

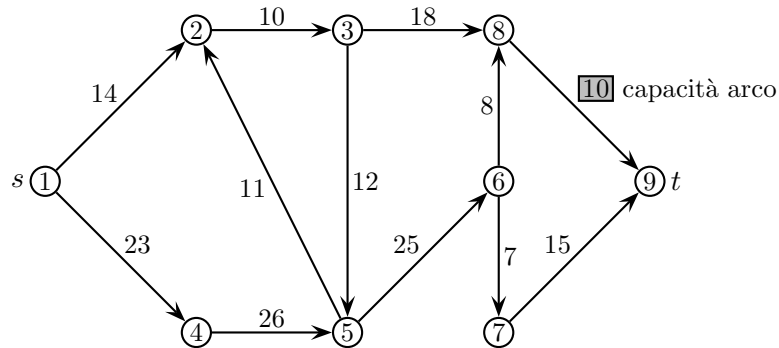
COGNOME E NOME/ E-MAIL _____

Ricerca Operativa - MODULO II

8 gennaio 2020

Si riportino i risultati richiesti e le risposte negli appositi spazi - CONSEGNARE solo il presente foglio

Esercizio (punti 18) Dato il grafo sotto riportato, si calcoli il **flusso massimo** dal vertice 1 al vertice 9 utilizzando l'algoritmo di Ford-Fulkerson e partendo con flusso iniziale $\mathbf{x} = 0$, $\varphi = 0$.



Nella scelta del prossimo vertice h da espandere si utilizzi la regola $h = \min\{i : i \in Q\}$ (come indicato a lezione).

Si riportino i valori delle etichette (per ogni vertice: “[\pm predecessore, ε]”), dei flussi sugli archi (per ogni arco: “(valore del flusso, capacità)”), il cammino aumentante P ed il valore δ alla fine delle diverse iterazioni utilizzando i grafi sotto riportati.

Situazione alla fine della 1^a iterazione: _____

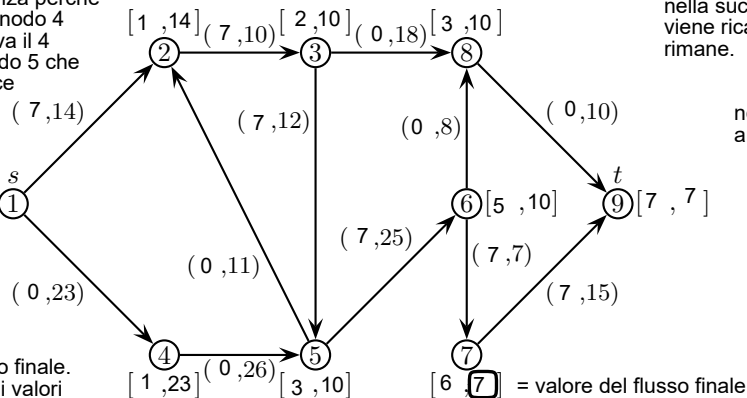
dal nodo 1 scopro 2 e 4, dal nodo 2 (ha la precedenza perché minore di 4) scopro 3, dal nodo 3 scopro 8 e 5, dal nodo 4 non posso proseguire perché tutti i nodi in cui arriva il 4 (solo il nodo 5) sono stati scoperti. Riprendo dal nodo 5 che scopre 6, 6 scopre 7, 7 scopre 9 e il cammino finisce in quanto sono giunto al nodo finale.

un nodo non può essere scoperto 2 volte.

Quando un nodo viene scoperto si segnano [predecessore, valore del flusso] tra

il valore del flusso è il minimo tra il valore del flusso del precedente e la differenza tra la capacità dell'arco e il flusso lungo l'arco (che all'inizio di un esercizio è zero)

una volta trovato il cammino sommiamo ai flussi lungo gli archi la differenza il valore del flusso finale. (nell'esercizio questi valori sono già aggiornati ma i valori del flusso dei nodi sono calcolati sui valori del flusso finale precedenti)



nella successiva iterazione i valori dei nodi viene ricalcolato mentre quello degli archi rimane.

nodo [predecessore, valore del flusso]
arco (flusso lungo l'arco, capacità)

i nodi con numero più basso hanno la priorità di scoprire

cammino = $P = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$

$\varphi = \varphi + \delta =$ somma di tutti i valori del flusso finale
=7

Ricerca Operativa - MODULO II

8 gennaio 2020

Si riportino i risultati richiesti e le risposte negli appositi spazi - CONSEGNARE solo il presente foglio

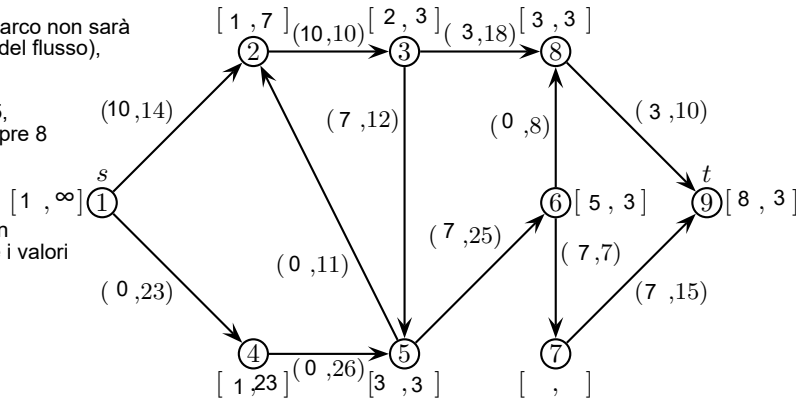
Situazione alla fine della 2^a iterazione:

farò sempre lo stesso percorso finchè un arco non sarà completamente carico (capacità = valore del flusso), da lì cambierò percorso.

1 scopre 2 e 4, 2 scopre 3, 3 scopre 8 e 5, 4 non scopre nulla, 5 scopre 6, 6 non scopre 8 perchè già scoperto e neanche 7 perchè l'arco tra loro è pieno, 8 scopre 9, fine.

il valore del flusso dei nodi è calcolato con i valori degli archi dell'iterazione precedente e i valori del flusso di questa iterazione

sommo il valore del flusso di 9 agli archi che ho percorso per arrivarci.



questi archi sono quelli tra i nodi elencati in P

$$P = 1, 2, 3, 8, 9$$

$$\varphi = \varphi + \delta = 7+3 = 10$$

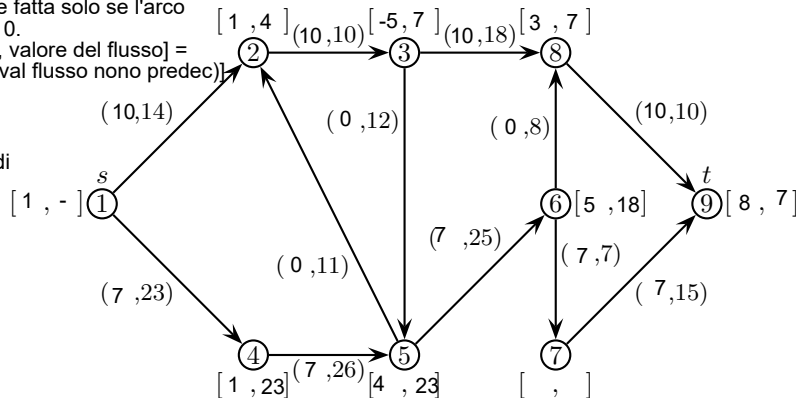
Situazione alla fine della 3^a iterazione:

1 scopre 2 e 4, 2 non scopre nulla, 4 scopre 5, 5 scopre 6 e 3 all'indietro. La scoperta all'indietro viene fatta solo se l'arco ha valore di flusso lungo l'arco diverso da 0.

il nodo 3 prende i valori di [predecessore, valore del flusso] = [-(predecessore), min(flusso lungo l'arco, val flusso nono predec)]

3 scopre 8, 8 scopre 9, fine

se utilizzo la scoperta all'indietro al posto di sommare il valore del flusso finale lo sottraggo all'arco.

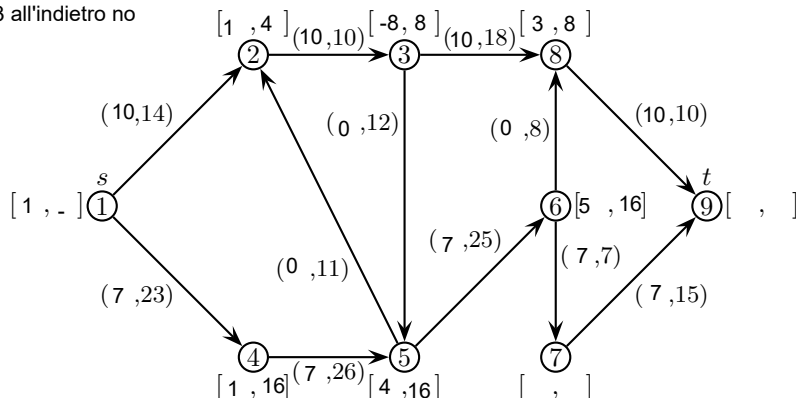


$$P = \cancel{1, 2, 3, 8, 9} \quad 1, 4, 5, 3, 8, 9$$

$$\varphi = \varphi + \delta = 10+7 = 17$$

Situazione alla fine della 4^a iterazione:

1 scopre 2 e 4, 4 scopre 5, 5 scopre 6 (3 all'indietro no perchè ha 0 come flusso lungo l'arco), 6 scopre 8, 8 scopre 3 all'indietro, non ho più modo di arrivare a 9, questa sarà l'iterazione finale.



$$P = \text{nessun cammino aumentante identificato}$$

$$\varphi = \varphi + \delta = 17$$

tutti i nodi scoperti in questa iterazione =

$$\text{Flusso massimo } \varphi = 17$$

$$\text{Taglio di capacità minima } S = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$$

Soluzione:

```

- ITERAZIONE n. 1, calcolo cammino aumentante
-++ Q={ 1}, scelto h=1
- +++++ etichetta vertice 2: [+1,14]
- +++++ etichetta vertice 4: [+1,23]
-++ Q={ 2 4}, scelto h=2
- +++++ etichetta vertice 3: [+2,10]
-++ Q={ 3 4}, scelto h=3
- +++++ etichetta vertice 8: [+3,10]
- +++++ etichetta vertice 5: [+3,10]
-++ Q={ 4 5 8}, scelto h=4
-++ Q={ 5 8}, scelto h=5
- +++++ etichetta vertice 6: [+5,10]
-++ Q={ 6 8}, scelto h=6
- +++++ etichetta vertice 7: [+6,7]
-++ Q={ 7 8}, scelto h=7
- +++++ etichetta vertice 9: [+7,7]
-++ Raggiunto vertice t, capacita' residua minima uguale a 7
-++ Aumento/diminuzione del flusso lungo cammino aumentante (a ritroso, da t a s):
- +++++ aumento del flusso sull'arco (7,9) di valore 0 di 7 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (6,7) di valore 0 di 7 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (5,6) di valore 0 di 7 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (3,5) di valore 0 di 7 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (2,3) di valore 0 di 7 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (1,2) di valore 0 di 7 unita'

- ITERAZIONE n. 2, calcolo cammino aumentante
-++ Q={ 1}, scelto h=1
- +++++ etichetta vertice 2: [+1,7]
- +++++ etichetta vertice 4: [+1,23]
-++ Q={ 2 4}, scelto h=2
- +++++ etichetta vertice 3: [+2,3]
-++ Q={ 3 4}, scelto h=3
- +++++ etichetta vertice 8: [+3,3]
- +++++ etichetta vertice 5: [+3,3]
-++ Q={ 4 5 8}, scelto h=4
-++ Q={ 5 8}, scelto h=5
- +++++ etichetta vertice 6: [+5,3]
-++ Q={ 6 8}, scelto h=6
-++ Q={ 8}, scelto h=8
- +++++ etichetta vertice 9: [+8,3]
-++ Raggiunto vertice t, capacita' residua minima uguale a 3
-++ Aumento/diminuzione del flusso lungo cammino aumentante (a ritroso, da t a s):
- +++++ aumento del flusso sull'arco (8,9) di valore 0 di 3 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (3,8) di valore 0 di 3 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (2,3) di valore 7 di 3 unita'
- +++++ aumento del flusso sull'arco (1,2) di valore 7 di 3 unita'

- ITERAZIONE n. 3, calcolo cammino aumentante
-++ Q={ 1}, scelto h=1
- +++++ etichetta vertice 2: [+1,4]
- +++++ etichetta vertice 4: [+1,23]
-++ Q={ 2 4}, scelto h=2
-++ Q={ 4}, scelto h=4
- +++++ etichetta vertice 5: [+4,23]
-++ Q={ 5}, scelto h=5
- +++++ etichetta vertice 3: [-5,7]
- +++++ etichetta vertice 6: [+5,18]
-++ Q={ 3 6}, scelto h=3
- +++++ etichetta vertice 8: [+3,7]
-++ Q={ 6 8}, scelto h=6
-++ Q={ 8}, scelto h=8

```

```

- ++++ etichetta vertice 9: [+8,7]
-++ Raggiunto vertice t, capacita' residua minima uguale a 7
-++ Aumento/diminuzione del flusso lungo cammino aumentante (a ritroso, da t a s):
- ++++ aumento del flusso sull'arco (8,9) di valore 3 di 7 unita'
- ++++ aumento del flusso sull'arco (3,8) di valore 3 di 7 unita'
- ++++ riduzione del flusso sull'arco (3,5) di valore 7 di 7 unita'
- ++++ aumento del flusso sull'arco (4,5) di valore 0 di 7 unita'
- ++++ aumento del flusso sull'arco (1,4) di valore 0 di 7 unita'

- ITERAZIONE n. 4, calcolo cammino aumentante
-++ Q={ 1}, scelto h=1
- ++++ etichetta vertice 2: [+1,4]
- ++++ etichetta vertice 4: [+1,16]
-++ Q={ 2 4}, scelto h=2
-++ Q={ 4}, scelto h=4
- ++++ etichetta vertice 5: [+4,16]
-++ Q={ 5}, scelto h=5
- ++++ etichetta vertice 6: [+5,16]
-++ Q={ 6}, scelto h=6
- ++++ etichetta vertice 8: [+6,8]
-++ Q={ 8}, scelto h=8
- ++++ etichetta vertice 3: [-8,8]
-++ Q={ 3}, scelto h=3
-++ Nessun cammino aumentante identificato

- Soluzione finale
-++ Flusso massimo: 17
-++ Taglio identificato : S={ 1 2 4 5 6 8 3 }
-++ Variabili di flusso:
-++++ x[1,2]=10
-++++ x[1,4]=7
-++++ x[2,3]=10
-++++ x[3,8]=10
-++++ x[4,5]=7
-++++ x[5,6]=7
-++++ x[6,7]=7
-++++ x[7,9]=7
-++++ x[8,9]=10

```