ডিউটেরণ

২-১ ভূমিকা

তাত্ত্বিক পারমাণবিক পদার্থবিদ্যার জন্ম হয় ১৯১৩ সালে যখন নেইলস্ বোর তার হাইড্রোজেন পরমাণুর তত্ত্ব উপস্থিত করেন। এটি ছিল পারমাণবিক দ্বি-কায়া সমস্যার অপরিহার্য সমাধান। কণিকাগুলোর মধ্যকার ক্রিয়াশীল স্থির তাড়িত বলের নির্ভুল বর্ণনা স্থূল পরিমাপ থেকে জ্ঞাত ছিল, কিন্তু পারমাণবিক ব্যবস্থার বলবিদ্যা পরিষ্কার ছিল না। পারমাণবিক ব্যবস্থার বলবিদ্যা যা বোর শুরু করেন, পরবর্তীকালে শ্রোডিংগার এবং হাইজেনবার্গ এটি পরিমার্জিত করেন যখন তাঁরা ১৯২৬ সালে তাদের তরঙ্গ বলবিদ্যা সংক্রান্ত তত্ত্বাবলী উপস্থিত করেন।

নিউক্লীয় পদার্থবিদ্যায় পরিস্থিতি ভিন্নতর কারণ নিউক্লীয় বল প্রত্যক্ষ স্থূল নিরীক্ষণে অগম্য। তা সত্ত্বেও অন্ততঃ নিউক্লীয় পদার্থবিদ্যার কতক ক্ষেত্রে তরঙ্গ বলবিদ্যা কিছুটা সাফল্যের সাথে প্রয়োগ করা হয়েছে। সুতরাং আমরা তরঙ্গ বল-বিদ্যার নীতিসমূহ নিউক্লীয় সমস্যায় ব্যবহারের চেষ্টা করতে পারি এবং তারপর পরীক্ষালব্ধ উপাত্তের সাথে তুলনা করে দুই বা ততোধিক বস্তুর মধ্যে ক্রিয়াশীল নিউক্লীয় বল সম্পর্কে তাদের আপেক্ষিক পৃথকীকরণ, স্পিন দিগাবস্থা ইত্যাদির সাহায্যে একটি সংগতিপূর্ণ বর্ণনা পেতে আশা করব। স্পষ্ট বিশ্লেষণের জন্য সরলতম ব্যবস্থা হচ্ছে দুটি নিউক্লিয়ন দ্বারা গঠিত ব্যবস্থা।

দ্বি-নিউক্লিয়ন ব্যবস্থার জন্য দুই প্রকারের পরীক্ষালব্ধ উপাত্ত বর্তমান। এক সেটে আছে একমাত্র বিদ্যমান বদ্ধ নিউক্লীয় দ্বি-কায়া ব্যবস্থা, অর্থাৎ ডিউটেরণের অধ্যয়ন সম্পর্কিত ফল। পারমাণবিক পদার্থবিদ্যায় তরঙ্গ বলবিদ্যা বা অন্য তত্ত্বের সাফল্য পরিমাপ করা হয় উক্ত তত্ত্বের নিরীক্ষিত উত্তেজিত অবস্থাসমূহের শক্তি সঠিকভাবে প্রদান করার সামর্থ্য অনুসারে। দুর্ভাগ্যক্রমে ডিউটেরণের একটি মাত্র বদ্ধ স্তর আছে অর্থাৎ ভূমি অবস্থা। সুতরাং পরীক্ষালব্ধভাবে নির্ণীত ডিউটেরণের স্হির ধর্মাবলী যা তত্ত্বসমূহ যাচাই করার জন্য ব্যবহৃত হতে পারে তাহলো অপ-রিহার্যভাবে একমাত্র ভূমি-অবস্থার শক্তি, এর কৌণিক ভরবেগ, প্যারিটি, তড়িৎ চতুর্পোল মোমেন্ট এবং চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট এবং উচ্চশক্তি ইলেকট্রনের বিক্ষেপণ দ্বারা ডিউটেরণের আকার সম্পর্কিত কিছু পরিমাপ।

দ্বি-নিউক্লিয়ন ব্যবস্থার আরেক প্রকার উপাত্ত পাওয়া যায় একটি নিউক্লিয়নের অন্য নিউক্লিয়ন দ্বারা বিক্ষেপণ সংক্রান্ত অধ্যয়ন থেকে। বাস্তবে, এর মানে হচ্ছে নিউক্লিয়নসমূহের একটি বীম নিউক্লিয়নগুলোর একটি লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করে, এবং সংঘর্ষ সম্ভাব্যতা, কৌণিক বন্টন ইত্যাদি পরিমাপ করা যায়। যেহেতু নিউট্রনকে লক্ষ্যবস্তু করা প্রোযোগীয় নয়, পরীক্ষা তথাকথিত নিউট্রন-প্রোটন বিক্ষেপণ এবং প্রোটন—প্রোটন বিক্ষেপণের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে।

বিদ্যমান পরীক্ষালব্ধ বিক্ষেপণ উপাত্ত এবং ডিউটেরণের স্হির ধর্মাবলীর উপাত্তের উপর অনেক গবেষকের তাত্ত্বিক গবেষণা থেকে নিউক্লিয়নের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল সম্পর্কিত কয়েকটি অর্ধ প্রতিভাসীয় বর্ণনা পাওয়া যায়। এই বর্ণনা-গুলো মোটামুটি সঙ্গতিপূর্ণ কিন্তু খুবই জটিল। এই সকল গবেষণার একটির ফল ৩—১১ অনুচ্ছেদে উদ্ধৃত করা হলো।

২-২ ডিউটেরণ ঃ পরীক্ষালব্ধ উপাত্ত

ডিউটেরণের বন্ধন শক্তি ১—৩ সারণীতে দেয়া আছে 2·225 MeV। এই সংখ্যা হচ্ছে পারমাণবিক ভর পরিমাপ এবং নিউক্লীয় বিক্রিয়া উপাত্ত দ্বারা প্রাপ্ত বিপুল সংখ্যক প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষ নির্ণয়ের গড়। ডিউটেরণের বন্ধন শক্তি পরিমাপের দুটি প্রত্যক্ষ পদ্ধতি আছে। যখন একটি প্রোটন ও নিউট্রন একত্রিত হয়ে ডিউটেরণ গঠন করে (n—p গ্রাস) তখন যে গামা রশ্মি নির্গত হয় তার শক্তি পরিমাপ দ্বারা একটি পদ্ধতি গঠিত। অন্য পদ্ধতি গামা বিকিরণের শক্তি যা নিউট্রন ও প্রোটনের অনুবন্ধ ভেঙ্গে দেয় (ফটোভাঙ্গন) তা পরিমাপ দ্বারা গঠিত।

আমরা এখানে ম্যাচাচুসেটস্ ইনস্টিটিউট অব টেকনোলজির নিউক্লীয় রিয়্যাকটরে যে n—p গ্রাস পরীক্ষা[1] করা হয় তা বর্ণনা করব। পরীক্ষার ব্যবস্হা ২—১ (ক) চিত্রে প্রদর্শিত হল। রিয়্যাকটর থেকে মন্থর নিউট্রন (শক্তি 1eV এর চেয়ে কম) হাইড্রোজেন ধারণকারী লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করে। লক্ষ্যবস্তুর প্রোটন দ্বারা এই সকল নিউট্রনের কিছু সংখ্যক গ্রাস হয়ে ডিউটেরণ তৈরী হয়। গ্রাস গামা রশ্মির শক্তি একটি কোয়ার্জ-কেলাস স্পেকট্রোস্কোপ ব্যবহার করে পরিমাপ করা হয়। এই যন্ত্রটি x—রশ্মি কাজে ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত যন্ত্রের অনুরূপ। এই যন্ত্রে ব্রাগ প্রতিফলনের নীতি ব্যবহৃত হয় যা ২—১ (খ) চিত্রে বুঝানো হয়েছে। ব্রাগের প্রতিফলনের সূত্র এই তথ্য থেকে প্রতিপাদন করা হয়েছে যে আপতিত বীমের কোন তরঙ্গমুখ থেকে প্রতিফলিত (অপবর্তিত) বীমের কোন তরঙ্গমুখের পথ দৈর্ঘ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমান কিংবা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পূর্ণসংখ্যার পার্থক্যের সমান। সূত্রটি হলো

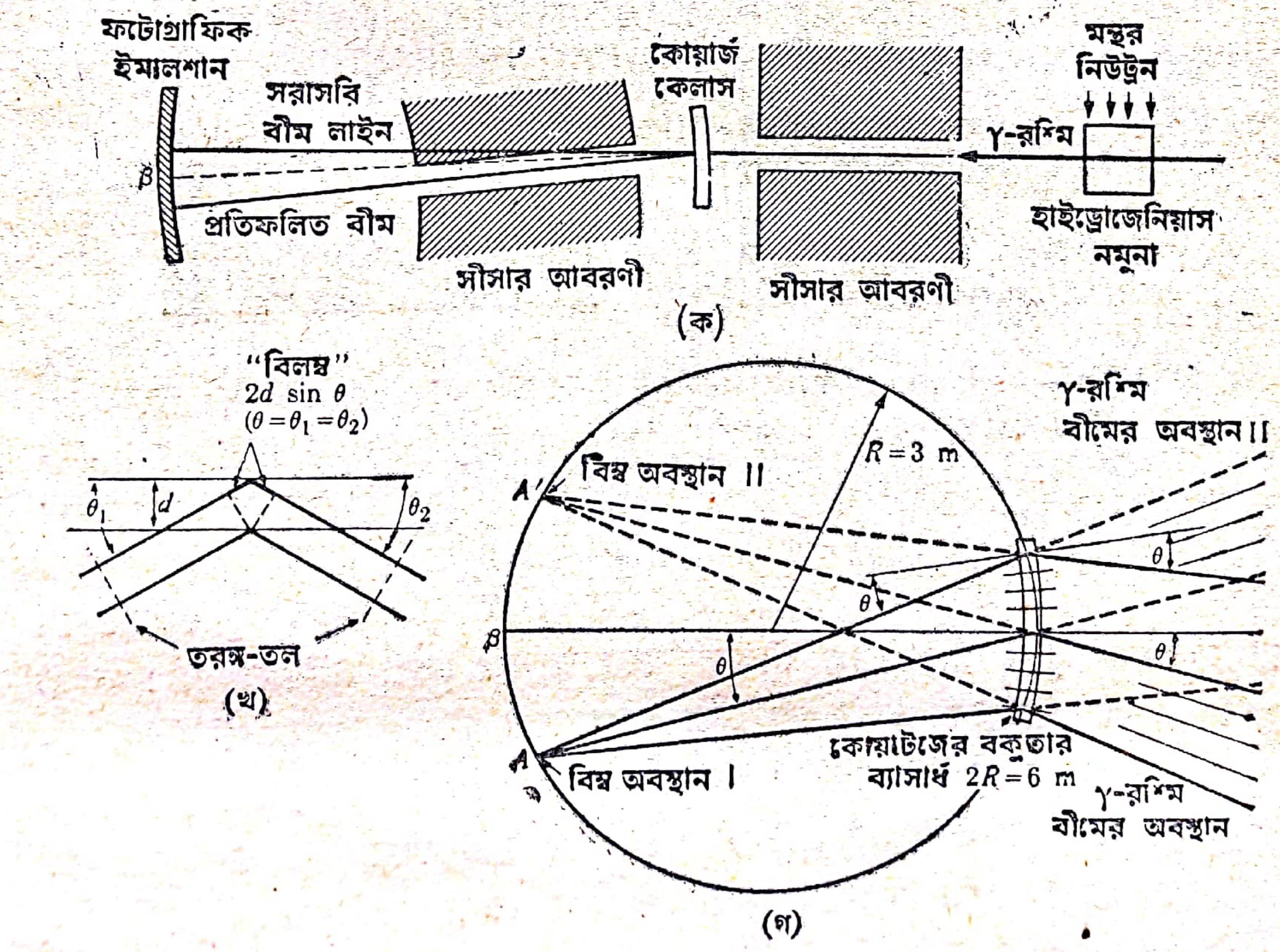
---

[1] A. H. Kazi, N. C. Rasmussen, এবং H. Mark, **Phys. Rev. 123,** 1310 (1961).

$$\theta_1 = \theta_2 (= \theta),\ 2\ d\sin\theta = n\lambda, \qquad (২—১)$$

এখানে λ হচ্ছে রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং n হচ্ছে প্রতিফলনের ক্রম সংখ্যা। এখানে শুধুমাত্র প্রথমক্রমের ($n=1$) প্রতিফলন বিবেচিত হয়েছে।

২—১ (গ) চিত্রে স্পেক্ট্রোগ্রাফের ফোকাসন নীতি ব্যাখ্যা করা হয়েছে। একটি ফটোগ্রাফিক প্লেট যা রেকর্ডার হিসাবে ব্যবহৃত হচ্ছে, তাকে 3m বক্রতার ব্যাসার্ধে বাঁকানো হয়েছে। কেলাসকে 6m বক্রতার ব্যাসার্ধে বাঁকানো হয়েছে যাতে ল্যাটিস সমতলসমূহ β বিন্দুর দিকে মুখ করে থাকে। এই বিন্দুটি হচ্ছে ফটো-গ্রাফিক প্লেটের মধ্যবিন্দু। ব্রাগের শর্ত, (২—১) সমীকরণ, আপতিত বীমের (অবস্থান I) কয়েকটি নির্বাচিত রশ্মির জন্য প্রতিপালিত হতে পারে যথা যেগুলো কেলাসের কোন একটি সমতলে তীর্যক কোন θ তে আঘাত করে। প্রথম ক্রমের প্রতিফলন এইরূপ একটি রশ্মি A বিন্দু দিয়ে পাঠাবে, কেলাসের কোন অংশে এটা প্রতিফলিত হল তা বিবেচ্য নয়।



চিত্র ২-১. নিউট্রন-প্রোটন গ্রাস পরীক্ষা। (ক) নিউক্লীয় রিয়্যাকটরে ব্যবস্থা (খ) ব্র্যাগ প্রতিফলন (গ) বাঁকা কেলাসের ফোকাসন ক্রিয়া।

সমগ্র যন্ত্রটিকেই কেলাসের কেন্দ্র দিয়ে অতিক্রমকারী একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরানো যায়। ল্যাটিস সমতলের অন্যদিক থেকে কেলাসকে আঘাতকারী আপতিত বীমের আরেকটি আলোক সম্পাত তখন নেয়া যায়, এমনভাবে যে আরেকটি প্রথম

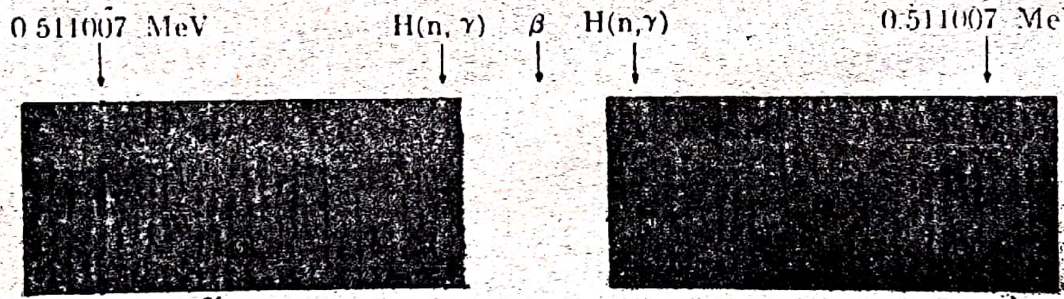
ক্রমের প্রতিবিম্ব A´ বিন্দুতে (বীম অবস্হান II) পাওয়া যায়। ইমালশনের A বিন্দুতে কালো রেখা থেকে ফটোগ্রাফিক প্লেট বরাবর A´ এ অন্য রেখা পর্যন্ত দূরত্ব ব্র্যাগের কোণ প্রদান করে

$$\theta = \frac{AA'}{4R}$$

ব্র্যাগের সম্পর্ক, (২-১) সমীকরণ ব্যবহার করে ইলেকট্রন ভোল্টে গামা রশ্মির শক্তি পাওয়া যায়

$$E\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{hc}{e\lambda} = \frac{hc}{2ed\ \sin\theta} \approx \frac{2Rhc}{(AA')ed} = \frac{\text{ধ্রুবক}}{AA'}$$

যেহেতু R নিভু‌র্লভাবে পরিমাপ করা যায় এবং কোয়ার্জ কেলাসে ব্যবহৃত ল্যাটিস সমতল (310 টি সমতল) গুলোর ব্যবধান d নিভু‌র্লভাবে জ্ঞাত, তাই গামা রশ্মির শক্তি খুব সূক্ষ্মতা সহকারে নির্ণয় করা যায়।



চিত্র ২-২. ছুটি n—p গ্রাস গামা রশ্মি রেখা এবং ছুটি 0·51107 MeV রেখা প্রদর্শনকারী ফটো-গ্রাফিক প্লেটের পুনর্মুদ্রণ। কেন্দ্রীয় অংশকে সরাসরি বীম দ্বারা আঘাত করা থেকে বিরত রাখার জন্য সীসা দ্বারা আবর্তিত করা হয়েছে (চিত্র ২-১)। N. C. Rasmussen এর সৌজন্যে)।

বাস্তবে নির্ভুলভাবে জ্ঞাত শক্তির একটি গামা রশ্মির জন্য AA' দূরত্ব পরিমাপ করে ক্রমাংকন ধ্রুব 2Rhc/ed নির্ণয় করা অনেক বেশী সুবিধাজনক। কাজী প্রমুখরা একটি পজিট্রন ও ইলেকট্রনের পরস্পরের বিনাশ সাধনে নির্গত 0·51-1007 MeV গামা রশ্মি ব্যবহার করেছিলেন। ২—২ চিত্র হচ্ছে ফটোগ্রাফিক প্লেটসমূহের একটির অবিকল প্রতিলিপি যেখানে দুটি বিনাশ রেখা এবং দুটি n—p গ্রাস রেখা দেখা যাচ্ছে। দুই জোড়াতে রেখা পৃথকীকরণ হচ্ছে

$AA' = 12{\cdot}1406$ cm, $0{\cdot}511067$ MeV বিকিরণের জন্য

$AA' = 2{\cdot}7890$ cm, n—p গ্রাস বিকিরণের জন্য

এর থেকে আমরা হিসাব করি

$$E\gamma = 0{\cdot}511007\ (12{\cdot}1406/2{\cdot}7890) = 2{\cdot}2244\ \text{MeV}$$

যেহেতু উপরের হিসাবে $\sin\theta$ কে θ দিয়ে সন্নিকৃষ্ট করা হয়েছে, সুতরাং E_γ এর হিসাবকৃত মানে ক্ষুদ্র সংশোধন প্রয়োগ করতে হয়। যাহোক এর মান মাত্র $0{\cdot}1$ keV।

যেহেতু গামা রশ্মি ক্ষুদ্র কিন্তু তাৎপর্যপূর্ণ ভরবেগ $\frac{h\nu}{c}$ বহন করে, তাই ডিউটেরণ অল্প প্রতিক্ষিপ্ত হয়। সুতরাং মোট মুক্ত শক্তি হলো $E_B = E_\gamma + E_{recoil}$। যেহেতু প্রতিক্ষিপ্ত ডিউটেরণের ভরবেগ, গামা রশ্মিরি ভরবেগের সমান, প্রতিক্ষেপ শক্তি পাওয়া যায়

$$E_{recoil} = \frac{p^2}{2m} = \frac{E^2\gamma}{2mc^2} = \frac{2{\cdot}225^2}{2\times1875} = 1{\cdot}3\times10^{-3}\ \text{MeV}$$

নিরীক্ষিত গামা রস্মির শক্তির বেলায় এই ক্ষুদ্র সংশোধন প্রয়োগ করে আমরা ডিউটেরণের বন্ধন শক্তির জন্য পাই $E_B = 2.2256$ MeV। উপরোক্ত পরিমাপের পরীক্ষালব্ধ অনিশ্চয়তা হচ্ছে প্রায় ± 1.5 KeV।

(খ) কৌণিক ভরবেগ এবং প্যারিটি ঃ কোন নিউক্লীয় অবস্থার কৌণিক ভরবেগ অনেকগুলো আলোক, রেডিও পর্যাবৃত্তিহার এবং মাইক্রোতরঙ্গ পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করা যায় কতকগুলো ৫ অধ্যায়ে আলোচনা করা হবে। ডিউটেরণের ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করা হয়েছে $J=1$।

কোন নিউক্লীয় অবস্থার প্যারিটি সরাসরি পরিমাপ করা যায় না। নিউক্লীয় ভাঙ্গন এবং বিক্রিয়া যার জন্য প্যারিটি পরিবর্তনের কিছু নিয়ম বিদ্যমান, তার অধ্যয়ন থেকে এটি পরোক্ষভাবে নির্ণয় করা যায়। ২—৩ অনুচ্ছেদে আমরা দেখব যে ডিউটেরণের জন্য জোড় প্যারিটি তরঙ্গ অপেক্ষক এই নিউক্লিয়াসের সবচাইতে আপাতদৃষ্টিতে ন্যায়সংগত তাত্ত্বিক বিম্ব প্রদান করে। সকল প্রাসংগিক নিউক্লীয় বিক্রিয়া উপাত্ত এই ফল সত্য বলিয়া দৃঢ়ভাবে সমর্থন করে।

(গ) চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট ঃ ডিউটেরণের চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্টের সাথে প্রোটনের চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্টের অনুপাত চৌম্বক অনুনাদ-বিশোষণ পদ্ধতি[১] দ্বারা পরিমাপ করা হয়েছে। এর নির্ভুলতা 10^8তে প্রায় 5 অংশ। চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট পরিমাপের এই পদ্ধতি ৫—৭ অনুচ্ছেদে বর্ণিত হয়েছে। সংক্ষেপে, কোন নিউক্লিয়াসকে মৃদু আঘাত করার জন্য প্র'য়াজনীয় পর্যাবৃত্তিহার বা কোয়ান্টাম শক্তি কোন চৌম্বক ক্ষেত্রে নিউক্লিয়াসের চৌম্বক মোমেন্টের সাহায্যে পরিমাপের জন্য রেড়িও পর্যাবৃত্তিহার কৌশল ব্যবহৃত হয়েছে।

উপরে বর্ণিত পরিমাপের ফল হলো সেই একই অনুনাদ বিশোষণ পদ্ধতি

১. T. F. wimett, **Phys. Rev 91**, 499 (A) (1953)

$$\mu_d/\mu_p = 0{\cdot}307012192 \pm 0{\cdot}000000015$$

এবং অন্যান্য পদ্ধতি ব্যবহার করে প্রোটনের চৌম্বক মোমেন্টের নিরংকুশ নির্ণয় অর্জিত হয়েছে। ১—৩ সারণীতে প্রদত্ত মানগুলো হচ্ছে এই সকল পরিমাপের ওজনকৃত গড়। উপরের অনুপাতের সাথে সংযুক্ত করে এর থেকে আমরা ডিউটেরণের চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট পাই

$$\mu_d = 0{\cdot}857393 \text{ nuclear magneton (nm)}।$$

(ঘ) তড়িৎ চতুর্পোল মোমেন্ট ঃ ডিউটেরনের চতুর্পোল মোমেন্ট Q 0·00282 barn নির্ণয়ে একটি রেডিও পর্যাবৃত্তিহার আণবিক বীম পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়েছিল।[১]

(ঙ) ডিউটেরণের ব্যাসার্ধ ঃ ১—৩ অনুচ্ছেদে আমরা স্টানফোর্ড বিশ্ব-বিদ্যালয়ে হফস্টেডটার এবং তাঁর সহকর্মীদের কর্তৃক জটিল নিউক্লিয়াসগুলোর ব্যাসার্ধের যুক্তিসংগতভাবে সূক্ষ্ম পরিমাপ সম্পর্কে সংক্ষেপে আলোচনা করেছি। তাঁদের পদ্ধতি অর্থাৎ উচ্চশক্তি ইলেকট্রন বিক্ষেপণ (অপবর্তন), প্রোটন[২] এবং ডিউটেরণে[৩] তড়িতাধান বন্টনের অধ্যয়নেও ব্যবহৃত হয়েছে। ডিউটেরণের জন্য ফলসমূহ এই নিউক্লিয়াসের একটি তরঙ্গ বলবিদ্যা বিম্বের উপর ভিত্তি করা তাত্বিক ভবিষ্যদ্বানীর সাথে তুলনা করা হয়েছে। এই অধ্যয়ন থেকে যে সকল সিদ্ধান্ত নেয়া যায় তার একটি হচ্ছে ডিউটেরণের একটি তাড়িত চৌম্বক ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল আছে যা সন্নিকৃষ্টতঃ 2·1F। প্রোটনের ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল হচ্ছে সন্নিকৃষ্টতঃ 0·8 F।

২—৩ ডিউটেরণের সরল তত্ত্ব

ডিউটেরনের একটি তাত্বিক বর্ণনা পাওয়ার লক্ষ্যে আমরা এখন কোয়ান্টাম বলবিদ্যার পদ্ধতিসমূহ প্রয়োগ করতে চেষ্টা করব। উদ্দেশ্য হচ্ছে ; তাত্বিক-ভাবে ভবিষ্যদ্বাণীকৃত রাশিগুলো পরীক্ষা দ্বারা নিরীক্ষিত রাশিগুলোর সাথে মিলে যায় এটা আবশ্যকীয় ধরে নিউক্লীয় বল সম্পর্কে কিছু শিক্ষা নেয়া। ভরকেন্দ্র ব্যবস্থায় দ্বি-কায়া সমস্যার জন্য শ্রোডিংগার সমীকরণ হলো (সমীকরণ AI-৫৯)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi \qquad (২\text{-}২)$$

---

১ H. G. Kolsky, T. E. Phipps, Jr., N. F. Ramsey, এবং H. B. Silsbee, **Phys. Rev, 87,** 395 (1952); E.P. Auffray, **Phys. Rev. Letters 6,** 120 (1961) কর্তৃক পুনর্হিসাবকৃত।

২. E. E. Chambbers এবং R. Hofstadter, **Phys. Rev, 103,** 1454 (1956)

৩. J. A. Mc Intyre এবং R. Hotstadter, **Phys. Rev, 98,** 158 (1955), J.A. Mc-Intyre এবং G. R. Burleson, **Phys. Rev. 112,** 2077 (1958); এবং J. R. Friedman, H. W. Kendall, এবং P. A. M. Gram, **Phys. Rev, 120** 992 (1960).

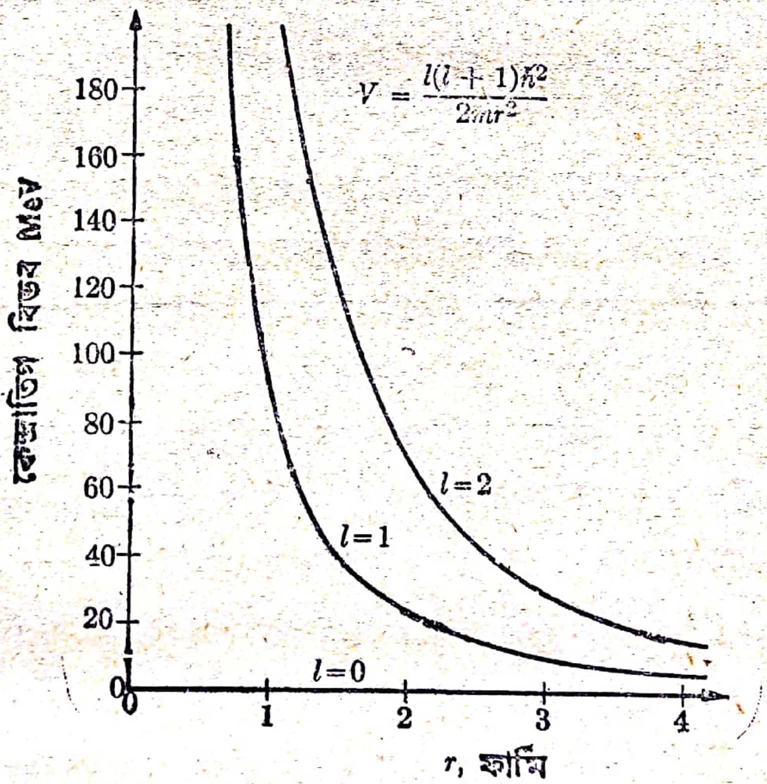
যেখানে m হচ্ছে হ্রাসকৃত ভর

$$m=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \tag{২-৩}$$

V হচ্ছে বস্তু দুটির মধ্যকার বল বর্ণনাকারী বিভব, এবং E হচ্ছে ব্যবস্থার মোট শক্তি। ডিউটেরণের ভূমি অবস্থার জন্য শক্তি হচ্ছে

$$E=-E_B=-2{\cdot}225 \text{ MeV}.$$

বিভব V হচ্ছে কণিকা দুইটির মধ্যকার পৃথকীকরণের অজ্ঞাত অপেক্ষক এবং সম্ভবতঃ অন্যান্য পরিবর্তীসমূহেরও। আমাদের উদ্দেশ্য হচ্ছে এই সকল হিসাব দ্বারা এই অপেক্ষকের উপর আলোকপাত করা। সরলতার জন্য আমরা এই অনুকল্প দিয়ে শুরু করি যে বিভব শুধুমাত্র কণিকা দুটির পৃথকীকরণের অপেক্ষক, $V=V(r)$। এটা একটি অনুকল্প যা পরে আমাদেরকে বাদ দিতে হবে। যখন বিভব গোলীয় প্রতিসম হয়, আমরা জানি যে সমীকরণকে আলাদা করা যায় এবং সমাধানসমূহকে নিম্নোক্ত উপায়ে লেখা যায়,



চিত্র ২-৩. নিউট্রন-প্রোটন ব্যবস্থার জন্য কেন্দ্রাতিগ বিভব

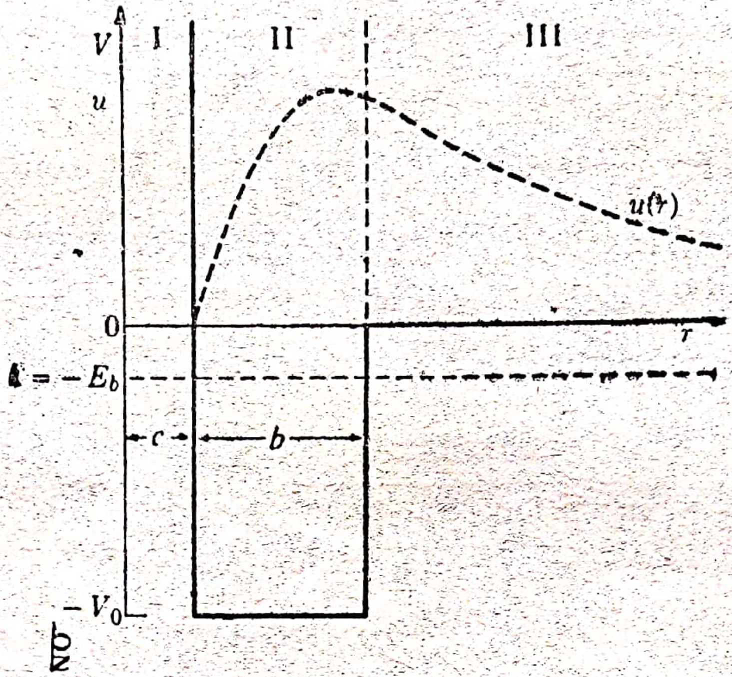
$$\psi=(u_l/r)Y_{lm}(\theta,\Phi) \tag{২-৪}$$

এখানে $Y_{lm}(\theta,\Phi)$ একটি গোলীয় হারমনিক অপেক্ষক এবং u_l হচ্ছে অরীয় তরঙ্গ সমীকরণ

$$\frac{d^2u_l}{dr^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-V-\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]u_l=0 \tag{২-৫}$$

৬—

এর সমাধান। বন্ধনীর শেষ পদ বাস্তব বিভব V এর সরল সংযোজন হিসাবে উপস্থিত। একে 'কেন্দ্রাতিগ বিভব' বলে, কারণ r এর সাপেক্ষে এর বৃদ্ধিহার হচ্ছে সনাতনী কেন্দ্রাতিগ বলের সমান যখন কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে $[l(l+1)]^{1/2}\hbar$।



চিত্র ২-৪. সরলীকৃত নিউট্রন-প্রোটন বিভব এবং ডিউটেরণ অরীয় তরঙ্গ অপেক্ষক।

২—৩ চিত্রে ডিউটেরণ সমস্যার জন্য $l=0$, 1 এবং 2 এর জন্য কেন্দ্রাতিগ বিভব বনাম r ন্যাস আঁকা হয়েছে। কেন্দ্রাতিগ বিভবের ফল থচ্ছে স্পষ্টতঃ কণিকাগুলোকে জোর করে আলাদা করা। বন্ধন লাভ করতে হলে আমাদের একটি আকর্ষণী বা ঋণাত্মক বিভব V এর প্রয়োজন যা বিকর্ষণী কেন্দ্রাতিগ বিভবের ক্ষতিপূরণ করেও বেশী হবে, অন্ততঃপক্ষে কণিকা পৃথিকীরণ r এর নির্দিষ্ট পাল্লার জন্য। পরিষ্কারভাবে এটা সহজেই অর্জিত হয় $l=0$ অবস্থায়। গোলীয় প্রতিসম বিভবের যেকোন দ্বি-কায়া ব্যবস্হার জন্য সর্বনিম্ন কোয়ান্টাম বলবিদ্যা অবস্হা হচ্ছে তাহলে সর্বদা একটি $l=0$ অবস্হা (S অবস্হা)।

যে বিভব অপেক্ষক শ্রোডিংগারের সমীকরণের সরলতম সমাধান প্রদান করে তা হচ্ছে—বর্গকূপ (চিত্র ২-৪)। $r<c$ এর জন্য "শক্ত মজ্জা" (অনন্ত উচ্চ) বিভব কার্যকরভাবে কণিকাগুলোকে c দূরত্বের নিকটবর্তী হতে প্রতিহত করে। বিক্ষেপণ এবং নিউক্লীয় গঠন অধ্যয়ন থেকে আমাদের বিশ্বাস করার যথেষ্ট কারণ আছে যে নিউট্রন-প্রোটন বিভব বাস্তবে ঐ জাতীয় একটি শক্ত মজ্জা ধারণ করে। আমাদের বিশ্বাস করার কোন কারণ নেই যে বাস্তব বিভবের আকর্ষণীয় অংশ বর্গকূপ জাতীয়, এখানে বর্গকূপ বিভব নিয়ে চেষ্টা করার একমাত্র যথার্থতা হচ্ছে এর সারল্য। নিম্নে কূপের মজ্জা ব্যাসার্ধ c, প্রস্থ b এবং গভীরতা V_0 কে সমন্বয় সাধনযোগ্য প্যারামিটার হিসাবে বিবেচনা করা হবে।

যেহেতু তরঙ্গ অপেক্ষককে এলাকা I এ শূন্য হতেই হবে (চিত্র ২–৪), সুতরাং এলাকা II এবং III এ অরীয় তরঙ্গ সমীকরণ সমাধান করাই যথেষ্ট হবে। II এলাকায় আমরা তরঙ্গ সমীকরণ ($l=0$ এর জন্য) লিখতে পারি, u এর পাদাংক বাদ দিয়ে

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E_B)u = 0 \qquad (২\text{-}৬)$$

এখানে V_0 এবং E_B ধনাত্মক সংখ্যা। সীমান্ত শর্ত $r=c$ তে $u=o$ প্রতিফলিত[১] হলে এই সমীকরণের সমাধান হচ্ছে

$$u_{II}=A \sin K\,(r\text{-}c) \qquad (২–৭)$$

যেখানে A হচ্ছে একটি নর্মায়ন ধ্রুবক এবং

$$K=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m\,(V_o-E_B)} \qquad (২–৮)$$

III এলাকায় অরীয় সমীকরণ নিম্নোক্ত রূপ পরিগ্রহণ করে

$$\frac{d^2u}{dr^2}-\frac{2m}{\hbar^2}E_B\,u=0 \qquad (২\text{-}৯)$$

এই সমীকরণের সমাধান যা সীমান্ত শর্ত $r=\alpha$ তে $u=0$ প্রতিপালিত হয় তা হলো

$$u_{III}\; -=B_e^{-kr} \qquad (২\text{-}১০)$$

এবং B হচ্ছে নর্মায়ন ধ্রুব এবং

$$k=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE_B} \qquad (২\text{-}১১)$$

এলাকা II এবং III এ পূর্ণ তরঙ্গ অপেক্ষকগুলো (২–৪) সমীকরণ দ্বারা প্রদত্ত যেখানে $l=0$ এর জন্য গোগীয় হারমনিক $Y_{oo}=(4\pi)^{-1/2}$ এবং u_o হচ্ছে u_{II} এবং u_{III} এর সমান। নিম্নে আমরা শুধু অরীয় তরঙ্গ অপেক্ষক নিয়ে কাজ করব। দুই এলাকার সীমান্তে u_{II} কে u_{III} এর সাথে মিলিত করে, আমরা স্পষ্টভাবে মোট তরঙ্গ অপেক্ষক ψ_{II} এবং ψ_{III} মিলিত করি। যখন আমরা পরে u কে নর্মায়িত করি, পুনরায় মোট তরঙ্গ অপেক্ষক নর্মায়িত হবে। পরিশেষে আমরা যখন প্রত্যাশিত মান হিসাব করি, কৌণিক অংশ স্বাভাবিক–

---

১. সাধারণভাবে, আমরা দাবী করি যে তরঙ্গ অপেক্ষকের প্রথমক্রম বৃদ্ধিহার নিরবচ্ছিন্ন হবে (সসীম দ্বিতীয় ক্রমের বৃদ্ধিহারের সাদৃশ্য অনুসারে)। এই ক্ষেত্রে, যেহেতু $r \leqslant c$ এর জন্য বিভব অনন্ত হয়, শ্রোডিংগার সমীকরণ অমান্য না করেও $\frac{d2u}{dr2}$ কে অনন্ত হতে অনুমতি দেওয়া হয়।

ভাবেই সংকলিত হয়ে যাবে এবং (২-৪) সমীকরণের হর r কে যখন বর্গ করা হবে, তা আয়তন উপাদানের r^2 নাকচ করে দেবে। সুতরাং একমাত্রিক তরঙ্গ অপেক্ষক ব্যবহার করা যথার্থই হয়েছে।

এখন $r=c+b$ সীমান্তে (২-৭) এবং (২-১০) সমীকরণকে এমনভাবে মিলিত করতে হবে যে উভয় অপেক্ষকই u এবং এর প্রথম বৃদ্ধিহার সীমান্তে নীরবচ্ছিন্ন হয়। একমাত্র এই উপায়েই শ্রোডিংগার সমীকরণ (২-৬) এই বিন্দুতে পরিতুষ্ট হতে পারে। এই সকল সীমান্ত শর্ত ($r=c+b$ সহকারে) থেকে পাওয়া যায়,

$$AK \cos Kb = -kBe^{-K(c+b)}$$

$$A \sin Kb = Be^{-K(c+b)} \qquad (২-১২)$$

যেহেতু এই মুহূর্তে আমরা নর্মায়ন ধ্রুবক A এবং B সম্পর্কে আগ্রহী নই, আমরা উপরোক্ত সমীকরণ দুটিকে একে অন্যের দ্বারা ভাগ করি, এবং পাই,

$$K \cot Kb = -k \qquad (২-১৩)$$

(২-১৩) সমীকরণ পরোক্ষভাবে দ্বি-নিউক্লিয়ন ব্যবস্থার বন্ধন শক্তি E_B কে অনুকল্পিত বর্গকূপ বিভবের প্রস্থ b এবং গভীরতা V_0 এর সাথে সম্পর্কযুক্ত করে। মজ্জা ব্যাসার্ধ c এই সমীকরণে অনুপস্থিত। যেহেতু E_B পরিমাপ করা হয়েছে, (২-১৩) সমীকরণ দুটি অজ্ঞাত প্যারামিটার V_0 এবং b এর মধ্যে সম্পর্ক প্রদান করে। সুতরাং এই প্যারামিটারগুলো নির্ণয়ের জন্য এ গুলোকে সংযোগকারী আরেকটি সমীকরণ পেতে হবে, অর্থাৎ আমাদেরকে আরেকটি যথার্থ পরীক্ষালব্ধ ফল ব্যবহার করতে হবে। আমরা প্রথমে উদাহরণের সাহায্যে V_0 এবং b এর মানের ক্রম ব্যাখ্যা করতে চেষ্টা করব।

আমরা সম্পূর্ণ স্বৈচ্ছিকভাবে অনুকল্প করি যে কূপ গভীরতা $V_0=40\,\text{MeV}$ এবং আমরা প্রস্থ b এর জন্য (২-১৩) সমীকরণ সমাধান করতে অগ্রসর হই। ব্যস্ত ফার্মিতে পরিমাপকৃত তরঙ্গ সংখ্যার একটি সাধারণ সূত্র হচ্ছে

$$|k| = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m|T|} = 0{\cdot}2187\sqrt{m|T|}\,F^{-1} \qquad (২-১৪)$$

এখানে m পরিমাপ করা হয় ভর এককে (u) এবং গতিশক্তি পরিমাপ করা হয় MeV এককে। দ্বি-নিউক্লিয়ন ব্যবস্হায় যেখানে হ্রাসপ্রাপ্ত ভর হচ্ছে $m=0{\cdot}504u$, সেখানে সূত্রটি দাড়ায়

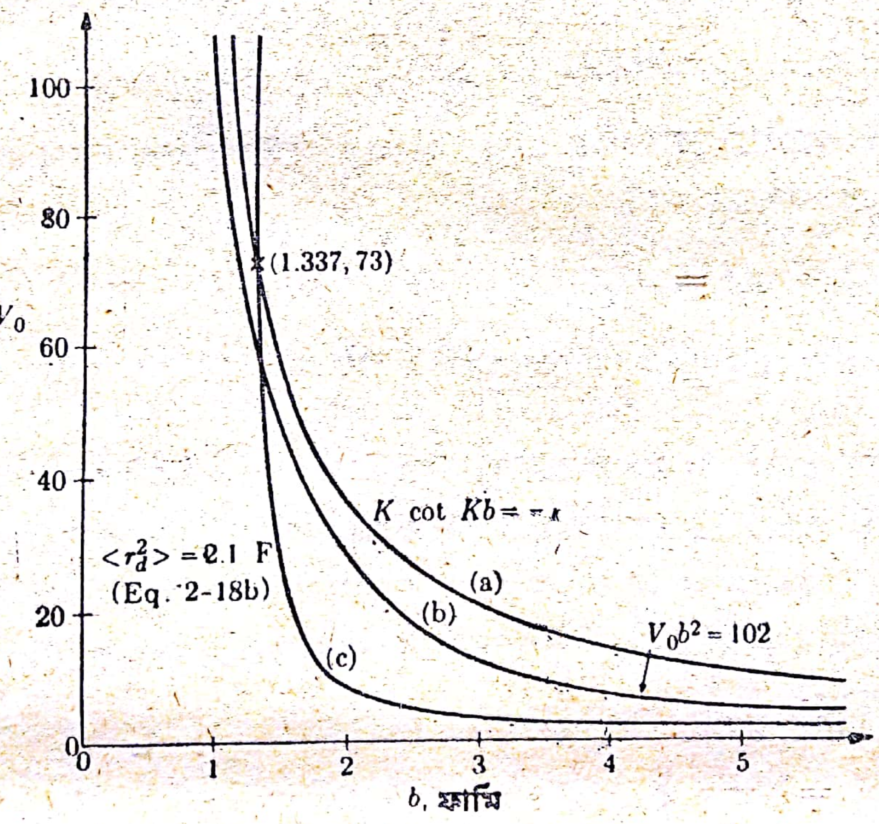
$$k = 0{\cdot}1555\sqrt{|T|}\,F^{-1} \qquad (২-১৫)$$

সংখ্যাগত মান বসিয়ে আমরা তরঙ্গ সংখ্যার জন্য পাই $K=0{\cdot}955\,F^{-1}$ এবং $k=0{\cdot}232\,F^{-1}$। সুতরাং (২-১৩) সমীকরণ প্রদান করে

$$b=\frac{1}{K}\operatorname{arccot}\left(-\frac{k}{K}\right)=\frac{1}{0\cdot955}\operatorname{arccot}(-0\cdot243)=1\cdot895\mathrm{F}$$

যেহেতু arccot অপেক্ষক হচ্ছে বৃত্তীয়, সুতরাং b এর মান অনন্ত সংখ্যক হতে পারে যা এই সমীকরণকে পরিতুষ্ট করে। তা সত্বেও একটি ভূমি-অবস্থার তরঙ্গ অপেক্ষকের সব সময়ই দীর্ঘতম সম্ভবপর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য থাকে (২-৪ চিত্র দ্রষ্টব্য)। এটি দ্বিতীয় চতুর্ভাগে একটি কোণ Kb এর অনুরূপ হয়।

স্পষ্টতঃ আমরা যেকোন ধনাত্মক তরঙ্গ সংখ্যা K বা কূপ গভীরতা v_0 পছন্দ করতে পারি এবং তারপর b এর জন্য (২-১৩) সমীকরণ সমাধান করতে পারি। v_0 এবং b এর মধ্যে ক্রিয়ামূলক সম্পর্ক প্রদর্শনকারী একটি বক্ররেখা ২-৫ চিত্রে ন্যাস্ত হয়েছে। বক্ররেখা থেকে দেখা যায় যে কোন প্রস্থের বর্গকূপকে গভীরতায় এমনভাবে সমন্বয়সাধন করা হয় যে এটি ডিউটেরণের সঠিক বন্ধন শক্তি প্রদান করে।



চিত্র ২-৫. বিভব কূপ গভীরতা বনাম কূপ প্রস্থ (ক) যা ডিউটেরণের সঠিক বন্ধন শক্তি প্রদান করে (খ) যা একটি নিউট্রনকে প্রোটনের সাথে কেবলমাত্র জুড়ে দেয় এবং (গ) যা ডিউটেরণের সঠিক আকার প্রদান করে।

এক্ষণে পুনরায় গুরুত্ব দেয়া দরকার যে বর্গকূপ বিভব অবাস্তব এবং এটি পছন্দ করা হচ্ছে আগামী বিশ্লেষণের সারল্যের জন্য। যাহোক আমরা অন্য যুক্তিসংগত বিভব আকৃতির জন্য সদৃশ বিশ্লেষণ প্রদান করতে পারি এবং আমরা এই জাতীয় কূপের জন্য বৈশিষ্ট-প্রস্থ প্যারামিটার এবং বৈশিষ্ট্য—গভীরতা প্যারামিটার এর মধ্যে (২-১৩) সমীকরণের সদৃশ সম্পর্ক পাবো।

২-৪. ডিউটেরণ তরঙ্গ অপেক্ষকের নর্মায়ন : ব্যাসার্ধ গড় বর্গের মূল

পূর্বের অনুচ্ছেদে নর্মায়ন ধ্রুবক A এবং B অনির্ণীত থেকে গেছে, কেননা কূপ গভীরতা এবং প্রস্থের মধ্যকার সম্পর্ক এগুলোর উপর নির্ভর করে না। এখানে আমরা এ সকল ধ্রুবক নির্ণয় করব এবং ডিউটেরণের ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল নির্ণয়ের জন্য নর্মায়িত তরঙ্গ অপেক্ষক ব্যবহার করব। অরীয় তরঙ্গ অপেক্ষক (২-৭) এবং (২-১০) সমীকরণে নর্মায়ন শর্ত প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$A^2\int_c^{c+b} \sin^2 K(r-c)dr + B^2\int_{c+b}^{\infty} e^{-2kr}dr = 1$$

প্রথম সংকলকে

$$\sin^2 K(r-c) = \tfrac{1}{2}[1-\cos 2K(r-c)]$$

বসিয়ে সমাধান করা যায় এবং দ্বিতীয় সংকল হচ্ছে সোজা। এর সমাধান হচ্ছে

$$\frac{A^2}{2}\left[b-\frac{1}{2K}\sin 2Kb\right]+\frac{B^2}{2k}e^{-2k(c+b)}=1$$

(২-১২) সমীকরণের শেষেরটির এবং (২-১৩) সমীকরণের সাথে এই সমীকরণ সংযুক্ত করে আমরা পাই

$$A^2 = \frac{2k}{1+kb} \qquad (২-১৬)$$

$$B^2 = \frac{2k\,(\sin^2 Kb)e^{2k(c+b)}}{1+kb} \qquad (২-১৭)$$

ম্যাক্‌ইন্টায়ার প্রমুখ (২-২ অনুচ্ছেদ) নিরীক্ষিত তাড়িত চৌম্বক ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূলের সাথে ডিউটেরণের তাত্ত্বিকভাবে ভবিষ্যদ্বাণীকৃত আকারের তুলনা করার জন্য আমরা প্রোটন থেকে ভরকেন্দ্রের দূরত্বের বর্গের গড় নির্ণয় করি। এই দূরত্ব হচ্ছে প্রোটন এবং নিউট্রনের পৃথকীকরণ r এর অর্ধেক, সুতরাং এর বর্গের গড় হচ্ছে[১]

$$\langle r_d^2\rangle = \left(\frac{A^2}{4}\right)\int_c^{c+b} r^2\sin^2 K(r-c)dr + \frac{B^2}{4}\int_{c+b}^{\infty} r^2 e^{-2kr}dr$$

উভয় সংকলই আংশিক সংকলন দ্বারা সমাধান করা যায়। নর্মায়ন ধ্রুবক A^2 এবং B^2 (২-১৬) ও (২-১৭) সমীকরণ থেকে বসানো হয় এবং ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকগুলো (২-১৩) সমীকরণ ব্যবহার করে সরল অপেক্ষক k এবং K দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে। কিছু বীজগাণিতিক ধাপ অতিক্রম করে আমরা পাই

$$\langle r_d^2\rangle = \frac{1}{8k^2}-\frac{1}{8K^2}+\frac{(2c+b)(1+kb)}{8k}+\frac{c^2}{4}-\frac{kb^3}{24(1+kb)} \qquad (২-১৮ক)$$

১। গড় মান নির্দেশ করতে আমরা কৌণিক ব্র্যাকেট ব্যবহার করি।

(২-১৮ক) সমীকরণ দ্বারা প্রকাশিত ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল c এবং b এর অপেক্ষক। তরঙ্গ সংখ্যা k প্রদত্ত, এবং K অপসারণ করতে আমরা মিলনকারী সমীকরণ (২-১৩) ব্যবহার করেছি শুধুমাত্র দ্বিতীয় পদ ছাড়া। এটি কারণ (২-১৩) সমীকরণের অতিন্দ্রীয় রূপের জন্য রয়ে গেলো। V_0 এর যুক্তিসংগত মানের জন্য $\frac{1}{8K^2}$ পদটি তুলনামূলকভাবে ক্ষুদ্র।

(২-১৮ক) সমীকরণে আমরা প্রোটনকে বিন্দু আধান বিবেচনা করেছি, কিন্তু তা নয়। তা সত্ত্বেও এটা সহজেই দেখানো যায় যে প্রোটনে আধান ঘনত্ব যদি গোলীয়ভাবে প্রতিসম হয় তাহলে ডিউটেরণের ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূলের উপর বন্টিত আধানের প্রভাবকে প্রোটন ব্যাসর্ধের গড় বর্গের মূলকে বর্গ করে (১-১৮ক) সমীকরণের সাথে যোগ করে এটা হিসাব করা যেতে পারে। এই বিবৃতির প্রমাণ ২-৪ সমস্যার জন্য রাখা হলো। (২-১৮ক) সমীকরণ এখন রূপ লাভ করে

$$<r_d^2>=\frac{1}{8k^2}-\frac{1}{8K^2}+\frac{(2c+b)(1+kb)}{8k}+\frac{c^2}{4}-\frac{kb^3}{24(1+kb)}+ <r_p^2> \quad (২-১৮\text{ খ})$$

২-৩ অনুচ্ছেদে আমরা স্বৈচ্ছিকভাবে কূপ গভীরতা $V_0=40\text{MeV}$ ধরেছিলাম যা $K=0{\cdot}955F^{-1}$ এর আনুষংগিক, এবং (২-১৩) সমীকরণের সাহায্যে কূপের গভীরতা $b=1{\cdot}895F$ নির্ণীত হয়েছে। আমরা এখন একই প্যারামিটারসমূহ যার মধ্যে আছে $k=0{\cdot}232F^{-1}$, (২-১৮খ) সমীকরণে স্থাপন করি এবং এর সাথে $c=0{\cdot}4$ F যা উচ্চশক্তি বিক্ষেপণ ধারণা দেয় (৩-১০ অনুচ্ছেদ, সমস্যা ৩-৭) এবং $<r_p^2>^{1/2}=0{\cdot}8F$ (২-২ অনুচ্ছেদ) ও স্থাপন করি। আমরা তখন ডিউটেরণের ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল পাই

$$<r_d^2>^{1/2}=2{\cdot}22\text{ F}$$

যা ম্যাকইন্টায়ার প্রমুখ কর্তৃক পরিমাপকৃত মান 2·1F এর যথেষ্ট কাছাকাছি।

অন্য উপায়ে (২-১৮খ) সমীকরণ বিচার বিবেচনা করা যায়। আমরা যদি ইলেকট্রন বিক্ষেপক থেকে নির্ণীত ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল এর মানসমূহ গ্রহণ করি এবং উচ্চশক্তি বিক্ষেপণ দ্বারা অভিভাবিত বিকর্ষণী মজ্জা প্যারামিটার এর মান গ্রহণ করি, তাহলে (২-১৮খ) সমীকরণ V_0 এবং b এর মধ্যে অন্য একটি সম্পর্ক প্রদান করে যা (২-১৩) সমীকরণের সাথে এই সকল প্যারামিটার নির্ণয়ের জন্য ব্যবহৃত হতে পারে।

২-৫ চিত্র $c=0{\cdot}4F$ এবং $<r_p>^{1/2}=0{\cdot}8$ F এর জন্য (২-১৮খ) সমীকরণ থেকে নির্ণীত $V_0=f(b)$ এর একটি ন্যাস প্রদান করে। আমরা দেখি যে ডিউটেরণের বন্ধন শক্তি এবং ইলেকট্রন বিক্ষেপণ থেকে নির্ণীত ডিউটেরণের

আকার উভয়ের সাথে $V_0 = 73$ MeV এবং $b = 1{\cdot}337$ F সহকারে একটি বর্গ কূপ সংগতিপূর্ণ। এখানে একটি সতর্কবাণী উচ্চারণ করা দরকার। (২-১৮খ) সমীকরণের প্রধান পদ হচ্ছে প্রথম পদ, যা শুধুমাত্র বন্ধন শক্তির উপর নির্ভর করে। b এর পরিবর্তনে ব্যাসার্ধের গড় বর্গের মূল খুব বেশী সুবেদী নয়, যা বিপরীতক্রমে বুঝায় যে $<r_d^2>$ এর অনিশ্চয়তায় b খুব সুবেদী। বিশেষতঃ $<r_d^2>$ এ $0{\cdot}1$F পরিবর্তনে (২-৫) চিত্রের বক্ররেখা $0{\cdot}5$ F পরিমাণ স্থান পরিবর্তন করে। সুতরাং উপরে প্রদত্ত বর্গকূপ প্যারামিটার গুলোকে সত্যতা সম্বন্ধে কিছুটা সন্দিহান হয়ে গ্রহণ করতে হবে।

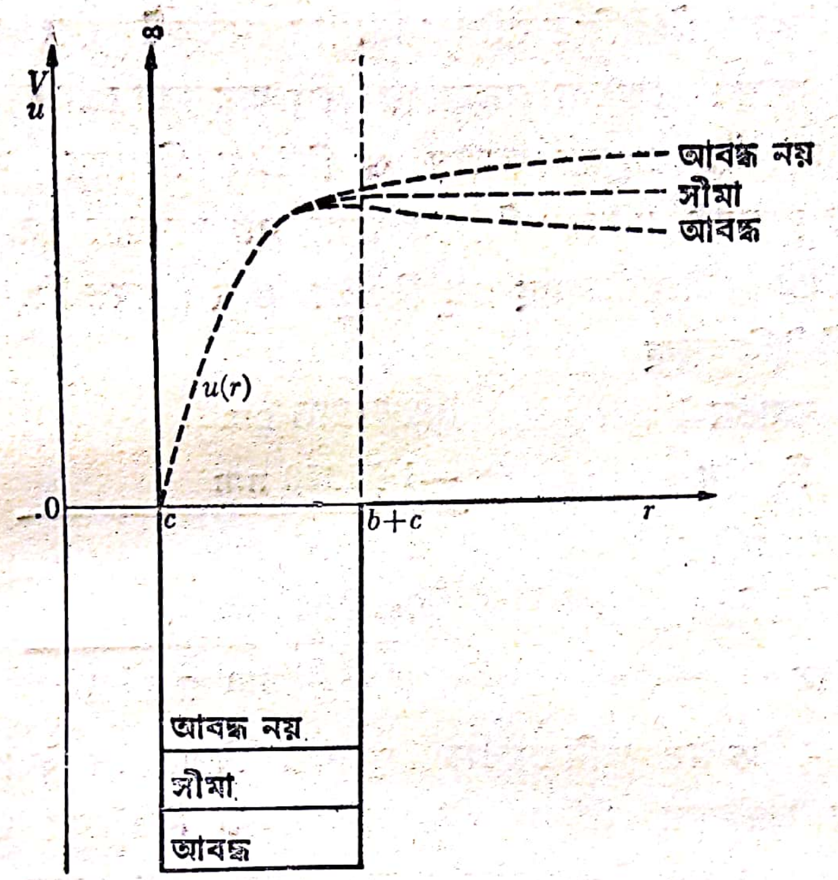
২-৫. নিউক্লীয় বলের স্পিন নির্ভরশীলতা

বিগত দুই অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি যে ডিউটেরণের নিরীক্ষিত আকার এবং বন্ধন শক্তি নির্দিষ্ট প্রস্থ ও গভীরতার আকর্ষণী বিভবের উপর ভিত্তি করা এই নিউক্লিয়াসের কোয়ান্টাম- বলবিদ্যা বিম্বের সাথে সংগতিপূর্ণ। আমরা এখন ডিউটেরণের উপর পরীক্ষালব্ধ অন্যান্য নিরীক্ষণসমূহ যা ২-২ অনুচ্ছেদে তালিকাভূক্ত করা হয়েছে তার সাথে আমাদের সরল তত্ত্বের ভবিষ্যদ্বাণীগুলোর তুলনা করতে অগ্রসর হবো।

নিরীক্ষণসমূহের একটি হলো যে ডিউটেরণের ভূমি অবস্থায় তাঁর মোট কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে $J=1$। যদি S-অবস্থার ধারণা সঠিক হয়, এটি নির্দেশ করে মোট সহজাত স্পিন $S=1$ (প্রোটন এবং নিউট্রনের স্পিন ভেদরসমূহ সমান্তরাল।) বর্ণালীমিতির পরিভাষায় এটিকে একটি ত্রিপদী অবস্থা বলা হয়, যাকে $^3S_1$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়। যদি নিউক্লীয় বল স্পিন অনপেক্ষ হত, তাহলে একই শক্তির একটা একপদী অবস্থা $^1S_0$ নিরীক্ষণ করতে আশা করা যেত। কিন্তু তা নয়, বাস্তবিক পক্ষে, 'ডিউটেরণে $J=0$ সহকারে কোন বদ্ধ অবস্থা পাওয়া যায় নি'। এটা নির্দেশ করে যে স্পিনগুলো বিসমান্তরা-লের চেয়ে সমান্তরালের সময় নিউট্রন-প্রোটন বল সবল হয়। তা হলেও এর মানে এই নয় যে বিসমান্তরাল বা একপদী বল শূন্য।

আমাদের বর্গকূপ বিভবের ভিত্তিতে, বদ্ধ অবস্থা সৃষ্টি করেনা এমন দ্বি-নিউক্লিয়ন বলের জন্য প্রদত্ত কূপ গভীরতায় সর্বোচ্চ কূপ গভীরতা কত হতে পারে তা আমরা সহজেই হিসাব করতে পারি। ২-৬ চিত্রে পরিস্থিতি ব্যাখ্যা করা হয়েছে। আমরা গোলীয় প্রতিসম বিভব অনুকল্প করি এবং S-অবস্থা বিবেচনা করি যার জন্য (২-৬) সমীকরণ প্রযুক্ত হয়। একটি বদ্ধ অবস্থার পুনরায় তখন কূপের বাইরে একটি তরঙ্গ অপেক্ষক থাকবে যার রূপ হবে (২-১০)

সমীকরণের অনুরূপ। একে কূপের ভিতরে একটা sine সদৃশ তরঙ্গ অপেক্ষকের সাথে মিলিত করানো যেতে পারে, যেখানে sine অপেক্ষকের অপেক্ষ্য 0 থেকে



চিত্র—২৬ : একপদী নিউনট্রন-প্রোটন বিভব। তরঙ্গ অপেক্ষকের উপর কূপ গভীরতার প্রভাব।

$\pi/_2$তে যায়। এই সীমায় আমরা তাহলে আভ্যন্তরীণ তরঙ্গ সংখ্যা এবং কূপ গভীরতার মধ্যে নিম্নোক্ত সম্পর্ক পাই

$$Kb=\pi/_2 \qquad (২—১৯)$$

যেহেতু এই সীমায় বন্ধনশক্তি শূন্য, আমরা পাই $V_0=T$। (২—১৫) সমীকরণ এবং (২-১৯) সমীকরণকে যুক্ত করে আমরা পাই

$$V_{0s}b^2 \leqslant 102 \text{ MeV- F}^2 \qquad (২-২০)$$

একপদী বিভব কূপ গভীরতার এই সীমান্তিক মান V_{0s}, বনাম প্রস্থ b এর ন্যাস (২-৫) চিত্রে আঁকা হয়েছে। বর্গকূপ ব্যাতীত যেকোন আকৃতির কূপের জন্য শূন্য বন্ধন শক্তির সীমায় গভীরতা এবং প্রস্থের মধ্যে (২-২০) সমীকরণের অনুরূপ একটি সম্পর্ক বিদ্যমান।

J=0 সহকারে বদ্ধ অবস্থা বিদ্যমান নয় এই নিরীক্ষণ থেকে আমরা বাস্তবিকপক্ষে জানিনা যে কোন আকর্ষণী একপদী বিভব আদৌ আছে কিনা? যাহোক আমরা পরবর্তী অধ্যায়ে দেখব যে বদ্ধ অবস্থা উৎপন্ন করার জন্য একপদী বল সত্যসত্যই যথেষ্ট শক্তিশালী।

ডিউটেরণ সম্পর্কিত আমাদের সরল তত্ত্ব গুণগতভাবে সঠিক কিনা তা যাচাই করার অন্যান্য উপায় নিরীক্ষিত চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট এবং তড়িৎ চতুর্পোল মোমেন্ট প্রদান করে। কেননা আমাদের তত্ত্ব অনুসারে প্রোটনের কোন কক্ষ্য কৌণিক ভরবেগ নেই, শুধুমাত্র প্রোটন ও নিউট্রন স্পিনের সাথে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক মোমেন্টই মোট চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্টে অবদান রাখে। বিবেচিত ক্ষেত্রে লব্ধি চৌম্বক মোমেন্ট হচ্ছে শুধু নিউট্রন ও প্রোটনের দ্বিপোল মোমেন্টের যোগফল। পরিস্থিতি হচ্ছে

প্রোটন	2·79275 nm
নিউট্রন	—1·91350 nm
ডিউটেরণ প্রত্যাশিত	0·87925 nm
ডিউটেরণ নিরীক্ষিত	0·85735 nm
গরমিল	0·02190 nm বা $2\frac{1}{2}\%$

$2\frac{1}{2}\%$ গরমিল পরীক্ষালব্ধ অনিশ্চয়তার তুলনায় বিরাট বৈ কি? অবশ্য এটা হতে পারে যে প্রোটনের চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট নিউট্রনের উপস্থিতি দ্বারা প্রভাবিত হতে পারে এবং বিপরীতটিও সত্য। অন্যকথায় সরল যোগ দৃঢ়ভাবে সত্য নাও হতে পারে। আরেকটা সম্ভাবনা হচ্ছে আপেক্ষিক তত্ত্বীয়ভাবে সঠিক তত্ত্ব (যা আমাদেরটি নয়) ভিন্ন ফল দিতে পারে।[১] তা সত্ত্বেও, আমাদের অন্য সিদ্ধান্তমূলক প্রমাণ আছে যে খাঁটি S-অবস্থা হিসাবে আমাদের বিবেচিত ডিউ-টেরণের বিম্ব সঠিক নয়। ডিডটেরণের নিরীক্ষিত তড়িৎ দ্বিপোল মোমেন্ট এটা প্রদান করে। একটি S—অবস্থার জন্য চতুর্পোল মোমেন্ট হচ্ছে $Q=0$, কেননা তরঙ্গ অপেক্ষক হচ্ছে গোলীয় প্রতিসম। নিরীক্ষিত চতুর্পোল মোমেন্ট হচ্ছে একটি নিদর্শন যে কণিকাসমূহের সম্ভাব্যতা ঘনত্ব স্পিন ভেকটরের অভিমুখে টানটান হচ্ছে। অন্যকথায় স্পিন ভেকটরগুলোকে পাশাপাশির চেয়ে প্রায়ই একের পর এক শ্রেণীবদ্ধভাবে সাজানো পাওয়া যায়।

চতুর্পোল মোমেন্টের নিরীক্ষিত মানের সাথে সংগতিপূর্ণ ডিউটেরণ তরঙ্গ অপেক্ষকের সম্ভাব্য রূপ সম্পর্কে আমরা প্রথমে গুণগতভাবে আলোচনা করব। পরে আমরা দেখব ঐ জাতীয় তরঙ্গ অপেক্ষক উৎপন্ন করার জন্য কিভাবে নিউক্লীয় বল সম্পর্কিত আমাদের বিম্বকে পরিবর্তন করতে হয়।

স্থানের কোন অপেক্ষক যা তরঙ্গ অপেক্ষকগুলোর উপর আরোপিত নিরব-চ্ছিন্নতা এবং সসীমতার শর্ত পরিতুষ্ট করে তা r—অপেক্ষ সহগ দ্বারা

১. R.G. Sachs, **Nuclear Theory**, Reading, Mass, ; Addison-Wesley Publishing Company.

গোলীয় হারমনিক অপেক্ষকগুলোর যোগফল হিসাবে নির্মাণ করা যেতে পারে। অন্যান্য গাণিতিক অপেক্ষকসমূহ ব্যবহার করা যেতে পারে, তা সত্ত্বেও গোলীয় হারমনিক অপেক্ষকসমূহ তরঙ্গ অপেক্ষক বিস্তৃতির জন্য সবচেয়ে বেশী উপযোগী, কেননা এদের প্রত্যেকটি হচ্ছে শ্রোডিংগার সমীকরণের কৌণিক অংশের সমাধান। r—অপেক্ষ সহগের প্রত্যেকটিকে অবশ্যই স্বতন্ত্রভাবে অরীয় সমীকরণের সমাধান হতে হবে, এবং বিস্তৃতির প্রত্যেক পদকে যথাযথ স্পিন অপেক্ষক দিয়ে গুণ করতে হবে। পরিশেষে আমরা চাই যে প্রত্যেক পদ মোট কৌণিক ভরবেগ এবং প্যারিটির জন্য একই মান প্রদান করে যখন এই সকল রশ্মি সংরক্ষিত হয়।

ডিউটেরণের জন্য মোট তরঙ্গ অপেক্ষকের প্রধান উপাদান ধরে নেয়া হচ্ছে একটি $^3S_1$ অবস্থা যা পূর্বেই আলোচিত হয়েছে। একমাত্র অন্য অবস্থা যেখানে কণিকা দুটি মোট কৌণিক ভরবেগ এবং প্যারিটির জন্য একই মান প্রদান করে তা হলো $^3D_1$ অবস্থা ($l=2$, $S=1$) এবং $J=1$)। একটি P-অবস্হা ($l=1$) এবং একটি F-অবস্হা ($l=3$) ভুল প্যারিটি প্রদান করে এবং একটি G-অবস্হা ($l=4$) শুধুমাত্র নুন্যতম মোট কৌণিক ভরবেগ তিন একক প্রদান করতে পারে যখন মোট স্পিন $S=1$। আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে ডিউটেরণের মোট তরঙ্গ অপেক্ষকের রূপ হতে হবেই

$$\psi = a_S\,\psi_S + a_D\,\psi_D \qquad (২\text{-}২১)$$

এখানে ψ_S এবং ψ_D হচ্ছে $J=1$ মোট কৌণিক ভরবেগ সহকারে নর্মায়িত তরঙ্গ অপেক্ষক। মোট তরঙ্গ অপেক্ষককে এই শর্তে নর্মায়িত করা হয় যে সহগ a_S এবং a_D নিম্নোক্ত সম্পর্ক মেনে চলে

$$a^2_S + a^2_D = 1 \qquad (২\text{-}২২)$$

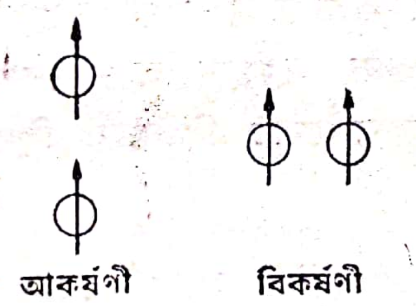
(২-২১) সমীকরণকে ব্যাখ্যা করা যেতে পারে এইভাবে যে এটি এমন একটি অবস্হা বর্ণনা করছে যেখানে ডিউটেরণ হচ্ছে কালের S-অবস্হা অংশ এক কালের D-অবস্হা অংশ। যখন এটি এক অবস্থা থেকে অন্য অবস্থায় লাফ দেয়, তখন মোট কৌণিক ভরবেগকে সংরক্ষণ করার জন্য মোট স্পিনকে ফ্লিপ করতে হয়।

এটা পরিষ্কার যে (২-২১) সমীকরণ অনুসারে সংজ্ঞায়িত তরঙ্গ অপেক্ষক গোলীয় প্রতিসম নয়, এবং $l=2$ গোলীয় হারমনিক অপেক্ষকের অপ্রতিসাম্য যা ψ_D এর মধ্যে নিহিত তা হচ্ছে চতুর্পোল জাতীয়। a_D এর সঠিক মান যা পরীক্ষালব্ধ মানের সাথে সংগতিপূর্ণ চতুর্পোল মোমেন্ট প্রদান করে তা অপেক্ষক ψ_D এর অরীয় অংশের উপর নির্ভর করে। এটি পুনরায় নির্ভর করে নিউট্রন-প্রোটন বিভবের

r-অপেক্ষতার বিস্তারিতের উপর। বিভিন্ন বিভব আকৃতির হিসাব থেকে D-অবস্থার সম্ভাব্যতা p_D—a_D^2 এর মান 3 থেকে 6% পাল্লায় অর্জিত হয়েছে।[1]

মিশ্র অবস্থায় ডিউটেরণের চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট হিসাব করা যেতে পারে (২-২১ সমীকরণ)। তাত্ত্বিক মান অবশ্যই a_D এর উপর নির্ভর করে এবং দেখা গেছে যে কোন D-অবস্থা সম্ভাব্যতা $a_D^2=3.6\%$ ক্ষুদ্র বিচলন উৎপন্ন করে যা হিসাবকৃত দ্বিপোল মোমেন্টকে নিরীক্ষিত মানের সাথে মিল করতে প্রয়োজন হয়। এই ফল নিউক্লীয় বিভব আকৃতির অনপেক্ষ। তা সত্ত্বেও অন্যান্য অনিশ্চয়তার জন্য (আপেক্ষিক তত্ত্বীয় সংশোধন এবং মেজন প্রবাহ), চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট হিসাবকে চতুর্পোল মোমেন্ট হিসাবের মত বিশ্বস্ত বিবেচনা করা যায় না।

যেহেতু $a_D^2 \approx 4\%$ সহকারে মিশ্র ডিউটেরণ অবস্থা একটি তড়িৎ চতুর্পোল মোমেন্ট এক একটি চৌম্বক দ্বিপোল মোমেন্ট উৎপন্ন করে, উভয়ই নিরীক্ষরণের সাথে গুণগত মিলে আছে, আমাদের বিশ্বাস করতে হবে যে এটি ডিউটেরণের ঠিক বিম্ব নির্দেশ করে। নিম্নতম কোয়ান্টাম অবস্থা হিসাবে এই মিশ্র অবস্থা কি জাতীয় নিউট্রন-প্রোটন বিভব উৎপন্ন করে তা অনুসন্ধানের ব্যাপার রয়ে গেছে। এটা পরিষ্কার যে বিভব গোলীয় প্রতিসম হতে পারেনা. কেননা এটা একটি বিশুদ্ধ S- অবস্থা (২-৩ অনুচ্ছেদ) প্রদান করে। ধনাত্মক চতুর্পোল মোমেন্ট নির্দেশ করে যে নিউক্লিয়ন দুটি তাদের স্পিন ভেকটর দুটিকে পাশাপাশি সজ্জিত করার চেয়ে শ্রেণীবদ্ধভাবে সজ্জিত করাতে অগ্রাধিকার প্রদান করে। নিয়মমাফিক হিসাবে তাই প্রভাবশালী গোলীয় প্রতিসম বিভবের অতিরিক্ত তথাকথিত 'টেনসর বিভব' আমদানী করা হয়, যেটি নিউট্রন ও প্রোটনের স্পিন ভেকটরদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এবং তাদের পৃথককারী ব্যাসার্ধ ভেকটর r এর অপেক্ষক। ২-৭ চিত্র গুণগতভাবে দেখাচ্ছে যখন টেনসর বিভব আকর্ষণী আর যখন বিকর্ষণী।



চিত্র ২-৭·- গুণগতভাবে নিউট্রন-প্রটন বিভবের টেনসর অংশ।

টেনসর বিভবের অরীয় অপেক্ষকতা বিভবের গোলীয় প্রতিসম অংশ, যাকে 'কেন্দ্রীয় বিভব' ও বলা হয়, তার সমান হবে এমন কোন কথা নেই। আমরা উভয়ের জন্য একটি বর্গকূপ জাতীয় অরীয় অপেক্ষতা চেষ্টা করতে পারি। এটি পাঁচটি কূপ প্যারামিটার প্রদান করে যেগুলো নির্ণয় করতে হবে, এগুলো হলো বিকর্ষণী-মজ্জা প্যারামিটার c, এবং V_{OC}, b_C, V_{OT} এবং b_T, এখানে পাদাংক c এবং T যথাক্রমে কেন্দ্রীয় এবং টেনসর নির্দেশ করে।

---

১. উদাহরণস্বরূপ, H. Feshbach এবং J Schwinger, **Phys. Rev. 84,** 194 (1951)

যদি আমরা বর্গকূপ অনুকল্প বাদ দিয়ে $V(r)$ এর প্রকৃত আকৃতি সরিয়ে রাখি তাহলে ডিউটেরণের স্থির ধর্মাবলীর উপর পরীক্ষালব্ধ তথ্য এই সকল প্যারামিটার নির্ণয়ের জন্য যথেষ্ট হয় না। এর জন্য অতিরিক্ত পরীক্ষালব্ধ তথ্যের প্রয়োজন, এবং দেখা যায় যে এটা নিউক্লিয়ন – নিউক্লিয়ন বিক্ষেপণ প্রতিভাসের অধ্যয়ন থেকে অর্জিত হতে পারে।

নিউক্লিয় দ্বি-কায়া সমস্যা
(NUCLEAR TWO-BODY PROBLEMS)

৩-১ সূচনা (Introduction)

নিউক্লিয় বল+ সম্পর্কে তথ্য লাভের জন্য আমরা নিউক্লিয় দ্বি-কায়া ব্যবস্থা (Two-body system) বা দ্বি-কণিকা ব্যবস্থা (Two-particle system) পর্যালোচনা করবো। এ উদ্দেশ্যে সর্ব প্রথম সব চাইতে হালকা ও সরল নিউক্লিয়াসটি বিচেনা করি। সেটি হচ্ছে ডিউটেরন। একে ^2H, ^2D বা D দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একটি প্রোটন ও একটি নিউট্রন দ্বারা ডিউটেরন গঠিত এবং একটি ডিউটেরিয়াম বা ভারী হাইড্রোজেন পরমাণুর নিউক্লিয়াসই হচ্ছে ডিউটেরন। দুটি নিউক্লিয়ন সমন্বয়ে গঠিত অন্য কোনও নিউক্লিয়াসের অস্তিত্ব নেই। অর্থাৎ দ্বি-প্রোটন (^2He বা pp) কিংবা দ্বি-নিউট্রন (nn) এর কোনও বদ্ধ অবস্থা (Bound state) নেই। তাই ডিউটেরনের গুরুত্ব অপরিসীম। বলা যেতে পারে যে, পরমাণবিক পদার্থ বিদ্যায় হাইড্রোজেন পরমাণুর মতই নিউক্লিয় পদার্থ বিদ্যায় ডিউটেরনের অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ অবস্থান। নিউক্লিয়ন-নিউক্লিয়ন বিভব জানার জন্য তাই ডিউটেরন সমস্যা পর্যালোচনা করা হয়।

দুটো নিউক্লিয়নের মধ্যে ক্রিয়াশীল বিভব সম্পর্কে জানার জন্য অন্য একটি পন্থাও অবলম্বন করা হয়ে থাকে। তা হচ্ছে একটি প্রোটন থেকে একটি নিউট্রন বিক্ষেপণ এবং একটি প্রোটন থেকে একটি প্রোটন বিক্ষেপণ। নিউট্রন থেকে নিউট্রন বিক্ষেপণ পরীক্ষণ সরাসরি সম্ভব নয়, কারণ নিউট্রন লক্ষ্যবস্তু (Target) নেই। দ্বি-কায়া বিক্ষেপণ সম্পর্কীয় বিষয় সমূহও এ পরিচ্ছেদে পর্যালোচনা করা হচ্ছে।

৩-২ নিউক্লিয় বিভব - সংক্ষিপ্ত সার (Nuclear potential – summary)

নিউক্লিয় বিভব (বা বল) বলতে দুটো নিউক্লিয়নের মধ্যে ক্রিয়াশীল বিভব (বা বল) বুঝানো হয়। এ বিভবের বৈশিষ্ট্য ক্রমে ক্রমে এ পরিচ্ছেদে আলোচনা করা হচ্ছে। এখানকার মত বিভবটির কয়েকটি বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করছি। এ বিভব মূলতঃ কেন্দ্রীন (Central), আকর্ষণী, ক্ষুদ্র পাল্লার (Short range) এবং অত্যন্ত শক্তিশালী (প্রকৃতপক্ষে অন্যান্য সব বলের চাইতে সর্বাধিক শক্তিশালী)।

+ নিউক্লিয় বল ও নিউক্লিয় বিভব সমার্থকভাবে বিভব বুঝাতে সাধারণতঃ ব্যবহৃত হয়।

নিম্নলিখিত দ্বি-কায়া (Two-body) বিভব সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয়। এদের প্রত্যেকের দুটি বৈশিষ্ট্য রয়েছে, যথা বিভব কূপের গভীরতা (Depth) বা প্রাবল্য (Stength) V_0 এবং এর পাল্লা (Range) b। বলা বাহুল্য, V_0 এবং b রাশি দুটো ভিন্ন ভিন্ন বিভবের ক্ষেত্রে ভিন্ন ভিন্ন মানবিশিষ্ট। কঠিন কোর (Hard core) বা অভেদ্য কোর (Impenetrable core) বিশিষ্ট বর্গাকৃতি বিভবের একটি অতিরিক্ত প্যারামিটার রয়েছে - তা হচ্ছে এ কোরের ব্যাসার্ধ c।

i) বর্গাকৃতি বিভব (Square well potential) :

$$V(r) = -V_o,\ r<b$$
$$= 0,\ r > b$$

ii) গাউসিয় বিভব (Gasussian potential) :

$$V(r) = -V_0 \exp(-r^2/b^2)$$

iii) সূচকীয় বিভব (Exponential well potential) :

$$V(r) = -V_0 \exp(-r/b)$$

iv) ইউকাওয়া বিভব (Yukawa potential) :

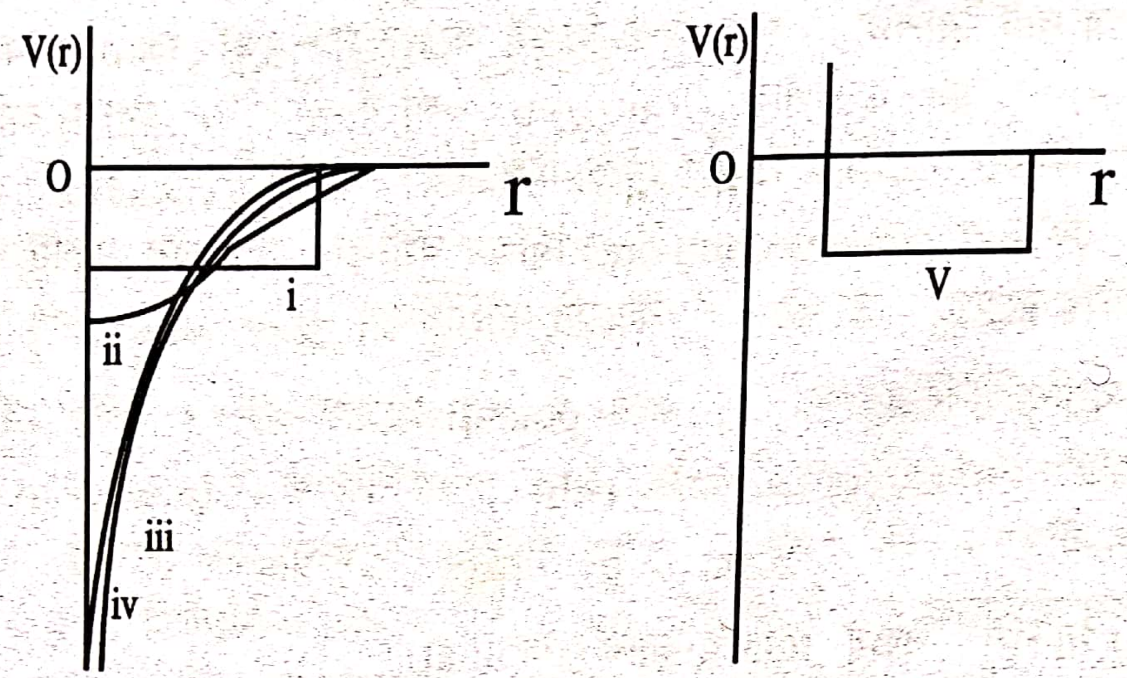
$$V(r) = -V_0 \exp(-r/b)/\ r/b)$$

v) কঠিন কোর বিশিষ্ট বর্গাকৃতি বিভব (Square well potential with a hard core) :

$$\begin{aligned} V(r) &= \infty, && r < c \\ &= -V_0, && c < r < b+c \\ &= 0, && r < b + c \end{aligned}$$

বিভবগুলির মধ্যে একমাত্র ইউকাওয়া বিভবটির তাত্ত্বিক ভিত্তি রয়েছে। অন্য বিভবগুলি (বিশেষ করে বর্গাকৃতি বিভব) গাণিতিক সুবিধার্থে নেওয়া হয়। তথাপিও বলা দরকার যে নিউক্লিয়ন-নিউক্লিয়ন সমস্যার বিভিন্ন দিক এগুলোর সাহায্যে বিশ্লেষণ ও পর্যালোচনা করা যায়। বিভবগুলি ৩-১ নং চিত্রে প্রদর্শিত হলো। উল্লেখ্য যে, বিভবগুলির প্রথম, দ্বিতীয় ও পঞ্চমটি হচ্ছে ক্ষুদ্র লেজ বিশিষ্ট এবং অবশিষ্ট দুটো হচ্ছে দীর্ঘ লেজ বিশিষ্ট।

নিউক্লিয় বিভবের বৈশিষ্ট্যাবলী ৩-১৫ নং অনুচ্ছেদে বিস্তারিত পর্যালোচনা করা হয়েছে।



চিত্র নং ৩-১ বিভিন্ন দ্বি-কায়া বিভব।

i) বর্গাকৃতি বিভব, ii) গাউসিয় বিভব, iii) সূচকীয় বিভব, iv) ইউকাওয়া বিভব, v) কঠিন কোর বিশিষ্ট বর্গাকৃতি বিভব।

৩-৩ ডিউটেরন সমস্যা (Deuteron problem)

৩-৩১ ভূমি অবস্থায় ডিউটেরনের ধর্ম (Ground state properties of Deuteron)

ভূমি অবস্থায় (Ground state) ডিউটেরনের নিম্নলিখিত ধর্ম (Properties) রয়েছে।

i) ডিউটেরনের বদ্ধন শক্তি (Binding energy) খুব কম। নিউক্লিয়াসে প্রতি নিউক্লিয়ন গড় বন্ধন শক্তি হচ্ছে 8 MeV (প্রায়)। সেখানে এর মোট বন্ধন শক্তি 2.226 MeV, বা প্রতি নিউক্লিয়ন মাত্র ~1.1 MeV। অন্য কথায় ডিউটেরন অত্যন্ত হালকাভাবে বদ্ধ একটি দ্বি-নিউক্লিয়ন ব্যবস্থা (Two-nucleon system)।

ii) এর $J^{\pi} = 1^{+}$ এবং সংখ্যায়ন বোস-আইনস্টাইন (Bose-Einstein)।

iii) ডিউটেরনের আইসোটোপিক স্পিন $T = 0$।

iv) এর মূল গড় বর্গ ব্যাসার্ধ (Root mean square radius) বা R. M. S. ব্যাসার্ধ প্রায় 2.2 fm।

v) এর চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক (Magnetic dipole moment) হচ্ছে $\mu = 0.85735 \pm 0.00003$ nm। অর্থাৎ এ মান নির্বাধ বা মুক্ত (Free) একটি

নিউট্রন ও একটি প্রোটনের (স্বকীয়) দ্বিমেরু ভ্রামকের সমষ্টির প্রায় সমান ($\mu_p + \mu_n = 0.87925$ nm)। কিন্তু তবুও $\mu \neq \mu_p + \mu_n$।

vi) ডিউটেরনের তড়িৎ চতুর্মেরু ভ্রামক (Electric quadrupole moment) হচ্ছে $Q = 2.82 \pm 0.02$ mb। অর্থাৎ অতি ক্ষুদ্র হলেও নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে Q সম্পূর্ণ ভাবে শূন্য নয়।