Analyse de la Performance des Titres et des Portefeuilles

Elie Diwambuena,

July 7, 2023

Introduction

De nos jours, investir en bourse est devenu de plus en plus populaire, notamment dans les pays développés. Cependant, malgré l'intérêt croissant pour l'investissement, de nombreuses personnes ont du mal à déterminer l'approche la plus appropriée. En général, les gens ont tendance à suivre les tendances dominantes telles que l'investissement dans les crypto-monnaies ou les actions technologiques à forte croissance. Malheureusement, cette stratégie s'est avérée être suboptimale et risquée. Bien que nous reconnaissions que l'analyse approfondie des titres soit une compétence détenue par seulement quelques personnes, cet article vise à fournir des concepts essentiels que nous pensons que chaque investisseur devrait connaître avant de sélectionner des actions spécifiques ou un groupe d'actions.

L'objectif de cet article est d'examiner des ensembles de titres (actions) et de déterminer le portefeuille optimal composé d'entreprises technologiques et de santé, tout en comparant leur performance. Pour cela, la Section A se concentre sur l'analyse du portefeuille technologique et son optimisation pour identifier le portefeuille de tangence. De même, la Section B répète la même analyse pour le portefeuille de santé. Dans la Section C, nous comparons les performances de ces deux portefeuilles. Tout au long de l'analyse, nous utilisons Jupyter Notebook et Python, ce qui implique l'inclusion de snippets de code pertinents.

---

[1]:
```
# Importing librairies
import yfinance as yf
import pandas as pd
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sb
import random as rdm
import statsmodels.api as sm
```

[2]:
```
# Loading data
data = yf.Tickers(['AAPL','TSLA','MSFT','NVDA','GOOGL']).
 ↪history(start="2018-06-30", end="2023-06-30").loc[:,"Close"]
```

```
[*********************100%***********************]  5 of 5 completed
```

A. Analyse du Portefeuille Tech

Considérons notre intérêt pour cinq entreprises technologiques, à savoir Apple, Google, Microsoft, Nvidia et Tesla. Avant de réaliser des investissements dans ces entreprises, il est important de répondre aux questions suivantes :

1. Quelle a été la performance historique de ces actions en termes de bénéfices ?
2. Quelles sont les anticipations en termes de bénéfices futurs pour ces actions ?
3. Si nous décidons d'investir dans ces cinq actions, comment devrions-nous répartir nos fonds entre elles ?

Répondre à la première question est relativement simple ; nous pouvons simplement examiner les rendements historiques moyens. Cependant, les deuxième et troisième questions nécessitent une compréhension approfondie des modèles de fixation des prix des titres et des techniques d'optimisation de portefeuille. Pour estimer le rendement futur attendu d'une action, il est courant d'utiliser le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF). Selon le MEDAF, le rendement attendu peut être déterminé à l'aide de l'expression suivante :

$$E_{r_A} = rf + \beta_A(r_M - rf)$$

Dans la formule MEDAF, le rendement attendu sur la valeur mobilière A (E_{r_A}) est déterminé par plusieurs facteurs. Ces facteurs incluent le taux sans risque (rf), le risque systématique de la valeur mobilière A (β_A) et la prime de risque du marché ($(r_M - rf)$). Fondamentalement, le MEDAF suggère que les investisseurs ont la possibilité d'investir tous leurs fonds dans un actif sans risque et d'obtenir un taux sans risque, plutôt que d'investir dans un actif volatil comme les actions. Par conséquent, si un investisseur décide d'investir dans un actif risqué, son rendement dépendra de la sensibilité de cet actif à l'ensemble du marché (mesurée par β_A) et du rendement excédentaire potentiel qu'il peut obtenir à partir du marché ($r_M - rf$). Sans la possibilité de réaliser un rendement excédentaire, il y aurait peu d'incitation pour un investisseur à investir dans des actions.

Les obligations d'État émises par des pays tels que les États-Unis ou l'Allemagne sont considérées comme des actifs sans risque en raison de leur faible probabilité de défaut. Le rendement à l'échéance de ces obligations est couramment utilisé comme taux sans risque dans les calculs. Les indices de marché tels que le S&P 500, le Nasdaq, l'Euro Stoxx, le DAX et d'autres servent de proxy pour l'ensemble du marché. Par conséquent, le rendement moyen de ces indices est utilisé comme taux de rendement du marché (r_M). Il est important de noter que la prime de risque est généralement estimée à environ 6 % empiriquement, bien que ce chiffre puisse varier en fonction du pays ou de la région. Damodaran est une source fiable pour obtenir les composantes du modèle MEDAF et plus d'informations sur ce sujet(here).

L'estimation du bêta implique une régression des rendements d'une entreprise (y) par rapport aux rendements du marché (x), le bêta représentant le coefficient de x. Cependant, il existe également des plateformes telles que Google Finance ou Yahoo Finance qui fournissent des valeurs bêta pré-estimées. Répondre à la troisième question peut être une tâche quelque peu ardue, car elle nécessite d'explorer différentes combinaisons d'actions pour identifier le portefeuille optimal. Heureusement, en utilisant la puissance de calcul de Python, nous pouvons rapidement générer plusieurs combinaisons pour évaluation. Sélectionner le portefeuille optimal parmi ces combinaisons n'est pas une décision simple et dépend fortement de la tolérance au risque de l'investisseur. Par exemple, un investisseur qui privilégie l'évitement du risque peut opter pour le portefeuille présentant le plus faible risque, communément appelé “portefeuille de variance minimale global”. À l'inverse, certains investisseurs peuvent préférer le portefeuille offrant le rendement le plus élevé par unité de risque, connu sous le nom de "portefeuille optimal" ou "portefeuille de tangence". Ce dernier peut être déterminé en utilisant le ratio suivant :

$$\text{Rendement ajusté du risque} = \frac{r_P}{\theta_P}$$

Ici, r_P représente le rendement du portefeuille et θ_P désigne le risque ou la volatilité du portefeuille. En soustrayant le taux sans risque du rendement du portefeuille, nous obtenons le rendement excédentaire du portefeuille. Diviser cet excédent de rendement par le risque du portefeuille donne le rendement excédentaire ajusté du risque, souvent appelé "ratio de Sharpe", exprimé comme suit :

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{r_P - rf}{\theta_P}$$

Maintenant, procédons à l'analyse proprement dite. Nous commencerons par examiner le rendement historique, le rendement attendu, la volatilité et le rendement ajusté.

---

1. Analyse du Rendement et du Risque

[3]:
```
print(data.round(3).head(3))
print(data.round(3).tail(3))
```

```
              AAPL   GOOGL    MSFT    NVDA    TSLA
Date
2018-06-29  44.226  56.459  93.265  58.684  22.863
2018-07-02  44.721  57.105  94.589  60.007  22.338
2018-07-03  43.942  55.814  93.681  58.669  20.724
              AAPL   GOOGL    MSFT    NVDA    TSLA
Date
2023-06-27  188.06  118.33  334.57  418.76  250.21
2023-06-28  189.25  120.18  335.85  411.17  256.24
2023-06-29  189.59  119.10  335.05  408.22  257.50
```

[4]:
```
# daily stock returns
d_returns = data.pct_change()
```

- **Rendement Historique**

[5]:
```
# average daily return in %
avg_dreturn = d_returns.mean() * 100
```

[6]:
```
# annualized retunrs in %
avg_yreturn = avg_dreturn * 250
avg_yreturn
```

[6]:
```
AAPL     34.472810
GOOGL    19.916400
MSFT     30.277131
NVDA     52.848016
TSLA     70.113075
dtype: float64
```

[7]:
```
# historical return
hr_df = pd.DataFrame(avg_yreturn).reset_index().rename(columns={"index":
 ↪"stock", 0:"rendement"})
```

- **Rendement Attendu: MEDAF**

[8]:
```
# nasdaq 100(NDX),sp500,stoxx50 and nasdaq composite(IXIC)
Mkt = yf.Tickers(["^NDX","^IXIC","^GSPC","^STOXX50E", "^GDAXI"]).
 ↪history(start="2018-06-30", end="2023-06-30").loc[:,"Close"]
print(Mkt.tail(3))
```

```
[*********************100%***********************]  5 of 5 completed
                  ^GDAXI        ^GSPC         ^IXIC          ^NDX    ^STOXX50E
Date
2023-06-27  15846.860352  4378.410156  13555.669922  14945.910156  4305.259766
2023-06-28  15949.000000  4376.859863  13591.750000  14964.570312  4344.750000
2023-06-29  15946.719727  4396.439941  13591.330078  14939.950195  4354.689941
```

[9]:
```
# risk premium
rf = 2.61 # german 5 years bond
market_ret = round(Mkt.pct_change().mean()*250*100,3)
mkt_ret = market_ret.mean()
rp = round(mkt_ret - rf,3)
rp
```

[9]:
```
9.132
```

[10]:
```
# market sensitivity beta from Google finance
beta = {
    "AAPL":1.28,
    "GOOGL":1.06,
    "MSFT":0.91,
    "NVDA":1.74,
    "TSLA":2.04,
}
beta = pd.Series(beta,index=beta.keys(),name="beta")
```

[11]:
```
# capm return
capm_return = (rf + beta * rp).round(3)
capm_return
```

[11]: AAPL   14.299
GOOGL   12.290
MSFT   10.920
NVDA   18.500
TSLA   21.239
Name: beta, dtype: float64

[12]:
```
# expected return
er_df = pd.DataFrame(capm_return).reset_index().rename(columns={"index":
 ↪"stock", "beta":"rendement"})
```

- **Analyse du Risque**

[13]:
```
# daily stock volatility
std_dreturn = d_returns.std() * 100
std_dreturn
```

[13]: AAPL   2.098939
GOOGL   2.013563
MSFT   1.966072
NVDA   3.378298
TSLA   4.192667
dtype: float64

[14]:
```
# annualized stock volatility
std_yreturn = std_dreturn * math.sqrt(250)
std_yreturn
```

[14]: AAPL   33.187140
GOOGL   31.837231
MSFT   31.086335
NVDA   53.415574
TSLA   66.291882
dtype: float64

[15]:
```
# volatility
vol_df = pd.DataFrame(std_yreturn).reset_index().rename(columns={"index":
 ↪"stock", 0:"volatilité"})
```

- **Rendement Attendu ajusté du Risque**

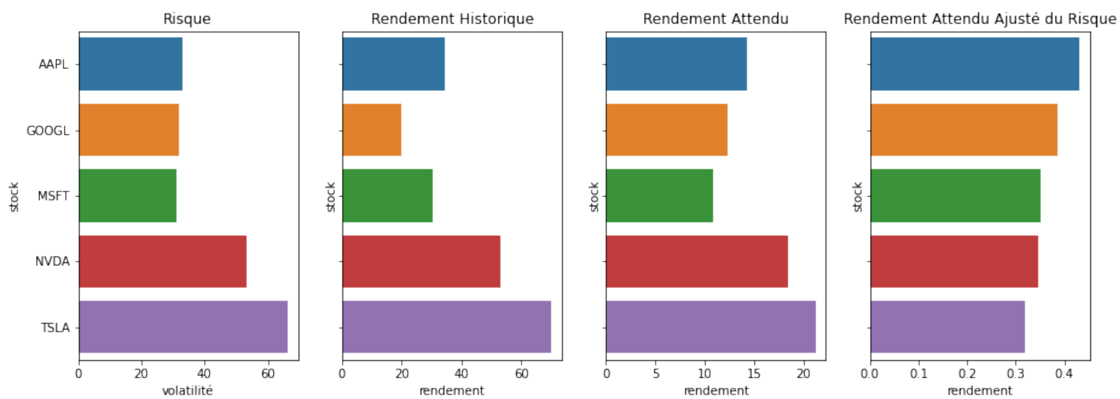
[16]:
```
raj = (capm_return/std_yreturn).round(3)
raj
```

[16]: AAPL   0.431
GOOGL   0.386
MSFT   0.351
NVDA   0.346

```
TSLA     0.320
dtype: float64
```

[17]:
```python
raj_df = pd.DataFrame(raj).reset_index().rename(columns={"index":"stock", 0:
 ↪"rendement"})
```

[18]:
```python
# plot all graphs
fig, ax = plt.subplots(1,4,sharey=True, figsize=(15,5))
sb.barplot(ax=ax[3],data = raj_df,x="rendement", y="stock")
ax[3].set_title("Rendement Attendu Ajusté du Risque")
sb.barplot(ax=ax[2],data = er_df,x="rendement", y="stock")
ax[2].set_title("Rendement Attendu")
sb.barplot(ax=ax[1],data = hr_df,x="rendement", y="stock")
ax[1].set_title("Rendement Historique")
sb.barplot(ax=ax[0],data = vol_df,x="volatilité", y="stock")
ax[0].set_title("Risque")
plt.show()
```



D'après l'analyse, les rendements historiques des actions de juin 2018 à juin 2023 sont les suivants : Tesla a affiché le rendement le plus élevé à 70,11 % par an, suivi de Nvidia à 52,85 % par an, Apple à 34,47 % par an, Microsoft à 30,27 % par an et Google à 19,92 % par an. Ces chiffres représentent les rendements moyens pour les investisseurs ayant détenu ces actions pendant la période spécifiée. En ce qui concerne le risque, Tesla a présenté la volatilité la plus élevée à 66,29 % par an, suivie de Nvidia à 53,42 %, Apple à 33,19 %, Google à 31,84 % et Microsoft à 31,09 %. Cela signifie que les investisseurs de Tesla ont enregistré des rendements plus élevés, mais ont également fait face à des risques plus importants. Les investisseurs ayant une plus grande appétence pour le risque peuvent trouver cela attrayant, tandis que ceux ayant une appétence plus faible peuvent préférer les actions de Google ou de Microsoft.

Cependant, se fier uniquement aux rendements historiques et à la volatilité ne donne pas une vision complète. Les performances passées ne garantissent pas les bénéfices futurs, il est donc nécessaire d'estimer le rendement attendu des actions en se basant sur le MEDAF. En termes de rendement attendu, Tesla présente le rendement le plus élevé à 21,24 % par an, suivi de Nvidia à 18,50 %, Apple à 14,30 %, Google à 12,29 % et Microsoft à 10,92 %. Il peut être tentant de conclure qu'il faudrait investir dans Tesla en raison de son rendement attendu plus élevé. Cependant, comparer les actions uniquement sur la base des rendements attendus peut être trompeur. Malgré la rentabilité de Tesla, cela présente également un risque plus élevé, et il est discutable de savoir si le rendement est proportionnel au risque encouru. Par conséquent, il est important d'évaluer combien de rendement chaque action génère par unité de risque. Pour ce faire, nous calculons le rendement ajusté au risque pour chaque action. En termes de rendement ajusté au risque, Apple se classe en tête avec 0,43, suivi de Google avec 0,38, Microsoft avec 0,35, Nvidia avec 0,34 et Tesla avec 0,32.

À ce stade, il devient évident que Tesla présente le rendement le plus faible par unité de risque parmi les cinq actions. Il est intéressant de noter que le classement basé sur les rendements ajustés au risque contredit le classement basé sur les rendements attendus. Il s'agit d'une observation importante à prendre en compte lors de la prise de décisions d'investissement.

Néanmoins, toutes les actions affichent une rentabilité avec un taux de rendement attendu d'environ 10 % ou plus. Par conséquent, un investisseur ayant un taux de rendement requis plus faible peut choisir d'investir dans toutes ces actions. Cependant, la répartition des fonds entre ces actions sera explorée dans la prochaine section.

---

2. Analyse du Portefeuille

Lorsqu'un investisseur décide de répartir ses fonds sur plusieurs actifs, le rendement du portefeuille sera égal à la moyenne pondérée des rendements individuels des actifs. Par exemple, si un investisseur décide d'investir 20% de ses fonds dans chaque action, avec une répartition égale des fonds, le rendement attendu du portefeuille peut être calculé comme suit :

$$E_{r_P} = 20\% \cdot r_{Apple} + 20\% \cdot r_{Tesla} + 20\% \cdot r_{Google} + 20\% \cdot r_{Nvidia} + 20\% \cdot r_{Microsoft}$$

Il est important de noter que la somme de tous les pourcentages doit toujours être égale à 100%. De même, lorsque l'investisseur détient plusieurs actions, le risque du portefeuille est déterminé par le carré de la somme des écarts types pondérés, ajustés en fonction de la corrélation. Par exemple, si l'investisseur détient les actions A et B, le risque du portefeuille peut être calculé comme suit :

$$\theta_P = (W_A \cdot \theta_A + W_B \cdot \theta_B)^2 = (W_A \cdot \theta_A)^2 + (W_B \cdot \theta_B)^2 + 2W_A \cdot \theta_A \cdot W_B \cdot \theta_B \cdot \mathrm{Corr}(A, B)$$

Ici, W représente le poids ou le pourcentage investi, θ désigne l'écart type, et $\mathrm{Corr}(A, B)$ est la corrélation entre les actions A et B. La même formule s'applique lorsque l'on considère plus de deux actions dans le portefeuille. En général, le risque du portefeuille tend à être inférieur au risque individuel des actions grâce aux avantages de la diversification. Lorsque deux actions sont parfaitement positivement corrélées ($\mathrm{Corr}(A, B) = 1$), la variance du portefeuille est égale au carré de la somme des écarts types pondérés, ce qui indique l'absence de bénéfice de diversification. En revanche, lorsque deux actions sont parfaitement négativement corrélées ($\mathrm{Corr}(A, B) = -1$), la variance du portefeuille est égale au carré de la différence des écarts types pondérés ou $(W_A \cdot \theta_A - W_B \cdot \theta_B)^2$, ce qui est l'equivalent à $(W_A \cdot \theta_A)^2 + (W_B \cdot \theta_B)^2 - 2W_A \cdot \theta_A \cdot W_B \cdot \theta_B \cdot \mathrm{Corr}(A, B)$ et représente une diversification complète. Lorsque deux actions sont non corrélées ($\mathrm{Corr}(A, B) = 0$), la variance du portefeuille est la somme des carrés des écarts types pondérés ou $(W_A \cdot \theta_A)^2 + (W_B \cdot \theta_B)^2$.

L'introduction du terme de corrélation nous permet d'ajuster $(W_A \cdot \theta_A + W_B \cdot \theta_B)^2$ pour prendre en compte ces différents scénarios. Nous allons maintenant procéder à l'analyse du rendement et de la volatilité du portefeuille. Ensuite, nous optimiserons le portefeuille en utilisant l'approche de Markowitz pour déterminer la répartition optimale.

- **Rendement du Portefeuille**

[19]:
```
# stock weights
weights = {
    "APPL": 0.20,
    "GOOGL":0.20,
    "MSFT": 0.20,
    "NVDA": 0.20,
    "TSLA": 0.20,
}
```

[20]:
```
weights = pd.Series(weights.values(), index=weights.keys(),name="weights")
```

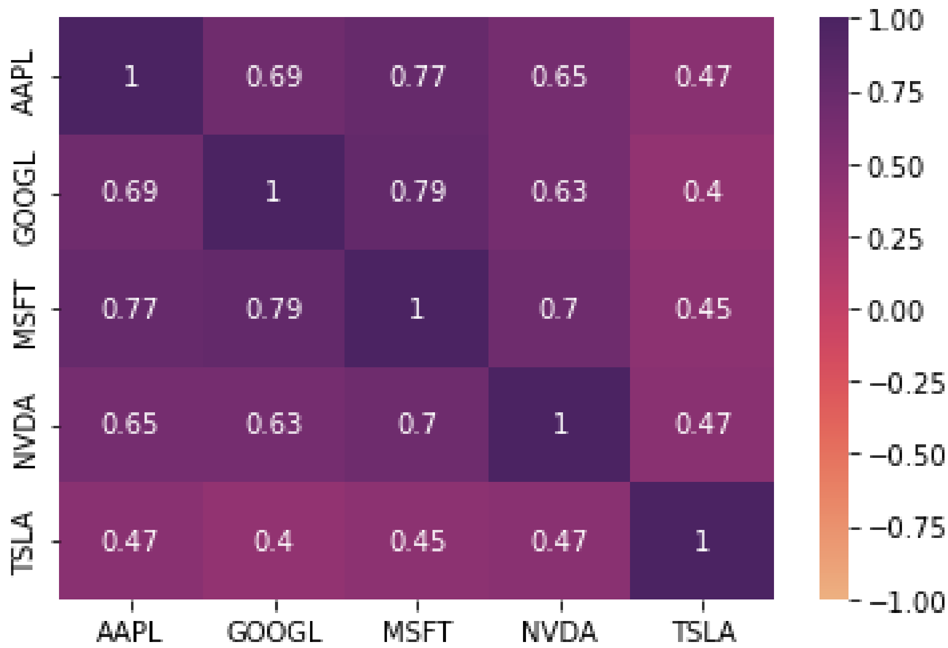
[21]:
```
ptf_Eyreturn = round(np.dot(capm_return, weights),3)
ptf_Eyreturn
```

[21]: 15.45

- **Risque du Portefeuille**

[22]:
```
# Correlation b/w stocks
corr_matrix = d_returns.corr().round(3)
```

[23]:
```
sb.heatmap(corr_matrix,vmin=-1, vmax=1,cmap='flare', annot=True)
plt.show()
```



[24]:
```
ptf_Eyvol = np.sqrt(np.dot(np.dot(d_returns.cov()*250, weights),weights)).
↪round(5)*100
ptf_Eyvol
```

[24]: 35.047

- **Rendement Ajusté du Risque**

[25]:
```
rar = (ptf_Eyreturn/ptf_Eyvol).round(3)
rar
```

[25]: 0.441

- **Optimisation du Portefeuille**

[26]:
```
# weights combination
w_combo = []
ret_combo = []
risk_combo = []
for _ in np.arange(8000):
    weights = (np.random.random(len(avg_yreturn))).round(4)
    weights /= np.sum(weights)
    w_combo.append(weights)
    ret_combo.append(np.dot(weights,capm_return).round(3))
    risk_combo.append(np.dot(np.dot(d_returns.cov()*250, weights),weights)**(1/
↪2)*100)
```

[27]:
```python
# global minimum variance portfolio
gmv_vol = min(risk_combo)
index = risk_combo.index(gmv_vol)
gmv_ret = ret_combo[index]
gmv_weight = w_combo[index]*100
```

[28]:
```python
display_gmv = f"Le portefeuille de variance minimale globale présente un taux␣
 ↪de rendement de {gmv_ret:.2f}% avec une volatilité de {gmv_vol:.2f}%␣
 ↪(RAR={gmv_ret/gmv_vol:.2f}). Ce portefeuille est obtenu en allouant␣
 ↪{gmv_weight[0]:.2f}% à Apple, {gmv_weight[1]:.2f}% à Google, {gmv_weight[2]:.
 ↪2f}% à Microsoft, {gmv_weight[3]:.2f}% à Nvidia, et {gmv_weight[4]:.2f}% à␣
 ↪Tesla."
```

[29]:
```python
# optimal portfolio
sharpe = ret_combo/pd.Series(risk_combo)
index_s = sharpe[sharpe==sharpe.max()].index[0]
sharpe_vol = risk_combo[index_s]
sharpe_ret = ret_combo[index_s]
sharpe_w = w_combo[index_s]*100
```

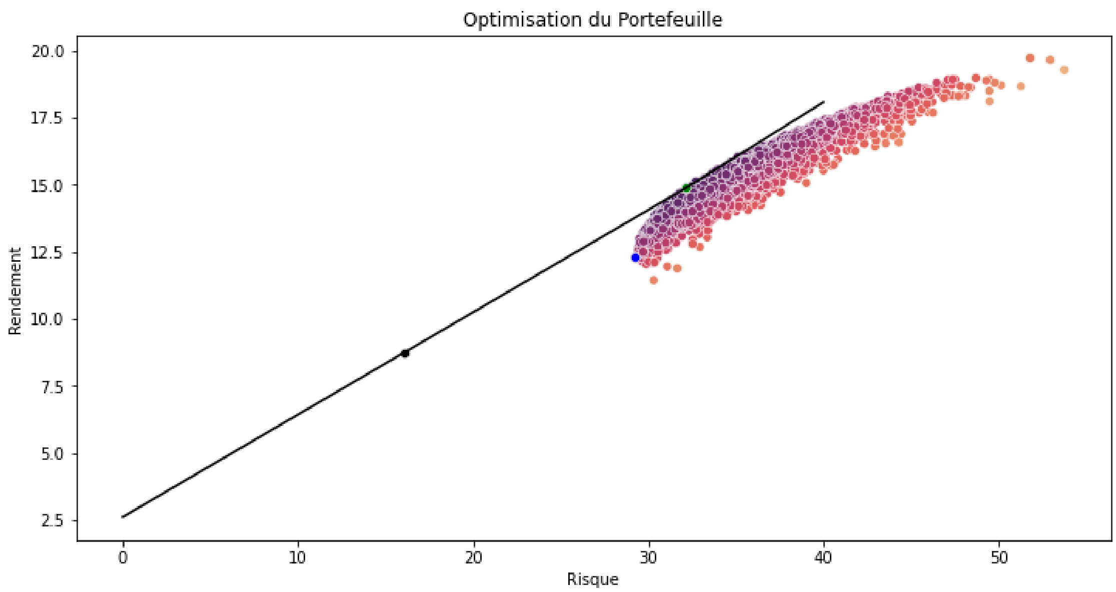
[30]:
```python
display_op = f"Le portefeuille optimal présente un taux de rendement de␣
 ↪{sharpe_ret:.2f}% avec une volatilité de {sharpe_vol:.2f}% (RAR={sharpe_ret/
 ↪sharpe_vol:.2f}). Ce portefeuille est obtenu en investissant {sharpe_w[0]:.
 ↪2f}% dans Apple, {sharpe_w[1]:.2f}% dans Google, {sharpe_w[2]:.2f}% dans␣
 ↪Microsoft, {sharpe_w[3]:.2f}% dans Nvidia, et {sharpe_w[4]:.2f}% dans Tesla."
```

[31]:
```python
# highest return portfolio
high_ret = max(ret_combo)
index = ret_combo.index(high_ret)
high_vol = risk_combo[index]
high_w = w_combo[index]*100
```

[32]:
```python
display_high = f"Le portefeuille avec le taux de rendement le plus élevé␣
 ↪affiche un rendement de {high_ret:.2f}% avec une volatilité de {high_vol:.
 ↪2f}% (RAR={high_ret/high_vol:.2f}). Ce portefeuille est obtenu en allouant␣
 ↪{high_w[0]:.2f}% à Apple, {high_w[1]:.2f}% à Google, {high_w[2]:.2f}% à␣
 ↪Microsoft, {high_w[3]:.2f}% à Nvidia, et {high_w[4]:.2f}% à Tesla."
```

[33]:
```python
# Portfolio optimization
slope= (ret_combo[index_s]-rf)/(risk_combo[index_s]-0)
mkt_lineX =np.array([0,risk_combo[index_s],40])
mkt_lineY =np.array([rf,ret_combo[index_s],(40*slope+rf)+.2])
plt.figure(figsize=(12,6))
#palette=sb.color_palette("Blues"))
sb.scatterplot(x=risk_combo,y=ret_combo,
               hue=sharpe,
               palette= sb.color_palette("flare",as_cmap=True),legend=False)
```

```python
sb.scatterplot(x= [gmv_vol], y=gmv_ret,color="blue")
sb.scatterplot(x= [sharpe_vol], y=sharpe_ret,color="green")
sb.lineplot(x = mkt_lineX, y=mkt_lineY, color="black")
sb.scatterplot(x= [sharpe_vol*0.5], y=[(sharpe_ret+rf)*0.5],color="black")
plt.title("Optimisation du Portefeuille")
plt.xlabel("Risque")
plt.ylabel("Rendement")
plt.savefig('Markowitz.png')
plt.show()
```



[34]:
```python
a=f"Veuillez noter que lorsque nous investissons des montants égaux dans toutes␣
↪les actions, le rendement attendu du portefeuille est de {ptf_Eyreturn}%,␣
↪avec une volatilité de {ptf_Eyvol}% et un RAR de {ptf_Eyreturn/ptf_Eyvol:.
↪2f}."
print(display_gmv,display_op, display_high,a)
```

```
Le portefeuille de variance minimale globale présente un taux de rendement de
12.28% avec une volatilité de 29.25% (RAR=0.42). Ce portefeuille est obtenu en
allouant 27.50% à Apple, 28.34% à Google, 43.74% à Microsoft, 0.03% à Nvidia, et
0.38% à Tesla. Le portefeuille optimal présente un taux de rendement de 14.88%
avec une volatilité de 32.16% (RAR=0.46). Ce portefeuille est obtenu en
investissant 57.30% dans Apple, 24.07% dans Google, 1.71% dans Microsoft, 1.98%
dans Nvidia, et 14.94% dans Tesla. Le portefeuille avec le taux de rendement le
plus élevé affiche un rendement de 19.71% avec une volatilité de 51.80%
(RAR=0.38). Ce portefeuille est obtenu en allouant 1.05% à Apple, 5.75% à
Google, 0.33% à Microsoft, 32.98% à Nvidia, et 59.89% à Tesla. Veuillez noter
que lorsque nous investissons des montants égaux dans toutes les actions, le
rendement attendu du portefeuille est de 15.45%, avec une volatilité de 35.047%
```

```
et un RAR de 0.44.
```

Le RAR obtenu en investissant des montants égaux dans toutes les actions est inférieur au RAR du portefeuille optimale. Cela indique qu'une allocation égale n'est pas toujours le choix optimal. Sur le graphique ci-dessus, le point bleu représente le portefeuille de variance minimale globale, caractérisé par la volatilité la plus faible, tandis que le point vert représente le portefeuille optimal ou portefeuille tangent, qui offre le rendement ajusté en fonction du risque le plus élevé. Le terme "portefeuille tangent" fait référence à sa position où il touche la ligne tangente reliant le taux sans risque et la frontière efficiente (la courbe au-dessus du portefeuille de variance minimale globale). La ligne reliant le taux sans risque et le portefeuille tangent est appelée "ligne d'allocation du capital" (LAC), illustrant toutes les combinaisons possibles qu'un investisseur peut créer entre l'actif sans risque et l'actif risqué. Par exemple, un investisseur qui alloue 50% à l'actif sans risque et 50% au portefeuille optimal aurait un profil risque-rendement similaire au point noir sur la LAC donc un rendement approximatif de 9% au taux de risque approximatif de 16%. Les autres points représentent le risque-rendement de plus de 5000 combinaisons du même portefeuille. Tous les points situés en dessous de la frontière superieure de la courbe représentent des portefeuilles sous-optimaux et devraient être évités, tandis que tous les points situés sur la frontière de la courbe représentent des portefeuilles efficaces.

Passons maintenant à l'analyse du portefeuille santé. Cependant, pour rester concis, nous fournirons un aperçu succinct car nous avons déjà abordé des concepts importants dans la partie A.

B. Health Portfolio Analysis

1. Risk and Return Analysis

Supposons que nous nous intéressions également de manière égale à cinq entreprises du secteur de la santé, à savoir Amgen, Johnson & Johnson, AstraZeneca, Pfizer et Sanofi.

[35]:
```python
data2 = yf.Tickers(["JNJ","AZN","SNY","AMGN","PFE"]).
↪history(start="2018-06-30", end="2023-06-30").loc[:,"Close"]
```

```
[*********************100%***********************]  5 of 5 completed
```

[36]:
```python
print(data2.round(3).head(3))
print(data2.round(3).tail(3))
```

```
               AMGN     AZN      JNJ     PFE     SNY
Date
2018-06-29  158.767  30.596  106.216  28.668  33.090
2018-07-02  159.369  30.344  106.426  28.707  33.082
2018-07-03  159.730  30.291  107.416  28.723  33.636
              AMGN    AZN     JNJ    PFE    SNY
Date
2023-06-27  222.61  71.67  163.29  36.42  53.67
2023-06-28  221.31  70.96  162.96  36.29  53.74
2023-06-29  221.16  70.85  164.10  36.12  52.99
```

- **Rendement Historique**

[37]:
```python
# Historical return
avg_yreturn2 = (data2.pct_change().mean()*250*100).round(3)
d_returns2 = data2.pct_change()
hr_df2 = pd.DataFrame(avg_yreturn2).reset_index().rename(columns={"index":
↪"stock", 0:"rendement"})
avg_yreturn2
```

[37]:
```
AMGN     9.789
AZN     20.098
JNJ     10.720
PFE      8.045
SNY     12.179
dtype: float64
```

- **Prime de Risque**

[38]:
```python
# risk premium
rf = 2.61
market_ret = round(Mkt.pct_change().mean()*250*100,3)
mkt_ret = market_ret.mean()
rp = round(mkt_ret - rf,3)
rp
```

[38]:
```
9.132
```

[39]:
```python
beta2 = {
    "AMGN":0.63,
    "AZN":0.5,
    "JNJ":0.55,
    "PFE":0.61,
    "SNY":0.71
}
beta2 = pd.Series(beta2, index=beta2.keys())
```

- **Rendement Attendu**

[40]:
```python
# expected return
capm_return2 = (rf + beta2 * rp).round(3)
er_df2 = pd.DataFrame(capm_return2).reset_index().rename(columns={"index":
↪"stock", 0:"rendement"})
capm_return2
```

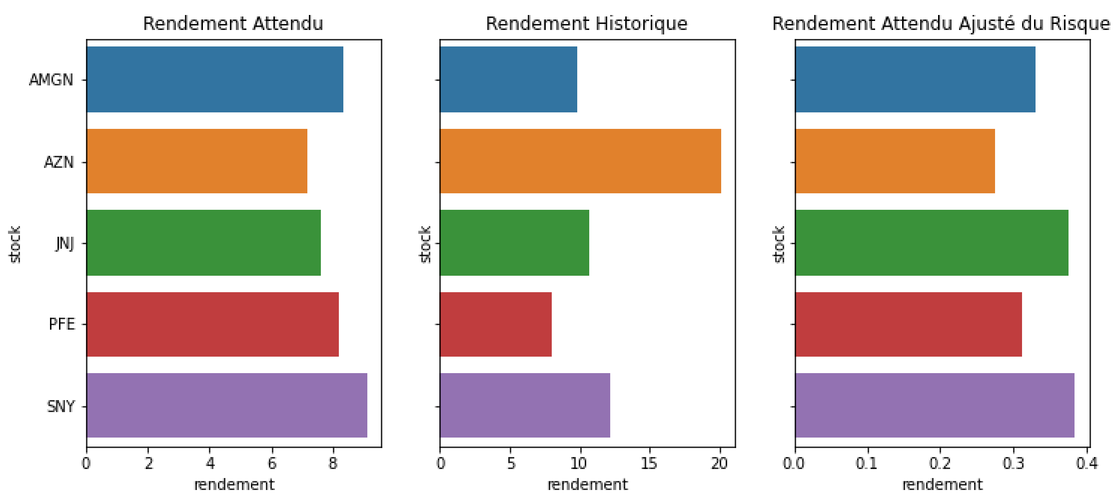
[40]:
```
AMGN    8.363
AZN     7.176
JNJ     7.633
PFE     8.181
SNY     9.094
dtype: float64
```

- **Rendement Ajusté du Risque**

[41]:
```
raj2 = capm_return2/(d_returns2.std()*math.sqrt(250)*100)
raj2 = pd.DataFrame(raj2).reset_index().rename(columns={"index":"stock", 0:
↪"rendement"})
print(raj2)
```

```
  stock  rendement
0  AMGN   0.329786
1   AZN   0.275389
2   JNJ   0.375752
3   PFE   0.310966
4   SNY   0.383270
```

[42]:
```
fig, ax = plt.subplots(1,3,sharey=True, figsize=(12,5))
sb.barplot(ax=ax[0],data = er_df2,x="rendement", y="stock")
ax[0].set_title("Rendement Attendu")
sb.barplot(ax=ax[1],data = hr_df2,x="rendement", y="stock")
ax[1].set_title("Rendement Historique")
sb.barplot(ax=ax[2],data = raj2,x="rendement", y="stock")
ax[2].set_title("Rendement Attendu Ajusté du Risque")
plt.show()
```



Selon l'analyse effectuée, Astrazeneca affiche le rendement historique le plus élevé, soit 20,01 % par an, suivi de Sanofi avec 12,18 % par an, Johnson & Johnson avec 10,72 % par an, Amgen avec 9,72 % par an et Pfizer avec 8,05 % par an. Ces chiffres représentent les rendements moyens pour les investisseurs qui ont détenu ces actions de juin 2018 à juin 2023.

En termes de rendement attendu, Sanofi présente le rendement le plus élevé, soit 9,09 % par an, suivi d'Amgen avec 8,36 %, Pfizer avec 8,18 %, Johnson & Johnson avec 7,63 % et Astrazeneca avec 7,18 %.

En ce qui concerne le rendement ajusté en fonction du risque, Sanofi affiche le rendement ajusté en fonction du risque (RAR) le plus élevé, soit 0,38, suivi de Johnson & Johnson avec 0,37, Amgen avec 0,33, Pfizer avec 0,31 et Astrazeneca avec 0,28.

---

2. Analyse du Portefeuille

[43]:
```
# weights combination
w_combo2 = []
ret_combo2 = []
risk_combo2 = []
for _ in range(8000):
    weights = (np.random.random(len(avg_yreturn2))).round(4)
    weights /= np.sum(weights)
    w_combo2.append(weights)
    ret_combo2.append(np.dot(weights,capm_return2).round(3))
    risk_combo2.append(np.dot(np.dot(d_returns2.cov()*250,␣
↪weights),weights)**(1/2)*100)
```

[44]:
```
# global minimum variance portfolio
gmv_vol2 = min(risk_combo2)
index = risk_combo2.index(gmv_vol2)
gmv_ret2 = ret_combo2[index]
gmv_weight2 = w_combo2[index]*100
```

[45]:
```
display_gmv = f"Le portefeuille de variance minimale globale présente un taux␣
↪de rendement de {gmv_ret2:.2f} % avec une volatilité de {gmv_vol2:.2f}%␣
↪(RAR={gmv_ret2/gmv_vol2:.2f}). Ce portefeuille est obtenu en allouant␣
↪{gmv_weight2[0]:.2f} % à Amgen, {gmv_weight2[1]:.2f} % à AstraZeneca PLC,␣
↪{gmv_weight2[2]:.2f} % à J&J, {gmv_weight2[3]:.2f} % à Pfizer et␣
↪{gmv_weight2[4]:.2f} % à Sanofi."
```

[46]:
```
sharpe
```

[46]:
```
0       0.427374
1       0.441632
2       0.407315
3       0.447030
4       0.427937
          …
7995    0.419870
7996    0.451726
7997    0.441227
7998    0.446838
7999    0.425819
Length: 8000, dtype: float64
```

[47]:
```python
# optimal portfolio
sharpe = ret_combo2/pd.Series(risk_combo2)
index = sharpe[sharpe==sharpe.max()].index[0]
sharpe_vol2 = risk_combo2[index]
sharpe_ret2 = ret_combo2[index]
sharpe_w2 = w_combo2[index]*100
```

[48]:
```python
display_op = f"Le portefeuille optimal présente un taux de rendement de␣
 ↪{sharpe_ret2:.2f} % avec une volatilité de {sharpe_vol2:.2f}%␣
 ↪(RAR={sharpe_ret2/sharpe_vol2:.2f}). Ce portefeuille est obtenu en␣
 ↪investissant {sharpe_w2[0]:.2f} % dans Amgen, {sharpe_w2[1]:.2f} % dans␣
 ↪AstraZeneca PLC, {sharpe_w2[2]:.2f} % dans J&J, {sharpe_w2[3]:.2f} % dans␣
 ↪Pfizer et {sharpe_w2[4]:.2f} % dans Sanofi."
```

[49]:
```python
print(display_gmv, display_op)
```

```
Le portefeuille de variance minimale globale présente un taux de rendement de
8.01 % avec une volatilité de 17.91% (RAR=0.45). Ce portefeuille est obtenu en
allouant 7.90 % à Amgen, 12.85 % à AstraZeneca PLC, 46.25 % à J&J, 11.29 % à
Pfizer et 21.70 % à Sanofi. Le portefeuille optimal présente un taux de
rendement de 8.33 % avec une volatilité de 18.22% (RAR=0.46). Ce portefeuille
est obtenu en investissant 13.65 % dans Amgen, 1.80 % dans AstraZeneca PLC,
36.04 % dans J&J, 11.28 % dans Pfizer et 37.23 % dans Sanofi.
```

C. Analyse de la Performance du Portefeuille

Ayant identifié les portefeuilles optimaux pour les actions technologiques et les actions de santé, nous cherchons maintenant à comparer leurs performances en considérant différents critères de performance des portefeuilles. Un de ces critères est le ratio de Sharpe, que nous avons introduit dans la partie A. De plus, il existe plusieurs autres mesures telles que la mesure de Treynor, l'alpha de Jensen, le ratio d'information et le ratio de Modigliani-square, entre autres. Chaque critère a ses avantages et ses inconvénients et peut être plus approprié dans différentes situations. Les expressions mathématiques de ces mesures sont fournies ci-dessous.

La mesure de Treynor est définie comme suit :

$$\text{Mesure de Treynor} = \frac{r_p - rf}{\beta_p}$$

L'alpha de Jensen est donné par :

$$\text{Alpha de Jensen} = r_p - [rf + \beta_A(r_M - rf)]$$

Le ratio d'information est calculé comme suit :

$$\text{Ratio d'information} = \frac{\text{Alpha de Jensen}}{\theta_{e_p}}$$

Et le ratio de Modigliani-square est exprimé comme suit :

$$\text{Ratio de Modigliani-square} = [r_P \cdot \frac{\theta_M}{\theta_P} + rf \cdot (1 - \frac{\theta_M}{\theta_P})] - r_M = r_{P^*} - r_M$$

En termes simples, la mesure de Treynor est similaire au ratio de Sharpe, mais utilise le risque systématique β plutôt que le risque total θ. L'alpha de Jensen représente la différence entre le rendement réel du portefeuille et le rendement attendu du portefeuille. Le ratio d'information est le rendement excédentaire réalisé divisé par le risque non systématique $\theta_{e_p} = \theta_p - \beta_p$. Le ratio de Modigliani-square est conceptuellement similaire au ratio de Sharpe. Il suppose que le rendement du portefeuille devrait être une combinaison du rendement du portefeuille pondéré par $\frac{\theta_M}{\theta_P}$ et du rendement sans risque pondéré par $1 - \frac{\theta_M}{\theta_P}$. Par conséquent, il est obtenu en faisant la différence entre le rendement ajusté du portefeuille r_{P^*} et le rendement du marché.

Le choix de la mesure à utiliser dépend de la situation spécifique. Le ratio de Sharpe est couramment utilisé lorsqu'un investisseur détient un seul portefeuille. Étant donné que ce portefeuille ne concurrence pas d'autres pour l'allocation des fonds, le ratio de Sharpe est utilisé car il tient compte du risque total du détenteur. En d'autres termes, le ratio de Sharpe est utile lorsque l'objectif est d'évaluer la performance d'un seul portefeuille par rapport à un indice de référence tel que l'indice de marché ou lors du choix d'un portefeuille parmi deux ou plusieurs autres. Dans les cas où un investisseur détient plusieurs portefeuilles, la mesure de Treynor est préférée car elle tient compte du risque systématique plutôt que du risque total dû à la diversification. L'alpha de Jensen (α) est lié aux ratios de Sharpe et de Treynor par la relation suivante :

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{r_P - rf}{\theta_P} = \frac{\alpha_P}{\theta_P} + \text{Corr}(P, M)\frac{\alpha_M}{\theta_M}$$

$$\text{Mesure de Treynor} = \frac{r_P - rf}{\beta_P} = \frac{\alpha_M}{\beta_P} + \frac{r_M - rf}{\beta_M}$$

Ainsi, une performance supérieure nécessite un alpha positif. Cependant, un alpha plus élevé à lui seul ne garantit pas un meilleur ratio de Sharpe, car un investisseur peut simultanément augmenter son risque. Pour des raisons pratiques, nous utilisons uniquement les trois premiers ratios, car le calcul du ratio d'information nécessiterait une estimation supplémentaire du risque spécifique, qui peut être obtenu en calculant les écarts types des termes d'erreur de la régression :

$$\overline{r}_{Portfolio} = \alpha + \beta \cdot r_{Market} + e$$

où

$$e = \overline{r}_{Portfolio} - r_{Portfolio}$$

et $\overline{r}$ est le rendement estimé par régression et r est le rendement réel.

---

[50]:
```
# summary of portfolio
Op_ptf = np.array([[sharpe_ret, round(sharpe_vol,3)],
```

```
                    [sharpe_ret2, round(sharpe_vol2,3)]])
Op_ptf = pd.DataFrame(Op_ptf, columns=["ret","risk"], index=["tech","health"])
```

[51]:
```
print(Op_ptf)
```

```
           ret    risk
tech    14.878  32.161
health   8.330  18.221
```

- **Ratios de Sharpe**

[52]:
```
((Op_ptf.ret-rf)/Op_ptf.risk).round(2)
```

[52]:
```
tech      0.38
health    0.31
dtype: float64
```

- **Mesure de Treynor**

[53]:
```
TechPtf_beta = round(np.dot(beta/100,sharpe_w),2)
HealthPtf_beta = round(np.dot(beta2/100,sharpe_w2),2)
ptf_beta = pd.Series([TechPtf_beta,HealthPtf_beta], index=["tech","health"])
```

[54]:
```
ptf_beta
```

[54]:
```
tech      1.34
health    0.63
dtype: float64
```

[55]:
```
((Op_ptf.ret-rf)/ptf_beta).round(2)
```

[55]:
```
tech      9.16
health    9.08
dtype: float64
```

- **Alpha de Jensen**

[56]:
```
annualized_rrT = ((data.iloc[-1]/data.iloc[0])**(250/len(data))-1)*100
annualized_rrH = ((data2.iloc[-1]/data2.iloc[0])**(250/len(data2))-1)*100
```

[57]:
```
realized_TechR = round(np.dot(annualized_rrT,sharpe_w/100),3)
realized_HealthR = round(np.dot(annualized_rrH,sharpe_w/100),3)
realized_ptfR = pd.Series([realized_TechR, realized_HealthR],␣
↪index=["tech","health"])
```

[58]:
```
# jensen
jensen_alpha = realized_ptfR - Op_ptf.ret
jensen_alpha
```

[58]:
```
tech      18.851
health     1.656
dtype: float64
```

D'après les ratios de Sharpe, le portefeuille technologique surpasse le portefeuille de santé. Cela suggère qu'un investisseur qui détient un seul portefeuille devrait opter pour le portefeuille technologique parmi les deux car il offre un rendement plus élevé par unité de risque total. Cependant, d'après les mesures de Treynor, le portefeuille de santé se classe plus haut que le portefeuille technologique. C'est-à-dire que pour un investisseur qui détient plusieurs portefeuilles, le portefeuille de santé est un meilleur choix car il offre un rendement plus élevé par unité de risque systématique. Cela montre que l'évaluation de la performance d'un portefeuille dépend de la situation et du choix de l'investisseur. Néanmoins, les deux portefeuilles ont un alpha positif, mais le portefeuille technologique a généré un alpha plus élevé (5 fois le portefeuille de santé). Par conséquent, le portefeuille technologique a performé mieux que prévu au cours des cinq dernières années.

Conclusion

L'objectif de cet article est de présenter les concepts essentiels de l'analyse des valeurs mobilières et de la sélection de portefeuille. Nous avons réalisé une analyse de deux portefeuilles d'investissement : l'un composé d'entreprises technologiques et l'autre composé d'entreprises de santé. En appliquant le modèle d'optimisation de Markowitz, nous avons identifié le portefeuille optimal pour chaque catégorie. De plus, nous avons abordé les défis liés à la comparaison des portefeuilles en utilisant les rendements historiques et attendus, et avons présenté des mesures plus robustes pour l'évaluation et la sélection des portefeuilles.

FIN