# LP34 – Interférométrie à division d'amplitude

25 juin 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

# Commentaires du jury

- 2017 : Le candidat doit réfléchir aux conséquences du mode d'éclairage de l'interféromètre (source étendue, faisceau parallèle ou non...). Il est judicieux de ne pas se limiter à l'exemple de l'interféromètre de Michelson.
- 2016 : La distinction entre divisions du front d'onde et d'amplitude doit être précise. Le jury rappelle que l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante ne conduit pas nécessairement à une division d'amplitude.
- 2015 : Les notions de cohérence doivent être présentées.
- 2014 : Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.

  Jusqu'en 2013, le titre était : Interféromètres à division d'amplitude. Applications.
- 2009, 2010 : Le calcul des différences de marche doit être effectué aussi simplement que possible, en exploitant au maximum les « dépliements » de rayons. L'influence de l'extension spatiale de la source sur la figure d'interférences est au coeur de la leçon.
- 2008 : Il est indispensable de développer des applications.
- 2005 : Le Michelson n'est souvent utilisé qu'en lame d'air. Les problèmes de localisation et les détails expérimentaux sont rarement présents, tout comme les applications. On peut, pour cette leçon, admettre que les dispositifs par division du front d'onde ont déjà été étudiés auparavant, ce qui permet au candidat d'entrer tout de suite dans le vif du sujet de la division d'amplitude et de son intérêt.
- 2004 : Si le jury souhaite naturellement une solide illustration expérimentale de la leçon, il ne faut pas la transformer en une succession d'observations purement qualitatives. Cette leçon doit être l'occasion pour le candidat de montrer qu'il sait conduire l'analyse théorique du phénomène expérimental montré.
- 2001 : Il faut prendre le temps de justifier la nature du lieu de localisation et réfléchir à l'intérêt de l'utilisation des interféromètres à division d'amplitude.
- 2000 : L'interféromètre de Michelson est habituellement présenté dans cette leçon. Rappelons que, si la source est ponctuelle, l'interféromètre de Michelson permet d'observer des interférences non localisées. Dans ce cas deux rayons distincts partant de la source interfèrent, et on n'est donc pas dans le cadre d'interférences à division d'amplitude. Par conséquent, dans cette leçon, il n'est pas utile de présenter une multitude de schémas illustrant cette situation.
- 1999 : Dans cette leçon aussi la notion de cohérence, spatiale et temporelle, est centrale et doit être abordée.
- 1998: La motivation des dispositifs étudiés dans cette leçon est l'obtention d'interférences avec une source étendue et conventionnelle, donc spatialement incohérente. L'intérêt des interféromètres à division d'amplitude sur ceux qui utilisent la division du front d'onde doit clairement ressortir de l'exposé. Compte tenu de l'importance expérimentale de ces appareils il est inutile de perdre du temps à l'étude exhaustive des lames d'indice n dans l'air, qu'elles soient à faces parallèles ou non, et il est souhaitable de développer quelques applications des interféromètres étudiés.

# Niveau : L2 (attention pas prépa car théorème de localisation pas au programme)

# Bibliographie

🗗 Optique ondulatoire (Hprépa bleu), <b>Brébec</b>	$\longrightarrow$ Localisation
🗷 Optique, Houard	→ Les interféromètres et historique.
\land BUP 795(2) Interféromètre de Michelson,, Fortunat	$\mathbf{so} \longrightarrow $ Surtout le II, sur les défauts de fabrication tolérés
<pre>♠ http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/cplt_</pre>	$\longrightarrow$
localisation.pdf	
\land Optique expérimentale, Sextant	→ Pour les problèmes expérimentaux
△ Optique, Pérez	$\longrightarrow$ Fabry-Pérot

# Prérequis

# Expériences

- > Optique géométrique
- $\succ$ Base d'optique interférentielle
- > Avoir déjà vu un Michelson dans sa vie

# Table des matières

1		Source étendue et brouillage : nécessité de la division d'amplitude		
	1.1	Mise en évidence expérimentale	3	
	1.2	Condition de non brouillage et théorème de localisation	3	
2	$\operatorname{Int}\epsilon$	erféromètre de Michelson	5	
	2.1	Présentation	5	
	2.2	Réglage en lame d'air	7	
	2.3	Réglage en coin d'air	9	
3	$\operatorname{Int}\epsilon$	erféromètre de Fabry-Pérot	10	
	3.1	Présentation	10	
	3.2	Intensité de l'onde transmise	10	
		Finesse et résolution		
		Application photographique (ou pour tes lunettes)		

# Introduction

# 1 Source étendue et brouillage : nécessité de la division d'amplitude

# 1.1 Mise en évidence expérimentale

Reprenons un interféromètre que nous avions étudié dans la leçon précédente : les fentes d'Young.

# Fentes d'Young et brouillage

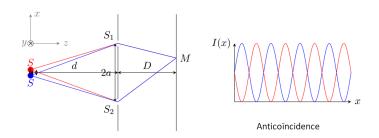
#### ▲ Houard p198



On éclaire les fentes d'abord par une source ponctuelle, puis par une fente source qu'on élargit de plus en plus. On ne voit aucun brouillage pour la source ponctuelle et on en voit un peu pour la fente source. On peut utiliser une lampe spectrale et une caméra Caliens pour un meilleur résultat.

L'élargissement de la source peut avoir deux effets : augmenter la luminosité ou brouiller la figure d'interférence. Pour comprendre ce phénomène, on peut reprendre la fente source fine et la déplacer : la figure d'interférences se déplace également. En particulier, la position des maxima et des minima d'intensités d'une figure d'interférences dépend de la position de la source. On se rappelle également qu'avec le dispositif de fentes d'Young, les franges ne sont pas localisées : on les observe peu importe la distance entre les fentes et l'écran. Cependant, chaque point de la source est incohérent par rapport aux autres points de la source donc chaque point de la source génère sa propre figure d'interférence, et on observe à l'écran la somme de ces figures. Puisque la position des maxima et minima d'intensité de la figure d'interférences dépend de la position du point source, on distingue deux cas :

- Si la source est peu étendue, tous les points de la source auront des positions proches et donc donneront des figures d'interférences dont les maxima et les minima d'intensité coïncident. Le fait que les points source ne soient pas cohérent ne pose donc pas problème.
- Si la source est trop étendue, certains points source seront suffisamment éloignés qu'ils donneront des figures d'interférences dont les maxima se superposent aux minima et inversement. C'est ce qu'on appelle le brouillage.

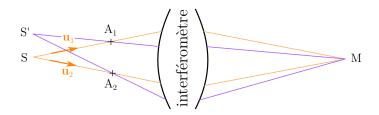


$$I(x(S'), x(M)) = 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} n_0 \frac{2ax(M)}{D} + \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \frac{2ax(S')}{d}\right) \right]$$
(1)

# 1.2 Condition de non brouillage et théorème de localisation

Pour éviter d'avoir ce brouillage, il faudrait que la position du point source n'influe pas sur la figure d'interférences pour que la figure d'interférences de deux points source différents (et donc sur la différence de marche) ait les mêmes maxima et minima. On va voir que cette condition est bien vérifiée pour certains points. En plaçant l'écran au niveau de ces points, on n'aura donc pas de brouillage et on verra des belles franges. Vu qu'on observe ces franges que dans une région de l'espace bien précise, on dit qu'elles sont localisées.

Pour comprendre ce phénomène, on considère 2 points source S et S' appartenant à la source étendue et on suppose que l'écran est situé au bon endroit pour que la différence de marche entre les rayons arrivant en un point M de l'écran ne dépendent pas du fait que les rayons sont issus de S et S'.



On considère deux rayons 1 et 2 issus du point source S et interférant l'un avec l'autre en M. On note  $\delta(S, M)$  leur différence de marche.

On considère également deux rayons 1' et 2' issus de S' et interférant également en M. On note  $\delta(S', M)$  leur différence de marche.

On note  $A_1$  l'intersection entre les rayons 1 et 1' ainsi que  $A_2$  l'intersection entre les rayons 2 et 2'.

Finalement, on note  $\overrightarrow{u_1}$  et  $\overrightarrow{u_2}$  les vecteurs unitaires de même sens et direction que  $\overrightarrow{SA_1}$  et  $\overrightarrow{SA_2}$  respectivement.

On veut que la figure d'interférences créée par les deux rayons issus de S se superpose avec celle créée par les deux rayons issus de S'. Cela revient à demander à ce que la différence de marche entre les rayons 1 et 2 soit identique (à  $2\pi$  près) à celle entre les rayons 1' et 2', c'est-à-dire on veut que  $\delta(S,M)=\delta(S',M)$ . On suppose que tout ce petit monde se propage dans l'air pour avoir n=1 et donc écrire les chemins optiques comme des longueurs. En regardant le schéma, il vient :

$$\delta(S,M) = (SA_2M) - (SA_1M) = SA_2 + (A_2M) - SA_1 - (A_1M)$$
  

$$\delta(S',M) = (S'A_2M) - (S'A_1M) = S'A_2 + (A_2M)' - S'A_1 - (A_1M)'$$
(2)

On suppose que l'interféromètre est **parfaitement stigmatique** : deux rayons issus du point  $A_1$  et arrivant en M ont donc strictement le même chemin optique donc  $(A_1M) = (A_1M)'$ . On a de même  $(A_2M) = (A_2M)'$ . On peut donc écrire :

$$\delta(S', M) - \delta(S, M) = [S'A_2 - S'A_1] - [SA_2 - SA_1] = [S'A_2 - SA_2] - [S'A_1 - SA_1]$$
(3)

Il faut exprimer ces deux différences pour les deux rayons. Prenons par exemple le rayon 1. Pour cela, on utilise l'approximation des points sources proches, *i.e.*  $S'S \ll SA_1$ . On a alors :

$$S'A_{1} = \left\| \overrightarrow{S'A_{1}} \right\| = \left\| \overrightarrow{S'S} + \overrightarrow{SA_{1}} \right\|$$

$$= \sqrt{\overrightarrow{S'S^{2}} + 2\overrightarrow{S'S} \cdot \overrightarrow{SA_{1}} + \overrightarrow{SA_{1}^{2}}}$$

$$\simeq \left\| \overrightarrow{SA_{1}} \right\| \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{2\overrightarrow{S'S} \cdot \overrightarrow{SA_{1}}}{\left\| \overrightarrow{SA_{1}} \right\|} \right) \quad \text{à l'ordre 1}$$

$$\simeq SA_{1} + \overrightarrow{S'S} \cdot \overrightarrow{u_{1}} \quad \text{car} \quad \overrightarrow{u_{1}} = \frac{\overrightarrow{SA_{1}}}{\left\| \overrightarrow{SA_{1}} \right\|}$$

$$(4)$$

On obtient donc

$$\begin{cases} S'A_1 - SA_1 = \overrightarrow{S'S} \cdot \overrightarrow{u_1} \\ S'A_2 - SA_2 = \overrightarrow{S'S} \cdot \overrightarrow{u_2} \end{cases}$$
 de façon analogue (5)

Finalement, on obtient

$$\overline{\delta(S',M) - \delta(S,M)} = \overrightarrow{S'S} \cdot (\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1})$$
(6)

Puisqu'on veut annuler  $\delta(S', M) - \delta(S, M)$ , on a deux possibilités :

•  $\overrightarrow{S'S} \perp \overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1}$ : la source est étendue dans la direction perpendiculaire à la direction des rayons qui interfèrent. Dans ce cas, les interférences sont délocalisées. Par exemple, ça revient à éclairer des fentes d'Young verticales avec une source étendue verticalement. Cette solution contraint cependant la géométrie du dispositif donc elle n'est pas très pratique.

•  $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u_2}$ : les rayons 1 et 2 sont confondus donc les rayons qui interfèrent sont issus du même rayon incident et on parle d'interférences par **division d'amplitude**. On observe alors une figure d'interférences pour n'importe quelle source étendue, et ça c'est beau.

On peut donc écrire le théorème de localisation :

Pour observer des interférences contrastées avec une source étendue, les rayons qui interfèrent doivent forcément être issus du même rayon incident. Cela revient à dire qu'il faut forcément utiliser un interféromètre à division d'amplitude. Les rayons issus du même rayon incident interfèrent dans une région précise de l'espace dans laquelle sont donc localisées les franges d'interférence.

#### 2 Interféromètre de Michelson

L'expérience de Michelson et Morley (1887) avait pour objectif de démontrer l'existence de l'éther, milieu dans lequel on supposait que se propageait la lumière. Elle consistait à mesurer la différence de la vitesse de la lumière entre deux directions perpendiculaires, à six mois d'intervalle, à l'aide d'un interféromètre de Michelson, créé pour l'occasion. L'expérience fut considérée comme un échec puisque les différences attendues ne purent être constatées. Ce n'est que plus tard que Hendrik Lorentz interprète ces résultats comme étant l'expression d'une réalité physique inattendue, à savoir le caractère absolu de la vitesse de la lumière.

Cet échec a valu à Michelson un prix Nobel.

Toujours dire "L'interféromètre de Michelson", et pas "Le Michelson".

## 2.1 Présentation

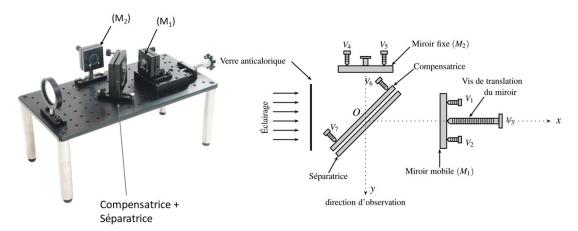


FIGURE 1 – Photo et schéma de l'interféromètre de Michelson

# Présentation de l'interféromètre de Michelson ⊘ Présenter au fur et à mesure avec le vrai appareil, et avec les schémas géogébra.

On remarque que le système de deux miroirs peut se réduire par symétrie par rapport à la séparatrice à de l'air coincé entre deux miroirs (représenter un cas mixte entre lame d'air et coin d'air).

On voit qu'en pratique, la lame séparatrice est accompagnée d'une lame dite compensatrice, elle sert non pas tant à compenser une différence de marche constante due à la traversée de l'épaisseur de la séparatrice, mais surtout à

compenser les effets de la dispersion dans le verre (En pratique, elles sont formées dans le même bloc de matière première pour qu'elles aient bien le même  $n(\lambda)$ ).

#### Rôle de la compensatrice :

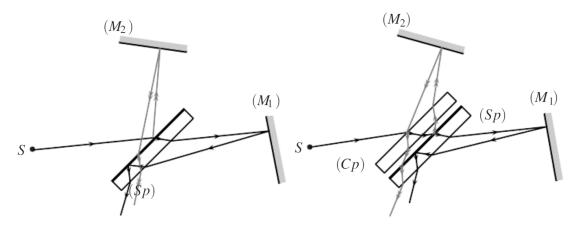


FIGURE 2 – La compensatrice ne sert pas à compenser une différence de marche absolue, qu'un chariotage compenserait très bien, mais plutôt à compenser la différence de dispersion entre les deux rayons. En effet en passant dans le verre de la séparatrice, le rayon passant en M1 est dispersé par le verre trois fois, contre une pour celui de M2.

#### Division du front d'onde ou d'amplitude?

Si on a une source ponctuelle, on peut faire interférer deux rayons issus de ce point mais arrivant sur 2 points différents de la séparatrice : on a division du front d'onde. Ces 2 points de la séparatrice se comportent **comme des trous d'Young** : on voit donc les franges partout (elles sont donc délocalisées) et si on étend la source, on observe un brouillage de la figure, exactement comme avec des trous d'Young.

Si on prend en revanche **un seul** et unique rayon arrivant sur la séparatrice, il va être séparé en 2 et les 2 parties du rayon ne vont interférer que lorsqu'ils seront **à l'infini**. Le rayon à l'infini n'interférera d'ailleurs pas avec d'autre rayons partis dans des directions opposées, puisqu'ils croisera ceux-ci avant l'infini. Il n'interfère donc **qu'avec lui même**.

Puisqu'on avait qu'un seul rayon incident, on dit qu'on a division d'amplitude et dans ce cas les franges sont localisées.

Le truc cool, c'est que quand on fait interférer deux rayons issus du même rayon incident, la différence de marche ne dépend quasiment pas (en tout à l'ordre 1) de la position du point source duquel a été émis le rayon incident : ainsi, on peut avoir une source étendue sans avoir de brouillage car peu importe la position du point source, il donne la même différence de marche et donc la même figure d'interférences. Mais ça on y vient...

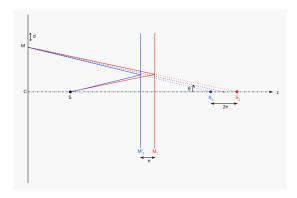


FIGURE 3 – Exemple de schéma équivalent d'utilisation de l'interféromètre de Michelson en division du front d'onde.

Condition de localisation des interférences : On a vu dans la partie précédente que, dans le cas d'une source étendue, la condition de non-brouillage était que  $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u_2}$ . Cela implique la localisation des interférences, ce qui est un point très important de l'interféromètre de Michelson. On gagne en cohérence au prix d'une perte en localisation.

Regardons les deux réglages standards de l'interféromètre de Michelson, et ce que l'on peut en faire.

#### Condition d'éclairage du Michelson en lame d'air

En lame d'air, on veut avoir la plus grande variété d'angles d'incidence possible pour avoir le plus d'anneaux possibles. Pour cela, on fait converger la source sur un des miroirs en formant son image sur le-dit miroir.

# 2.2 Réglage en lame d'air

Il s'agit du cas dans lequel les deux miroirs sont parfaitement orthogonaux l'un à l'autre dans la vraie vie, et parfaitement alignés dans la représentation fictive schématique. On peut alors tracer les rayons issus d'un seul rayon incident :

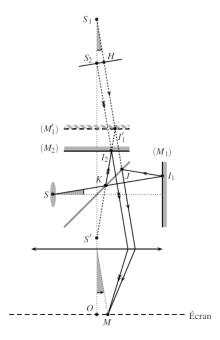


FIGURE 4 – La schématisation équivalente de l'interféromètre de Michelson en lame d'air.

Le calcul de la différence de marche donne alors, si on zoome un peu :

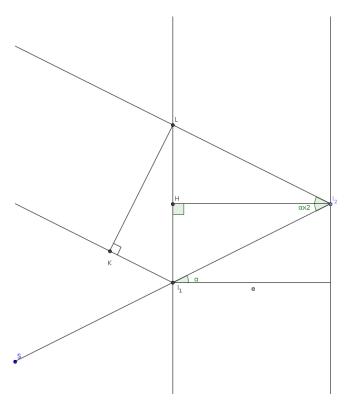


FIGURE 5 – Le "zoom un peu".

Il faut déterminer la différence de marche entre les rayons, dans le cas où l'on se place parfaitement perpendiculaire à leur propagation, puisque c'est comme ça qu'on va les regarder avec la lentille à la fin.

$$\delta = n(I_1 I_2 + I_2 L - I_1 K)$$

$$= n \left( \frac{2e}{\cos \alpha} - 2e \tan \alpha \sin \alpha \right)$$

$$\delta = 2ne \cos \alpha$$
(7)

On a ainsi directement l'intensité lumineuse en l'infini :

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2ne \cos \alpha \right) \right) \tag{8}$$

On remarque que la forme des interférences dépend directement de  $\alpha$  l'angle effectué par le rayon incident. Cela nous donne donc des anneaux, dit d'égale inclinaison, localisés à l'infini.

Pour les observer, l'idéal reste de mettre soit l'oeil directement (attention à la sécurité) soit une lentille de focale 1 m, par exemple.

# Michelson en lame d'air, doublet du sodium

△ Sextant, p162, MP08

0

On éclaire l'interféromètre de Michelson avec une lampe à vapeur de sodium. On simule une source ponctuelle avec un diaphragme : les interférences sont non localisées, on les voit partout avec le même contraste, et peu intenses. Elles ont la forme d'anneaux. Lorsque le diaphragme est ouvert, on passe à une source étendue et le contraste se détériore, on dit qu'il y a brouillage du fait de la cohérence spatiale. Cette fois-ci les interférences sont localisées en l'infini, visible au foyer d'une lentille. L'intensité est nettement supérieure.

On peut ensuite se servir de l'interféromètre de Michelson pour trouver la largeur du doublet du Sodium, 🗷 MP08. C'est un sondage de la cohérence temporelle, après s'être affranchi de la cohérence spatiale.

Passons maintenant dans le deuxième réglage de l'interféromètre de Michelson.

# 2.3 Réglage en coin d'air

#### △ Dunod p788

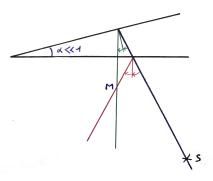


FIGURE 6 – Le réglage en coin d'air.

Un petit calcul montre que en coin d'air  $\alpha$  faible, on a localisation des interférences très près du coin d'air, donc du miroir. De plus, on peut calculer la différence de marche, et elle vaut

$$\delta = 2n\alpha x \tag{9}$$

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2n\alpha x \right) \right) \tag{10}$$

On observe des franges parallèles, de même largeur, qui défilent lorsque l'on chariotte. L'interfrange observé sur l'écran avec un système de grandissement  $\gamma$  est donc :

$$i = \gamma \frac{\lambda}{2n\alpha} \tag{11}$$

#### Condition d'éclairage du Michelson en coin d'air

En coin d'air, on veut avoir un angle d'incidence le plus faible possible pour justifier l'approximation faite dans le calcul de  $\delta$ . Pour cela, on fait en sorte d'éclairer uniformément les miroirs avec un faisceau parallèle de rayons.

# Expériences diverses

△ MP08, ton imagination

 $\Theta$ 

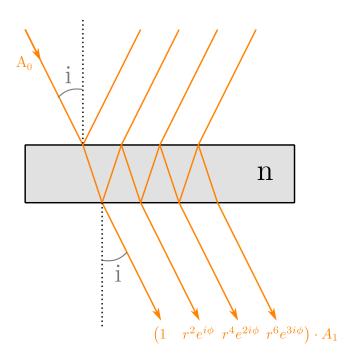
Montrer la localisation des franges, le chariotage, mesurer l'épaisseur d'une lame de verre, y'a plein de possibilités, t'es libre.

	Lame d'air	Coin d'air
Forme des franges	Anneaux	Franges rectilignes
Localisation des franges	À l'infini	Sur un miroir
Condition d'éclairage	Faisceau convergent sur le miroir	Faisceau parallèle

# 3 Interféromètre de Fabry-Pérot

#### 3.1 Présentation

Cet interféromètre a été mis au point par deux scientifiques français, Charles Fabry et Alfred Pérot, au XIXème siècle. Le principe de l'interféromètre de Fabry-Pérot est de piéger de la lumière entre deux interfaces identiques parallèles de coefficients de réflexion r et de transmission t, le milieu entre ces deux interfaces étant un diélectrique d'indice n et d'épaisseur e. Une onde incidente entrant dans le dispositif subira alors de multiples réflexions avant de ressortir du dispositif.



Les ondes transmises vont alors interférer entre elles et on obtient une figure d'interférences semblable à celle d'un interféromètre de Michelson en lame d'air, donc avec des anneaux. En réalité, le coefficient de transmission est différent selon qu'on regarde une transmission air-cavité (coefficient t) ou cavité-air (coefficient t'). Cependant, on va mener l'étude en intensité et donc utiliser les coefficients de transmission T=tt' et de réflexion  $R=r^2$  en intensité, donc cette distinction n'a pas d'importance.

#### 3.2 Intensité de l'onde transmise

Si on suppose que le milieu diélectrique a un indice  $n \simeq 1$ , le déphasage entre deux ondes transmises consécutives  $\psi_n$  et  $\psi_{n+1}$  vaut

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2e\cos(i) \tag{12}$$

en remarquant que le calcul de  $\delta$  a déjà été fait pour l'interféromètre de Michelson en lame d'air. En prenant en compte les deux réflexions ayant lieu entre ces 2 ondes consécutives, on peut donc relier leur expression par :

$$\psi_{n+1} = r^2 e^{i\phi} \psi_n = R e^{i\phi} \psi_n \tag{13}$$

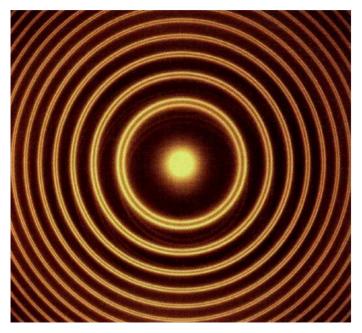


FIGURE 7 – Figure d'interférence du doublet du sodium obtenue avec un interféromètre de Fabry-Pérot.

Par récurrence, on montre que  $\psi_{n+1} = \left(Re^{i\phi}\right)^n \psi_1$  Ainsi, si on somme toutes les ondes transmises via le principe de superposition sans oublier la transmission air/cavité au début et cavité/air à la fin, on obtient

$$\psi = tt'\psi_1 \sum_{n=0}^{+\infty} \left( Re^{i\phi} \right)^n = T \frac{\psi_1}{1 - Re^{i\phi}} \tag{14}$$

L'intensité vaut alors

$$\begin{aligned}
&= V^* \psi \\
&= T^2 \frac{\psi_1^*}{1 - Re^{-i\phi}} \frac{\psi_1}{1 - Re^{i\phi}} \\
&= T^2 \frac{I_1}{1 + R^2 - R(e^{i\phi} + e^{-i\phi})} \\
&= T^2 \frac{I_1}{1 + R^2 - 2R\cos(\phi)} \\
&= T^2 \frac{I_1}{1 + R^2 - 2R + 4R\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad \text{car} \quad \cos(2\phi) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
&= T^2 \frac{I_1}{1 + R^2 - 2R + 4R\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \\
&= T^2 \frac{I_1}{1 - R^2} \\
&= \frac{I_1}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2}} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
&= \frac{I_{\text{max}}}{1 + m\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad \text{avec } I_{\text{max}} = T^2 \frac{I_1}{(1 - R)^2} \text{ et } m = \frac{4R}{(1 - R)^2}
\end{aligned}$$

On peut, à ce moment là, montrer une simulation Géogébra.

#### La bulle de savon

Une bulle de savon est constituée de deux interfaces air—eau et eau—air qui se comportent comme un interféromètre de Fabry-Pérot. Ainsi, quand l'épaisseur de la bulle tend vers 0,  $\phi$  tend vers 0 et on se rapproche du contact optique. on voit alors apparaître un blanc d'ordre supérieur annonciateur de la rupture imminente de la bubulle.

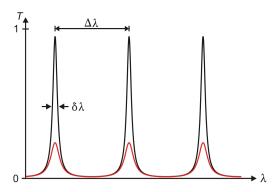
## 3.3 Finesse et résolution

L'interféromètre de Fabry-Pérot est souvent utilisé comme un filtre interférentiel. Afin de caractériser le dispositif, on définit sa finesse  $\mathcal{F}$  comme étant le rapport de la distance  $\Delta\lambda$  entre 2 pics et de la largeur  $\delta\lambda$  à mi-hauteur de ces pics :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda} \tag{16}$$

On peut également définir la finesse en fonction de  $\Delta \phi$  le déphasage entre deux raies (qui vaut donc  $2\pi$ ) et  $\delta \phi$  la largeur à mi-hauteur du pic en terme de phase :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi} = \frac{2\pi}{\delta\phi} \tag{17}$$



Pour calculer  $\mathcal{F}$ , on se place une raie centrée en  $\lambda_0$  qui définit un ordre p tel que  $\phi_0=2p\pi$ . On a donc  $\frac{4\pi}{\lambda_0}ne\cos(i)=2p\pi$ .

#### • Calcul de $\delta\lambda$ :

Pour une longueur d'onde  $\lambda = \lambda_0 + \frac{1}{2}\delta\lambda$ , on a

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda_0 + \frac{\delta\lambda}{2}} ne \cos(i) = \phi_0 - \delta\phi'$$

On fait un DL pour obtenir

$$\phi \simeq \frac{4\pi}{\lambda_0} ne \cos(i) \left( 1 - \frac{\delta \lambda}{2\lambda_0} \right) = \phi_0 \left( 1 - \frac{\delta \lambda}{2\lambda_0} \right)$$

donc 
$$\delta \phi' = \phi_0 \frac{\delta \lambda}{2\lambda_0} = p\pi \frac{\delta \lambda}{\lambda_0}$$

De plus, si on considère que  $\delta\lambda$  est la largeur à mi-hauteur du pic, on a donc  $I\left(\lambda_0 \pm \frac{\delta\lambda}{2}\right) = \frac{I_{\text{max}}}{2}$ . Cela implique que

$$1 = m \sin^2 \left(\frac{\phi}{2}\right) = m \sin^2 \left(p\pi - \frac{\delta \phi'}{2}\right) \simeq m \left(\frac{\delta \phi'}{2}\right)^2 \qquad \text{car } \phi_0 = 2p\pi$$

On obtient donc que  $\delta \phi' \simeq \frac{2}{\sqrt{m}}$ .

À partir des deux expressions de  $\delta\phi'$ , on trouve que

$$\delta\lambda = \frac{2\lambda_0}{p\pi\sqrt{m}}$$

Notons que la largeur à mi-hauteur de la raie en terme de déphasage vaut  $\delta \phi = 2\delta \phi' = \frac{4}{\sqrt{m}}$ .

#### • Calcul de $\Delta \lambda$

Puisqu'on a une raie en  $\lambda_0 + \Delta \lambda$ , on en déduit que  $I(\lambda_0) = I(\lambda_0 + \Delta \lambda)$ . Ainsi, on a

$$2\pi = \frac{4\pi}{\lambda_0} ne \cos(i) - \frac{4\pi}{\lambda_0 + \Delta \lambda} ne \cos(i) = 4\pi ne \cos(i) \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0 + \Delta \lambda}\right) \simeq 4\pi ne \cos(i) \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}$$

Encore une fois, on s'en est sorti avec un DL pour trouver

$$\Delta \lambda \simeq \frac{\lambda_0^2}{2ne\cos(i)} = 2\pi \frac{\lambda_0}{\frac{4\pi}{\lambda_0}ne\cos(i)} = \frac{2\pi\lambda_0}{2p\pi} = \frac{\lambda_0}{p}$$

Finalement, on obtient

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2}\sqrt{m} = \pi \frac{\sqrt{R}}{1 - R} \tag{18}$$

On remarque que la formule  $\mathcal{F} = \frac{\Delta \phi}{\delta \phi} = \frac{2\pi}{\delta \phi}$  donne le même résultat.

#### Détails pas forcément utiles

Cette formule montre que la finesse ne dépend pas du pic choisi, or numériquement on voit que c'est le cas. Cela vient de l'approximation  $\Delta\lambda\ll\lambda_0$  qui n'est pas vraiment vérifiée. On pourrait faire le calcul sans faire le DL et trouver

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{m}}{1 - \frac{\lambda_0}{2ne\cos(i)}}$$

La finesse est donc augmentée pour les grandes longueurs d'onde (la finesse augmente mais pas nécessairement  $\delta\lambda$  puisque  $\Delta\lambda$  varie aussi). On montre le spectre du filtre interférentiel qu'on fit avec le modèle, on donne alors R,  $\lambda$  et  $\delta\lambda$  (avec incertitude fournies par le code python). On compare avec le résultat attendu ( $\delta\lambda\simeq 10$  nm). En pratique le dépôt d'une épaisseur aussi fine n'est pas possible (cf  $\triangle$  Houard p.237-238) et la structure du filtre est un peu différente, ce qui peut expliquer des difficultés éventuelles à faire le fit.

On peut montrer les limites d'un filtre interférentiel en l'éclairant sous différents angles incidents : la couleur transmise change (c'est  $2ne\cos(i)$  qui compte).

#### Finesse de l'interféromètre de Michelson

On peut également calculer la finesse de l'interféromètre de Michelson.

On rappelle qu'on a  $I=2I_0(1+\cos\phi)$  et  $\phi=\frac{4\pi}{\lambda}ne\cos(i)$ . On va utiliser la formule  $\mathcal{F}=\frac{2\pi}{\delta\phi}$ . Pour calculer  $\delta\phi$ , on fait le même calcul que pour l'interféromètre de Fabry-Pérot mais l'expression de I a changé et donne comme nouvelle formule  $0=\cos(\phi)=\cos(\delta\phi')$  donc

$$\delta \phi' = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \delta \phi = 2\delta \phi' = \pi$$

Finalement, la finesse de l'interféromètre de Michelson vaut

$$\mathcal{F}_{\mathsf{Michel}} = 2$$

Pour les interféromètres de Fabry-Pérot de la collection, R=0.85, et  $\mathcal{F}=19.3$ 

On a de plus e=0.2 mm et pour le doublet de sodium,  $\lambda=589.3$  nm ce qui donne  $p\mathcal{F}=13000$  en incidence normale, avec p l'ordre d'interférence, qui au centre vaut  $2e/\lambda$ . Donc  $\delta\lambda=0.04$  nm ce qui est largement suffisant pour séparer les pics de 0.6 nm.

#### Séparation du doublet du Sodium

△ Duffait



l'interféromètre de Fabry-pérot est réglé de sorte à observer deux systèmes d'interférences créés par chacun des doublets, e=0.2 mm. Deux systèmes d'anneaux concentriques sont ainsi visibles.

Quelques mots sur le réglage de l'interféromètre de Fabry-Pérot : on a ici utilisé un étalon Fabry-Pérot de la collection. Il ne permet donc pas une variation continue de l'épaisseur de la lame d'air, il faut, pour chaque épaisseur, réajuster le parallélisme. Les étalons ont cependant l'avantage d'être stables, i.e. non sensibles aux chocs sur la paillasse qui, dans le cas de l'interféromètre de Fabry-Pérot, peuvent anéantir une heure de réglage. Les étalons de la collection possèdent trois vis de réglage grossier, dont une reliée à un vernier en millimètres. Il peut être pratique d'ajuster cette vis en premier lors du réglage grossier du parallèlisme, afin d'avoir dès le départ une épaisseur proche de celle recherchée. On règle alors le parallélisme sans toucher cette vis.

# 3.4 Application photographique (ou pour tes lunettes)

▲ Houard p.237

Pour les appareils photos le montage optique de l'objectif (plusieurs lentilles bien placées pour limiter les aberrations chromatiques et géométriques) réduit la qualité de l'image. Les réflexions sur chaque lentille font chuter l'intensité lumineuse en fin de montage, et il peut y avoir une perte de contraste de l'image obtenue à cause des réflexions internes dans les lentilles. En vaporisant une fiche couche d'un substrat on peut faire en sorte que les lentilles réfléchissent très peu la lumière via un montage type Fabry-Pérot.

En considérant les rayons sous incidence quasi-normale, on obtient la condition d'interférences destructives  $2ne = \lambda/2$ . On choisit alors n et e de sorte que les longueurs d'onde correspondant au vert-jaune soient bloquées car c'est dans cette partie du spectre que l'oeil est le plus sensible. Ceci explique la couleur bleutée des objectifs, ou des lunettes de vue.

#### Conclusion

Ce chapitre comporte un aspect très expérimental, qui sera approfondi lors de travaux pratiques. On a pu voir un autre type d'interférométrie qui permet, en s'affranchissant notamment de l'étendue spatiale de la source et des problèmes de cohérence spatiale associés, de voir des figures interférométriques très lumineuses. Des systèmes tels que l'interféromètre de Michelson ou de Fabry-Pérot permettent de sonder et de comprendre un peu mieux les propriétés optiques des sources lumineuses, via l'étude de la cohérence temporelle. Leur application est même plus large, comme en métrologie (contrôle des surfaces), dans l'industrie (couche anti-reflet) ou dans la recherche (mesure de température, Virgo). Le coût d'un tel système est cependant notamment la localisation des franges et les réglages des appareils qui demandent une certaine minutie. C'est pourquoi toute mesure interférométrique nécessite une réflexion sur le choix approprié du système à utiliser, et en premier lieu autour de la question : division du front d'onde ou du front d'amplitude?

# Remarques diverses

**Virgo :** Un michelson avec des bras de 3 km, avec des interféromètres de Fabry-Perot de chaque côté pour augmenter encore la longueur effective. On détecte des variation de  $10^{-22}$  m.

Laser et Fabry-Pérot: Un laser c'est une cavité Fabry-Pérot, pour sélectionner une onde très monochromatique.

Limites de cohérence spatiale : Même en division d'amplitude, il faut garder en tête que la cohérence spatiale peut se faire ressentir, notamment si la largeur de l'objet devient similaire à celle de l'image.

# Les questions diverses :

Votre programme est en source ponctuelle, il se passe quoi en source étendue? En source ponctuelle on a aucun problème de localisation, puisque tout est bien, beau et simple. En source étendue cependant, on a localisation des interférences!

Comment ça marche un Laser? 🙇 LP37

C'est quoi Virgo?

C'est quoi la cohérence temporelle? C'est l'analogue de la cohérence spatiale mais en longueurs d'ondes. Si une source est étendue en longueurs d'ondes, les figures d'interférences des différentes longueurs se superposent et le résultat est un spectre brouillé.

C'est quoi une onde sphérique? Et une onde plane? Et pour le FP et le Michelson tu mets quoi en entrée? Pour un élève tu lui expliques comment?

Quels sont les défauts classiques de réglage du Michelson? Les défauts d'alignement de la compensatrice-séparatrice, les défauts d'alignement des miroirs, et les défauts d'observation.

Pourquoi travailler sur un Michelson et pas un Fabry-Perrot en classe préparatoire? C'est moins cher, plus robuste, et plus pédagogique.