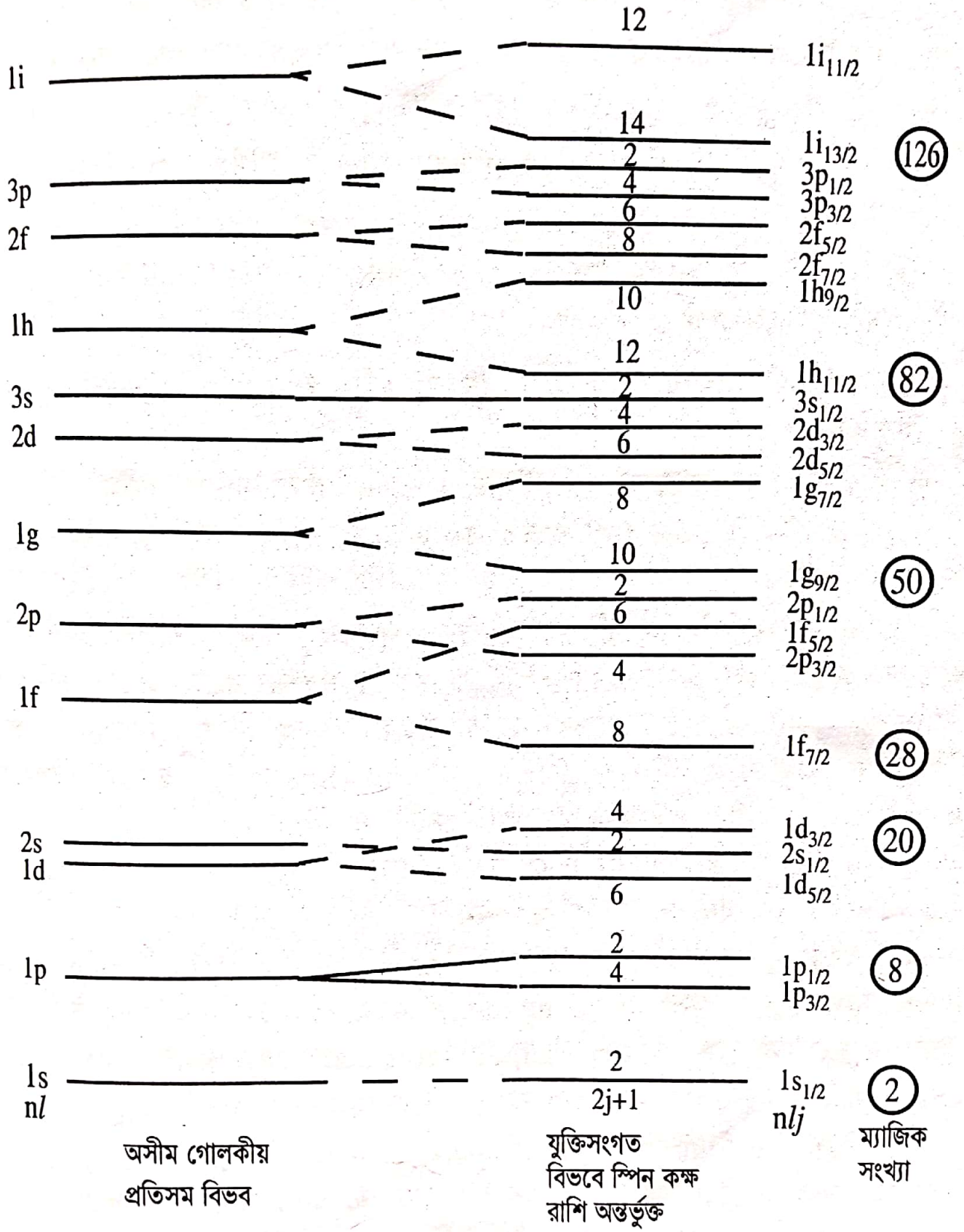
(State) আদি অবস্থার নিম্নে (অর্থাৎ এর শক্তি অধিকতর ঋণাত্মক) এবং $j = l - 1/2$ অবস্থা আদি অবস্থার উপরে (অর্থাৎ আদি অবস্থার চাইতে কম ঋণাত্মক) থাকবে।



চিত্র নং ৪-১০ শেল মডেল শক্তিস্তরের স্পিন-কক্ষ বিভক্তির নমুনা। মোট বিভক্তি $(2l+1)$ এর আনুপাতিক। শক্তি স্তরদ্বয় বিভক্তিপূর্ব শক্তিস্তরের সাপেক্ষে প্রতিসম নয়।

এখন, একটি গোলকীয় প্রতিসম (Spherically symmetric) বিভবের সাথে স্পিন-কক্ষ রাশি যোগ করার ফলে সৃষ্ট নিউক্লিয় শক্তি স্তর সমূহ, তথা শেল মডেল শক্তি স্তর সমূহ ৪-১১ নং চিত্রে প্রদর্শিত হলো। তবে মনে রাখা প্রয়োজন যে, যেখানে দুটি শক্তি স্তর পরস্পরের খুব কাছাকাছি রয়েছে, সে ক্ষেত্রে শক্তি স্তরের ক্রম (Order of the energy levels) ভিন্নতর হতে পারে। এই ক্রম নির্ভর করে স্পিন-কক্ষ বিভবের উপর (৪-৪৯ নং সম্পর্ক)।

Scanned with CamScanner



চিত্র নং ৪-১১ স্পিন-কক্ষ বিভব অন্তর্ভুক্ত করার ফলে সৃষ্ট শেল মডেল শক্তি স্তরসমূহ (সঠিক স্কেলে আঁকা হয়নি)।

এখন, একটি যুক্তিসঙ্গত গোলকীয় প্রতিসম বিভবের সাথে স্পিন-কক্ষ বিভব অন্তর্ভুক্ত করার ফলাফলের সার সংক্ষেপ নিম্নে দেওয়া হলো। এ সবের কিছু আংশিকভাবে ইতোপূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে।

Scanned with CamScanner

i) $l = 0$ ব্যতীত পূর্বে প্রাপ্ত প্রত্যেকটি শক্তি স্তর দুটি স্তরে বা শেলে বিভক্ত হচ্ছে। এই বিভক্তি এমন যে $j = l + 1/2$ অবস্থা (State) মূল শক্তি স্তরের নিম্নে নেমে যায়, আর $j = l - 1/2$ অবস্থা মূল শক্তি স্তরের উপরে উঠে যায়। মূল শক্তি স্তর থেকে এদের সরণ (Energy displacement) সমপরিমাণ নয় ((৪-৫১ নং সম্পর্ক)।

ii) উপরোক্ত শক্তির বিভক্তি (Energy splitting) $(2l+1)$ এর আনুপাতিক। অর্থাৎ l বৃদ্ধির সাথে এ বিভক্তিও বৃদ্ধি পায়।

iii) j মানের অত্যধিক পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শক্তি স্তর ($\Delta j \geq 3$) কখনও কখনও খুব কাছাকাছি এসে যায়।

iv) এখন শেল মডেল সবগুলি ম্যাজিক সংখ্যা ব্যাখ্যা করতে সক্ষম।

৪-৬.৮ শেল মডেলের সাফল্যও ব্যর্থতা (Success and failure of the shell model)

ম্যাজিক সংখ্যা+ সমূহ সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হওয়া নিউক্লিয় শেল মডেলের একটি বিরাট সাফল্য। নিউক্লিয় পদার্থ বিদ্যায় শেল মডেল একটি গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায়ের সূচনা করেছে। মডেলটির এ সাফল্য থেকে বিশেষ বিশেষ অভিন্ন নিউক্লিয়ন সংখ্যায় প্রধান কক্ষ (Orbit) বা শেল (Shell) পূর্ণ হওয়ার বিষয়টি প্রমাণিত হয়। অর্থাৎ, পরমাণুর ইলেকট্রন সজ্জা বা বিন্যাসের (Configuration) অনুরূপ নিউক্লিয়াসেও নিউট্রন ও প্রোটন বিন্যাস ঘটছে, শেল মডেল এ তথ্যটি দিচ্ছে। তবে, এ বিন্যাস স্বভাবতই পরমাণুতে ইলেকট্রনের বিন্যাস থেকে ভিন্ন ধরনের, কারণ দু'ক্ষেত্রে বিভব সম্পূর্ণরূপে ভিন্নধর্মী। পরমাণুর ক্ষেত্রে বিভবটি (কুলম্ব বিভব) দীর্ঘ পাল্লার, অসম্পৃক্ত (Long range, unsaturated), আর নিউক্লিয় বিভব ক্ষুদ্র পাল্লার, সম্পৃক্ত (Short range, saturated) এবং অনেক গুণ প্রবল (Strong)।

নিউক্লিয়াসের নিম্নলিখিত ধর্ম (Properties) এবং প্রতিভাস (Phenomena) শেল মডেলের সাহায্যে কতখানি ব্যাখ্যা করা যায় তা এবার পর্যালোচনা করা হচ্ছে।

i) ভূমি অবস্থায় (Ground state) নিউক্লিয়াসের J^{π} মান

ii) আইসোমারিক নিউক্লিয়াসের (Isomeric nuclei) অস্তিত্ব ও তাদের দ্বীপপুঞ্জ (Islands)

iii) ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক (Magnetic dipole moment)

+ নিউক্লিয়ন সংখ্যা 28 ম্যাজিক কিনা সঠিক বলা যায় না। এ ব্যাপারে দ্বিমত রয়েছে।

Scanned with CamScanner

এবং iv) ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়াসের তড়িৎ চতুর্মেরু ভ্রামক (Electric quadrupole moment)।

I) ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়াসের J^{π} মান (Ground state J^{π} values of nuclei)

জোড় জোড় নিউক্লিয়াস (Even even nuclei)

শেল মডেলের অনুমিতি (Assumption) অনুসারে অভিন্ন নিউক্লিয়ন সমূহ জোড়ায় জোড়ায় তাদের স্পিন বাতিল করে। তাই সকল জোড় জোড় (Even even) নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় (Ground state) J^{π} এর প্রত্যাশিত মান হবে O^{+}।

সর্বাপেক্ষা হালকা জোড় জোড় নিউক্লিয়াস ^{4}He থেকে শুরু করে অন্যান্য সকল ক্ষেত্রেই ($^{12, 14}C$, $^{40, 42, 44, 46, 48}Ca$, $^{58, 60, 62, 64}Ni$, ^{208}Pb ইত্যাদি) পরীক্ষণ-লব্ধ মানের সাথে শেল মডেল-প্রদত্ত J^{π} মান সঙ্গতিপূর্ণ। এর কোনও ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়নি।

বিজোড় A নিউক্লিয়াস (Odd a nuclei)

নিউট্রন ও প্রোটন সমূহ পৃথকভাবে জোড়ায় জোড়ায় স্পিন বাতিল করার ফলে বিজোড় A নিউক্লিয়াসের যে নিউক্লিয়নটি অবশিষ্ট থাকে শেল মডেল, প্রকৃতপক্ষে চরম এক কণিকা শেল মডেল (Extreme single particle shell model), অনুসারে এ নিউক্লিয়াসটির যাবতীয় ধর্ম (Properties) ঐ নিউক্লিয়নটির জন্য। পূর্বে বলা হয়েছে যে একে যোজন বা সক্রিয় নিউক্লিয়ন (Valence or active nucleon) বলা হয়। বর্তমান নিউক্লিয়নটির j^{π} হবে সম্পূর্ণ নিউক্লিয়াসের J^{π} ।

ভূমি অবস্থায় বিজোড় A নিউক্লিয়াসের নিউক্লিয়ন বিন্যাস বা সজ্জা (Configuration) এবং J^{π} মান কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে দেখানো হলো।

^{15}N : প্রোটন সংখ্যা = 7 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 8

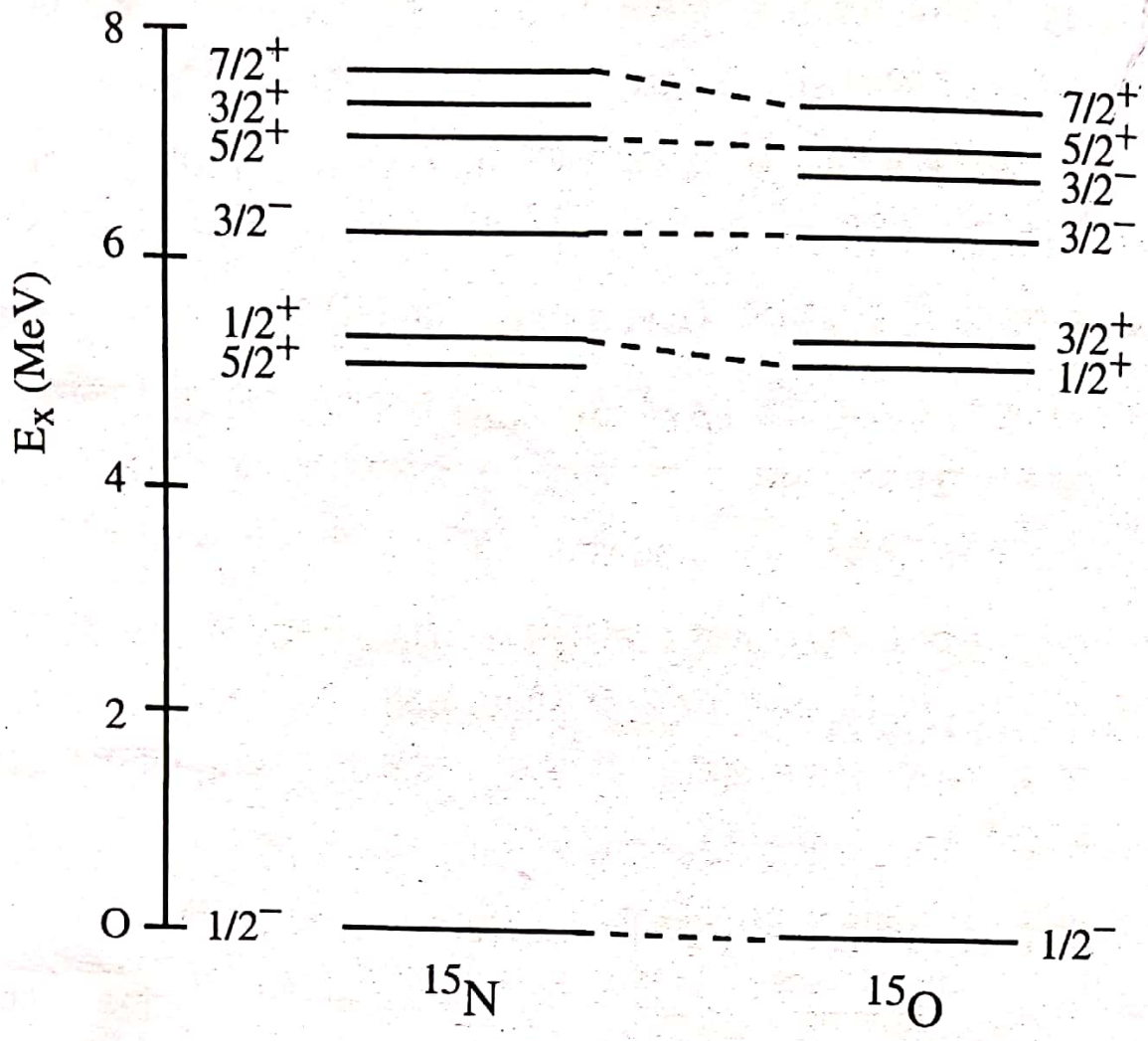
ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়ন বিন্যাস নিম্নরূপ।

প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4]_{Jp=o} (1p_{1/2})^1$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2]_{Jn=o}$

যেহেতু অবস্থার সমতা (Parity) হচ্ছে $\pi = (-1)^l$, তাই এক্ষেত্রে $\pi = -$, সুতরাং ভূমি অবস্থায় $J = j_p = 1/2$ এবং $J^{\pi} = 1/2^{-}$

Scanned with CamScanner



চিত্র নং ৪-১২ ^{15}N এবং ^{15}O এর ভূমি এবং নিম্ন উত্তেজন শক্তিস্তর।নিউক্লিয়াসদ্বয়ের ভূমি স্তরে যথাক্রমে $T_3 = 1/2$ এবং $-1/2$।

অনুরূপভাবে, ^{15}O এর ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়ন বিন্যাস নির্ণয় করা যায়। ^{15}N এর প্রোটন ও নিউট্রন বিন্যাসের স্থলে এক্ষেত্রে হবে যথাক্রমে নিউট্রন ও প্রোটন বিন্যাস। সুতরাং ভূমি অবস্থায় ^{15}O এর $J^{\pi} = 1/2^-$ ।

^{13}C এবং ^{13}N নিউক্লিয়াসদ্বয়ে সক্রিয় নিউক্লিয়ন হচ্ছে যথাক্রমে $1p_{1/2}$ শেলের একটি নিউট্রন এবং একটি প্রোটন। অতএব, এ দুটি নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় J^{π} হবে পূর্বের মতই $1/2^-$ । চিত্র নং ৩-১৭ দ্রষ্টব্য।

এ চারটি নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থার J^{π} মান পরীক্ষণলব্ধ ফলের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ। ৪-১২ নং চিত্রে ^{15}N এবং ^{15}O নিউক্লিয়াসদ্বয়ের নিম্ন উত্তেজন শক্তি স্তর (Low lying energy levels) দেখানো হলো। এ নিউক্লিয়াস সমূহের নিম্ন উত্তেজন শক্তি স্তর পাওয়া যাবে $1p_{1/2}$ নিউক্লিয়নটিকে (নিউট্রন বা প্রোটন) উর্ধ স্তর সমূহে উত্তোলন করে এবং নিম্ন স্তর থেকে (যথা $1p_{3/2}$ শেল) একটি নিউক্লিয়নকে $1p_{1/2}$ এবং উচ্চতর শেলে উত্তোলন করে। তবে, চিত্রটিকে এত সহজভাবে চরম এক

Scanned with CamScanner

কণিকা মডেলের সাহায্যে সম্পূর্ণভাবে ব্যাখ্যা করা সম্ভব নয়। ৩-১৭ নং চিত্রে ^{13}C এবং ^{13}N এর ভূমি এবং নিম্ন উত্তেজিত শক্তি স্তর দেখানো হয়েছে।

^{21}Ne : প্রোটন সংখ্যা = 10 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 11

ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়ন বিন্যাস হচ্ছে

প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2]_{Jp=o}$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2]_{Jn=o}$

$(1d_{5/2})^1$

অতএব ভূমি অবস্থায় $J^{\pi} = 5/2^+$। কিন্তু পরীক্ষণ-লব্ধ $J^{\pi} = 3/2^+$।

^{61}Ni : প্রোটন সংখ্যা = 28 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 33

ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়ন বিন্যাস নিম্নরূপ।

প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2$

$(1d_{3/2})^4 (1f_{7/2})^8]_{Jp=o}$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2$

$(1d_{3/2})^4 (2f_{7/2})^8 (2p_{3/2})^4]_{Jn=o} (1f_{5/2})^1$।

অতএব এক কণিকা শেল মডেল অনুসারে ভূমি অবস্থায় $J^{\pi} = 5/2^-$।

কিন্তু পরীক্ষণ-লব্ধ মান হচ্ছে $J^{\pi} = 3/2^-$।

এটি ব্যাখ্যা করর জন্য আমরা প্রোটন বিন্যাস অপরিবর্তিত রাখি এবং নিউট্রন বিন্যাস $(1f_{7/2})^8$ শেল পর্যন্ত অপরিবর্তিত রাখি। এভাবে সৃষ্ট '^{56}Ni' কোরের বাইরে পাঁচটি নিউট্রনের দুটি $1f_{5/2}$ শেলে এবং তিনটি $2p_{3/2}$ শেলে রাখা হলে সে অবস্থায় যুগ্মীয় মিথস্ক্রিয়ার (Pairing interactron) ফলে $2p_{3/2}$ এবং $1f_{5/2}$ তাদের স্থান বিনিময় করবে, অর্থাৎ $2p_{3/2}$ শেলের নীচে চলে যাবে $1f_{5/2}$। ফলে নিউট্রন বিন্যাস হবে নিম্নরূপ।

$[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2})^4 (1f_{7/2})^8$

$(1f_{5/2})^2]_{Jn=o} (2p_{3/2})^3$

সুতরাং এভাবে পরীক্ষণ-লব্ধ J^{π} মানের সাথে সঙ্গতি সম্ভব।

Scanned with CamScanner

বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াস (Odd-odd nuclei)

বিজোড় বিজোড় (Odd-odd) নিউক্লিয়াসের ক্ষেত্রে উপরোক্ত পদ্ধতিতে জোড় বেঁধে নিষ্ক্রিয় কোর সৃষ্টি করার পর একটি করে প্রোটন ও নিউট্রন সক্রিয় থেকে যাবে। শেল মডেল অনুসারে নিউক্লিয়াসের যাবতীয় ধর্ম কোর-বহির্ভূত এ দুটো নিউক্লিয়নের জন্য হবে।

মনে করি, কোর-বহির্ভূত প্রোটনটির কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ এবং মোট কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে যথাক্রমে l_pএবং j_p। কোর-বহির্ভূত নিউট্রনের অনুরূপ কৌণিক ভরবেগ l_nএবং j_n। অতএব, নিউক্লিয়াসটির মোট কৌণিক ভরবেগ J (পূর্বে বলা হয়েছে যে, একে নিউক্লিয় স্পিনও বলা হয়) এবং সমতা (Parity) π হচ্ছে নিম্নরূপ

$$J = j_p + j_n$$

এবং $$\pi = (-1)^{l_p + l_n}$$

বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের সমতা বর্ণনায় কোনও অস্পষ্টতা নেই (পরীক্ষণ-লব্ধ মানের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ কিনা, সেটি অবশ্য যাচাই করতে হবে)। কিন্তু J এর মান সঠিকভাবে শেল মডেল দিতে পারছে না, দিচ্ছে সম্ভাব্য মানের সীমা (Limit) অর্থাৎ

$$|j_n - j_p| \leq J \leq (j_n + j_p)$$

নিম্নে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হচ্ছে।

^{14}N : প্রোটন সংখ্যা =7 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 7

ভূমি অবস্থায় নিউক্লিয়ন বিন্যাস নিম্নরূপ।

প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4]_{J_{p=o}} (1p_{1/2})^1$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4]_{J_{n=o}} (1p_{1/2})^1$

সমতা $\pi = (-1)^2 = +$

সুতরাং ভূমি অবস্থা $J^\pi = (0, 1)^+$

উল্লেখ্য, পরীক্ষণ-লব্ধ $J^\pi = 1^+$ এবং 0^+ যথাক্রমে ^{14}N নিউক্লিয়াসের ভূমি স্তরের এবং প্রথম উত্তেজিত স্তরের (E_x = 2.31 MeV) জন্য (৩-১৫ নং অনুচেছদ)।

Scanned with CamScanner

^{40}K : প্রোটন সংখ্যা = 19 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 21

ভূমি অবস্থার নিউক্লিয়ন বিন্যাস হচ্ছে

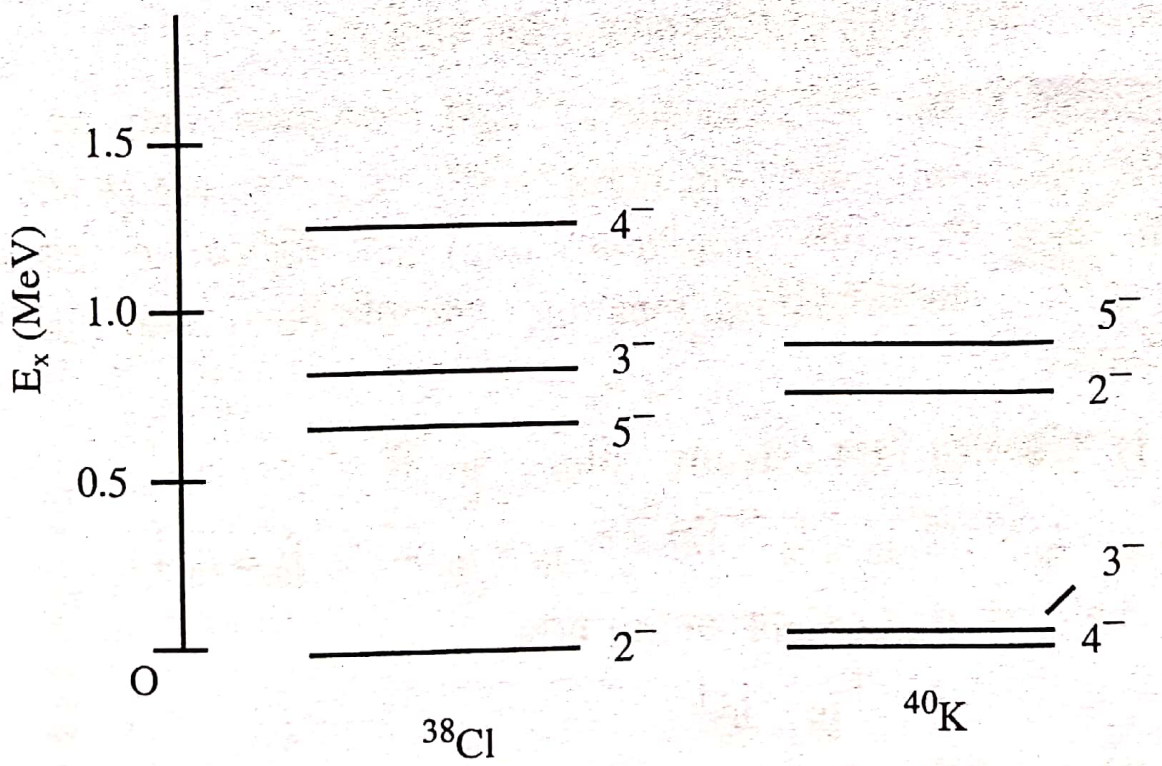
প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2})^2]\ J_{p=o}\ (1d_{3/2})^1$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2})^4]\ J_{n=o}\ (1f_{7/2})^1$

অতএব, ভূমি অবস্থায় $J^{\pi} = (2, 3, 4, 5)^-$ ।

সর্বশেষ প্রোটন শেলে জন্য $(1d_{3/2})^{-1}$ বা একটি বিবর (Hole) ধরে একই J^{π} মান পাওয়া যায়।

^{40}K এর নিম্ন উত্তেজনে শক্তি স্তর ৪-১৩ নং চিত্রে দেখানো হলো। এর ভূমি স্তরের পরীক্ষণ-লব্ধ $J^{\pi} = 4^-$ এবং নিম্ন উত্তেজনে খুব কাছাকাছি উপরোক্ত J^{π} মান বিশিষ্ট শক্তি স্তর পরিলক্ষিত হয়।



চিত্র নং ৪-১৩ ^{38}Cl এবং ^{40}K নিউক্লিয়াসদ্বয়ের নিম্ন উত্তেজনে শক্তি স্তর। উভয় নিউক্লিয়াসের সক্রিয় প্রোটন শেল $1d_{3/2}$ এবং নিউট্রন শেল $1f_{7/2}$।

বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের আরও কিছু উদাহরণ নিম্নে দেওয়া হলো। তবে তাদের বিস্তারিত আলোচনা করা হচ্ছে না।

^{38}Cl : কোর বহির্ভূত অর্থাৎ সক্রিয় (Active) প্রোটন এবং নিউট্রন কক্ষ হচ্ছে যথাক্রমে $1d_{3/2}$ এবং $1f_{7/2}$। ^{40}K এর অনুরূপ এ ক্ষেত্রেও শেল মডেল অনুমোদিত

Scanned with CamScanner

$J^{\pi} = (2, 3, 4, 5)^-$ । নিম্ন উত্তেজনে এ সবগুলো J^{π} বিশিষ্ট শক্তি স্তর বিদ্যমান (৪-১৩ নং চিত্র), কিন্তু ^{40}K সাথে পার্থক্য এই যে, এ ক্ষেত্রে ভূমি অবস্থায় $J^{\pi}=2^-$।

^{38}K : কোর বহির্ভূত প্রোটন-নিউট্রন যুগল শেল মডেল অনুসারে $1d_{3/2}$ কক্ষে অবস্থিত। তাই ভূমি স্তরের $J^{\pi} = (0, 1, 2, 3)^+$। পরীক্ষণলব্ধ মান হচ্ছে $J^{\pi} =3^+$।

^{42}Sc : এক্ষেত্রে সক্রিয় প্রোটন-নিউট্রনদ্বয় $1f_{7/2}$ কক্ষে বিদ্যমান। অতএব ভূমিস্তরের $J^{\pi} = (0 - 7)^+$। পরীক্ষণ-লব্ধ মান হচ্ছে $J^{\pi} = 0^+, T = 1$। অত্যন্ত নিম্ন উত্তেজনে ($E_x = 0.62$ MeV) $J^{\pi} = 7^+$ অবস্থা পরিলক্ষিত হয়।

^{10}B : কোর বহির্ভূত প্রোটন-নিউট্রন যুগল এ ক্ষেত্রেও অভিন্ন শেলে অবস্থিত, $1p_{3/2}$ শেলে। তাই ভূমি স্তরের $J^{\pi} = (0, 1, 2, 3)^+$ । পরীক্ষণলব্ধ মান হচ্ছে $J^{\pi} = 3^+$ এবং নিম্ন উত্তেজনে অপরাপর J^{π} মান বিশিষ্ট শক্তি স্তর বিদ্যমান।

উপরোক্ত উদাহরণ সমূহ থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রত্যেক বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি স্তরের মোট কৌণিক ভরবেগ শেল মডেল প্রদত্ত সীমার মধ্যে থাকে এবং সমতা (Parity) সঠিকভাবে পাওয়া যাচ্ছে।

বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থার J মান নির্ণয় করার জন্য নর্ডাইম (L.W. Nordheim) পরীক্ষণ-লব্ধ মানের বৈশিষ্ট্য পর্যালোচনা করে যে বিধি প্রস্তাব করেন, তা নর্ডাইমের বিধি (Nordheim's rule) নামে পরিচিত। এ সংক্রান্ত দুটি বিধি রয়েছে - শক্তিশালী বিধি (Strong rule) এবং দুর্বল বিধি (Weak rule)। বিধি দুটি নিম্নরূপ।

i) শক্তিশালী বিধি (Strong rule)

$j_p = l_p + 1/2, j_n = l_n - 1/2$ এবং $j_p = l_p - 1/2, j_n = l_n + 1/2$

এ দু'ক্ষেত্রে মোট কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে

$$J = |j_n - j_p|$$

ii) দুর্বল বিধি (Weak rule)

$j_p = l_p + 1/2, j_n = l_n + 1/2$ এবং $j_p = l_p - 1/2, j_n = l_n - 1/2$। এ দুটি ক্ষেত্রে মোট কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে

$$J > |j_n - j_p|$$

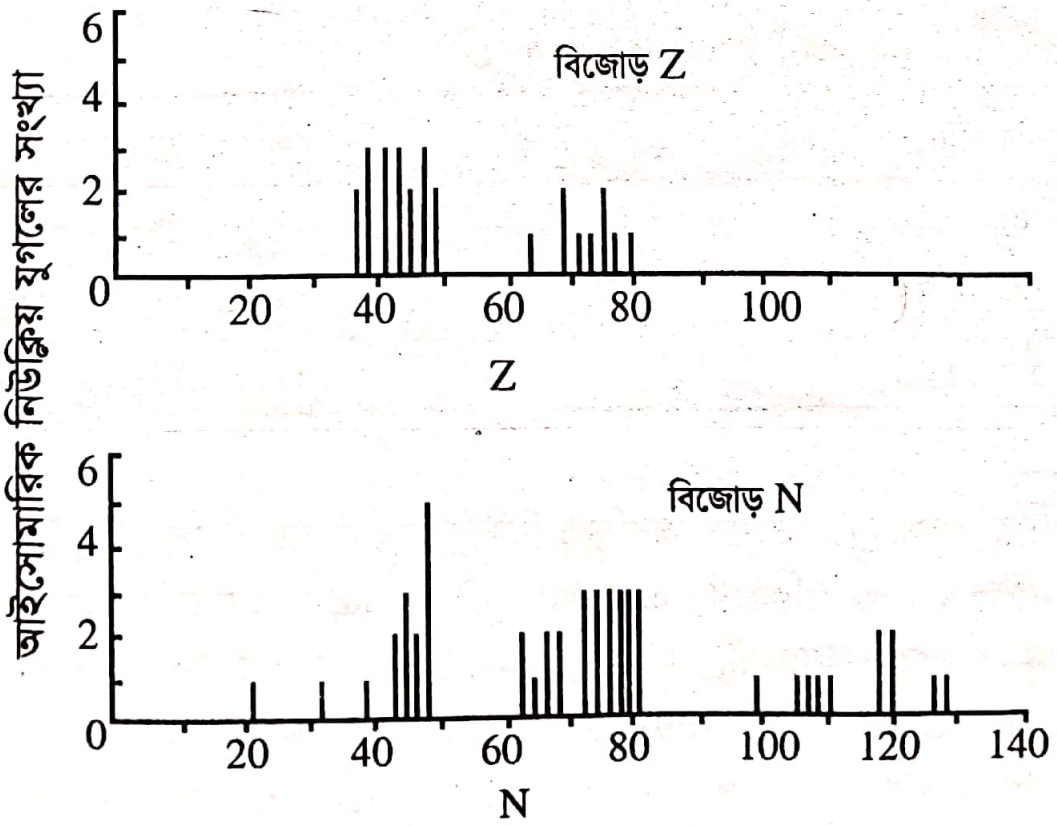
প্রায়শই এ অবস্থায় J সর্বোচ্চ মান $j_n + j_p$ কিংবা $j_n + j_p - 1$ মান বিশিষ্ট হয়ে থাকে।

Scanned with CamScanner

নর্ডাইমের বিধির আলোকে উপরোক্ত উদাহরণ সমূহ ৪-৪ নং সারণীতে বিশ্লেষণ করা হচ্ছে। এখানে মনে রাখা প্রয়োজন যে, নর্ডাইমের বিধির তেমন একটা তত্ত্বীয় ভিত্তি নেই। উপরের আলোচনা থেকে এ কথা বোঝা যায়।

সারণী নং ৪-৪কয়েকটি বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায়J^{π} মান

নিউক্লিয়াস	সক্রিয় শেল		ভূমি অবস্থার J^{π} মান	
	প্রোটন	নিউটন	পরীক্ষণ-লব্ধ	নর্ডাইমের বিধি
^{10}B	$l_p+1/2$	$l_n+1/2$	3^+	$3^+, 2^+$
^{14}N	$l_p-1/2$	$l_n-1/2$	1^+	$1^+, 0^+$
^{38}K	$l_p-1/2$	$l_n-1/2$	3^+	$3^+, 2^+$
^{42}Sc	$l_p+1/2$	$l_n+1/2$	0^+	$7^+, 6^+$
^{38}Cl	$l_p-1/2$	$l_n+1/2$	2^-	2^-
^{40}K	$l_p-1/2$	$l_n+1/2$	4^-	2^-



চিত্র নং ৪-১৪ বিজোড় A নিউক্লিয় আইসোমার বণ্টন। (আইসোমারদের দ্বীপপুঞ্জের অবস্থান লক্ষণীয়)।

Scanned with CamScanner

II) আইসোমারিক নিউক্লিয়াস এবং আইসোমারের দ্বীপপুঞ্জ (Isomeric nuclei and islands of isomers)

কোনও কোনও নিউক্লিয়াসে দেখা গেছে, ভূমি অবস্থার (Ground state) সাথে প্রথম উত্তেজিত অবস্থার (Excited state) শক্তির পার্থক্য খুব কম এবং মোট কৌণিক ভরবেগের (Total angular momentum) পার্থক্য প্রচুর ($\Delta J \geq 3$)। নির্বাচন বিধি (Selection rule) অনুসারে এ ক্ষেত্রে ΔJ বৃহৎ মান বিশিষ্ট হওয়ার জন্য উত্তেজিত স্তর থেকে গ্যামা অবক্ষয় (Gamma decay) বিলম্বিত হয় (অনুচ্ছেদ নং ৬-২)। ফলে, নিউক্লিয়াসটি ঐ উত্তেজিত অবস্থায় পরিমাপযোগ্য (Measurable) 'দীর্ঘ' সময় থাকে। এজন্য আয়ুষ্কাল (Life time) কমপক্ষে মোটামুটি 0.1 sec ধরা হয়। উত্তেজিত স্তরটি একটি মিতস্থায়ী অবস্থায় (Metastable state) থাকে। একে বলা হয় নিউক্লিয়াসটির একটি আইসোমারিক অবস্থা (Isomeric state) এবং এ ধরনের নিউক্লিয়াসকে বলা হয় আইসোমারিক নিউক্লিয়াস (Isomeric nucleus)। এরা শেল মডেলের বিশেষ বিশেষ অঞ্চলে জড়ো হয়ে থাকে। এগুলো আইসোমারের দ্বীপপুঞ্জ (Islands of isomers) নামে অভিহিত। এ সব শেল মডেল অঞ্চল ও তাদের শেল মডেল অবস্থা (Shell model state) *(n, l, j)* ৪-৫ নং সারণীতে প্রদর্শিত হলো।

সারণী নং ৪-৫ আইসোমারের দ্বীপপুঞ্জ

শেল মডেল অঞ্চল	শেল মডেল অবস্থা
N, Z = 39 — 49	$1g_{9/2}$, $2p_{1/2}$
N, Z = 69 — 81	$1h_{11/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$
N = 115 — 125	$1i_{13/2}$, $3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$

সারণীর প্রথম দুটি অঞ্চলে অবস্থিত নিউক্লিয়াস সমূহে আলোচ্য আইসোমারের দ্বীপের অস্তিত্ব অত্যন্ত পরিষ্কার। এ অঞ্চল দুটো যথাক্রমে ম্যাজিক সংখ্যা 50 এবং 82 এর অনূর্ধ। শেষ অঞ্চলটি (N = 115 - 125) অনেকটা বিস্তৃত এবং ম্যাজিক সংখ্যা N = 126 এর অনূর্ধ। সারণীটির দ্বিতীয় স্তম্ভে শেল মডেল প্রদত্ত শক্তি স্তর পরস্পর খুব কাছাকাছি অবস্থিত। শেল মডেল বিভবে স্পিন-কক্ষ মিথস্ক্রিয়া-উদ্ভূত রাশি অন্তর্ভুক্ত করার ফলে নিউক্লিয়াসের $\Delta J \geq 3$ বিশিষ্ট শক্তি স্তর সমূহ কাছাকাছি এসে পড়ে।

Scanned with CamScanner

প্রায় আশিটির মত আইসোমারিক নিউক্লিয়াসের অস্তিত্ব প্রতিষ্ঠিত হয়েছে (চিত্র নং ৪-১৪)। উদাহরণ হিসাবে ^{115}In এর কথা উল্লেখ করা যায় (প্রোটন সংখ্যা = 49 এবং নিউট্রন সংখ্যা = 66)। শেল মডেল অনুসারে এর ভূমি অবস্থায় $J^{\pi} = 9/2^{+}$ এবং এ মান পরীক্ষণ-লব্ধ মানের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ। নিউক্লিয়াসটির প্রথম উত্তেজিত স্তরের ($E_x = 0.34$ MeV) $J^{\pi} = 1/2^{-}$, অর্থাৎ ভূমি অবস্থার সাথে এ অবস্থার কৌণিক ভরবেগের পার্থক্য $\Delta J = 4$। শেল মডেল অবস্থা $2p_{1/2}$ থেকে একটি প্রোটন $1g_{9/2}$ অবস্থায় উত্তোলন করে প্রথম উত্তেজিত স্তরে পৌঁছানো যায় (চিত্র নং ৪-১১)। আইসোমারিক নিউক্লিয়াস ও তাদের দ্বীপপুঞ্জ ব্যাখ্যা করা নিঃসন্দেহে শেল মডেলের একটি সাফল্য।

III) নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক (Magnetic dipole moments of nuclei)

শেল মডেল অনুসারে একটি নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের (Magnetic dipole moment) উৎপত্তি হচ্ছে নিউক্লিয়াসটির কোর-বহির্ভূত নিউক্লিয়নের গতি থেকে, কারণ কোরটির মোট কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে শূন্য। যেহেতু নিউট্রন একটি তড়িৎ আধান বিহীন কণিকা, তাই কোর-বহির্ভূত নিউট্রনের কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ (Orbital angular momentum) $\boldsymbol{l}$ থেকে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক আসতে পারে না। এ ক্ষেত্রে কেবলমাত্র স্পিন (spin) $\boldsymbol{s}$ থেকেই দ্বিমেরু ভ্রামক সম্ভব। অন্যদিকে কোর-বহির্ভূত প্রোটনের $\boldsymbol{l}$ এবং $\boldsymbol{s}$ দু'কারণেই নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের উদ্ভব হয়।

অতএব একটি সক্রিয় নিউক্লিয়নের জন্য সম্পূর্ণ নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক (Magnetic dipole moment) μ এর গাণিতিক প্রকাশ হচ্ছে

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m}(a_l g_l + a_s g_s)\,\mathbf{j}$$

এখানে $\mathbf{j}$ হচ্ছে কোর-বহির্ভুত নিউক্লিয়নের মোট কৌণিক ভরবেগ (Total angular momentum)। তবে আমরা $\mathbf{j}$ ভেকটর, তথা μ ভেক্টরের কেবলমাত্র মান নির্ণয় করবো। আর $\frac{e\hbar}{2m} = 1$ nm বা $1\ \mu_N$। অতএব উপরের সম্পর্কটি দাঁড়ায় (nm এককে)

$$\mu = (a_l g_l + a_s g_s)\,\mathbf{j} \qquad (৪\text{-}৫২)$$

Scanned with CamScanner

g হচ্ছে সুপরিচিত ল্যান্ডে g গুণক (Lande′ g factor), অর্থাৎ

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

$g_s = 2$, প্রোটন ও নিউট্রন উভয়ের জন্য

এবং $g_l = 1$ প্রোটনের জন্য, $g_l = 0$ নিউট্রনের জন্য।

$a_l j$ এবং $a_s j$ হচ্ছে **j** বরাবর যথাক্রমে $\boldsymbol{l}$ এবং **s** এর অভিক্ষেপ (Projection) অর্থাৎ

$$a_l = \frac{\boldsymbol{l} \cdot \mathbf{j}}{j^2}$$

$$= \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2j(j+1)}$$

এবং $$a_s = \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{j}}{j^2}$$

$$= \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

এ থেকে আমরা পাই

$j = l + 1/2$ অবস্থার জন্য

$$a_l = \frac{j - 1/2}{j} \text{ এবং } a_s = \frac{1}{2j} \qquad (৪\text{-}৫৩)$$

এবং $j = l - 1/2$ অবস্থার জন্য

$$a_l = \frac{j + 3/2}{j+1} \text{ এবং } a_s = -\frac{1}{2(j+1)} \qquad (৪\text{-}৫৪)$$

এখন, ৪-৫২ নং সম্পর্কে a_l এবং a_s এর উপরোক্ত মান (৪-৫৩ এবং ৪-৫৪ নং সম্পর্ক প্রদত্ত) বসিয়ে পাই

Scanned with CamScanner

$\mu = (j - 1/2)\, g_l + (1/2)\, g_s$, $j = l + 1/2$ অবস্থার জন্য

এবং $\mu = \left[(j+3/2)\, g_l - (1/2)\, g_s \right] \frac{j}{j+1}$, $j = l - 1/2$ অবস্থার জন্য

অতএব, জোড় প্রোটন বিজোড় নিউট্রন নিউক্লিয়াসের জন্য পাওয়া যায়

$$\mu = \mu_n, \qquad j = l + 1/2 \text{ অবস্থার জন্য}$$

$$= -\frac{j}{j+1}\, \mu_n, \qquad j = l - 1/2 \text{ অবস্থার জন্য} \qquad (৪\text{-}৫৫)$$

এবং বিজোড় প্রোটন জোড় নিউট্রন নিউক্লিয়াসের জন্য পাই

$$\mu = \left(j - \frac{1}{2}\right) + \mu_p, \qquad j = l + 1/2 \text{ অবস্থার জন্য}$$

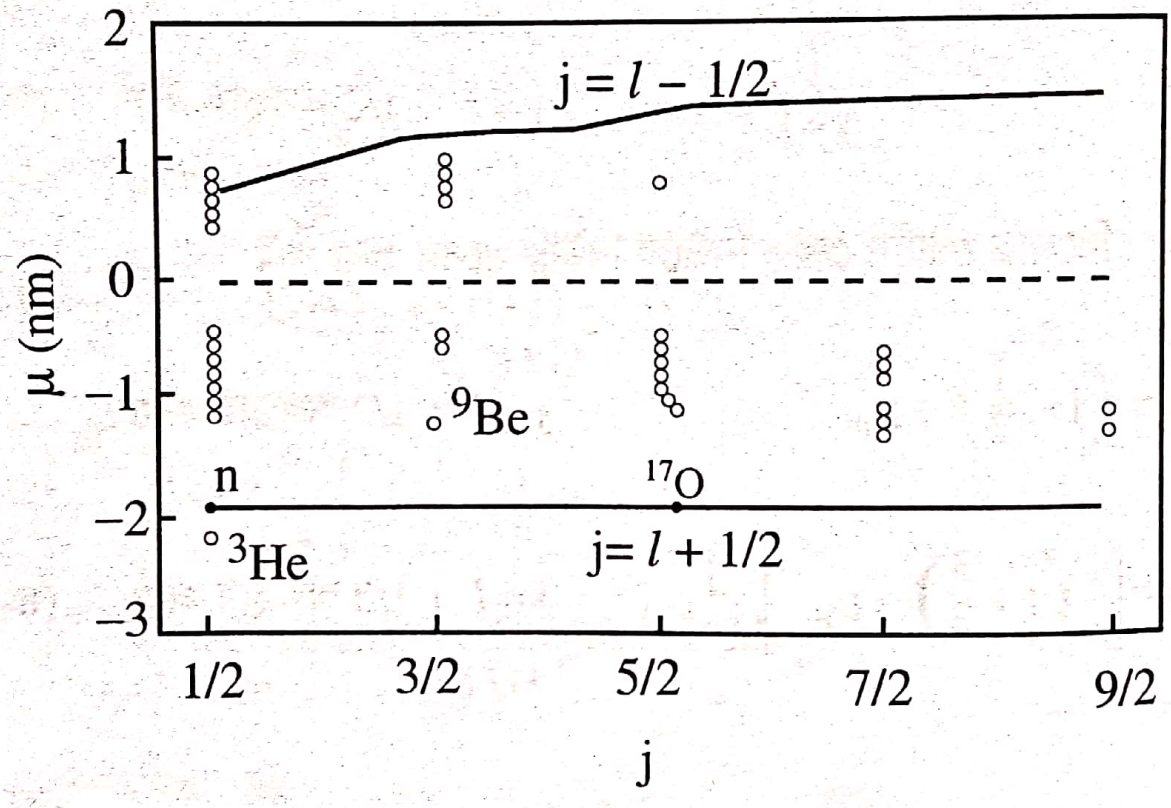
$$\mu = \left[\left(j + \frac{3}{2}\right) - \mu_p \right] \frac{j}{j+1} \qquad j = l + 1/2 \text{ অবস্থার জন্য} \qquad (৪\text{-}৫৬)$$

৪-৫৫ এবং ৪-৫৬ নং সম্পর্কে μ_n $(=1/2\ g_s)$ এবং μ_p $(=1/2\ g_s)$হচ্ছে যথাক্রমে নির্বাধ (Free) নিউট্রন ও নির্বাধ প্রোটনের স্বকীয় স্পিন (Intrinsic spin) উদ্ভূত চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক। অর্থাৎ $\mu_n = -\ 1.914$ nm এবং $\mu_p = +\ 2.793$ nm (১-২ নং সারণী)।

উপরোক্ত সম্পর্ক দুটি (৪-৫৫ এবং ৪-৫৬ সম্পর্ক) থেকে প্রাপ্ত (অর্থাৎ, শেল মডেল প্রদত্ত) চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামককে শ্মিড্‌ট মান (Schmidt value) বলেও অভিহিত করা হয়। অভিন্ন শেল মডেল অবস্থায় একটি বিজোড় প্রোটন ও একটি বিজোড় নিউট্রনের জন্য উদ্ভূত নিউক্লিয় চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক ভিন্ন মান বিশিষ্ট হচ্ছে। দু'ক্ষেত্রে g_l এর ভিন্নতর মানের জন্যই স্পষ্টতঃ এরূপ ঘটছে ।

Scanned with CamScanner

৪-১৫ এবং ৪-১৬ নং চিত্রে যথাক্রমে জোড় প্রোটন বিজোড় নিউট্রন নিউক্লিয়াস এবং বিজোড় প্রোটন জোড় নিউট্রন নিউক্লিয়াসের জন্য শেল মডেল প্রদত্ত চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক পরীক্ষণ-লব্ধ মানের তুলনা করা হয়েছে। সক্রিয় (Active) নিউক্লিয়নের মোট কৌণিক ভরবেগ j, অন্যকথায় সম্পূর্ণ বিজোড় নিউক্লিয়াসের মোট কৌণিক ভরবেগ J (= j, শেল মডেল অনুসারে) এর সাপেক্ষে এ দু'ক্ষেত্রে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের নির্ভশীলতা এ দুটি চিত্রে দেখানো হয়েছে।

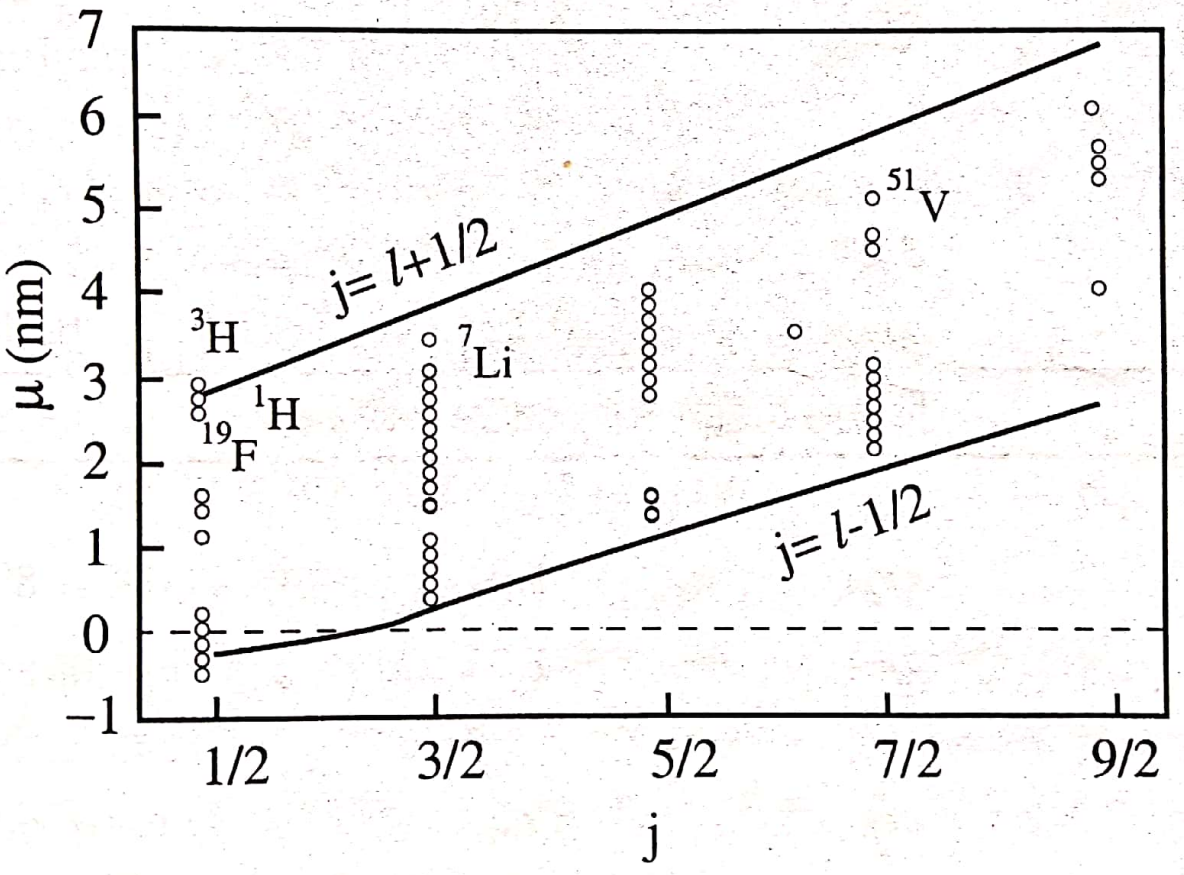


চিত্র নং ৪-১৫ বিজোড় N নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক এবং শ্মিড্‌ট রেখা। এ চিত্রে এবং পরবর্তী চিত্রে উদাহরণ হিসাবে কয়েকটি মাত্র নিউক্লিয়াসের পরীক্ষণ-লব্ধ চৌম্বক দ্বিমেরু দেখানো হয়েছে।

বিভিন্ন j মানের (বা J মানের) জন্য শেল মডেল প্রদত্ত μ এর মান সংযোগকারী রেখাকে (চিত্রদ্বয়ে মোট চারটি রেখাকে) বলা হয় শ্মিড্‌ট রেখা (Schmidt lines)। ফলাফল নিম্নে পর্যালোচনা করা হচ্ছে। এ প্রেক্ষিতে মনে রাখা প্রয়োজন যে, J একটি

Scanned with CamScanner

কোয়ান্টায়িত (Quantized) রাশি, কিন্তু μ কোয়ান্টায়িত রাশি নয়। অতএব, কোনও নিউক্লিয়াসের পরীক্ষণ-লব্ধ ফলের সাথে শেল মডেল প্রদত্ত J মান হয় সম্পূর্ণভাবে মিলে যাবে, না হয় আদৌ মিলবে না। আমরা অবশ্য দেখেছি অধিকাংশ নিউক্লিয়াসের ক্ষেত্রেই মিলে গেছে। কিন্তু চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক 'হুবহু' মিলে যাওয়ার কথা বলা একেবারে অর্থহীন। তাই আমরা দেখবো শ্মিড্‌ট মান আর পরীক্ষণ-লব্ধ চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক পরস্পর কতোটা কাছাকাছি থাকে।



চিত্র নং ৪-১৬ বিজোড় Z নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক এবং শ্মিড্‌ট রেখা।

উদাহরণ হিসাবে ৪-৬ নং সারণীতে কয়েকটি বিজোড় A নিউক্লিয়াসের শেল মডেল প্রদত্ত চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক ও পরীক্ষণ-লব্ধ মানের তুলনা করা হলো। নিউক্লিয়ন বিন্যাস দেখানো হলো না। এটা পূর্বের মত নির্ণয় করতে হবে। সারণীতে ভূমি অবস্থায় মান দেখানো হলো।

Scanned with CamScanner

সারণী নং ৪-৬ ভূমি অবস্থায় শেল মডেল প্রদত্ত এবং পরীক্ষণ-লব্ধ চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের তুলনা (বিজোড় A নিউক্লিয়াস)

নিউক্লিয়াস	ভূমি অবস্থার শেল মডেল মান		পরীক্ষণ লব্ধ মান
	$J\pi$	μ(nm)	μ(nm)
	বিজোড় প্রোটন জোড় নিউট্রন নিউক্লিয়াস		
$j = l + 1/2$			
^{7}Li	$3/2^-$	3.79	3.26
^{45}Sc	$7/2^-$	5.79	4.70
$j=l-1/2$			
$^{35}C1$	$3/2^+$	0.12	0.82
^{39}K	$3/2^+$	0.12	0.20
	বিজোড় নিউট্রন জোড় প্রোটন নিউক্লিয়াস		
$j = l + 1/2$			
^{17}O	$5/2^+$	–1.91	–1. 89
^{25}Mg.	$5/2^+$	–1.91	–0. 85
$j = l - 1/2$			
^{13}C	$1/2^-$	0.64	0. 70
^{33}S	$3/2^+$	1.15	0. 55

$^{35}C1$ এবং ^{39}K নিউক্লিয়াসদ্বয়ের ভূমি অবস্থায় সক্রিয় প্রোটন অভিন্ন শেল মডেল অবস্থা, যথা $1d_{3/2}$অবস্থায়, থাকে। কিন্তু সারণী থেকে দেখা যায় যে, এদের একটির ক্ষেত্রে (^{39}K) শ্মিড্‌ট মান (Schmidt value) পরীক্ষণ-লব্ধ দ্বিমেরু ভ্রামকের কাছাকাছি, অথচ অন্যটিতে ($^{35}C1$) এ দুটো মানের মাধ্যে প্রচন্ড পার্থক্য একই ভাবে, ভূমি অবস্থায় ^{17}O এবং ^{25}Mg নিউক্লিয়াস দুটিতে সক্রিয় নিউট্রনটি অভিন্ন শেলে অবস্থিতির জন্য এদের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের শেল মডেল প্রদত্ত মান

Scanned with CamScanner

একই। কিন্তু এদের দ্বি-মেরু ভ্রামকের পরীক্ষণ প্রদত্ত মান সম্পূর্ণ ভিন্ন। ^{17}O এর ক্ষেত্রে শ্মিড্‌ট মান আর পরীক্ষণ লব্ধ মান পরীক্ষণের ত্রুটির সীমায় একই বলা চলে।

৪-১৫ এবং ৪-১৬ নং চিত্র থেকে দেখা যায় যে, মাত্র গুটি কয়েক নিউক্লিয়াস (^{3}T, ^{3}He, ^{13}C, ^{15}N ইত্যাদি) ভিন্ন অন্য সব নিউক্লিয়াসের জন্য পরীক্ষণ-লব্ধ চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক শ্মিড্‌ট রেখা (Schmidt lines) দ্বয়ের ভিতরে থাকে। এজন্য শ্মিড্‌ট রেখাদ্বয়কে শ্মিড্‌ট সীমা (Schmidt limits) নামেও অভিহিত করা হয়। আরও লক্ষণীয় যে, অধিকাংশ পরীক্ষণ-লব্ধ μ এর মান $j = l + 1/2$ এবং $j = l - 1/2$ এ দুটো শ্মিড্‌ট রেখার বিশেষ একটির খুবই কাছে থাকে। নিকটবর্তী শ্মিড্‌ট রেখা থেকে কোন নিউক্লিয়াসেই এ পার্থক্য ~1 nm এর অধিক নয়।

এ থেকে মনে হতে পারে যে, এ সব বিজোড় A নিউক্লিয়াসে নিউক্লিয়ন বিন্যাস (Configuration) বিশেষ J মানের জন্য $l = j \pm 1/2$ এ অবস্থা দ্বয়ের সংমিশ্রণ (Admixture)। কিন্তু এ দুটো l মানের পার্থক্য 1 বলে অবস্থা দুটোর সমতা (Parity) বিপরীত। অর্থাৎ এরূপ দুটো অবস্থার সংমিশ্রণ সম্ভব নয়। বিষয়টি একটি সহজ উদাহরণের সাহায্যে পর্যালোচনা করা হচ্ছে।

আমরা ^{7}Li নিউক্লিয়াসটি বিবেচনা করি। ভূমি অবস্থায় ^{7}Li এর নিউক্লিয়ন বিন্যাস নিম্নরূপ।

প্রোটন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2]_{Jp=o} (1p_{3/2})^1$

নিউট্রন বিন্যাস : $[(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^2]_{Jn=o}$

অর্থাৎ পূর্ণ $(1s_{1/2})$ নিউট্রন-প্রোটন এবং $(1p_{3/2})^2$ নিউট্রন সমন্বয়ে গঠিত কোরটির বাইরে $1p_{3/2}$ কক্ষে স্থিত একটি প্রোটনের ভূমি অবস্থায় $J^{\pi}=3/2^-$ এবং $\mu = 3.79$ nm (শ্মিড্‌ট মান)।৪-৬ নং সারণী দ্রষ্টব্য। এই জন্য ভূমি অবস্থায় তরঙ্গ অপেক্ষক (Wave function) হচ্ছে

$$\Psi = \Psi (1s_{1/2}) \Psi_n (J_n = 0) \Psi_p (j_p = 3/2) \qquad (৪\text{-}৫৭)$$

এখানে মনে করা হয়েছে যে, $1p_{3/2}$ কক্ষস্থিত নিউট্রন দুটি নিষ্ক্রিয় কোরের (Inert core) অন্তর্ভুক্ত, অর্থাৎ এদের মোট কৌণিক ভরবেগ $J_n = 0$। প্রকৃতপক্ষে এ দুটো নিউট্রনের সংযোজন (Coupling) থেকে নিম্নলিখিত কৌণিক ভরবেগ সম্ভব

$$J_n = 0, 1, 2, 3$$

এ যাবৎ আমরা শুধুমাত্র $J_n = 0$ অবস্থা বিবেচনা করেছি। এর সাথে কেবলমাত্র $J_n = 2$ অবস্থার সংমিশ্রণ সম্ভব। অন্য দুটো অবস্থার ($J_n = 1$এবং 3) প্রতিসাম্য ধর্ম (Symmetry properties) $J_n = 0$ এর বিপরীত।

Scanned with CamScanner

অতএব ৪-৫৭ নং সম্পর্ক দ্বারা প্রকাশিত তরঙ্গ অপেক্ষকের পরিবর্তে আমরা নিম্নলিখিত তরঙ্গ অপেক্ষক বিবেচনা করি ($J_n = 0$ এবং $J_n = 2$ অবস্থার সংমিশ্রণ)

$$\Psi = \Psi\,(1s_{1/2})\,[\Psi_n\,(J_n = 0) + \alpha\Psi_n\,(J_n = 2)]\,\Psi_p\,(j_p = 3/2) \qquad (৪\text{-}৫৮)$$

এখন যেহেতু ভূমি অবস্থায় ^7Li এর পরীক্ষণ-লব্ধ চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক μ (= 3.26 nm) শ্মিড্‌ট মানের চাইতে কিছুটা কম, তাই ৪-৫৮ নং সম্পর্কের α এর মান ছোট। পরীক্ষণ-লব্ধ মানের সাথে সঙ্গতির জন্য α এর মান নির্ধারণ করা সম্ভব। লক্ষণীয় যে, $J_n = 2$ অবস্থার এহেন সংমিশ্রণ ^7Li এর $J^{\pi}(=3/2)$ মানের উপর আদৌ প্রভাব ফেলবে না।

তবে, যে কয়েকটি নিউক্লিয়াসের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক শিম্মড্‌ট সীমার বাইরে থাকে, তাদের ক্ষেত্রে এ প্রকার অবস্থার সংমিশ্রণ (Mixing of states) থেকে পরীক্ষণ-লব্ধ মান ব্যাখ্যা করা সম্ভব নয়।

মনে রাখা প্রয়োজন যে, ৪-৫৫ এবং ৪-৫৬ নং সম্পর্কে নির্বাধ (Free) নিউট্রন ও নির্বাধ প্রোটনের স্বকীয় স্পিন-উদ্ভূত চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক μ_nএবং μ_p ব্যবহার করা হয়েছে। কিন্তু নিউক্লিয়াসে বদ্ধ (Bound) নিউক্লিয়নের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের মান উক্ত μ_nএবং μ_p থেকে ভিন্নতর হতে পারে। তবে দুটো নিউক্লিয়নের গড় দূরত্ব নিউক্লিয়নের আকারের ($\lambda \sim 0.8$ fm) তুলনায় অনেক বেশী। সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ দিক বা ত্রুটি হচ্ছে মেজোন বিনিময় তড়িৎ প্রবাহের (Meson exchange current) প্রভাব বিবেচনা না করা।+

জোড় জোড় নিউক্লিয়াসের মোট কৌণিক ভরবেগ শূন্য বিধায় এদের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক অনুপস্থিত। আর, বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের জন্য (ডিউটেরনের মত সহজ নিউক্লিয়াস ভিন্ন) দ্বিমেরু ভ্রামকের মান সঠিকভাবে শেল মডেল থেকে পাওয়া যায় না।

Scanned with CamScanner

v) শেল মডেলের সাফল্য ও ব্যর্থতা - সংক্ষিপ্ত সার (Success and failure of the shell model - summary)

নিম্নে এক-কণিকা শেল মডেলের (Single-particle shell model) সাফল্য ও ব্যর্থতা সংক্ষিপ্তকারে দেওয়া হলো।

সাফল্য (Success)

i) শেল মডেলের উল্লেখযোগ্য সাফল্য হচ্ছে ম্যাজিক সংখ্যার (Magic number) যুক্তিসঙ্গত সুন্দর ব্যাখ্যা দান।

ii) জোড় জোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় (Ground state) $J^{\pi}(=0^{+})$ এর ব্যাখ্যা পাওয়া সম্ভব।

iii) অধিকাংশ বিজোড় ভর সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থার মোট কৌণিক ভরবেগ মডেলটি থেকে সঠিকভাবে পাওয়া যায়।

iv) অধিকাংশ বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় সমতা (Parity) ব্যাখ্যা করা সম্ভব।

v) বিজোড় ভর সংখ্যা বিশিষ্ট নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের (Magnetic dipole moment) মোটামুটি ব্যাখ্যা দিতে শেল সক্ষম। এ জন্য কোনও কোনও ক্ষেত্রে নিউক্লিয়ন বিন্যাসের সংমিশ্রণ (Configuration mixing) অন্তর্ভুক্ত করতে হয়।

vi) আইসোমারিক নিউক্লিয়াস (Isomeric nuclei) এবং আইসোমারদের দ্বীপপুঞ্জের (Islands of isomers) অস্তিত্ব ব্যাখ্যা করা সম্ভব হচ্ছে।

vii) বিচ্ছেদন এবং পিক আপ বিক্রিয়ার (Stripping and pickup reactions) অধিকাংশে ক্ষেত্রেই স্বাভাবিকভাবে ব্যাখ্যা করা সম্ভব।

Scanned with CamScanner

ব্যর্থতা (Failure)

i) বিজোড় বিজোড় নিউক্লিয়াসের ভূমি অবস্থায় মোট কৌণিক ভরবেগ (Total angular momentum) দ্ব্যর্থহীনভাবে শেল মডেল থেকে পাওয়া সম্ভব নয়। J এর মানের সীমা পাওয়া যায়। তবে, নর্ডাইমের বিধি (Nordheim's rules) প্রয়োগ করে অধিকাংশ ক্ষেত্রে সাফল্য অর্জন করা সম্ভব হয়েছে বটে, কিন্তু এ বিধিটির তেমন একটা তাত্ত্বিক ভিত্তি নেই।

ii) নিউক্লিয়াসের উত্তেজিত অবস্থার (Excited states) J^{π} মান শেল মডেল থেকে দ্ব্যর্থহীনভাবে পাওয়া সম্ভব নয়।

iii) নিউক্লিয়াসের তড়িৎ চতুর্মেরু ভ্রামকের (Electric quadrupole moment) শেল মডেল থেকে আদৌ কোনও ব্যাখ্যা পাওয়া যায় না।

আমরা এখানে শেল মডেলের একটা অত্যন্ত সহজকৃত চিত্র তুলে ধরেছি। এটা চরম এক-কণিকা শেল মডেল (Extreme single particle shell model)। বাস্তব চিত্র আরও জটিল।+

Scanned with CamScanner