

Elif KARTAL

Bu ödev Jupyter Notebook aracılığı ile python kodları ile yazılmıştır. Kullanılan veriler algoritmanın doğruluğunu teyit etmek amacı ile derste örneği çözülen veri seti kullanılmıştır. Veri 3 grup 2 değişkenden oluşmaktadır. Veri Kronik hepatit, siroz ve Malignite hastalarının kanlarındaki Beta ve Albumin değerlerinin gözlenmesi ile oluşturulmuştur.

### Veri setinin tanımlanması:

```
In [84]: import numpy as np
import pandas as pd
veriler = {
    "Grup": ["Kronik Hepatit"] * 15 + ["Siroz"] * 15 + ["Malignite"] * 15,
    "Beta": [21,16,15,19,18,13,16,14,17,16,19,15,17,17,16] +
            [11,13,14,10,9,12,10,8,12,11,14,9,13,11,10] +
            [17,15,17,18,17,16,14,16,17,15,19,19,14,16,13],
    "Albumin": [5.0, 5.1, 4.5, 4.7, 2.8, 5.3, 4.7, 4.5, 3.6, 3.8, 2.7, 3.8, 3.5, 5.
               [3.0,4.3,3.4,1.8,2.2,2.7,2.5,3.1,2.8,2.2,1.5,1.6,1.7,1.4,1.9] +
               [0.8,1.3,2.2,2.7,1.9,1.4,2.6,1.0,1.5,0.7,0.4,1.4,1.5,1.7,1.0]
            ]
}
df = pd.DataFrame(veriler)
```

### Çalışmanın devamında kullanacağımız parametrelerin hesaplanması:

```
In [94]: # Değerlerin hesaplanması
N = df.shape[0] # Toplam gözlem sayısı (satır sayısı)
p = len([col for col in df.columns if col != "Grup"]) # Bağımlı değişken sayısı
k = df["Grup"].nunique() # Farklı grup sayısı
alpha = 0.05 #Anlamlılık seviyesi
df1 = 2 * (k - 1) # serbestlik derecesi
df2 = 2 * (N - p-1) # serbestlik derecesi

# Sonuçların yazdırılması
print(f"N (Gözlem Sayısı): {N}")
print(f"P (Bağımlı Değişken Sayısı): {P}")
print(f"K (Grup Sayısı): {K}")
print(f"alpha (Anlamlılık Seviyesi): {alpha}")
print(f"df1 (Serbestlik Derecesi): {df1}")
print(f"df2 (Serbestlik Derecesi): {df2}")
```

```
N (Gözlem Sayısı): 45
P (Bağımlı Değişken Sayısı): 2
K (Grup Sayısı): 3
alpha (Anlamlılık Seviyesi): 0.05
df1 (Serbestlik Derecesi): 4
df2 (Serbestlik Derecesi): 84
```

### Veri setinin görünümü:

```
In [86]: df
```

Out[86]:

	Grup	Beta	Albumin
0	Kronik Hepatit	21	5.0
1	Kronik Hepatit	16	5.1
2	Kronik Hepatit	15	4.5
3	Kronik Hepatit	19	4.7
4	Kronik Hepatit	18	2.8
5	Kronik Hepatit	13	5.3
6	Kronik Hepatit	16	4.7
7	Kronik Hepatit	14	4.5
8	Kronik Hepatit	17	3.6
9	Kronik Hepatit	16	3.8
10	Kronik Hepatit	19	2.7
11	Kronik Hepatit	15	3.8
12	Kronik Hepatit	17	3.5
13	Kronik Hepatit	17	5.0
14	Kronik Hepatit	16	3.1
15	Siroz	11	3.0
16	Siroz	13	4.3
17	Siroz	14	3.4
18	Siroz	10	1.8
19	Siroz	9	2.2
20	Siroz	12	2.7
21	Siroz	10	2.5
22	Siroz	8	3.1
23	Siroz	12	2.8
24	Siroz	11	2.2
25	Siroz	14	1.5
26	Siroz	9	1.6
27	Siroz	13	1.7
28	Siroz	11	1.4
29	Siroz	10	1.9

	Grup	Beta	Albumin
30	Malignite	17	0.8
31	Malignite	15	1.3
32	Malignite	17	2.2
33	Malignite	18	2.7
34	Malignite	17	1.9
35	Malignite	16	1.4
36	Malignite	14	2.6
37	Malignite	16	1.0
38	Malignite	17	1.5
39	Malignite	15	0.7
40	Malignite	19	0.4
41	Malignite	19	1.4
42	Malignite	14	1.5
43	Malignite	16	1.7
44	Malignite	13	1.0

#### Bağımlı değişkenlerin atamaları ve ortalamalarının hesaplanması:

```
In [91]: # Grup etiketleri ve bağımlı değişkenlerin belirlenmesi
group_labels = df["Grup"].unique()
dependent_vars = ["Beta", "Albumin"]

# Her grup için ortalamalar
means = df.groupby("Grup")[dependent_vars].mean()
overall_mean = df[dependent_vars].mean()

# İçe Grubu Toplam (Within Group) ve Grup Dışı Toplam (Between Group) Matrisleri
within_group = np.zeros((len(dependent_vars), len(dependent_vars)))
between_group = np.zeros((len(dependent_vars), len(dependent_vars)))

In [89]: means #grupların ortalamaları
```

Out[89]:

	Beta	Albumin
Grup		
Kronik Hepatit	16.600000	4.140000
Malignite	16.200000	1.473333
Siroz	11.133333	2.406667

In [7]: overall\_mean *#genel ortalama*

Out[7]:

	0
Beta	14.644444
Albumin	2.673333

**dtype:** float64In [8]: within\_group *#grup içi kareler toplamı matrisi*Out[8]: array([[151.73333333, -1.69333333],  
[ -1.69333333, 26.09466667]])In [9]: between\_group *#gruplar arası kareler toplamı matrisi*Out[9]: array([[278.57777778, 29.06666667],  
[ 29.06666667, 54.93333333]])In [10]: within\_group + between\_group *#grup içi ve gruplar arası kareler toplamı matrislerin*Out[10]: array([[430.31111111, 27.37333333],  
[ 27.37333333, 81.028 ]])**Grupların normal dağılımı varsayımının shapiro wilk testi ile kontrol edilmesi:**In [92]: **from** scipy.stats **import** shapiro

grouped = df.groupby("Grup")

print("Gruplar için normallik testi sonuçları:")  
print("-" \* 50)**for** group\_name, group\_data **in** grouped:*# Beta değişkeni için normallik testi*

stat\_beta, p\_beta = shapiro(group\_data["Beta"])

*# Albumin değişkeni için normallik testi*

stat\_albumin, p\_albumin = shapiro(group\_data["Albumin"])

*# Sonuçları yazdır*

print(f"Grup: {group\_name}")

print(f"Beta - Test İstatistiği: {stat\_beta:.4f}, P-Değeri: {p\_beta:.4f}")

```

if p_beta < 0.05:
    print("Beta değişkeni normal dağılıma uymuyor.")
else:
    print("Beta değişkeni normal dağılıma uyuyor.")

print(f"Albumin - Test İstatistiği: {stat_albumin:.4f}, P-Değeri: {p_albumin:.4f}")
if p_albumin < 0.05:
    print("Albumin değişkeni normal dağılıma uymuyor.")
else:
    print("Albumin değişkeni normal dağılıma uyuyor.")

print("-" * 50)

```

Gruplar için normallik testi sonuçları:

```

-----
Grup: Kronik Hepatit
Beta - Test İstatistiği: 0.9694, P-Değeri: 0.8483
Beta değişkeni normal dağılıma uyuyor.
Albumin - Test İstatistiği: 0.9219, P-Değeri: 0.2062
Albumin değişkeni normal dağılıma uyuyor.
-----
Grup: Malignite
Beta - Test İstatistiği: 0.9570, P-Değeri: 0.6411
Beta değişkeni normal dağılıma uyuyor.
Albumin - Test İstatistiği: 0.9617, P-Değeri: 0.7224
Albumin değişkeni normal dağılıma uyuyor.
-----
Grup: Siroz
Beta - Test İstatistiği: 0.9549, P-Değeri: 0.6039
Beta değişkeni normal dağılıma uyuyor.
Albumin - Test İstatistiği: 0.9364, P-Değeri: 0.3397
Albumin değişkeni normal dağılıma uyuyor.
-----

```

## Varyans-Kovaryans Matrisleri

Gruplar için varyans kovaryans matrislerinin hesaplanması:

```

In [68]: # Her grup için varyans-kovaryans matrisini hesapla
grouped = df.groupby("Grup") # Gruplara ayırmak için

print("Her grup için varyans-kovaryans matrisleri:\n")

for group_name, group_data in grouped:
    cov_matrix = group_data[["Beta", "Albumin"]].cov()
    print(f"Grup: {group_name}")
    print(cov_matrix)
    print("-" * 30)

```

Her grup için varyans-kovaryans matrisleri:

Grup: Kronik Hepatit

	Beta	Albumin
Beta	4.257143	-0.397143
Albumin	-0.397143	0.751143

Grup: Malignite

	Beta	Albumin
Beta	3.171429	-0.030000
Albumin	-0.030000	0.444952

Grup: Siroz

	Beta	Albumin
Beta	3.409524	0.30619
Albumin	0.306190	0.66781

### Manova varsayımlarından varyans homojenliğinin Box's M testi ile kontrol edilmesi:

```
In [78]: from scipy.stats import chi2
import numpy as np

# Grupların varyans-kovaryans matrislerini hesaplayalım
grouped = df.groupby("Grup")
cov_matrices = [group_data[["Beta", "Albumin"]].cov().values for _, group_data in grouped]

# Grupların gözlem sayılarını al
n = [len(group_data) for _, group_data in grouped]
N = sum(n) # Toplam gözlem sayısı
g = len(cov_matrices) # Grup sayısı
p = cov_matrices[0].shape[0] # Değişken sayısı

# Pooled kovaryans matrisini hesapla
pooled_cov = sum([(n_i - 1) * cov for n_i, cov in zip(n, cov_matrices)]) / (N - g)

# Determinantları hesapla
ln_determinants = [(n_i - 1) * np.log(np.linalg.det(cov)) for n_i, cov in zip(n, cov_matrices)]
ln_pooled = (N - g) * np.log(np.linalg.det(pooled_cov))

# Box's M istatistiğini hesapla
M = sum(ln_determinants) - ln_pooled

# Düzeltme faktörü
C = (2 * p**2 + 3 * p - 1) * (g - 1) / (6 * (N - g))

# Düzeltilmiş Box's M testi istatistiği
M_prime = M * (1 - C)

# Serbestlik derecesi
sd = (g - 1) * p * (p + 1) / 2

# P-değerini hesapla
p_value = 1 - chi2.cdf(M_prime, sd)

print("Box's M Testi:")
```

```
print(f"M' İstatistiği: {M_prime:.4f}")
print(f"Serbestlik Derecesi: {sd:.0f}")
print(f"P-değeri: {p_value:.4f}")

# Yorum
if p_value > 0.05:
    print("Sonuç: Varyans-kovaryans matrisleri homojendir.MANOVA testi güvenle uygu
else:
    print("Sonuç: Grupların varyans-kovaryans matrisleri homojen değildir. MANOVA U
```

Box's M Testi:

M' İstatistiği: -2.3477

Serbestlik Derecesi: 6

P-değeri: 1.0000

Sonuç: Varyans-kovaryans matrisleri homojendir.MANOVA testi güvenle uygulanabilir.

## MANOVA

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$

$H_1$ : En az bir  $\mu_i$ , diğerlerinden farklıdır

## 1.Wilks' Lambda İstatistiği

```
In [11]: # Wilks' Lambda Hesaplama
wilks_lambda = np.linalg.det(within_group) / np.linalg.det(within_group + between_g
print(f"Wilks' Lambda: {wilks_lambda:.4f}")
```

Wilks' Lambda: 0.1160

```
In [12]: import scipy.stats as stats
import math
wilks_lambda = wilks_lambda # Wilks' Lambda değeri

# F istatistiğini hesapla
f_statistic = ((n - p - 2) / (p)) * (((1 - math.sqrt(wilks_lambda))) / math.sqrt(wil

# Kritik değeri hesapla
critical_value = stats.f.ppf(1-alpha, 2*(k-1), 2*(n-k-1))

# Sonuçları yazdır
print(f"F İstatistiği: {f_statistic:.2f}")
print(f"Kritik Değer: {critical_value:.2f}")

# Yorum
if f_statistic > critical_value:
    print("Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.")
else:
    print("Sonuç: Anlamlı değil, gruplar arasında farklılık yoktur.")
```

F İstatistiği: 39.70

Kritik Değer: 2.48

Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.

## 2. Hotelling İz İstatistiği

```
In [13]: import numpy as np
#özdeğerlerin hesaplanması
eigenvalues = np.linalg.eigvals(np.linalg.inv(within_group).dot(between_group))

hotellings_trace = sum(eigenvalues) # Özdeğerlerin toplamı
print(f"Hotelling's Trace: {hotellings_trace:.4f}")
```

Hotelling's Trace: 3.9689

```
In [14]: eigenvalues #özdeğerlerin yazdırılması
```

```
Out[14]: array([1.45179662, 2.51706465])
```

```
In [15]: import scipy.stats as stats

df2 = 4
hotellings_trace = hotellings_trace # Hotelling's Trace değeri

# Ki-kare istatistiğini hesapla
chi_square_statistic = n * hotellings_trace

# Kritik değeri hesapla
critical_value = stats.chi2.ppf( 1-alpha, df2)

# Sonuçları yazdır
print(f"Ki-Kare İstatistiği: {chi_square_statistic:.4f}")
print(f"Kritik Değer: {critical_value:.4f}")

# Yorum
if chi_square_statistic > critical_value:
    print("Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.")
else:
    print("Sonuç: Anlamlı değil, gruplar arasında farklılık yoktur.")
```

Ki-Kare İstatistiği: 178.5988

Kritik Değer: 9.4877

Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.

## 3. Pillai'nin İz İstatistiği

```
In [16]: # Pillai's Trace Hesaplama
pillais_trace = sum(eigenvalues / (1 + eigenvalues))
print(f"Pillai's Trace: {pillais_trace:.4f}")
```

Pillai's Trace: 1.3078

```
In [50]: import scipy.stats as stats

pillais_trace = pillais_trace # Hesaplanan Pillai's Trace
```



```

# Hesaplamalar
s = min(p, k - 1)
m = (abs(s - (k - 1)) - 1) / 2
a = (N - k - p - 1) / 2

# F-istatistiğini hesaplama
f_stat = ((2 * a + s + 1) / (2 * m + s + 1)) * (pillais_trace / (s - pillais_trace))

# Kritik değer ve p-değeri
critical_value = stats.f.ppf(1 - alpha, df1, df2)
p_value = 1 - stats.f.cdf(f_stat, df1, df2)

# Sonuçların yazdırılması
print(f"F-Statistiği: {f_stat:.4f}")
print(f"Kritik Değer: {critical_value:.4f}")
print(f"p-Değeri: {p_value:.4f}")

# Sonucun yorumu
if f_stat > critical_value:
    print("Sonuç: Grup ortalamaları arasında anlamlı bir fark vardır (H0 reddedilir)")
else:
    print("Sonuç: Grup ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur (H0 reddedilemez)")

```

F-Statistiği: 39.6761

Kritik Değer: 2.4803

p-Değeri: 0.0000

Sonuç: Grup ortalamaları arasında anlamlı bir fark vardır (H0 reddedilir).

## 4. Roy'un En Büyük Özdeğere Dayalı Test İstatistiği

```

In [58]: # Roy's Largest Root Hesaplama
roys_largest_root = max(eigenvalues) / (1+(max(eigenvalues)))
print(f"Roy's Largest Root: {roys_largest_root:.4f}")

```

Roy's Largest Root: 0.7157

```

In [60]: import scipy.stats as stats

roys_largest_root = 0.7157 # Roy's Largest Root değeri

f_statistic = ((N - k) * roys_largest_root) / (k - 1)

# Kritik değeri hesaplama
critical_value = stats.f.ppf(1-alpha, df1, df2)

# Sonuçları yazdır
print(f"F İstatistiği: {f_statistic:.4f}")
print(f"Kritik Değer: {critical_value:.4f}")

# Yorum
if f_statistic > critical_value:
    print("Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.")

```

```
else:
    print("Sonuç: Anlamlı değil, gruplar arasında farklılık yoktur.")
```

F İstatistiği: 15.0291

Kritik Değer: 3.9546

Sonuç: Anlamlı, gruplar arasında farklılık vardır.

## Bonferroni Eş Zamanlı Güven Aralıklarını Hesaplama

Gruplar arası farkın tespiti için Bonferroni eş zamanlı güven aralıklarını hesaplama:

In [133...

```
# Bonferroni eş zamanlı güven aralıklarını hesaplama
alpha = 0.05 # Anlamlılık seviyesi
n_groups = len(group_labels) # Grup sayısı
n_total = len(df) # Toplam veri sayısı

results = [] # Sonuçlar için liste

# Tüm bağımlı değişkenler için hesaplama
for var in dependent_vars:
    group_means = df.groupby('Grup')[var].mean() # Grup ortalamaları
    group_counts = df.groupby('Grup').size() # Her gruptaki örnek sayısı
    pooled_var = df.groupby('Grup')[var].var().mean() # Ortak varyans

    # Bonferroni düzeltmesi için t-kritik değeri
    t_critical = t.ppf(1 - alpha / (n_groups * (n_groups - 1) * 2), df=n_total - n_

    # Gruplar arasındaki farklar ve güven aralıklarını hesaplama
    for (group1, group2) in combinations(group_labels, 2):
        mean_diff = group_means[group1] - group_means[group2]
        se_diff = np.sqrt(pooled_var * (1 / group_counts[group1] + 1 / group_counts[group2]))
        margin_of_error = t_critical * se_diff
        lower_bound = mean_diff - margin_of_error
        upper_bound = mean_diff + margin_of_error
        results.append({
            'Variable': var,
            'Group1': group1,
            'Group2': group2,
            'Lower Bound': lower_bound,
            'Upper Bound': upper_bound,
            'Significant': (lower_bound > 0) or (upper_bound < 0) # Güven aralığı
        })

# Sonuçları yazdır
results_df = pd.DataFrame(results)
print("\nBonferroni Eş Zamanlı Güven Aralıkları:")
print(results_df)
```

**Bonferroni Eş Zamanlı Güven Aralıkları:**

	Variable	Group1	Group2	Lower Bound	Upper Bound	Significant
0	Beta	Kronik Hepatit	Siroz	3.544856	7.388478	True
1	Beta	Kronik Hepatit	Malignite	-1.521811	2.321811	False
2	Beta	Siroz	Malignite	-6.988478	-3.144856	True
3	Albumin	Kronik Hepatit	Siroz	0.936356	2.530311	True
4	Albumin	Kronik Hepatit	Malignite	1.869689	3.463644	True
5	Albumin	Siroz	Malignite	0.136356	1.730311	True

**Sonuçların İncelenmesi:****Beta Değişkeni:**

- Kronik Hepatit vs. Siroz:

Güven aralığı: [ 3.544856 , 7.388478 ] [3.544856,7.388478] Güven aralığı 0'ı içermiyor → Fark anlamlı. Yorum: Beta değerlerinde Kronik Hepatit ve Siroz grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var.

- Kronik Hepatit vs. Malignite:

Güven aralığı: [ - 1.521811 , 2.321811 ] [-1.521811,2.321811] Güven aralığı 0'ı içeriyor → Fark anlamlı değil. Yorum: Beta değerlerinde Kronik Hepatit ve Malignite grupları arasında anlamlı bir fark yok.

- Siroz vs. Malignite:

Güven aralığı: [ - 6.988478 , - 3.144856 ] [-6.988478,-3.144856] Güven aralığı 0'ı içermiyor → Fark anlamlı. Yorum: Beta değerlerinde Siroz ve Malignite grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var.

**Albumin Değişkeni:**

- Kronik Hepatit vs. Siroz:

Güven aralığı: [ 0.936356 , 2.530311 ] [0.936356,2.530311] Güven aralığı 0'ı içermiyor → Fark anlamlı. Yorum: Albumin değerlerinde Kronik Hepatit ve Siroz grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var.

- Kronik Hepatit vs. Malignite:

Güven aralığı: [ 1.869689 , 3.463644 ] [1.869689,3.463644] Güven aralığı 0'ı içermiyor → Fark anlamlı. Yorum: Albumin değerlerinde Kronik Hepatit ve Malignite grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var.

- Siroz vs. Malignite:

Güven aralığı: [ 0.136356 , 1.730311 ] [0.136356,1.730311] Güven aralığı 0'ı içermiyor → Fark anlamlı. Yorum: Albumin değerlerinde Siroz ve Malignite grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var.

