الكميات الفيزيائية (القياسية والمتجهة)

جميع الكميات الفيزيائية يمكن تقسيمها الي نوعين:

- **الكميات القياسية(Scalar)** : هي كميات فيزيائية غير متجهة لها مقدار فقط.

ومن أمثلة الكميات الغير متجهه الكتلة , الزمن , الطول , درجة الحرارة والطاقة وجميعها كميات قياسية.

- **الكميات المتجهة (Vector)**: هي كميات فيزيائية متجهة لها مقدارها واتجاهها.

أنواع الكميات الفيزيائية

الكميات القياسية | **الكميات المتجهة**

الكميات القياسية والكميات المتجهة

الكميات الفيزيائية نوعان:

أ- يمكن تمييز الكمية المتجهة عن الكمية القياسية وذلك بكتابة المتجه بخط عريض **A** كما هو مستخدم في الكتب أو بوضع إشارة سهم أعلى الرمز $\vec{A}$ كما هو الحال في الكتابة اليدوية .

ب- أما الكمية القياسية أو ما يُعرف بقيمة المتجه **A** مثلا فيعبر عنه بالرمز A أو |A|

سهم يمثل المتجه

ومن أمثلة الكميات المتجهة :

الازاحة، السرعة ، العجلة ، (التسارع) والقوة ...الخ

المتجهات : (Vectors)

تمثيل الكمية المتجهة:

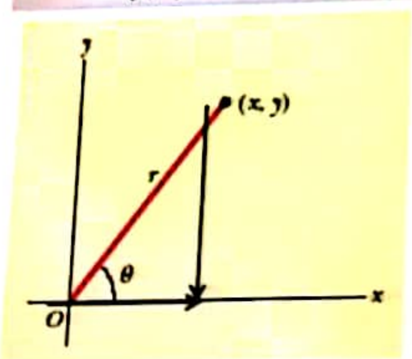
- يمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم مرسوم بمقياس رسم ,طول السهم يتناسب مع مقدار الكمية المتجهة و اتجاه السهم يمثل اتجاه الكمية المتجهة .

المتجهات : (Vectors)

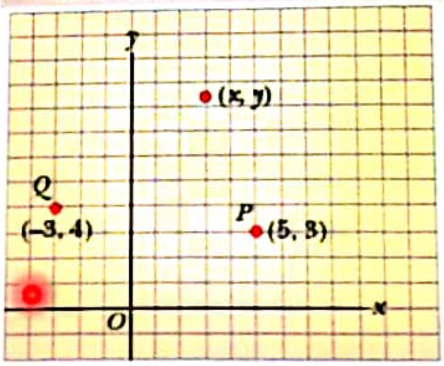
❑يمكن إيجاد الكميات المتجهة ا بواسطة الاحداثيات الكارتيزية او القطبية.

- نظم الإحداثيات (Coordinate Systems)

الإحداثيات القطبية (r,θ)

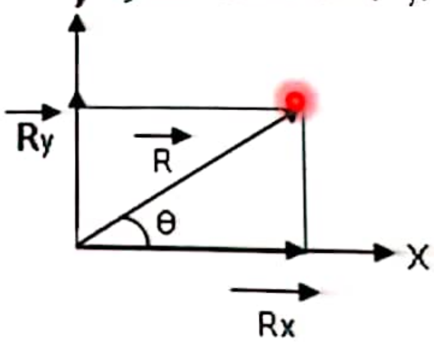


الإحداثيات الكارتيزية (X,Y)



المتجهات : (Vectors)

❑ كما يمكن تحليل أي متجه (R) إلى مركبة سينية (R_x) على المحور السيني (x) ومركبة صادية (R_y)على المحور الصادي (y)حيث؛



في الشكل التالى المتجه Rتم تحليله إلى مركبتين وقيمة كل مركبة هي على النحو التالي:

$$|\vec{R}_y| = |\vec{R}|\sin\theta \qquad |\vec{R}_x| = |\vec{R}|\cos\theta$$

وتكتب ايضا على الصورة:

$$R_y = R\cos\theta \qquad R_x = R\cos\theta$$

وتحسب الزاوية كالاتي:

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}} \qquad \boxed{\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}}$$

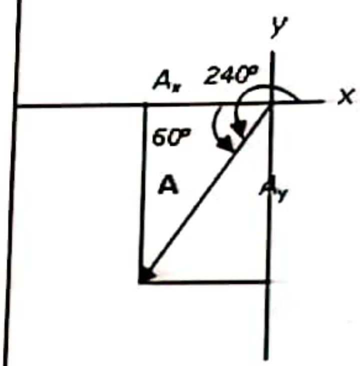
وتحسب المحصلة من القانون التالي

$$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

المتجهات : (Vectors)

مثال ( )

إذا كان المتجه A قيمته 6 وحدات ويصنع زاوية مقدارها 240 مع الاتجاه الموجب لمحور x



الحل

$$A_x = A\cos 240 = 6 \times (-1/2) = -3$$

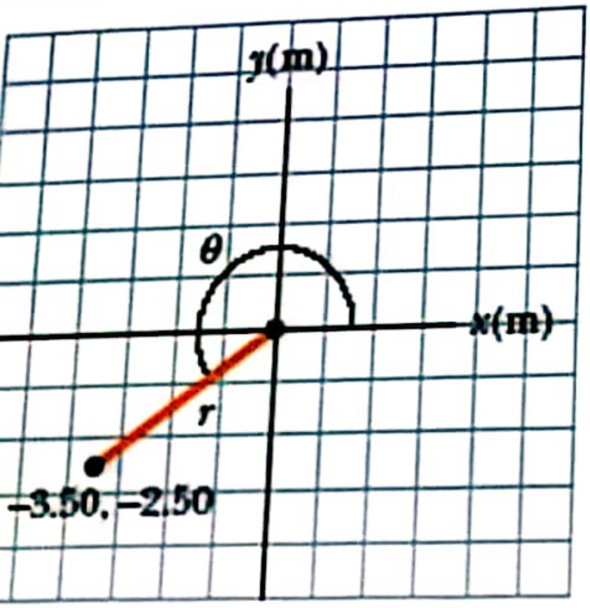
$$A_y = A\sin 240 = -5.2$$

حل اخر

$$A_x = -A\cos 60 = -6 \times (1/2) = -3$$

$$A_y = A\sin 60 = -5.2$$

المتجهات : (Vectors)



مثال ( ): اذا كانت الإحداثيات الكارتيزية لمتجه هى = (x,y) (-3.5,-2.5)، أوجد الإحداثيات القطبية له؟

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50\ \text{m})^2 + (-2.50\ \text{m})^2} = \boxed{4.30\ \text{m}}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50\ \text{m}}{-3.50\ \text{m}} = 0.714$$

$$\theta = \boxed{216°}$$

المتجهات : (Vectors)

محصلة المتجهات

تستخدم طريقه تحليل المتجهات لإيجاد محصلة مجموعة منها فإذا فرضنا مثلاً ثلاثة متجهات A و B و C في مستوى واحد و تصنع الزوايا θ_1 , θ_2 , θ_3 مع الاتجاه السيني على الترتيب فإن مركبات هذه المتجهات في الاتجاه السيني هي:

$$A_x = A\cos\theta_1 , \quad B_x = B\cos\theta_2 , \quad C_x = C\cos\theta_3$$

وتكون محصله هذه المركبات في الاتجاه السيني هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x = A\cos\theta_1 + B\cos\theta_2 + C\cos\theta_3$$

بالمثل بالنسبة للمركبات العمودية في الاتجاه الصادي تكون محصلتها :

$$R_y = A_y + B_y + C_y = A\sin\theta_1 + B\sin\theta_2 + C\sin\theta_3$$

قيمة محصلة مجموعة المتجهات تكون هي نفسها محصله المركبات السينية الصادية و تعطي بالمعادلة:

ويمكن كتابة محصلة مجموعة من المتجهات بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = (A_x + B_x + C_x)\, i + (A_y + B_y + C_y)\, j + (A_z + B_z + C_z)\, k$$

محصلة المت

تستخدم طريقه تحليل المتجهات لإيجاد محصلة مجموعة منها فإذا فرضنا مثلاً ثلاثة متجهات Aو Bو Cفي مستوى واحد و تصنع الزوايا 1 3θ , 2θ , θمع الاتجاه السيني على الترتيب فإن مركبات هذه المتجهات في الاتجاه السيني هي:

$$A_x = A\cos\theta_1 ,\quad B_x = B\cos\theta_2 ,\quad C_x = C\cos\theta_3$$

وتكون محصله هذه المركبات في الاتجاه السيني هي:

$$+ B\cos\theta_2 \quad + C\cos\theta_3$$

$$R_x = A_x + B_x + C_x = A\cos\theta_1$$

محصلة المتجهات

بالمثل بالنسبة للمركبات العمودية في الاتجاه الصادي تكون محصلتها :

$$Ry = Ay + By + Cy = A \sin \theta 1 + B \sin \theta 2 + C \sin \theta 3$$

قيمة محصلة مجموعة المتجهات تكون هي نفسها محصله المركبات السينية و الصادية و تعطي بالمعادلة:

ويمكن كتابة محصلة مجموعة من المتجهات بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = (A_x + B_x + C_x)\, i + (A_y + B_y + C_y)\, j + (A_z + B_z + C_z)\, k$$

منها فإذا

و تصنع

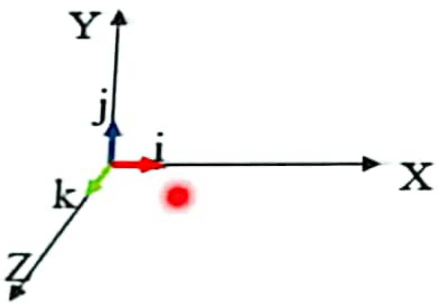
ن مركبات

$A_x =$

متجهات الوحدة : Unit Vector

متجهات الوحدة:

يعرف متجه الوحدة بمتجه طوله الوحـدة ولـيس لـه **وحـدة قيـاس** ويسـتخدم للتعبيـر عـن الاتجـاه لإي كمية فيزيائية متجهة.



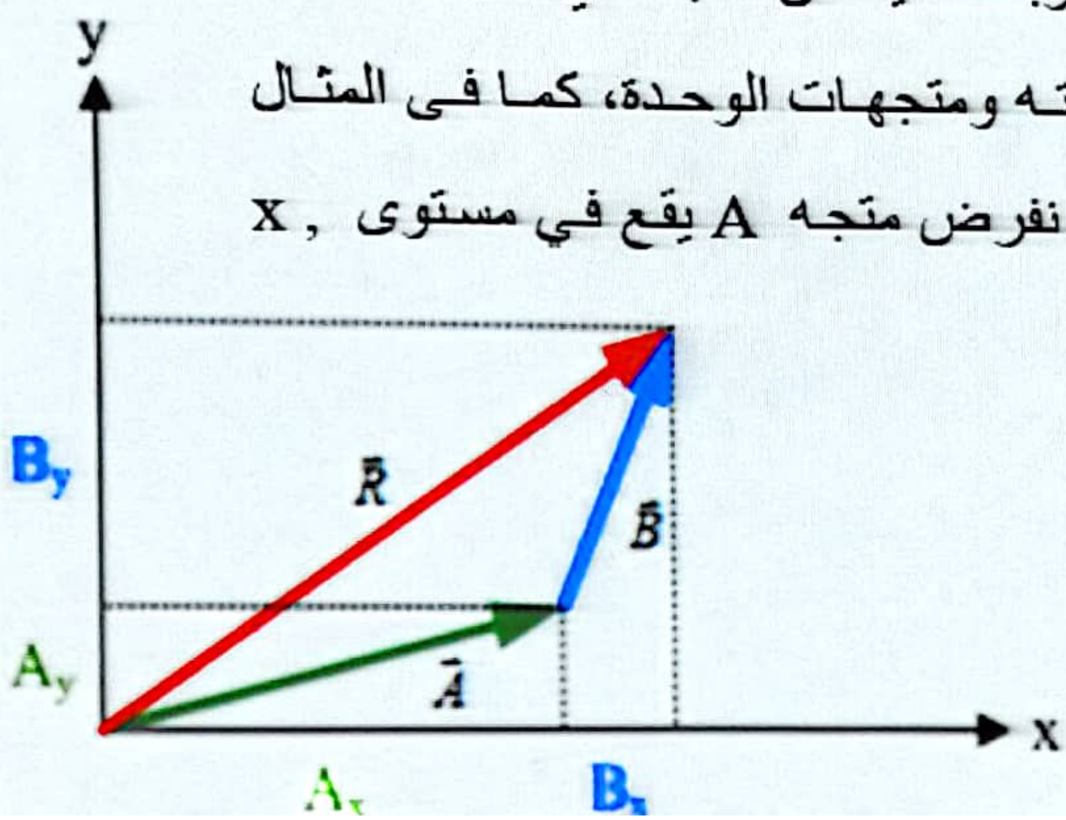
متجهه الوحدة i يعمل فى الإتجاه الموجب للمحور السينى x

متجهه الوحدة j يعمل فى الإتجاه الموجب للمحور الصادى y

متجهه الوحدة k يعمل فى الإتجاه الموجب للمحور العينى z

متجهات الوحدة:

يعبر عن الاحداثيات الكارتيزية في الثلاث ابعا وبـذلك يمكـن كتابـة أي متجـه بدلالـة مركباتـه ومتجهات الوحـدة، كمـا فـى المثـال التالى نفرض متجه A يقع في مستوى x , y



إذا كـان المتجهـين فــي بعـدين يمكـن التعبيـر عنــه بالمعـادلات الإتجاهية التالية:

$$A = A_x\,i + A_y\,j$$

$$B = B_x\,i + B_y\,j$$

وتكون محصلة جمع المتجهين على الشكل التالى:

$$R = A + B = (A_x + B_x)\,i + (A_y + B_y)\,j$$

أما إذا كان المتجهين فى الثلاث أبعاد

$$A = A_x\,i + A_y\,j + A_z\,k$$

$$B = B_x\,i + B_y\,j + B_y\,k$$

تكون المحصلة على الشكل التالى:

$$R = A + B = (A_x + B_x)\,i + (A_y + B_y)\,j + (A_z + B_z)\,k$$

متجهات الوحدة : Unit Vector

متجهات الوحدة:

المتجه $3x$ يمثل متجه مقداره ثلاث وحدات فى الاتجاه $+X$، بينما يمثل $-5z$ بمتجه مقداره خمس وحدات فى الاتجاه $-z$.

ملاحظة : وجود الإشارة السالبة أمام أي متجه وحدة يدل على الاتجاه المعاكس فمثلا $-i$ تشير إلى الاتجاه السالب لمحور x وهكذا.

متجهات الوحدة : Unit Vector

- **عند جمع** المتجهات حسابيا، تجمع المركبات السينية أو الصادية كلا على حدا لكتابة معادلة المجموع أو المحصلة فمثلا

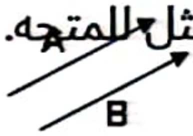
$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k} \quad \& \quad \vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\vec{i} + (A_y + B_y)\vec{j} + (A_z + B_z)\vec{k}$$

خواص المتجهات

تساوي المتجهات:

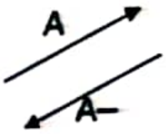
إن المتجهين A، Bمتساويان إذا كان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه (ونفس الوحدة إن وجدت) ، أي أن A = Bإذا كان مقدار Aيساوي مقدار Bوكان السهم الممثل للمتجه Aيوازي السهم الممثل للمتجه.



تساوي المتجهات

- **سالب المتجه:**

في الشكل ادناه: إن المتجه **A** **مساوٍ** للمتجه **A**– في المقدار ويعاكسه في الاتجاه.



سالب المتجه

جمع المتجهات: Adding vectors

جمع المتجهات:

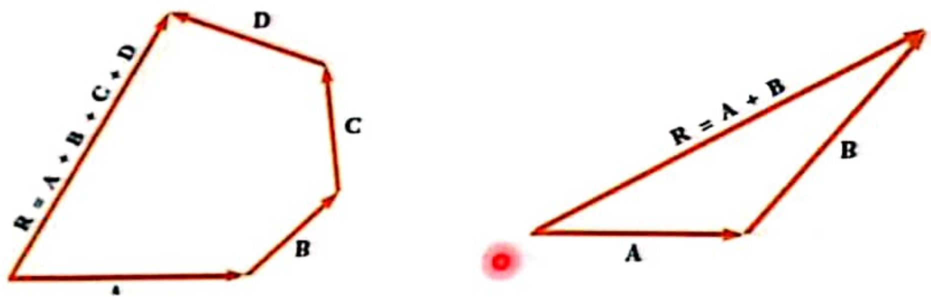
عند جمع المتجهات يجب أن تكون هذه المتجهات من **نفس النوع** فلا يمكن مثلا أن نجمع متجه قوة إلى متجه سرعة لاختلافهما في الأبعاد. وذلك ينطبق أيضا عند جمع الكميات القياسية.

إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات:

1. إذا كانت جميعها تعمل على خط واحد فإنها تجمع جبرياً بإشاراتها وذلك بعد اختيار اتجاهاً معيناً يكون موجباً .
2. وإذا تساوى مقدار متجهين وتضادا اتجاهاً كان محصلتهما تساوي صفر.
3. إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحداً فإننا نوجد محصلتها بإحدى طريقتين:

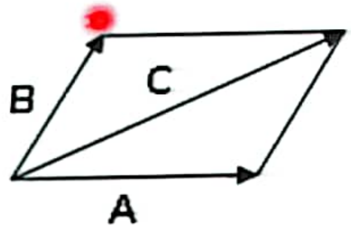
جمع المتجهات: Adding vectors

بالرسم



جمع المتجهات: Adding vectors

طريقة متوازي الأضلاع:

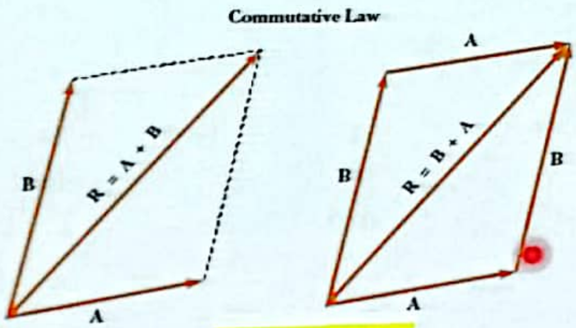


محصلة متجهين بطريقة متوازي الأضلاع

حاصل جمع المتجهين A و B هو متجه C , ويسمى عادةً بالمحصلة (Resultant). ولإجراء عملية الجمع نقوم برسم أحد المتجهين أولاً وليكن A بمقياس رسم مناسب ، ثم من بداية المتجه A نرسم المتجه B بنفس مقياس الرسم ثم نكمل رسم متوازي الأضلاع فتكون المحصلة هي قطر متوازي الأضلاع الذي ضلعاه المتجاوران هما المتجهان A و B

جمع المتجهات: Adding vectors

بالرسم: خاصية التبادل

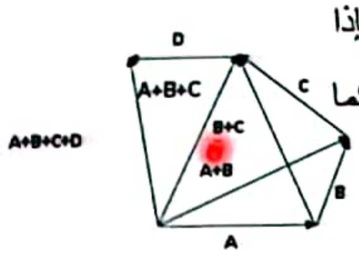


A+B = B+A

جمع المتجهات: Adding vectors

طريقة المثلث:

كذلك يمكن تعميم طريقة المثلث للجمع لتشمل أكثر من ثلاث متجهات فإذا فرضنا أن هناك أربع متجهات A و B و C و D فإننا نرسم الواحد تلو الآخر كما يلي:

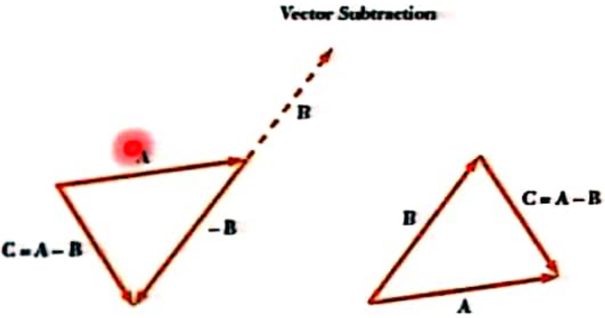


محصلة عدة متجهات بطريقة المثلث

$$R = A + B + C + D$$

أي أن المحصلة هي الضلع الذي **D** وتنتهي عند رأس المتجه **A** و تبدأ من بداية المتجه يقفل المضلع ولكن بالاتجاه المعاكس لدورة المتجهات الأربعة.

طرح المتجهات : Subtracting vectors



A-B = A+ (-B)

طرح المتجهات Subtracting vectors :

إن عملية طرح المتجهات شبيهة بعملية جمع المتجهات , فمثلاً $A - B$ هو متجه جديد C ولتحديد المتجه C نقوم برسم المتجه A أولاً ومن رأس هذا المتجه نرسم سهماً موازياً ومعاكساً في الاتجاه للمتجه B

...ب المتجهات

ضرب المتجهات:

من المعروف ان الكمية المتجهة تشمل عنصرين هما المقدار والاتجاه وتكون قواعد ضرب المتجهات هي:

- ضرب المتجه في كمية قياسية: اذا كان المتجه هو A وكانت a كمية قياسية فيكون حاصل الضرب هو كمية متجهة ومقداره ويساوي $a\,|A|$

من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه بكمية قياسية الزخم الخطي (كمية التحرك الخطيةP) : وهو حاصل ضرب الكتلة m في متجه السرعة v ويعطي بالعلاقة: $P = mv$

- ضرب متجه في متجه آخر :

يوجد نوعين في هذه الحالة هما:

1. الضرب القياسي
2. الضرب الاتجاهي

ضرب المتجهات

ضرب المتجهات:

أولا: الضرب القياسي :

يعرف الضرب القياسي لمتجهين بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مقدار المتجه الثاني في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما ويكتب على الصورة $A.B$

$$A.B = |A| . |B| . \cos\theta$$

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$$A . B = (A_x\, i + A_y\, j + A_z\, k). (B_x\, i + B_y\, j + B_z\, k)$$

$$A.B = A_x B_x\, i.i + A_x B_y\, i.j + A_x B_z\, i.k + A_y B_x\, j.i + A_y B_y\, j.j + A_y B_z\, j.k + A_z B_x\, k.i + A_z B_y\, k.j + A_z B_z\, k.k$$

وتبعا للضرب القياسي: $i.j = j.k = k.i = 0$ وايضا $i.i = j.j = k.k = 1$

بالتعويض في معادلة الضرب ينتج ما يلي:

$$A . B = A_x B_x + A_y B_y + A_z$$

$$A.B = |A| \, . \, |B| \, . \cos \theta$$

ة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$$A \, . \, B = (A_x \, i + A_y \, j + A_z \, k) . (B_x \, i + B_y \, j + B_z \, k)$$

$$B_y \, i.j + A_x \, B_z \, i.k + A_y \, B_x \, j.i + A_y \, B_y \, j.j + A_y \, B_z \, j.k + A_z \, B_x \, k.i + A_z \, B_y \, k.j +$$

$i.i = j.j = k.k = 1$ وايضا $i.j = j.k = k.i = 0$

بالتعويض في معادلة الضرب ينتج ما يلي:

$$A \, . \, B = A_x \, B_x + A_y \, B_y + A_z$$

واص المتجهات

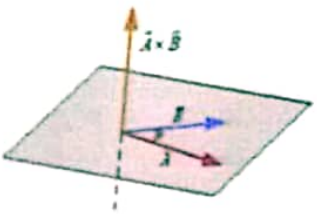
ضرب المتجهات:

ثانيا: الضرب الاتجاهى :

نتيجة الضرب الاتجاهي لمتجهين A , B تكون كمية متجهة. ويكتب هذا النوع من الضرب كما يلي :

$$A \times B$$

$$A \times B = |A| \cdot |B| \sin \theta . n$$



حيث ان n هي متجه الوحدة وهو عمودي على المتجهين B , A

وللحصول على $A \times B$ بدلالة المركبات نعوض عن المتجهين A , Bكما يلي:

$$A \times B = (A_x\, i + A_y\, j + A_z\, k) \times (B_x\, i + B_y\, j + B_z\, k)$$

خواص المتجهات

ضرب المتجهات:

<u>ثانيا: الضرب الاتجاهى :</u>

$$A.B = Ax\,Bx\; i\times i + Ax\,By\; i\times j + Ax\,Bz\; i\times k + Ay\,Bx\; j\times i + Ay\,By\; j\times j + Ay\,Bz\; j\times k$$
$$+Az\,Bx\; k\times i + Az\,By\; k\times j + Az\,Bz\; k\times k$$

وتبعا للضرب الاتجاهي:

$$i\times i = j\times j = k\times k = 0$$

وايضا:

$$i\times j = k \quad , \quad j\times k = i \quad , \quad k\times i = j$$

$$j\times i = -k \quad , \quad k\times j = -i \quad , \quad i\times k = -j$$

بالتعويض في معادلة الضرب الاتجاهي ينتج ما يلي:

$$A\times B = (A_y\,B_z - A_z\,B_y)\,i + (A_z\,B_x - A_x\,B_z)\,j + (A_x\,B_y - A_y\,B_x)\,k$$

...راص المتجهات

...ضرب المتجهات:

ثانيا: الضرب التقاطعي :

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x\, \mathbf{i} + A_y\, \mathbf{j} + A_z\, \mathbf{k}) \times (B_x\, \mathbf{i} + B_y\, \mathbf{j} + B_z\, \mathbf{k})$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

خواص المتجهات

ضرب المتجهات:

أمثلة وتمارين:

مثال ( )

ليكن لدينا متجهان , حيث:

$\mathbf{A = 2\,I + 3\,j}$ $\mathbf{B = -\,I + 2\,j}$

اوجد ناتج الضرب القياسي بينهما

الحـــل:

$A \cdot B = (2i + 3j) \cdot (-i + 2j)$

$A \cdot B = -2\, i.i + 2\, i.\, 2j - 3j.i + 3j.2j = -2 + 6 = 4$

من المعطيات نجد ان: $Ax = 2$, $Ay = 3$, $Bx = -1$, $By = 2$

ويمكن تعين الزاوية θ بين المتجهين B , A

ومنها تكون: $\theta = 60\, o$

متجهات الوحدة : Unit Vector

مثال ( ): أوجد محصلة جمع المتجهين A&B، علما بان

$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\ \mathrm{m}$ and $\mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} - 4.0\mathbf{j})\ \mathrm{m}$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2.0 + 2.0)\mathbf{i}\ \mathrm{m} + (2.0 - 4.0)\mathbf{j}\ \mathrm{m}$$
$$= (4.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j})\ \mathrm{m}$$

$$R_x = 4.0\ \mathrm{m} \qquad R_y = -2.0\ \mathrm{m}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0\ \mathrm{m})^2 + (-2.0\ \mathrm{m})^2} = \sqrt{20}\ \mathrm{m}$$
$$= 4.5\ \mathrm{m}$$

θ= 333 درجة

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0\ \mathrm{m}}{4.0\ \mathrm{m}} = -0.50$$

متجهات الوحدة : Unit Vector

واجب ( ): أوجد قيمة المحصلة للمتجهين A&B، كما هو موضح بالرسم؟