Manipulation

Viscosimètre d'Ubbelohde

① On fabrique une solution de glycerol de concentration

$$C = \frac{2}{5} = 0{,}4 \text{ mol/L}$$

Glycerol → $C_3H_8O_3$ $\quad M = 92$ g/mol

$C = 0{,}4$ mol/L $= 36{,}8$ g/L

$\rho_{glycerol} = 1{,}26$ g/cm^3

$\rho_{water} = 1$ g/cm^3

Soit V le volume du mélange

$$V = V_{gly} + V_{eau} = \frac{m_{gly}}{\rho_{gly}} + \frac{m_{eau}}{\rho_{eau}} = V$$

Dans 1 L, il y a 0,4 mol/L de gly

donc $\dfrac{M_{gly}\, n_{gly}}{\rho_{gly}} + \dfrac{m_{eau}}{\rho_{eau}} = 1000 \text{ mL} \Rightarrow m_{eau} = \rho_{eau}\left(1000 \text{ mL} - \dfrac{M_{gly}\, n_{gly}}{\rho_{gly}}\right)$

$$= \underline{970{,}79 \text{ g}}$$

$$x_{m\,gly} = \frac{m_{gly}}{m_{eau} + m_{gly}} = \frac{36{,}8}{\underline{970{,}8} + 36{,}8} = 0{,}0365$$

donc $x_V = \dfrac{V_{gly}}{V_{eau} + V_{gly}} = \dfrac{\dfrac{m_{gly}}{\rho_{gly}}}{\dfrac{m_{eau}}{\rho_{eau}} + \dfrac{m_{gly}}{\rho_{gly}}} = 0{,}02920$

$$V_{gly}(1 - 0{,}02920) - 0{,}02920\, V_{eau} = 0$$

$\Rightarrow$ Si $V_{eau} = 1$ $\quad V_{gly} =$

On devrait trouver $\eta_{dynamique} = 0{,}00103$ Ns/m^2

temps $C = 0,4$ mol/L glycérol → 1 m 52 s
temps eau du robinet → 1 m 51 s

$$\eta_{dy} = \frac{\eta_w \times \rho_{sample} \times t_{sample}}{\rho_{water} \times t_{water}}$$

$$= \frac{0,00100049 \times 1006,6 \times 112}{998 \times 111} = 1,022 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$$

Valeur théorique $= 1,09 \times 10^{-3}$ (pas cohérent)

On essaye avec une mélange à 2 mol/L

temps $C = 2$ mol/L glycérol → 2 min 46 s

$$\eta_{dyn\,2mol/L} = 1,51 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$$

$x_m = 0,17 \rightarrow \eta_{dyn\ théorique} = 1,6199 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$

temps $C = 1$ mol/L → 2 min 17 s

$$\eta_{dyn\,1mol/L} = 1,2509 \times 10^{-3}\ Ns/m^2 \quad \eta_{th,\,1mol/L} = 1,23 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$$

à $T = 21°C$

Calcul incertitude

$$\frac{\Delta\eta_v}{\eta_v} = \underbrace{\frac{\Delta\eta_w}{\eta_w}}_{=0} + \underbrace{\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s}}_{=0} + \frac{\Delta t_s}{t_s} + \underbrace{\frac{\Delta\rho_w}{\rho_w}}_{=0} + \frac{\Delta t_w}{t_w} = 2\frac{\Delta t}{t} = 2 \times \frac{2}{200} = 0,02 = 2\%$$

valeur tabulée

donc $\eta_{dyn} = (1,51 \pm 0,03) \times 10^{-3}\ Ns/m^2$

La valeur théorique est en dehors des plages d'incertitudes
Il faut vérifier nos sources qu'on a pris des valeurs tabulées (doubler les sources). Peut être la température est plutôt de 24 et pas 20°C

↳ C'est probablement la température

Conseils pour le jour de l'examen :

(1) Bien enlever la propipette avant le doigt quand on a rempli le viscosimètre.

(2) Faire la mesure sur eau distillée durant la préparation
La mesure sur le glycérol est faite devant le jury. Voir si c'est possible de remplir le glycérol en amont de la leçon (besoin d'un bouchon pour le mettre à la place du doigt)

(3) Proposer un calcul d'incertitude

(4) Partir de la relation $\eta_{dynamique} = K \times t \times \rho_{fluide}$ (même, constante)

donc on détermine K avec l'eau

$$\eta_{eau} = K \times t_{eau} \times \rho_{eau} \Rightarrow K = \frac{\eta_{eau}}{t_{eau}\,\rho_{eau}}$$

et

$$\eta_{dyn,\,fluide} = \frac{\eta_{eau}\, t_{fluide}\, \rho_{fluide}}{t_{eau}\, \rho_{eau}}$$

(5) Bien prendre la valeur précise de la température de la pièce ou du mélange

(3) Prendre une solution de glycerol d'au moins 2 mol/L pour que la différence de temps d'écoulement avec l'eau soit significative

Justification de la formule de Borda (cf Wiki pendule)

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin(\theta) = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\underbrace{\left(\theta - \frac{\theta^3}{6}\right)}_{\text{DL ordre 1}} = 0 \qquad (1)$$

On suppose une oscillation quasi sinusoïdale et une solution de la forme

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t) \qquad (2)$$

Donc $(1)+(2) \Rightarrow -\theta_0 \omega^2 \sin(\omega t) + \underbrace{\frac{g}{L}}_{=\omega_0^2}\theta_0 \sin(\omega t) - \frac{g}{L}\frac{\theta_0^3}{6}\sin^3(\omega t) = 0 \quad (3)$

$$\sin^3(\omega t) = \frac{3}{4}\sin(\omega t) - \underbrace{\frac{1}{4}\sin(3\omega t)}_{\approx 0} \approx \frac{3}{4}\sin(\omega t)$$

donc on simplifie (3) par $\theta_0 \sin(\omega t)$ on obtient $\left(\omega_0 = \frac{g}{L}\right)$

$$-\omega^2 + \omega_0^2 - \frac{\omega_0^2\theta_0^2 \times 3}{6 \times 4} = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2\left(1 - \frac{\theta_0^2}{8}\right) \simeq \cancel{\omega_0^2\left(1 - \frac{\theta_0^2}{16}\right)}$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_0\left(1 - \frac{\theta_0^2}{16}\right)$$

d'où à l'ordre 1 $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$

Démonstration de la formule de Borda

Utilisation de la méthode des perturbations $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin(\theta) \simeq \ddot{\theta} + \underbrace{\frac{g}{\ell}\left(\theta - \frac{\theta^3}{6}\right)}_{DL}$

On cherche à résoudre $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta - \frac{g}{6\ell}\theta^3$

On cherche les solutions de type $\theta = (\theta_0 + \cancel{\theta_1})\sin\left((\omega_0 + \omega_1)t\right) + \theta_1$

Petite perturbation

$-\theta_0 \sin\left((\omega_0+\omega_1)t\right)(\omega_0+\omega_1)^2 + \frac{g}{\ell}\left(\theta_0 \sin\left((\omega_0+\omega_1)t\right) + \theta_1\right) - \frac{g}{6\ell}\left(\theta_0^3 \sin^3\left((\omega_0+\omega_1)t\right) + \theta_1\right)^3$

$-\omega^2 + \underbrace{\frac{g}{l}\theta_0}_{\omega_0^2\theta_0} - \frac{g}{6L}\theta_0^3\left(\frac{3}{4}\sin(\omega t) - \left(\frac{1}{4}\sin(3\omega t)\right)_{\text{omis}}\right)$