

Leçon 6 : Cinématique relativiste

Conseils méthodologiques	
Prérequis	Cinématique et dynamique du point matériel en référentiel galiléen Transformation de Galilée
Compétences à acquérir	Acquérir les fondements historiques et théoriques de la physique relativiste restreinte
A développer	Les concepts d'événements, de durée et de longueur propres et impropres Traiter quelques exemples d'application
Introduction à la leçon 6	
<p><i>La leçon de cinématique relativiste est une leçon difficile en ce sens où elle remet en cause ce monument scientifique qu'est la mécanique newtonienne telle qu'exposée dans les Principia.</i></p> <p><i>Il s'agira dans un premier temps de développer les fondements historiques de ce nouveau paradigme.</i></p> <p><i>On précisera ensuite le nouveau cadre spatio-temporel de la cinématique relativiste et les notions délicates de durée et longueur propre. Enfin nous développerons un certain nombre de faits expérimentaux qui corroborent cette théorie.</i></p>	

1 Introduction historique

A la fin du XIX^e siècle, il était admis qu'il fallait un milieu matériel pour qu'une onde puisse se propager, telle l'onde sonore qui se propage dans un fluide ou un solide. Or il était établi depuis les travaux d'Augustin Fresnel que l'on pouvait faire interférer la lumière et la faire se diffracter sur un obstacle, comportement caractéristique des ondes. Aussi les physiciens ont-ils introduit la notion d'éther, milieu hypothétique imprégnant l'espace entier et dans lequel pouvait se propager la lumière.

En 1851, le physicien français Hippolyte Fizeau étudie un système interférentiel de type fentes d'Young, dans lequel la lumière passe dans deux branches où circule de l'eau avec des vitesses de sens contraire. Or le déplacement des franges d'interférences obtenu n'est pas celui attendu en utilisant la loi classique de composition des vitesses.

En 1881, le physicien américain Albert Abraham Michelson construisit l'interféromètre qui porte aujourd'hui son nom, afin de mesurer la vitesse de la lumière dans le référentiel lié à la Terre en mouvement par rapport à l'éther. La vitesse de la lumière dans le référentiel lié à l'éther étant égale à c , sa vitesse par rapport au référentiel terrestre se devait de vérifier la loi classique de composition des vitesses. La Terre tournant autour du Soleil à une vitesse proche de $u = 30 \text{ km.s}^{-1}$, son interféromètre, qui fut ensuite amélioré en collaboration avec Edward Morley, était assez sensible pour mesurer des vitesses de la lumière égale à $c \pm u$. La théorie classique prévoyait qu'il devait y avoir une variation de phase des ondes interférant en tournant selon un axe vertical les deux miroirs de l'interféromètre. Or aucune variation de phase ne fut jamais détectée.

Les physiciens durent alors se rendre à l'évidence : la notion d'éther n'était pas conforme aux résultats expérimentaux et la lumière semblait se propager à la même vitesse quel que soit le référentiel d'étude.

La loi de composition des vitesses issue de la transformation de Galilée soulevait un autre problème. Les équations de Maxwell, équations fondamentales de l'électromagnétisme, n'étaient pas covariantes par changement de référentiel galiléen comme les lois de la mécanique de Newton.

Motivé par les résultats négatifs de l'expérience de Michelson et Morley, le physicien Néerlandais Hendricks Antoon Lorentz proposa dès 1895 un « temps local » $t' = t - vx/c^2$, mais c'est le mathématicien français Henri Poincaré qui établit en 1905 une transformation laissant invariantes les équations de Maxwell par changement de référentiel galiléen, transformation dont il attribua la paternité à Lorentz. Nous désignerons dans le cours cette transformation sous le nom de transformation de Lorentz-Poincaré.

En 1905, le jeune Albert Einstein, âgé alors de 26 ans, énonça le principe de relativité et construisit sur la base de la transformation de Lorentz ce qui est aujourd'hui appelé la relativité restreinte. Nous supposons que nous avons déjà étudié dans une précédente leçon les propriétés d'homogénéité et de symétrie de l'espace qui permettent de déboucher sur la notion de vitesse limite de propagation et sur la transformation de Lorentz.

2 La transformation spéciale de Lorentz-Poincaré

2.1 Les postulats

En 1905, Albert Einstein formula deux postulats fondamentaux que nous allons maintenant développer.

Le premier étendait le principe de relativité à toutes les lois de la physique. Le second postulait l'invariance de la vitesse de la lumière par changement de référentiel galiléen. Rappelons qu'un référentiel **galiléen** est un référentiel où le temps est uniforme, l'espace homogène et isotrope, tels que, par rapport à ces référentiels, toute particule libre, soumise à aucune action extérieure, est soit au repos, soit animée d'un mouvement rectiligne et uniforme.

- **Principe de relativité** : tous les référentiels galiléens sont équivalents pour décrire les lois fondamentales de la nature. Dans ces référentiels, toutes les lois fondamentales de la physique prennent la même forme et se traduisent par des équations invariantes par changement de référentiel galiléen.

- **Principe de constance de la vitesse de la lumière** : il existe une vitesse limite pour toute propagation des interactions ou signaux, cette vitesse limite est une constante universelle. Elle correspond également à la vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de charges et de courants. La vitesse de propagation de la lumière dans le vide a donc même valeur c par rapport à tout référentiel galiléen et ne dépend donc pas en particulier du mouvement de la source qui l'émet.

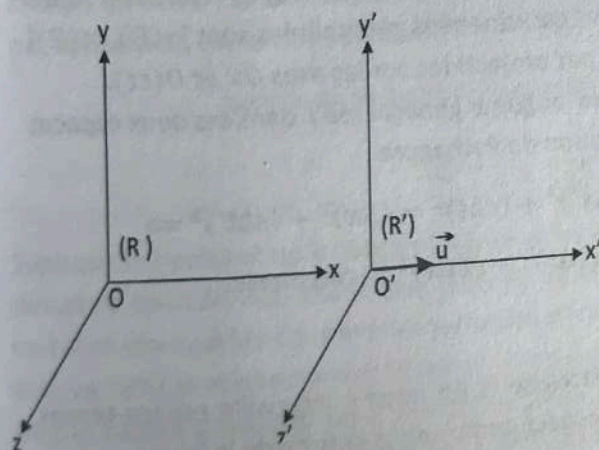
2.2 Transformation spéciale de Lorentz-Poincaré

On sait aujourd'hui que ce second postulat est inutile. Il fait d'une part intervenir la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans des phénomènes qui a priori n'ont aucun rapport avec l'électromagnétisme. D'autre part, des conceptions « naturelles » sur la structure de l'espace-temps permettent, comme nous l'avons fait dans la précédente leçon, de dégager la notion de **vitesse limite** v_L pour toute interaction.

- Même si aucune particule n'était vraiment de masse nulle ou si l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide était remise en cause par une meilleure précision expérimentale, la transformation de Lorentz resterait valable, la vitesse v_L apparaissant dans la transformation de Lorentz – Poincaré comme une vitesse limite serait alors différente de c .

- Les expériences menées avec une précision toujours croissante n'ont pu trouver la moindre variation de la vitesse de la lumière dans le vide. Kennet Brecher, de l'université de Boston, a montré que la vitesse de la lumière est constante avec une erreur relative inférieure à 10^{-20} . La vitesse c de la lumière semble donc être un bon candidat pour la vitesse limite v_L . Nous nous basons donc sur ce fait expérimental et confondrons par la suite v_L et c .

- Longtemps mesurée avec une précision de plus en plus grande, la vitesse de la lumière dans le vide est désormais fixée par convention à exactement $c = 299\,792\,458\,m.s^{-1}$. Cela entraîne une nouvelle définition du mètre qui devient la distance parcourue dans le vide par la lumière en $1/c$ seconde.



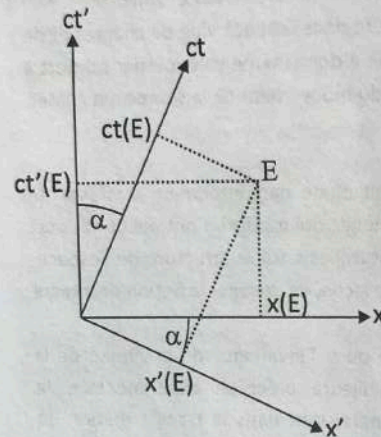
Nous nous placerons toujours dans cette leçon dans le cadre de la transformation spéciale de Lorentz-Poincaré : on considère deux référentiels (R) et (R') dont les origines O et O' se confondent à l'instant $t = t' = 0$. Le référentiel (R') est animé par rapport à (R) d'un mouvement de translation rectiligne uniforme à la vitesse u selon l'axe des x .

On rappelle donc ici la **transformation spéciale de Lorentz-Poincaré** :

$$\begin{cases} x' = \gamma[x - ut] \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma[t - \frac{u}{c^2}x] \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \beta = \frac{u}{c} \\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{cases}$$

Pour la transformation inverse, permettant de passer des coordonnées spatio-temporelles de (R') à celles de (R) , il suffit de changer u en $-u$.

2.3 Diagramme de Lorentz – Intervalle d'espace – temps

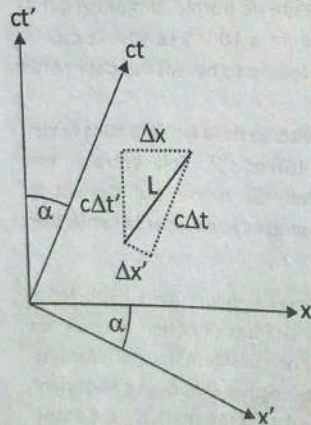


En posant : $\begin{cases} \beta = \sin \alpha \\ \gamma = 1/\cos \alpha \end{cases}$, on obtient de suite :

$$\begin{cases} x = \cos \alpha x' + \sin \alpha (ct) \\ ct' = -\sin \alpha x' + \cos \alpha (ct) \end{cases}$$

Cette transformation est une rotation d'angle α . On peut ainsi représenter graphiquement le passage d'un référentiel inertiel à un autre par une rotation dans le plan. Les deux référentiels sont liés par la transformation spéciale de Lorentz.

2.4 Définitions et intervalle espace-temps



On appelle **événement** E un phénomène physique se produisant à une position et à un instant donné dans le référentiel considéré.

Ces coordonnées dites coordonnées généralisées sont (x, ct) .

On appelle **ligne d'univers** la trajectoire d'un objet dans l'espace-temps de dimension 4. La ligne d'univers peut se voir comme un ensemble d'événement formant une ligne continue dans l'espace-temps. Les coordonnées généralisées sont $[x(E), ct(E)]$ et sont obtenues par projections sur les axes Ox et $O(ct)$.

Calculons alors une longueur généralisée L dans ces deux espaces temps avec la relation de Pythagore :

$$L^2 = (\Delta x')^2 + (c\Delta t')^2 = (\Delta x)^2 + (c\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$(c\Delta t)^2 - \Delta(x)^2 = \text{constante.}$$

Cette quantité apparaît donc comme un invariant relativiste. Il est appelé **intervalle espace-temps**. Nous aurons l'occasion de revenir sur cet intervalle d'espace-temps dans la suite de la leçon.

3 Simultanéité, temps propre et longueur propre.

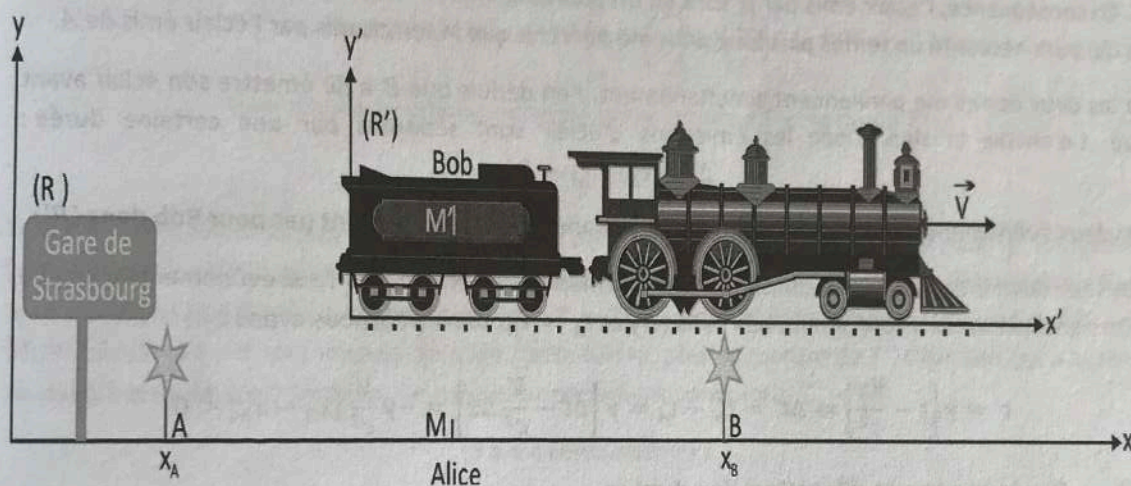
3.1 Relativité de la simultanéité

3.1.1 Traitement classique

Dans le cas classique, la vitesse limite c de propagation des interactions est infinie, ce qui revient à écrire $t' = t$: un événement est simultané dans (R) et dans (R') .

3.1.2 Traitement relativiste

Nous reprenons ici une expérience de pensée imaginée par Einstein. Einstein prend pour référentiel (R) le quai d'une gare et pour (R') un train qui roule par rapport au quai de la gare à la vitesse \vec{V} .



Sur le quai de la gare de Strasbourg formant le référentiel (R) , deux émetteurs d'éclairs lumineux, A et B , sont fixés respectivement aux points x_A et x_B . Notons $L = x_B - x_A$ la distance entre ces deux points mesurés dans (R) . Une observatrice, Alice, est sur le quai au point M situé exactement au milieu entre A et B . Un observateur, Bob, est assis dans le train en un point quelconque M' . Le TGV traverse la gare de Strasbourg à la vitesse V .

Alice a placé deux horloges sur le quai en x_A et x_B . Ces horloges sont synchronisées, c'est-à-dire qu'elles indiquent exactement la même heure. A l'instant $t_A = t_B$, les deux émetteurs envoient chacun un éclair extrêmement bref. Les deux événements (émissions d'éclairs en A et B) sont donc, par hypothèse, simultanés dans le référentiel (R) , et les deux éclairs arrivent en M au même instant.

Notons Δt la durée s'écoule dans (R) entre les deux événements :

$$\Delta t = \left[t_B + \frac{L}{2c} \right] - \left[t_A + \frac{L}{2c} \right] = 0$$

Supposons à présent qu'à l'instant même où les éclairs arrivent en M , le point M' du train passe juste devant le point M . Bob, qui se trouve en M' , perçoit donc lui aussi simultanément les deux éclairs. Bob va-t-il se dire que les deux événements (émissions d'éclairs en A et B) ont été simultanés dans (R') ? Bob va faire le raisonnement suivant : « Les deux éclairs me sont parvenus lorsque le point M' du wagon passait devant M . Les deux ondes lumineuses, se propageant à vitesse finie c , identique dans les deux sens, ont donc été envoyées avant que je sois en face de M .

Mais avant que M' soit en face de M , et puisque le train se dirige de A vers B , l'émetteur A était plus proche de moi que l'émetteur B . En conséquence, l'éclair émis par B aura eu un plus long chemin à parcourir que celui émis par A , ce qui aura nécessité un temps plus long pour me parvenir que le temps mis par l'éclair émis de A . Or les deux éclairs me parviennent simultanément. J'en déduis que B a dû émettre son éclair avant que A n'envoie le sien. Donc les émissions d'éclair sont séparées par une certaine durée.

Bob va faire le raisonnement suivant : « Les deux éclairs me sont parvenus lorsque le point M' du wagon passait devant M . Les deux ondes lumineuses, se propageant à vitesse finie c , identique dans les deux sens, ont donc été envoyées avant que je sois en face de M . Mais avant que M' soit en face de M , et puisque le train se dirige de A vers B , l'émetteur A était plus proche de moi que l'émetteur B . En conséquence, l'éclair émis par B aura eu un plus long chemin à parcourir que celui émis par A , ce qui aura nécessité un temps plus long pour me parvenir que le temps mis par l'éclair émis de A .

Or les deux éclairs me parviennent simultanément. J'en déduis que B a dû émettre son éclair avant que A n'envoie le sien. Donc les émissions d'éclair sont séparées par une certaine durée :

$$\Delta t = t'_B - t'_A < 0 !$$

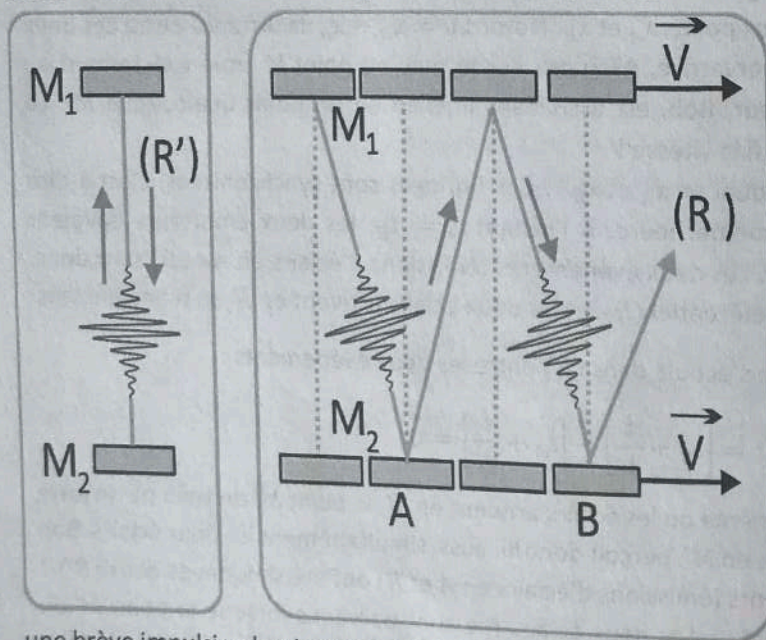
Les deux événements sont simultanés pour Alice dans (R) , mais ne le sont pas pour Bob dans (R') .

Nous retrouvons ce résultat en utilisant la transformation de Lorentz : les deux événements « envoi d'un signal lumineux » sont simultanés dans (R) et $t_A = t_B$. Dans (R') , nous avons :

$$t' = \gamma \left[t - \frac{Vx}{c^2} \right] \Rightarrow \Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma \left[\Delta t - \frac{V}{c^2} \Delta x \right] = -\gamma \frac{V}{c^2} [x_B - x_A] < 0$$

3.2 Durée propre et dilatation des durées

3.2.1 Relativité de la durée séparant deux événements



une brève impulsion lumineuse qui fait l'aller-retour entre les deux miroirs à intensité constante. Une faible partie de cette impulsion sort de la cavité à travers le miroir M_2 .

Considérons à nouveau le train pour référentiel (R') et le quai de la gare de Strasbourg pour référentiel (R) . Bob a installé dans le train un jeu de deux miroirs se faisant face, et distants de l .

Ces deux miroirs forment une cavité de « Fabry-Pérot » constituée de deux miroirs M_1 et M_2 et, le miroir M_1 étant parfaitement réfléchissant et le miroir M_2 a un coefficient de transmission faible mais non nul. Dans cette cavité un dispositif permet d'entretenir

On obtient ainsi à la sortie du dispositif *LASER* une succession périodique de brèves impulsions lumineuses séparées de $T' = \Delta t' = 2L/c$ et qui constituent la « période » de l'horloge dans (R') . Pour Alice, observatrice dans (R) , les deux miroirs se déplacent à la vitesse V . Pour mesurer la période des impulsions dans (R) , Alice a besoin d'au minimum **deux horloges**, préalablement synchronisées, l'une située en A et l'autre située en B . La période de l'impulsion lumineuse mesurée dans (R) sera alors $T = t_B - t_A$.

Vue dans (R) , la distance parcourue par la lumière entre les deux horloges est alors :

$$d = 2 \sqrt{\left(\frac{VT'}{2}\right)^2 + l^2} \Rightarrow l^2 = \frac{T^2}{4} [c^2 - V^2]$$

$$\text{Il en résulte que : } T^2 \left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right] = \left(\frac{2l}{c} \right)^2 = T'^2$$

Il en résulte la relation suivante entre la durée T et la durée T' :

$$T = \gamma T'$$

La période mesurée dans le référentiel (R) est donc supérieure à celle mesurée dans le référentiel (R') . Notons que l'on pourrait construire le raisonnement symétrique : la cavité « Fabry-Pérot » fixe dans le référentiel (R) lié à Alice de sorte que $T = 2l/c$. Pour Bob, les deux miroirs sont mobiles et filent à la vitesse $-V$ par rapport au train. Cette fois-ci, pour la mesure de T' , c'est Bob qui a besoin de **deux horloges** synchronisées. Le même raisonnement conduira à $T' = \gamma T$.

Y a-t-il contradiction ?

Non, car le processus de comparaison n'est pas le même : dans un cas il nous faut une seule horloge, alors qu'il en faut deux dans l'autre référentiel. Pour éviter toute ambiguïté, on introduit la notion de temps propre et de temps impropre.

3.2.2 Durée propre et durée impropre séparant deux événements

La durée $\Delta t'$ entre deux événements colocalisés c'est-à-dire situés au même point et mesuré par une horloge H' fixe dans son référentiel (R') est appelée **durée propre**. L'horloge H' mesure le temps propre de l'emplacement où elle est fixée. La durée Δt séparant deux événements mesurée en deux endroits différents par deux horloges distinctes H_1 et H_2 synchronisées et fixes dans leur référentiel est appelée **durée impropre**. D'après ce qui précède, on constate donc que la durée propre, mesurée à l'aide d'une seule horloge, est toujours inférieure à la durée impropre mesurée à l'aide de deux horloges synchronisées : **durée propre < durée impropre**.

Remarque :

il est souvent dit que l'horloge de (R') , en mouvement par rapport à (R) , « retarde » par rapport aux horloges immobiles dans (R) , c'est-à-dire qu'elle ne bat plus au même rythme que les horloges de (R) . Il n'en est rien puisque les trois horloges sont, par hypothèse, strictement identiques : elles fonctionnent donc de la même manière dans tous les référentiels équivalents vérifiant le principe de relativité.

On parle encore de « dilatation du temps », cette expression imagée peut être source de confusion. Il vaut mieux pour éviter toute ambiguïté, se référer à la notion de temps propre et de temps impropre.

On a vu sur l'exemple précédent que la différence entre ces deux durées venait d'un phénomène purement cinématique liée à la vitesse finie de propagation de l'interaction lumineuse.

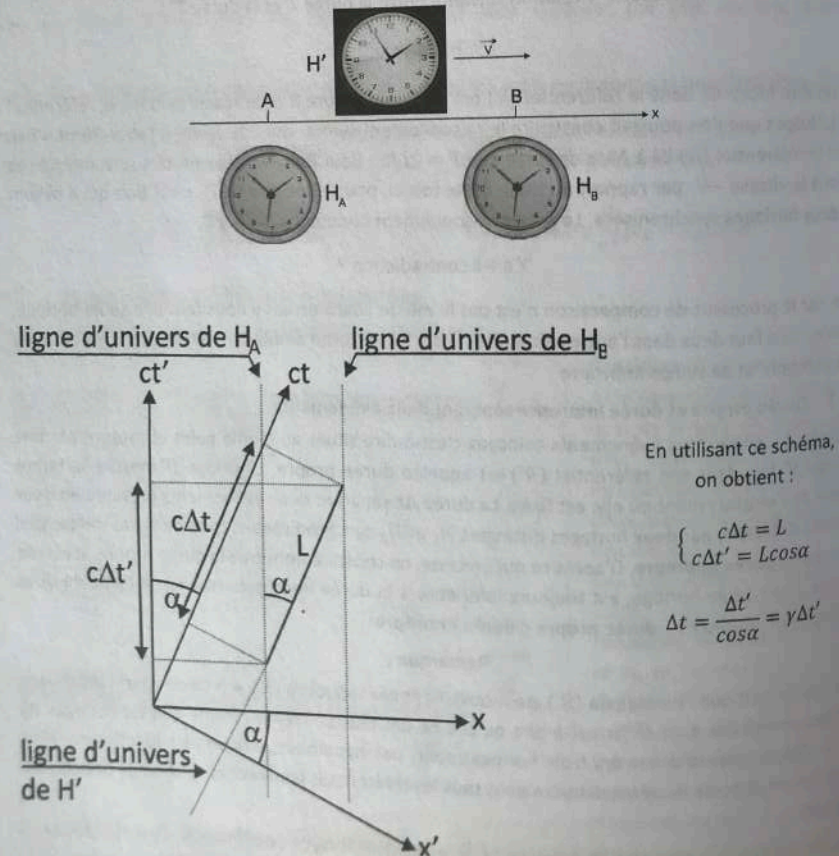
On peut retrouver immédiatement le résultat du paragraphe précédent en utilisant la transformation spéciale de Lorentz :

$$t = \gamma \left[t' + \frac{Vx'}{c^2} \right] \Rightarrow \Delta t = \gamma \left[\Delta t' - \frac{V}{c^2} \Delta x' \right] = \gamma \Delta t'$$

L'horloge mesurant la période T' étant fixe dans (R') , on a $\Delta x' = 0$.

3.2.3 Retour sur le diagramme de Lorentz

L'expérience de pensée décrite ci-dessus peut être représentée graphiquement. Considérons la figure ci-dessous sur laquelle sont indiquées les lignes d'univers des horloges H_A , H_B et H' et les événements A et B .



3.2.4 Vérification expérimentale de la dilatation des durées

3.2.4.1 Durée de vie des muons

Le rayonnement cosmique qui bombarde en permanence la Terre comporte des particules appelées muons, qui sont des particules de même charge que l'électron, mais dont la masse est environ 207 fois celle de celui-ci. Un muon se désintègre en un électron, un neutrino muonique ν_μ et un antineutrino électronique $\bar{\nu}_e$ selon la réaction : $\mu^- = e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$. Cette désintégration des muons s'effectue selon une loi exponentielle : $n(t) = n_0 \exp[-t/\tau]$ où $n(t)$ est le nombre de muons à l'instant t et τ est la durée de vie du muon. On peut mesurer $n(t)$ dans un référentiel lié au laboratoire, les muons étant arrêtés dans une masse métallique. A partir de la courbe donnant $n(t)$, on obtient la durée de vie propre des muons : $\tau_p = \Delta t' = 2,2\mu s$.

La vitesse des muons cosmiques est de l'ordre de la vitesse de la lumière. Leur libre parcours moyen devrait alors être de l'ordre de 660 m . Or des muons naissent dans les couches supérieures de l'atmosphère sous l'action du rayonnement cosmique primaire. Ils devraient donc disparaître après avoir parcouru une distance de l'ordre de 660 m alors qu'ils sont détectés au niveau de la mer, après traversée d'une épaisseur d'atmosphère de plusieurs kilomètres.

C'est la différence relativiste des durées qui permet de rendre compte de ce phénomène. La création et la désintégration d'un muon constituent deux événements séparés par un intervalle de temps qui vaut : $\tau_p = \Delta t'$ dans son référentiel propre, les muons étant au repos dans ce référentiel. Par contre, ces deux mêmes événements sont séparés par une durée Δt dans le référentiel que constitue la Terre, celle-ci étant en translation relative par rapport aux muons qui tombent du ciel. La vitesse des muons a une valeur moyenne égale à $0,995\text{ c}$. On a donc $\gamma \approx 10$ et le temps de parcours moyen d'un muon mesuré dans le référentiel (R) avant désintégration est donc $\Delta t \approx 10\Delta t' = 22\mu s$, ce qui correspond à une distance parcourue d'environ $6,6\text{ kms}$. Cette distance devient suffisante pour comprendre l'existence des muons détectés au niveau de la mer.

3.2.4.2 Durée de vie des pions

Le développement des grands accélérateurs a permis d'étudier plus précisément la durée de vie des particules instables en fonction de leur vitesse. Étudions le cas du pion π^+ , particule dont la masse est environ 273 fois celle de l'électron. Cette particule engendre par désintégration un muon.

La durée de vie propre moyenne d'un pion π^+ , évaluée dans son référentiel propre est : $\Delta t' = 25\text{ ns}$. On peut produire, dans un synchrotron, des faisceaux de pions π^+ dont la vitesse est égale à $0,99995\text{ c}$. Pour une telle vitesse, la mesure de leur durée de vie par des horloges mobiles par rapport aux pions, et fixes par rapport au synchrotron, conduit à une durée de vie moyenne des pions qui vérifie : $\Delta t \approx 100\Delta t' = 2,5\mu s$ soit cent fois supérieure à leur longévité propre. Cette durée de vie est parfaitement vérifiée par des mesures directes.

3.2.4.3 Mesure par des horloges atomiques

Une mesure directe de la relativité des durées a été réalisée en 1971, en embarquant des horloges atomiques à bord d'avions. L'influence de la variation du champ de pesanteur sur la période des horloges volantes doit être prise en compte car elle est du même ordre de grandeur que l'effet dû au mouvement des horloges par rapport à la Terre (correction de relativité générale). Selon le sens du vol, en se dirigeant vers l'ouest ou vers l'est, les dérives des horloges mobiles, par rapport à une horloge terrestre, seront différentes. Les mesures effectuées se sont trouvées en bon accord avec les prévisions de la relativité restreinte.

3.3 Longueur propre et contraction des longueurs

3.3.1 Relativité de la longueur

Imaginons une fusée se déplaçant à vitesse constante V par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen (R) . Cette fusée se déplace d'un point A où est attachée une horloge, à un point B où est attachée une seconde horloge, synchrones dans (R) . Notons L la distance AB mesurée dans le référentiel (R) . Le temps impropre mesuré par les deux horloges lors des événements correspondant au passage de la fusée respectivement en A et B est $\Delta t = L/V$.

Soit H' une horloge portée par la fusée. Lorsqu'elle passe aux points A et B , l'horloge H' mesure dans le référentiel (R') lié à la fusée, une durée propre $\Delta t' = \Delta t/\gamma = L/\gamma V$ donnée par la formule. Pour l'astronaute, les points A et B se déplacent à la vitesse $-V$, et la distance qu'il franchit est pour lui $L' = V\Delta t'$, soit $L' = L/\gamma$: dans le référentiel (R') , la longueur mesurée est divisée par un facteur γ par rapport à celle mesurée dans (R) : il y a *relativité de la longueur*.

Cette expérience de pensée montre très simplement comment le **phénomène de relativité du temps conduit nécessairement à celui de la relativité de la longueur**.

3.3.2 Longueur propre et longueur impropre

Définition : Soit un objet matériel rigide aux extrémités duquel sont gravés deux points. On appelle L_p la distance mesurée entre ces deux points dans le référentiel où cet **objet est immobile**. Cette quantité est appelée **longueur propre** de la règle. La longueur de cet objet mesurée dans un référentiel où celui-ci est en mouvement est appelée **longueur impropre**.

Dans l'exemple précédent de la fusée, la longueur propre est la longueur L tandis que la longueur impropre est la longueur $L' = L/\gamma$.

On a toujours : Longueur impropre < longueur propre.

Remarques :

- Une règle se déplaçant par rapport à un référentiel (R) ne va pas devenir « plus courte » puisque le principe de relativité exige que l'état physique de la règle soit le même dans tous les référentiels galiléens. Il n'y a pas de contraction physique des objets en mouvements, cela nécessiterait l'existence de forces de compression.
- Le phénomène de relativité des longueurs est réciproque. Pour le voir, considérons deux règles identiques, et fixons-en une dans (R) et l'autre dans (R') . Les longueurs propres des règles dans chaque référentiel sont, par hypothèse, identiques. L'observateur dans (R) constate que la règle fixe dans (R') mesure une longueur inférieure à la sienne. De même, l'observateur situé dans (R') constate que la règle fixe dans (R) a également subi une diminution de longueur de la même quantité. On peut retrouver immédiatement le résultat du paragraphe précédent en utilisant la transformation spéciale de Lorentz. La longueur L est mesurée dans (R) . Pour mesurer L' , il faut mesurer simultanément dans (R') la position de S_1 et de S_2 : $t'_{S_1} = t'_{S_2}$.

$$\text{On a de plus : } \begin{cases} x_{S_1} = \gamma[x'_{S_1} + Vx'_{S_1}] \\ x_{S_2} = \gamma[x'_{S_2} + Vx'_{S_2}] \end{cases} \Rightarrow L = \gamma L'$$

On retrouve le phénomène de contraction des longueurs entre longueur impropre et longueur propre puisque l'on a : $L' = L/\gamma$

3.3.2 Retour sur le diagramme de Minkowski
Soit dans le référentiel (R) un objet matériel rigide aux extrémités duquel sont gravés deux points. On appelle L_p la distance mesurée entre ces deux points dans le référentiel où cet objet est immobile. Cette quantité est appelée longueur propre de la règle. La longueur de cet objet mesurée dans un référentiel où celui-ci est en mouvement est appelée longueur impropre.



niveau du sol s'intègre dans le référentiel R. On peut également estimer que $L' = L/\gamma = 2,2 \mu$ a donc le temps de t

L'origine de t

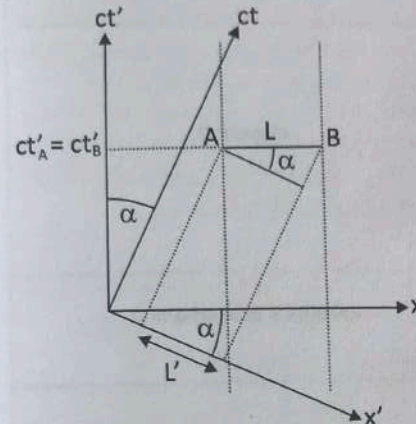
Le période approchée

C'est un mouvement par un espace de

Elle reste un

3.3.3 Retour sur le diagramme de Lorentz

Soit dans le référentiel (R) une règle au repos, parallèle à l'axe Ox , dont les extrémités ont pour coordonnées x_A et x_B . Sa longueur L est donc égale à $x_B - x_A$. Pour les observateurs d'un référentiel (R'), la règle est en mouvement de translation. Mesurer sa longueur nécessite de déterminer ses coordonnées au même instant dans ce référentiel : $t'_A = t'_B$.



Soit A et B les deux événements correspondant à la mesure des extrémités de la règle, de coordonnées spatio-temporelles respectives $[ct'_A, x'_A]$ et $[ct'_B, x'_B]$ dans le référentiel (R').

Dans ce référentiel, la longueur de la règle est égale à $L' = x'_B - x'_A$ avec $t'_A = t'_B$.

Ce phénomène de relativité des longueurs peut être représenté graphiquement. Sur la figure ci-dessous sont indiquées les lignes d'univers des extrémités de la règle : $L' = L \cos \alpha = L/\gamma$.

Retour sur les muons : l'observation des muons au niveau du sol s'interprète donc par la relativité des durées de vie, le temps de vie des muons évalué dans le référentiel terrestre étant γ fois plus grande que le temps de vie propre des muons. On peut également raisonner dans le référentiel lié aux muons. Dans ce référentiel, sa durée de vie est $\tau_p = \Delta t' = 2,2 \mu s$, mais l'épaisseur de l'atmosphère terrestre est réduite d'un facteur γ . Le muon a donc le temps de traverser cette épaisseur avant de se désintégrer.

Conclusion à la leçon 6

L'originalité de cette leçon est sans doute de construire un nouveau paradigme scientifique, celui du cadre spatio-temporel de la relativité restreinte.

Le paradigme newtonien de la mécanique classique peut être considéré comme une approximation de la mécanique relativiste pour des vitesses faibles devant la célérité de la lumière. Il n'en est rien.

C'est un nouveau paradigme où un espace à trois dimensions et une horloge sont de fait, remplacés par un espace à quatre dimensions où les définitions de durée, de longueur doivent être redéfinies.

Elle reste une des plus belles constructions scientifiques et philosophiques du siècle dernier.