

## Leçon 47 : Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Conseils méthodologiques	
Prérequis	<p>Mécanique classique du point matériel et des fluides visqueux</p> <p>Notions de mécanique quantique et de physique statistique</p>
Compétences à acquérir	<p>Comprendre l'évolution des théories, de la théorie classique à la théorie quantique</p> <p>Présenter le gaz d'électrons comme un exemple de gaz quantique fortement dégénéré</p>
A développer	<p>L'aspect historique et phénoménologique</p> <p>Ne pas se perdre dans les méandres de la théorie des bandes mais aller vers l'essentiel</p>
Introduction à la leçon 47	
<p>La découverte de l'électron par Thomson en 1897 constituera la base théorique pour les prémices des théories classiques de la conductivité. La théorie cinétique des gaz constituera alors le fondement théorique de la théorie de Drude sur la conductivité des métaux.</p> <p>Le développement de la mécanique quantique mènera à la théorie des bandes permettant d'expliquer les différences entre conducteurs, isolants et semi-conducteurs.</p> <p>Les semi-conducteurs ont bouleversé toutes les technologies de l'après-guerre amenant une nouvelle branche de l'économie, l'électronique des semi-conducteurs qui devait aboutir au développement sans précédent de l'informatique.</p>	



On en déduit à partir du tenseur de conductivité et de la nullité de la composante selon  $(Oy)$  du vecteur  $\vec{J}_e$  la valeur de  $E_y$ .

$$\text{On a : } E_y = +\frac{a}{\sigma} J_{ex} = +\frac{qB\tau}{m} \frac{m}{nq^2\tau} J_{ex} \Rightarrow E_y = +\frac{1}{nq} B J_{ex} = R_H B J_{ex}$$

**On retrouve rigoureusement le même résultat que précédemment.**

#### 4.3.3 Sonde à effet Hall

Les sondes à effet Hall utilisent l'effet Hall pour la mesure du champ  $B$  grâce à la mesure de la tension de Hall qui apparaît entre les deux faces. Or, dans le cas d'un métal, la densité de porteurs est d'environ  $10^{22}$  porteurs par  $\text{cm}^2$ , soit un million de fois plus importante que dans le cas d'un semi-conducteur. On utilise donc pour ces sondes des semi-conducteurs qui ont une valeur élevée pour leur constante de Hall.

#### Conclusion à la leçon 47

*C'est une leçon passionnante qui commence par une modélisation simple fondée sur la théorie cinétique des gaz pour enchaîner sur l'approche quantique nécessaire du gaz d'électrons et rebondir sur les théories de transition de phase de Landau.*

*Il convient d'aborder ces dernières théories avec beaucoup d'humilité en dépit de l'apparente simplicité des résultats. Les théories de champ moyen restent d'une grande complexité technique et théorique, ce qui n'enlève rien à leur caractère passionnant.*

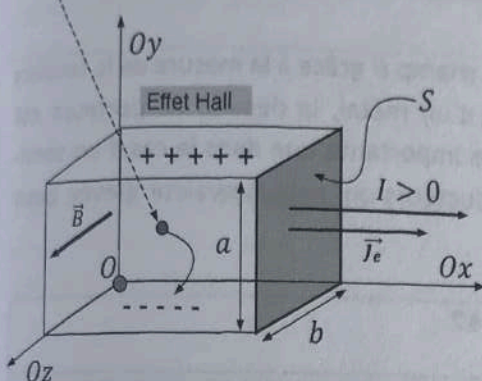


Cela nous permet d'interpréter physiquement le coefficient  $-a$  qui est dont la tangente de l'angle  $\theta_H$  que fait la ligne de courant électrique avec le champ électrique.

### 4.3 Effet Hall

#### 4.3.1 Modèle simpliste et approché

Electron en mouvement



On considère un conducteur en forme de parallélépipède d'aire droite  $S$ . En l'absence de champ magnétique, un courant positif circule dans le sens de l'axe  $Ox$ .

Sous l'effet du champ magnétique, les porteurs de charges sont soumis à la force de Lorentz qui les dévie vers les faces supérieures ou inférieures suivant le signe des porteurs.

Il apparaît alors « progressivement » un champ électrique  $\vec{E}_H(t)$  dit champ

de Hall entre ces deux faces et l'accumulation des charges sur les faces cessent en régime stationnaire lorsque  $\vec{E}_H(t \gg (1/\omega_c)) = \vec{E}_H$  uniforme et constant qui vérifie :

$$q[\vec{E}_H + \vec{v}_d \times \vec{B}] = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_H + \vec{v}_d \times \vec{B} = \vec{0} \\ \vec{J}_e = nq\vec{v}_d \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_H = \frac{1}{nq} [\vec{B} \times \vec{J}_e]$$

- On appelle constante de Hall la constante  $R_H = 1/nq$  de même signe que les porteurs et de sorte que l'effet  $\vec{E}_H$  soit proportionnel aux causes  $[\vec{B} \times \vec{J}_e]$  :  $\vec{E}_H = R_H [\vec{B} \times \vec{J}_e] = R_H B J_{ex} \hat{u}_y$ .

- A ce champ électrique  $\vec{E}_H$  correspond une différence de potentiel entre les deux faces qui vaut :

$$V_H = V(a) - V(0) = - \int_0^a R_H B J_{ex} dy = -R_H \frac{IB}{b} \text{ car } J_{ex} = \frac{I}{ab}$$

#### Signe de la tension de Hall pour $I > 0$

Charges négatives  $\Rightarrow V_H > 0$

Charges positives  $\Rightarrow V_H < 0$

#### 4.3.2 Modèle rigoureux du champ de Hall à partir du tenseur de conductivité

Le problème précédent peut être considéré comme un problème dont la géométrie impose un courant selon l'axe  $(Ox)$  en régime permanent. En inversant le tenseur de conductivité pour  $a \ll 1$ , on obtient le tenseur de résistivité :

$$\vec{E} = \vec{\rho} \vec{J}_e \text{ où : } \vec{\rho} = \frac{1}{\sigma} \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



En présence du champ magnétique et en régime permanent stationnaire, on a :

$$\vec{0} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}_d + q\vec{E} + q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

En multipliant par  $nq\tau/m$ , on obtient alors l'équation vérifiée par le vecteur densité de courant électrique :

$$\vec{0} = -\vec{J}_e + \sigma\vec{E} + \vec{J}_e \times \frac{q\vec{B}}{m}\tau$$

On peut alors poser  $\vec{\omega}_c = q\vec{B}/m = [qB/m]\hat{u}_z$  et on obtient alors l'équation suivante :

$$\vec{J}_e = \sigma\vec{E} + \vec{J}_e \times \vec{\omega}_c\tau \Rightarrow \begin{cases} j_{ex} = \sigma E_x + \omega_c\tau j_{ey} \\ j_{ey} = \sigma E_y - \omega_c\tau j_{ex} \\ j_{ez} = \sigma E_z \end{cases}$$

On retrouve donc à nouveau une relation linéaire entre le vecteur densité volumique de courant et le champ électrique mais cette fois ci au sens large avec une relation matricielle. En introduisant alors le paramètre adimensionné  $a = \omega_c\tau$ , il vient :

$$\vec{J}_e = \bar{\sigma}\vec{E} \text{ où : } \bar{\sigma} = \sigma \begin{pmatrix} \frac{1}{1+a^2} & +\frac{a}{1+a^2} & 0 \\ -\frac{a}{1+a^2} & \frac{1}{1+a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Le résultat est homogène et physiquement cohérent puisqu'on retrouve  $\bar{\sigma} = \sigma Id$  (où  $Id$  désigne la matrice identité) dans le cas où le champ magnétique est nul c'est-à-dire pour  $a = 0$ . Le champ magnétique entraîne une anisotropie de la conduction qui se traduit par l'apparition de termes non diagonaux. On notera que  $\det \bar{\sigma} = \sigma$ . Cela nous sera utile pour inverser la matrice.
- Pour les champs magnétiques courants, le coefficient  $a$  reste très inférieur à l'unité à température ambiante. Par exemple  $a \sim 10^{-3}$  pour  $B = 1T$  de sorte qu'au premier ordre en  $a$ , on ait :

$$\bar{\sigma} = \sigma \begin{pmatrix} 1 & +a & 0 \\ -a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Le vecteur densité volumique de courant n'est plus alors parallèle au champ électrique.**

#### 4.2 Angle de Hall

- En l'absence de champ magnétique, le vecteur densité de courant  $\vec{J}_e$  et le champ électrique  $\vec{E}$  sont colinéaires. Ce n'est plus le cas en présence de champ magnétique. On peut, en présence de ce champ  $\vec{B}$ , calculer l'angle  $\theta_H$  que fait le vecteur  $\vec{J}_e$  et  $\vec{E}$  lorsque  $E_z = 0$ .

En choisissant le repère pour que l'axe  $(Ox)$  coïncide avec  $\vec{E}$ , on obtient alors :

$$\vec{J}_e = \sigma E_x \begin{pmatrix} \frac{1}{1+a^2} \\ -\frac{a}{1+a^2} \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \tan \theta_H = \frac{J_{ey}}{J_{ex}} \text{ soit : } \tan \theta_H = -\frac{\frac{a}{1+a^2}}{\frac{1}{1+a^2}} = -a \cong \theta_H$$



## 2.5 Semi-conducteur extrinsèque

La conductivité des métaux peut être affectée par la présence d'impuretés et des défauts ponctuels du cristal. C'est d'ailleurs, à très basse température, un critère de pureté du métal. Il en est de même pour les semi-conducteurs sauf dans le cas du dopage. Le dopage consiste à substituer dans le cadre d'un semi-conducteur tétravalent comme le silicium, un élément de valence 5 comme le phosphore ou de valence 3 comme le Bore. Ainsi, quand on remplace un atome de silicium par un atome de phosphore, on aura un électron en excès dans l'établissement des liaisons. L'agitation thermique de quelques dizaines de  $meV$  pourra participer à la conduction électrique. On aura alors un ion  $P^+$  et l'on a effectué un dopage de type  $n$ . Dans le cas du Bore, on parlera évidemment de dopage  $p$ . Du point de vue de la théorie des bandes, le dopage  $n$  revient à introduire une bande d'énergie très étroite près de la  $BC$  alors que le dopage  $p$  en introduit une près de la bande de valence. On peut montrer que la grande majorité des porteurs provient des charges issues des éléments dopants. On ne saurait trop insister sur l'importance depuis les années 50 des semi-conducteurs dans la révolution électronique bien avant celle de notre siècle avec les nanostructures et la nanoélectronique.

## 3 Notions élémentaires sur la supraconductivité

Découvert en 1911 par le physicien néerlandais Onnes, spécialiste des très basses températures, le phénomène de supraconductivité était tombé dans l'oubli avant de réapparaître de façon spectaculaire dans les années 80. Il consiste en une annulation totale de toute résistance électrique à très basse température avec expulsion de champ magnétique (effet Meissner). L'estimation de la durée de vie d'un courant dans un supraconducteur est du même ordre de grandeur que l'âge de l'univers. Il s'agit depuis la fin des années 80 d'un sujet majeur de recherche en physique du solide.

### 3.1 La théorie BCS

Bardeen, Cooper et Schrieffer ont proposé une explication du phénomène par la formation de paires d'électrons ou paires de Cooper sous l'effet de l'interaction électron-phonon. A très basse température, ces paires forment un ensemble lié stable et se comportent comme des bosons alors que chaque électron est un fermion. Un phénomène de condensation est alors possible.

### 3.2 Théorie de Ginzburg-Landau

Élaborée dans les années 50, cette théorie d'une assez grande complexité étudie la transition conducteur-supraconducteur sous l'angle thermodynamique des transitions de phase avec l'introduction d'un paramètre d'ordre.

La découverte de la supraconductivité à des températures plus élevées des structures pérovskites ou des cuprates pose encore des problèmes théoriques mal résolus.

## 4 Conductivité en présence d'un champ magnétique

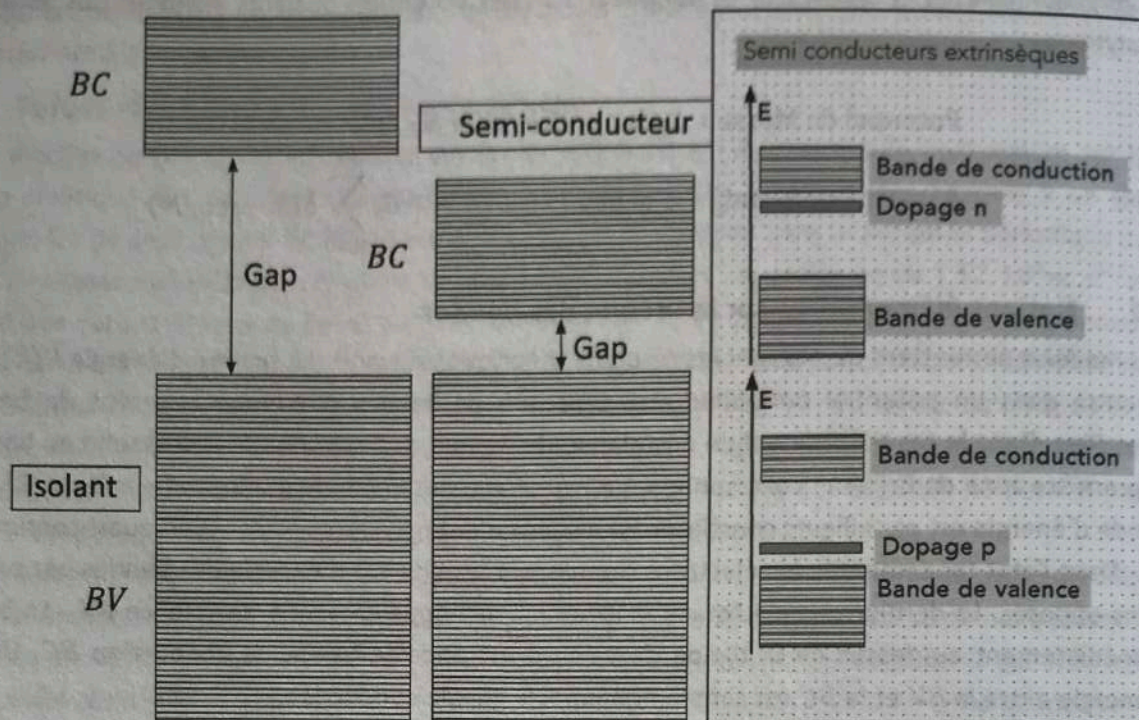
On se propose maintenant d'étudier le phénomène de conduction en présence d'un champ magnétique **uniforme et constant**. Nous choisissons l'axe  $(Oz)$  dans la direction du champ magnétique :  $\vec{B} = B\hat{u}_z$ . On applique par ailleurs au matériau conducteur un champ électrique uniforme et constant noté simplement  $\vec{E}$ .

### 4.1 Matrice ou tenseur de conductivité

On applique la deuxième loi de Newton au fluide visqueux constitué de charges  $q$ .



On a des électrons quasi-libres qui contribuent à la conduction.



- Dans le cas de l'**isolant**, la bande de valence et la bande de conduction sont séparées par un gap bien supérieur à l'énergie thermique ambiante. On considère qu'on a un Isolant si ce gap est au moins supérieur à 2,5 eV. Dans le cas contraire, on a un **semi-conducteur** dit intrinsèque.
- Chaque ligne de la bande représente un niveau d'énergie du quasi-continuum. L'énergie croît selon un axe vertical. On rappelle que la bande de valence est remplie et son sommet se situe donc en dessous du niveau de Fermi à température nulle. Le processus de conduction dans un semi-conducteur mérite quelques précisions. Un électron de la BV franchit le gap pour occuper un niveau d'énergie de la BC. Il laisse alors une lacune dans la BV qui peut être comblée par un nouvel électron venant d'un niveau d'énergie inférieur de la BV, créant une nouvelle lacune dans celle-ci et ainsi de suite. Les lacunes appelées trous se déplacent donc dans le sens opposé des électrons. La densité de paires électrons-trous augmente avec l'énergie thermique. La conductivité d'un semi-conducteur intrinsèque croît donc avec la température contrairement au conducteur. On peut démontrer que le niveau de Fermi est sensiblement au milieu de la bande interdite. Le passage du gap se fait grâce à l'énergie thermique, le champ électrique ou une photo-excitation.

## 2.4 Ordres de grandeur des gaps entre bandes en eV à 300K

Semi-conducteur			Isolants	
<i>Ge</i>	<i>Si</i>	<i>GaAs</i>	<i>Diamant(C)</i>	<i>Silice</i>
0,67	1,14	1,43	5,4	10



L'étude théorique amène à utiliser des modèles relativement simples pour une chaîne unidirectionnelle de  $N$  atomes et de longueur  $L$ . Les potentiels suivants donnent des solutions analytiques :

Potentiel de Morse :  $E_p(x) = E_0 \cos(2\pi Nx/L)$

Potentiel de Kronig - Penney :  $E_p(x) = -E_0 \sum_{n=0}^N \delta(x - nL/N)$

## 2.2 Notions élémentaires sur la théorie des bandes

Ces modèles permettent de dégager les résultats théoriques suivants. Le spectre d'énergie  $E(k)$  d'un électron dans un potentiel périodique est constitué de bandes d'énergies séparées de **bandes interdites**. Dans le cas théorique d'un cristal unidirectionnel, la discontinuité correspond au bord de la première zone de Brillouin correspondant à l'intervalle des vecteurs d'ondes :  $[-\pi/L, \pi/L]$ . Une bande d'énergie est par ailleurs constituée de niveaux d'énergie serrés formant un quasi-continuum.

- Dans l'état fondamental, les électrons remplissent les niveaux d'énergie des bandes par paire de spins opposés. La dernière bande totalement remplie est appelée bande de valence  $BV$ . La bande immédiatement au-dessus de la bande de valence est appelée bande de conduction  $BC$ . L'écart d'énergie entre la  $BV$  et la  $BC$  est simplement appelé gap de conduction.

- On rappelle que la distribution des électrons obéit à la statistique de Fermi Dirac des fermions où :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp[\beta(E - E_F)]} \text{ où } E_F = \text{Niveau de Fermi et } \beta = \frac{1}{k_B T}$$

- Connaissant la densité ou dégénérescence des états  $g(E)$ , le niveau de Fermi s'obtient par la conservation du nombre d'électrons  $N$  :

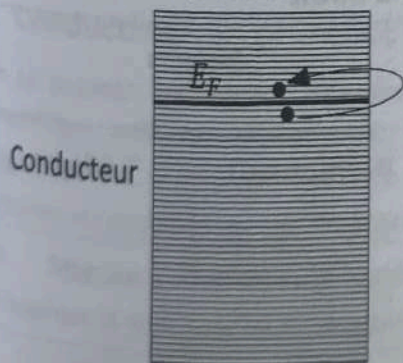
$$N = \int_0^{+\infty} g(E) f(E) dE$$

On notera qu'à température nulle, on a :

$$\begin{cases} f(E) = 1 \text{ si } E < E_F \\ f(E) = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

La fonction garde cette forme très piquée autour du niveau de Fermi même à température ambiante. On se placera à  $T = 0K$  pour une approche qualitative. La bande est alors remplie en deçà du niveau de Fermi. La théorie des bandes est due à Wigner, Seitz et Bloch en 1930.

## 2.3 Conducteur, isolant et semi-conducteur



Dans le cas d'un conducteur, il y a chevauchement de la  $BV$  et de la  $BC$ . Un apport même très faible d'énergie thermique offre à l'électron des niveaux d'énergies accessibles très proches.



- Il y a donc proportionnalité entre « l'effet »  $\vec{j}_0$  et « la cause »  $\vec{E}_0$ . Le coefficient de proportionnalité s'appelle la **conductivité** du matériau. On est dans une physique à nouveau linéaire où l'effet est proportionnel à la cause.

#### 1.4 Forces et faiblesses du modèle de Drude

- Le modèle de Drude est un **modèle classique** simple de conduction fondé uniquement sur la théorie cinétique des gaz. Malheureusement, le gaz d'électrons ne peut être assimilé à un gaz classique. On ne peut ignorer l'onde de matière associée à l'électron dans le potentiel périodique du cristal. La vitesse moyenne d'un électron dans un cristal de cuivre est de l'ordre de  $1,57 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$  et dépend peu dans la théorie de Fermi Dirac de la température. On trouve alors un ordre de grandeur du libre parcours moyen d'un électron dans le métal de 330 distances interatomiques. L'électron ne subit donc pas de chocs avec le réseau mais avec les vibrations quantifiées du réseau qu'on appellera ultérieurement phonons. La conductivité basse température s'explique alors uniquement par des chocs avec les impuretés du métal. La longueur d'onde de Broglie de l'électron ne permet pas, même à température ambiante, un traitement classique de l'électron.
- La **conductivité décroît avec la température** puisque le temps moyen entre deux chocs diminue quand la température augmente. La conductivité tend en théorie vers 0 à température nulle puisqu'il n'y a plus de vibration des ions. En pratique, il y a une énergie quantique de point 0 qui crée une conductivité résiduelle et il peut survenir un phénomène de supraconductivité d'origine quantique.

## 2 Notions sur la théorie des bandes

Seule, une **approche quantique** permet d'aborder la conduction dans les solides de manière satisfaisante.

### 2.1 Position du problème

Le traitement quantique du gaz d'électrons dans un cristal est un problème d'une grande complexité. Il s'agit en effet d'un problème à  $N$  corps en interaction pour lequel le hamiltonien inclut l'interaction électrons-électrons, électrons-ions et l'énergie cinétique des électrons et des ions. En première approximation, on peut considérer les ions fixes, compte tenu de leur grande inertie et le gaz d'électrons constitué de particules indépendantes soumises à un potentiel moyen et périodique. On peut esquisser théoriquement la théorie des bandes en s'approchant au mieux du potentiel périodique réel.

- Le potentiel le plus simple correspond à celui d'un gaz d'électrons libres soumis à un potentiel moyen nul. Les électrons sont alors enfermés dans une boîte dont la taille est celle du métal  $L^3$  pour une boîte cubique de longueur  $L$ . A une dimension, on a formellement les niveaux d'énergie d'une particule dans un puits de potentiel infini :

$$\begin{cases} E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} \\ k = n \frac{\pi}{L} \text{ ou } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \end{cases}$$

- On a des énergies quantifiées avec un quasi-continuum d'occupation à température usuelle. C'est quasiment le modèle de Drude où l'électron occupe un continuum d'énergie et peut acquérir une vitesse de dérive sous l'effet d'un champ électrique aussi faible que l'on veut.



Si la vitesse n'est pas uniforme sur la surface du barrage, on la découpe alors en surface élémentaire  $\delta S$  où la vitesse peut être considérée comme uniforme puis l'on somme les différentes contributions de sorte que :

$$D_V = \iint_{\text{barrage}} \vec{v} \cdot \delta \vec{S}$$

Le produit scalaire représente un facteur géométrique qui prend en compte l'inclinaison éventuelle du barrage par rapport à la vitesse du fluide.

On peut, de manière générale et pour tout champ de vecteur associer un « débit » appelé en mathématiques flux  $\phi(\vec{a}, S)$  au travers d'une surface quelconque  $S$  orientée où :

$$\phi(\vec{a}, S) = \iint_{\text{surface}} \vec{a} \cdot \delta \vec{S}$$

### 1.3.2.2 Vecteur densité de courant électrique

- Supposons maintenant un fluide constitué de porteurs de charge  $q$  de densité volumique ou nombre de porteurs par unité de volume :  $n$ , et animés d'une vitesse de dérive, supposée dans un premier temps uniforme et constant :  $\vec{v}_d$ .

Appelons  $S$  une surface plane quelconque indignons arbitrairement 1 la partie de l'espace à gauche de la surface et 2 la partie à droite La charge élémentaire  $\delta Q_{1 \rightarrow 2}$  qui traverse de 1  $\rightarrow$  2 la surface d'aire  $S$  orientée tel que  $\vec{S} = S \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  où  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  est la normale orientée de 1 vers 2 vaut alors :

$$\delta Q_{1 \rightarrow 2} = nq \vec{v}_d \cdot d\vec{S}$$

- On appelle intensité du courant électrique dans le sens arbitraire fixé par  $\vec{S}$ , la charge élémentaire qui traverse cette surface par unité de temps soit :

$$I_{1 \rightarrow 2} = \frac{\delta Q_{1 \rightarrow 2}}{dt} = nq \vec{v}_d \cdot \vec{S} \text{ ou encore } I_{1 \rightarrow 2} = \vec{j}_e \cdot \vec{S} \text{ où l'on pose : } \vec{j}_e = nq \vec{v}_d$$

- Le vecteur  $\vec{j}_e$  est appelé vecteur densité de courant volumique. Il s'exprime en  $A \cdot m^{-2}$ . On peut bien évidemment à nouveau généraliser ce résultat en utilisant la notion de flux et en ne précisant plus le sens arbitraire choisi car il est donné de fait par l'orientation de la surface :

$$I = \phi(\vec{j}_e, S) = \iint_{\text{surface}} \vec{j}_e \cdot \delta \vec{S}$$

- Le courant a alors un **signe** qui dépend de l'orientation choisi par le vecteur  $\delta \vec{S}$  qui fixe donc un sens arbitraire pour celui-ci. On peut dire que pour le sens arbitrairement choisi, le courant aura tel ou tel signe. Le vecteur  $\vec{j}_e$  est en revanche indépendant de toute convention de sens du courant.

### 1.3.2.3 Expression de la loi d'Ohm Locale

En utilisant les expressions phénoménologiques de la vitesse de dérive, nous obtenons l'expression locale de la loi d'Ohm bien connue.

$$\text{Loi d'Ohm locale : } \vec{j}_e = nq \vec{v}_d = \frac{nq^2 \tau}{m} \vec{E}_0 \text{ ou encore : } \vec{j}_e = \sigma \vec{E}_0$$



### 1.3.1 Mouvement des électrons en présence d'un champ électrique

#### 1.3.1.1 Modèle statistique

Appliquons un champ électrique uniforme et constant :  $\vec{E} = \vec{E}_0$  au gaz d'électrons libres. Appelons  $t_l$  l'instant du  $l$ ème choc. Entre  $t_l^+$  et  $t_{l+1}^-$ , on a par application de la seconde loi de Newton :

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}_0 \Rightarrow \vec{v}(t_{l+1}^-) - \vec{v}(t_l^+) = -\frac{e}{m_e} \vec{E}_0 [t_{l+1}^- - t_l^+]$$

- Cette dernière quantité physique représente la vitesse acquise entre deux chocs. Le temps de résolution de n'importe quel capteur (temps pour donner son résultat  $l$ ) est beaucoup plus grand que le temps moyen entre deux chocs. Le capteur moyenne donc la vitesse acquise entre deux chocs et cette moyenne est appelée **vitesse de dérive** de l'électron notée  $\vec{v}_d$ .

$$\vec{v}_d = -\frac{e}{m_e} \vec{E}_0 \tau \text{ où } \tau = \langle [t_{l+1}^- - t_l^+] \rangle = \text{durée moyenne entre deux chocs.}$$

#### 1.3.1.2 Modèle du fluide visqueux

Dans ce modèle, l'ensemble du gaz d'électrons libres est assimilé à un fluide électronique visqueux pour lequel les chocs électrons-vibrations des ions sont modélisés par une force de frottement fluide :

$$\vec{F}_f = -\frac{m_e}{\tau^*} \vec{v}$$

Le poids est comme toujours négligé devant les autres forces.

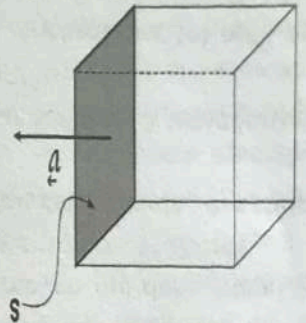
En utilisant la seconde loi de Newton, on peut écrire :

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{m_e}{\tau^*} \vec{v} - e\vec{E}_0. \text{ Or quand : } \left\{ \begin{array}{l} t \gg \tau^* \\ \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow 0 \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} \rightarrow \vec{v}_d \text{ où } \vec{v}_d = -\frac{e}{m_e} \vec{E}_0 \tau^*$$

Si l'on identifie ce résultat avec l'expression précédemment obtenue, il en résulte que le temps caractéristique  $\tau^*$  de la force de frottement fluide qui intervient dans l'équation différentielle du premier ordre du mouvement s'identifie à la durée moyenne  $\tau$  entre deux chocs.

### 1.3.2 Loi d'Ohm locale

#### 1.3.2.1 Débit ou flux d'un vecteur



Nous connaissons tous la notion intuitive et courante de débit d'un fluide. Si l'on suppose que l'eau d'un fleuve s'écoule à une vitesse constante selon une direction  $Ox$ ,  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  alors le volume élémentaire d'eau  $\delta\tau$  qui traverse un barrage plan d'aire  $S$  perpendiculaire à cet axe pendant une durée  $dt$  a pour expression :  $\delta\tau = S v dt$ . Le débit volumique  $D_V$  du fleuve qui est le volume d'eau traversant la surface  $S$  pendant la durée  $dt$  vaut donc :

$$D_V = \frac{\delta\tau}{dt} = S v = \vec{S} \cdot \vec{v} \text{ où } \vec{S} = S \frac{\vec{v}}{v} \text{ est orientée dans le sens de l'écoulement.}$$



# Leçon 47 : Mécanismes de la conduction électriques dans les solides

545

On peut alors définir la densité volumique de porteurs et le rayon moyen  $r_D$  de la sphère qui contient en moyenne un électron de conduction :

$$n = \frac{ZM}{4\pi r_D^3} \text{ et } n \frac{4}{3}\pi r_D^3 = 1$$

En prenant comme élément de comparaison le rayon de Bohr  $a_0$  qui est la distance typique entre deux ions du cristal, on a pour les métaux suivants :

Métal	$n \text{ en } 10^{22} \text{ cm}^{-3}$	$r_D/a_0$
Cs	0,91	5,62
Na	2,65	3,93
Fe	17	2,12
Cu	8,47	2,67
Pb	13,2	2,3

On notera une grande disparité dans les densités d'électrons libres. Le rapport  $r_D/a_0$  varie entre 2 et 6, c'est dix fois moindre que celui d'un gaz classique comme l'air. Le gaz d'électron est donc 1000 fois plus dense qu'un gaz classique.

## 1.3 Calcul de Drude de la conductivité d'un métal

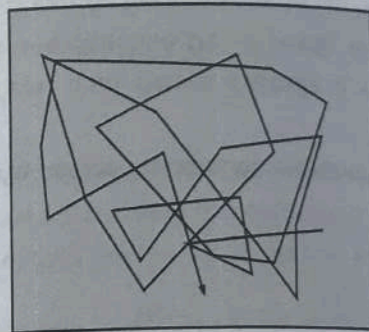
En résumé, Drude propose le modèle microscopique suivant : un solide métallique est un solide cristallin ordonné. Dans ce solide, les électrons périphériques des atomes du métal sont soumis au noyau de l'atome auxquels ils sont liés mais aussi au potentiel attractif de ses voisins proches. Un ou deux de ces électrons de valence finissent alors par se libérer dans le potentiel moyen nul des ions fixes du cristal et appartiennent alors à l'ensemble.

Un métal, c'est donc une « matrice » ordonnée d'ions fixes qui crée un potentiel moyen nul dans lequel se meuvent des électrons totalement libres et libérés. Ces électrons subissent toutefois selon Drude, des chocs avec les ions du cristal.

On sait aujourd'hui que la fréquence des chocs est de l'ordre de  $10^{14}$  par seconde à température ambiante ce qui signifie que la durée moyenne entre deux chocs est de  $10^{-14}$  s.

Le mouvement d'un électron est alors totalement erratique, aléatoire, stochastique tel qu'il est représenté sur le schéma ci-dessus et formé de petits segments de mouvements rectilignes uniformes dans le potentiel moyen nul. Le mouvement hors champ extérieur étant aléatoire, l'électron a une vitesse moyenne nulle :  $\langle \vec{v}_e \rangle = 0$ .

- En ce qui concerne les notations, on appellera  $m_e$  la masse de l'électron de charge  $-e$ . Le poids de l'électron sera comme toujours négligé devant les autres forces extérieures.



Mouvement aléatoire de l'électron libre dans le cristal.



La conductivité des solides fut d'abord étudiée à partir des solides métalliques. Les métaux présentent en effet un certain nombre de propriétés caractéristiques en commun :

- Une conductivité électrique et thermique élevée.
- Des propriétés plastiques remarquables en dépit d'une structure microscopique ordonnée. Ces propriétés plastiques furent en grande partie expliquées par la théorie des dislocations.
- Une surface réfléchissante, c'est l'aspect extérieur des métaux.

Parmi les 110 éléments chimiques bien étudiés, 86 sont des métaux c'est-à-dire qu'ils forment un cristal ordonné métallique. Cependant la plupart des solides que l'on rencontre ne sont pas métalliques.

On se propose dans cette leçon d'esquisser les mécanismes de la conduction dans les métaux puis généralement dans les solides. On se fondera sur le modèle classique de Drude. Nous verrons comment la théorie des bandes de nature quantique a pu lever un certain nombre de difficultés propres aux modèles de Drude. Cela nous amènera naturellement à parler des semi-conducteurs.

## 1 Le modèle classique de Drude de la conduction dans les métaux

### 1.1 Fondements théoriques du modèle

En s'appuyant sur la découverte récente de l'électron et la théorie cinétique des gaz, Drude expose en 1900 un modèle classique de la conduction électrique. Bien que n'ayant pas survécu à la mécanique quantique, ce modèle simple permet d'introduire une vision élémentaire de la conduction ainsi qu'un vocabulaire de théorie cinétique très fécond en physique.

- Drude conçoit un métal comme une « matrice » ionique formée d'ions lourds fixés dans une structure ordonnée et par une « mer » d'électrons libres formant un gaz, au sens usuel du terme, c'est-à-dire d'un ensemble de particules libres ayant un mouvement aléatoire et subissant de nombreux chocs avec la structure cristalline.

- Drude néglige totalement les chocs électrons-électrons arguant de la répulsion des électrons entre eux, et considère que l'électron est totalement libre entre deux chocs avec les ions. En négligeant également le poids, la trajectoire d'un électron est donc constituée d'une suite de segments de droite de longueur constante et d'orientation aléatoire. On appelle libre parcours moyen et on note  $\ell$  la distance moyenne entre deux chocs et on appelle  $\tau$  la durée moyenne entre deux chocs. On entend par « moyenne », la moyenne arithmétique des grandeurs aléatoires pour un nombre infiniment grand de chocs.

### 1.2 Grandeurs caractéristiques du modèle de Drude

Si on appelle  $z$  le nombre d'électrons de valence libre par atome du cristal,  $\mu$  la masse volumique du métal,  $N_A$  la constante d'Avogadro et  $M$  sa masse molaire.