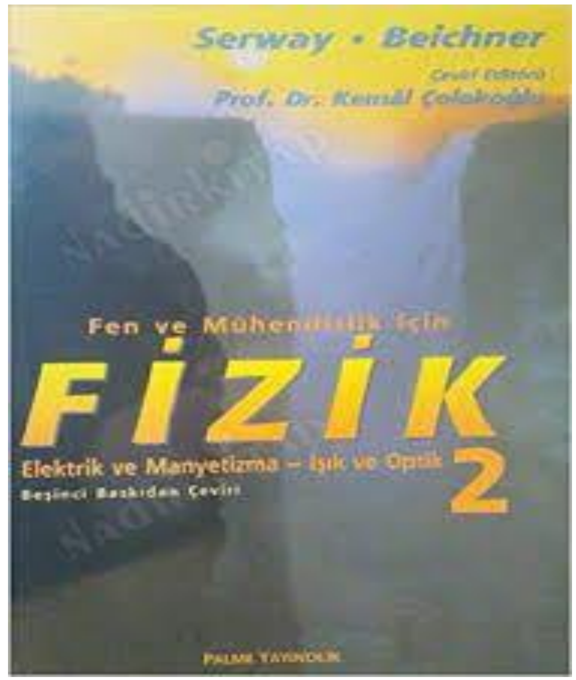
Ders Kitabı

Fen ve Mühendislik için FİZİK 2 (Serway & Beichner)



https://www.youtube.com/ PAÜ Fizik/videos

@PauFizik

https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-23

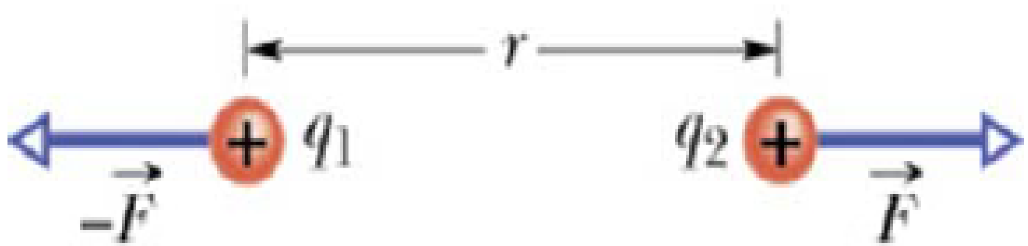
ELEKTRİK YÜKÜ VE ELEKTRİK ALANLARI

- **Elektrik Alanı**
- **Sürekli Bir Yük Dağılımının Elektrik Alanı**
- **Elektrik Alan Çizgileri**
- **Düzgün Bir Elektrik Alanında Yüklü Parçacıkların Hareketi**

ELEKTRİK ALANI

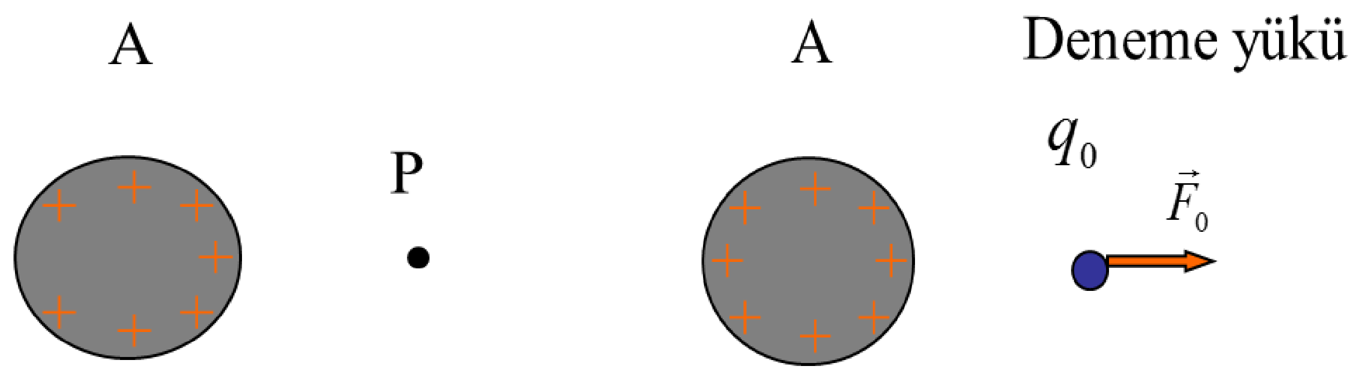
Kütle çekim kuvveti ve Elektrik kuvveti olmak üzere iki alan kuvveti tanımladık. Alan kuvvetleri için fiziksel temas gerekmez. Daha önce; $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{F_g}/m$ olduğunu gördük. (Kütle çekim alan vektörü; deneme kütlesine etkiyen kütle çekim kuvvetidir.)

Aralarında r mesafesi olan q_1 ve q_2 nokta yükleri arasındaki etkileşme kuvveti Coulomb yasasına göre,



$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Elektrik Kuvvetleri için de benzer yaklaşım Faraday tarafından yapılmıştır. Bu yaklaşımda; Elektrik yüklü bir cismi saran uzay bölgesinde, elektrik alanın bulunduğu söylenir. Bu alana başka bir yüklü cisim girdiğinde buna bir elektrik kuvvet etki eder.



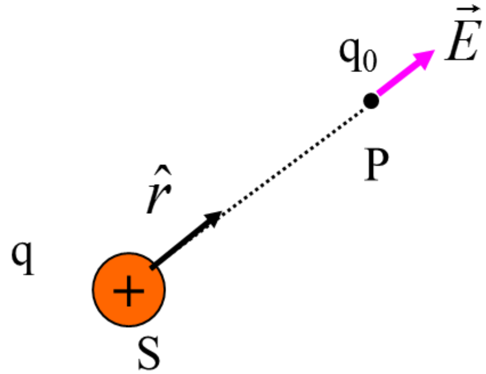
- Belirli bir noktada elektrik alanın olup olmadığını deneysel olarak bulmak için, noktaya yüklü küçük bir deneme yükü yerleştirilir. q_0, çok küçük olduğundan, Q yük dağılımı değişmez.
- Durgun q_0'a bir $\boldsymbol{F_e}$ etkiyor ise, orada bir **E** vardır denir
- Elektrik alan şu şekilde ifade edilir:

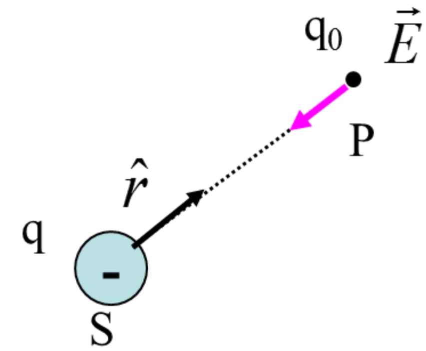
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- SI birim sisteminde birimi N/C'dur.
- Bir q yükü üzerindeki kuvvet: $F = qE$

Uzayda bir noktadaki $\vec{E}$ elektrik alanı, o noktaya konulan artı bir deneme yüküne etkiyen $\vec{F}_e$ elektrik kuvvetinin deneme yükünün q_0 büyüklüğüne bölümü olarak tanımlanır ve birimi N/C'dur.

$\vec{E}$ elektrik alanı vektörünün doğrultusu, alana konulan artı bir deneme yüküne etki eden kuvvetin doğrultusundadır.





$$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|qq_0|}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

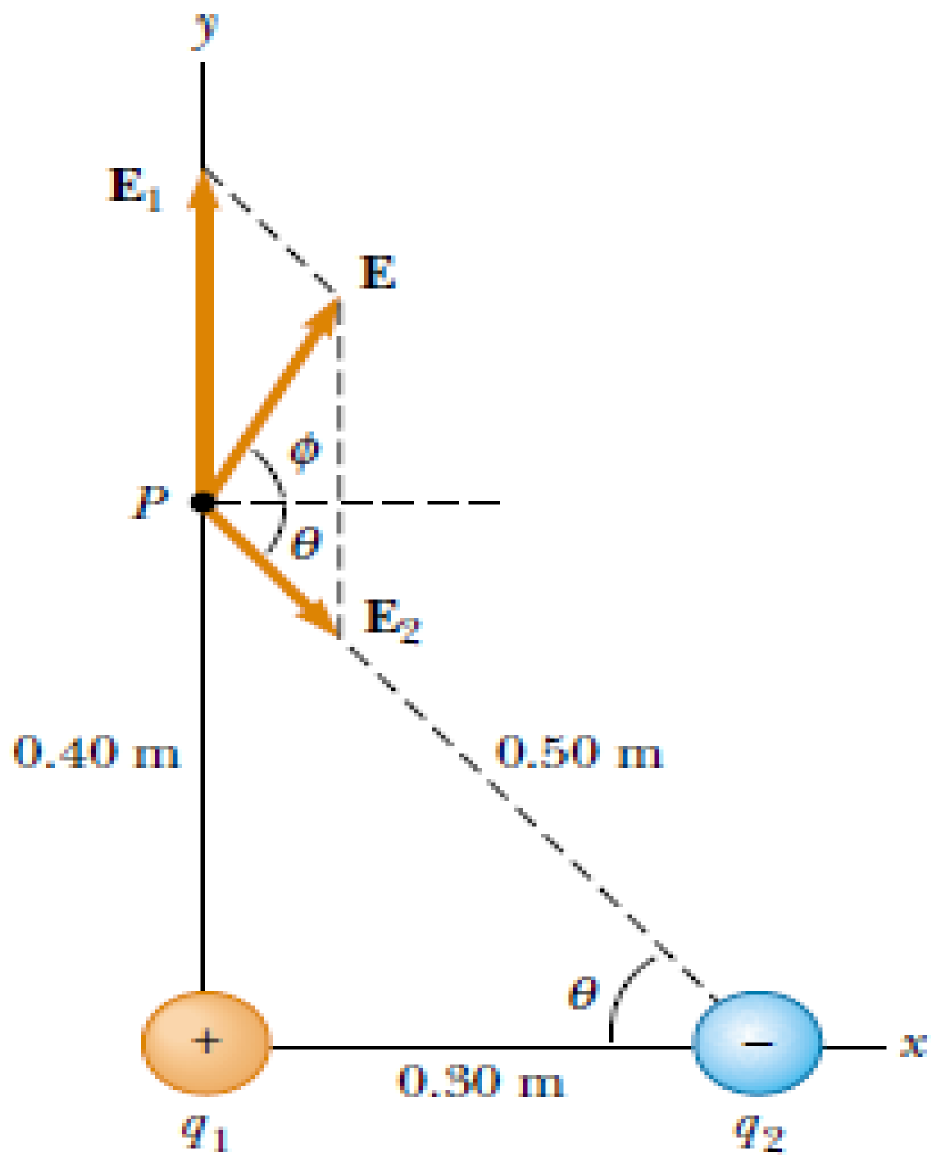
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

- ***q*** **yükü artı ise elektrik alanı dışarı doğru**
- ***q*** **yükü eksi ise elektrik alanı yüke doğru yöneliktir.**

Yükler topluluğunun herhangi bir noktada oluşturduğu toplam elektrik alanı, bütün yüklerin elektrik alanlarının vektörel toplamına eşittir.

$$\vec{E} = k_e \sum_{i=2}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}$$

Örnek 23-5: Şekildeki gibi $q_1 = 7\ \mu C$ başlangıç noktasında, ikinci bir $q_2 = -5\ \mu C$ yükü x-ekseni üzerinde başlangıçtan $0{,}3\ m$ uzakta bulunmaktadır. $(0; 0{,}4)\ m$ koordinatlı P noktasındaki elektrik alanı bulunuz.



Çözüm 23-5: q_1 ve q_2 yüklerinin P noktasında oluşturdukları elektrik alanların büyüklükleri, sırasıyla,

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_{1P}^2} = 8{,}99 \times 10^9 \frac{7 \times 10^{-6}}{(0{,}4)^2} = 3{,}9 \times 10^5 \ N/C$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_{2P}^2} = 8{,}99 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{(0{,}5)^2} = 1{,}8 \times 10^5 \ N/C$$

bulunur. Buradan P noktasındaki net elektrik alan,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (E_{2x})\hat{\imath} + \left(E_{1y} - E_{2y}\right)\hat{\jmath}$$

$$\vec{E}_2 = (1{,}8 \times 10^5 \cos\theta)\hat{\imath} - (1{,}8 \times 10^5 \sin\theta)\hat{\jmath}$$

$$\sin\theta = \frac{0{,}4}{0{,}5} \text{ ve } \cos\theta = \frac{0{,}3}{0{,}5} \quad \text{ise}$$

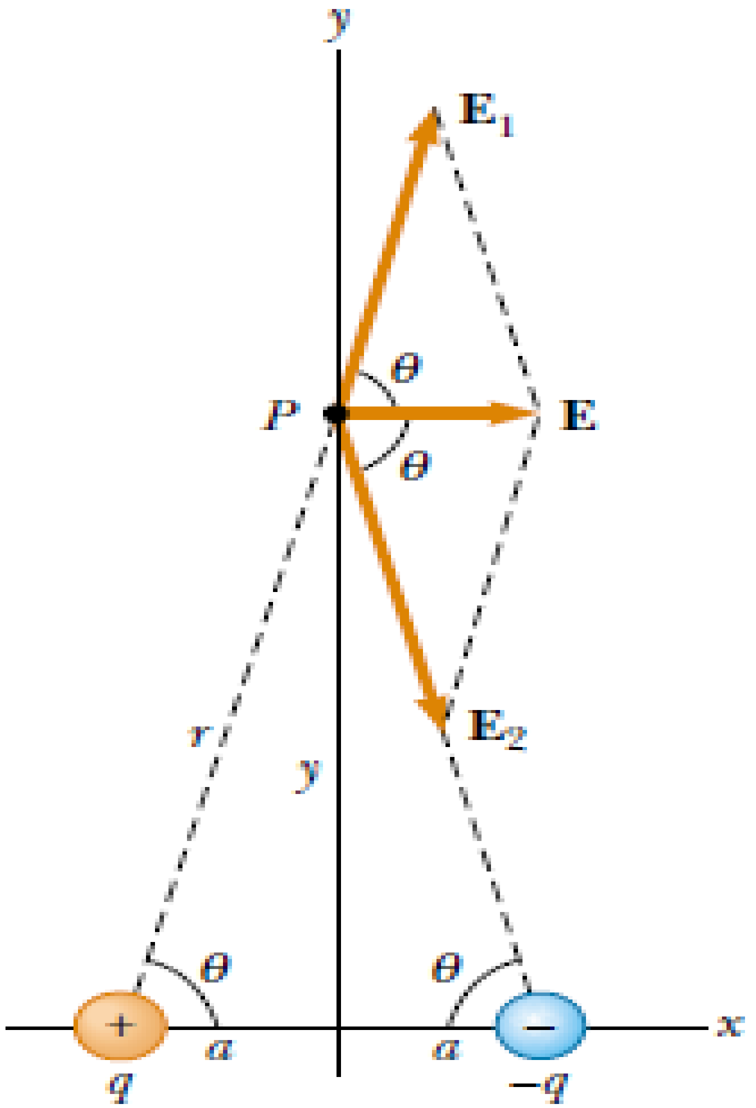
$$\vec{E}_2 = (1{,}1 \times 10^5)\hat{\imath} - (1{,}4 \times 10^5)\hat{\jmath} \text{ ve } \vec{E}_1 = (3{,}9 \times 10^5)\hat{\jmath} \text{ ise}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1{,}1 \times 10^5)\hat{\imath} + (3{,}9 \times 10^5 - 1{,}4 \times 10^5)\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = (1{,}8 \times 10^5)\hat{\imath} + (2{,}46 \times 10^5)\hat{\jmath}\ N/C$$

$$\emptyset = \mathbf{tan}^{-1}\left(\frac{\mathbf{2.46 \times 10^5}}{\mathbf{1.8 \times 10^5}}\right) = \mathbf{66.3^0} \text{ bulunur.}$$

Örnek 23-6: Bir elektrik dipolü, aralarında belli bir uzaklık bulunan artı ve eksi yük çiftinden oluşur. Şekildeki dipol için P noktasında bu yüklerin oluşturduğu elektrik alanını bulunuz. Burada P, başlangıç noktasından $y \gg a$ uzaklığındadır.



Çözüm 23-6:

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{(y^2 + a^2)}$$

Burada E_1 ve E_2 nin y bileşenleri birbirlerini yok ederler. x bileşenleri ise artı x yönünde ve aynı büyüklüktedir.

Dolayısıyla $E = 2E_1 \cos\theta$ olur.

$$E = 2E_1 \cos\theta = 2k_e \frac{q}{(y^2 + a^2)} \frac{a}{(y^2 + a^2)^{1/2}}$$

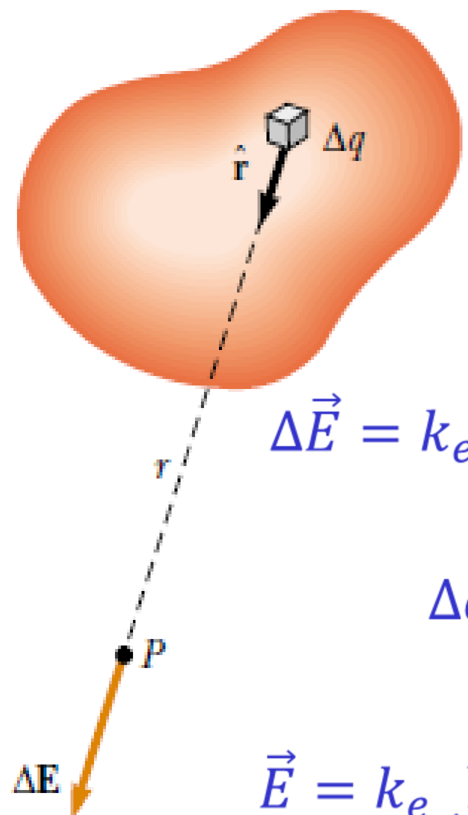
$$E = k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

$y \gg a$ olmasından ötürü ifademiz; $E = k_e \frac{2qa}{y^3}$ haline gelir.

SÜREKLİ BİR YÜK DAĞILIMININ ELEKTRİK ALANI

- Yükler arası uzaklık, E'nin hesaplanacağı noktaya çok uzak ise,
- Yüklü cisim bir katı ise;

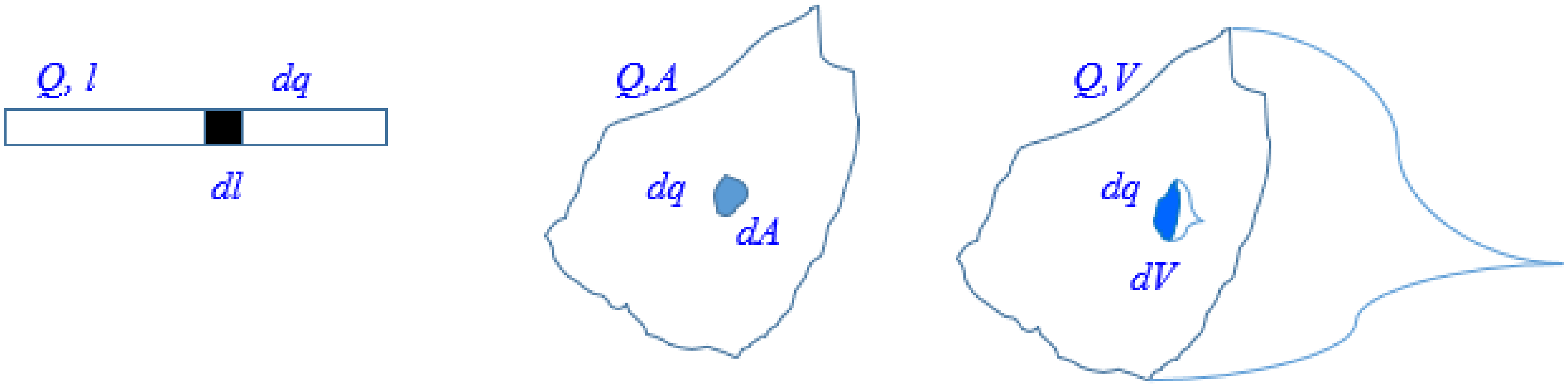
Böyle durumlarda yükler sistemi süreklidir. Yüklerin oluşturduğu sistem; bir çizgi / yüzey / hacime sürekli dağılmış toplam bir yüke eşdeğerdir.



$$\Delta\vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2}\hat{r} \Rightarrow \vec{E} = k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$\Delta q_i \to 0$ *limitinde,*

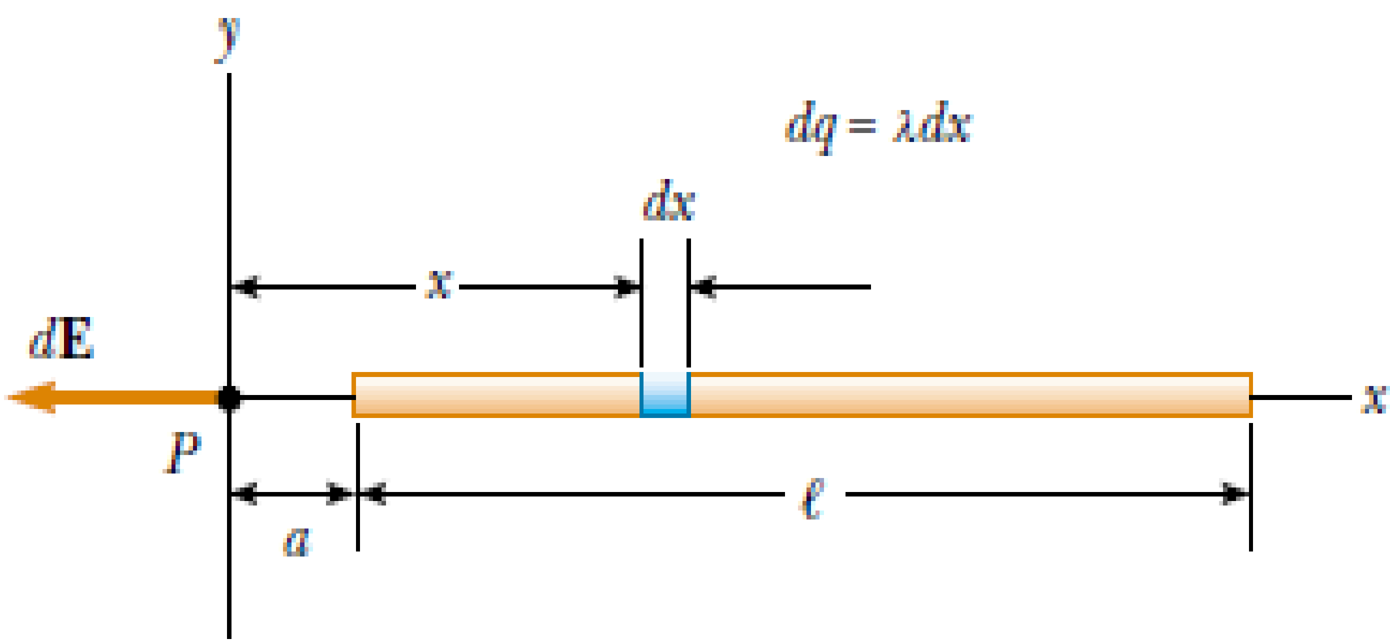
$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$



$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{dl} \; (C/cm) \qquad \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{dq}{dA} \; (C/cm^2) \qquad \rho = \frac{Q}{V} = \frac{dq}{dV} \; (C/cm^3)$$

- Q yükü l uzunluğunda bir çubuğa düzgün dağılmış ise, λ doğrusal yük dağılımı söz konusudur.
- Q yükü A yüzey alanına sahip bir plakaya düzgün dağılmış ise, σ yüzeysel yük dağılımı söz konusudur.
- Q yükü V hacmine sahip katı bir cisme düzgün dağılmış ise, ρ hacimsel yük dağılımı konusudur söz konusudur.

Örnek 23-7: l uzunluğundaki bir çubuğun toplam yükü Q, boyca yük yoğunluğu λ dır. Çubuk ekseni üzerinde, çubuğun bir ucundan a uzaklığında bir P noktasındaki elektrik alanını hesaplayınız.



Çözüm 23-7:

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$E = \int_a^{l+a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$ olur.

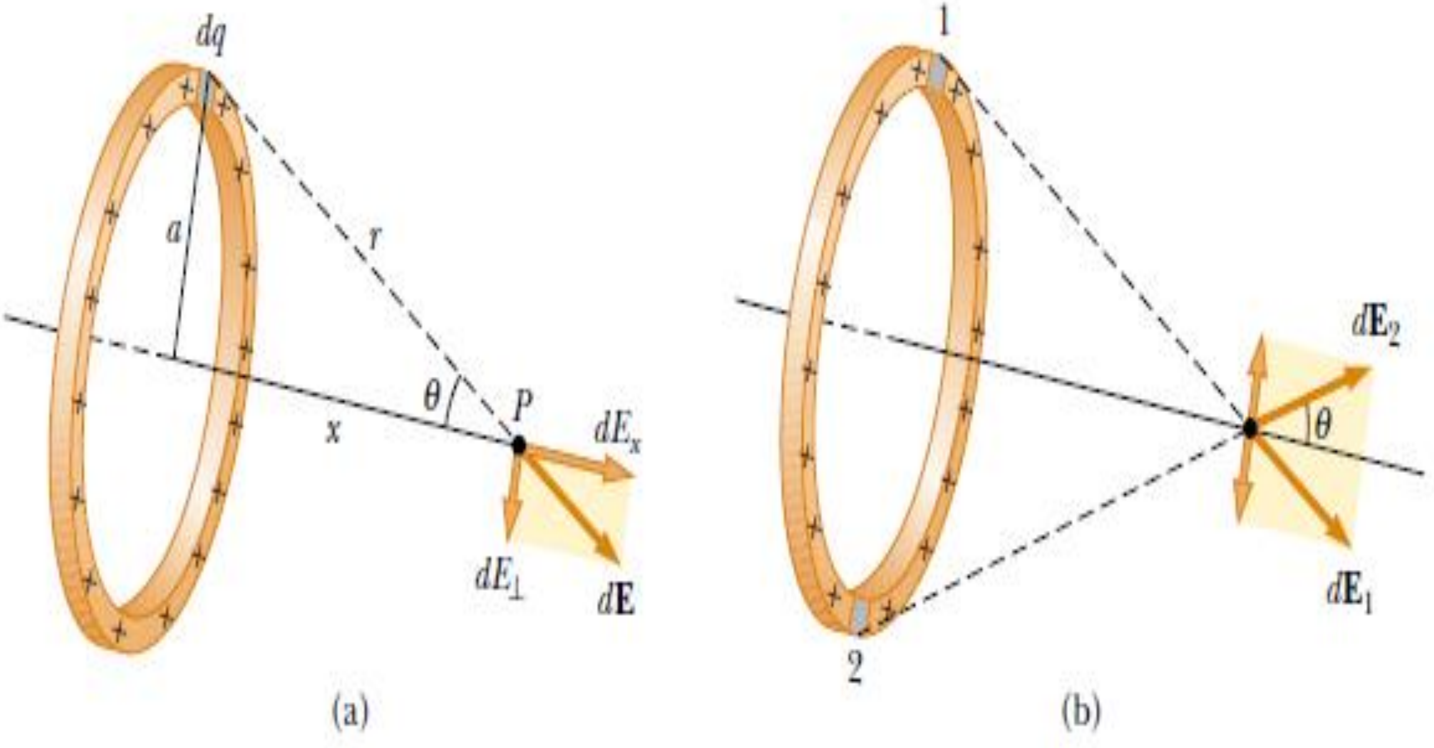
$$E = k_e \lambda \int_a^{l+a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x}\right]_a^{l+a}$$

ve $\lambda = \frac{Q}{l}$ ise

$$\boldsymbol{E = k_e \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l+a}\right) = \frac{k_e Q}{a(l+a)}}$$

$a \gg l$ ise $E = k_e \frac{Q}{a^2}$ olur.

Örnek 23-8: *a* yarıçaplı bir halka üzerinde düzgün olarak dağılmış artı bir *Q* yükü bulunmaktadır. Halka ekseninde, halka merkezinden *x* uzaklığında bir *P* noktasında halkanın elektrik alanını hesaplayınız.



Çözüm 23-8: *dq* yük parçasının *P* noktasında oluşturduğu elektrik alanın büyüklüğü

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

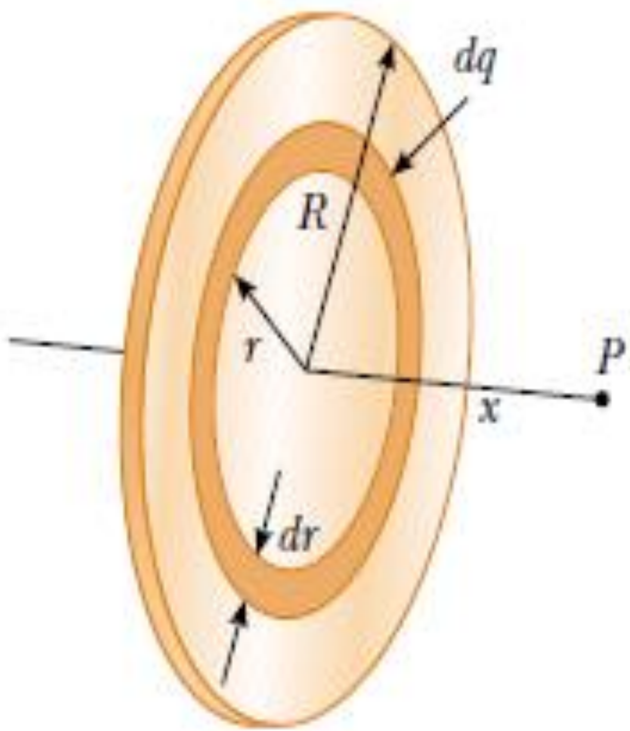
Bu alanın, halka eksenine paralel $dE_x = dE\cos\theta$, *x* bileşeni ve dik $dE_\perp$ bileşeni vardır. *Şekil-b'* den görüldüğü gibi dik bileşenler toplamı sıfırdır. *P* noktasındaki bileşke alan *x*-ekseni doğrultusundadır.

$$r = (x^2 + a^2)^{1/2} \text{ ve } \cos\theta = x/r$$

$$dE_x = dE\cos\theta = k_e\left(\frac{dq}{r^2}\right)\frac{x}{r}$$

$$E_x = \int \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int dq \Rightarrow \boldsymbol{E_x = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q}$$

Örnek 23-9: R yarıçaplı bir diskin, σ düzgün yüzeysel yük yoğunluğu vardır. Diskin ekseninde, merkezinden x uzaklığında bir P noktasındaki elektrik alanı hesaplayınız.



Çözüm 23-9: Simetriden dolayı bir önceki örnekte olduğu gibi bileşke alan eksen üzerindedir. r yarıçaplı dr enindeki küçük halkanın alanı $2\pi r\, dr$ olur. Bu halkadaki $dq = 2\pi\sigma r\, dr$

$$dE_x = dE\cos\theta = k_e \frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}}(2\pi\sigma r\, dr)$$

$$E = k_e x\pi\sigma \int_0^R \frac{2r\, dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} = k_e x\pi\sigma \int_0^R (x^2+r^2)^{-3/2}$$

$$\boldsymbol{E = 2k_e\pi\sigma\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]}$$

$R \gg x$ ise bu ifade $E = 2k_e\pi\sigma$ $yada$ $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ haline gelir.

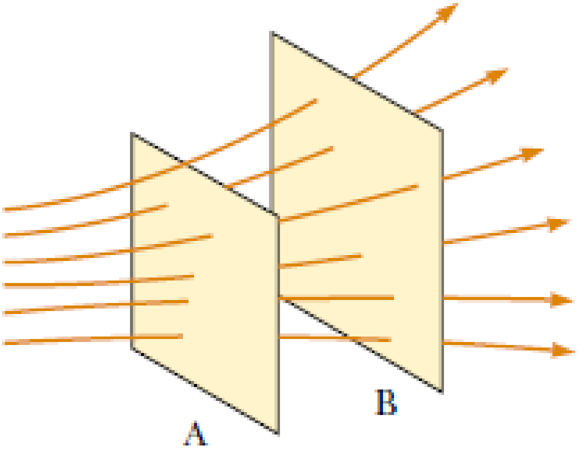
ELEKTRİK ALAN ÇİZGİLERİ

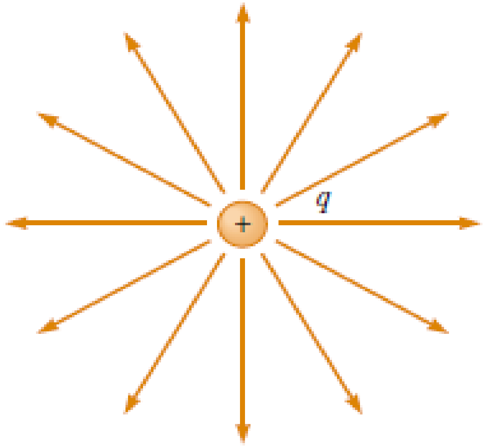
Elektrik alanını zihinde daha kolay canlandırmak için elektrik alan çizgileri kullanılır. Elektrik alan çizgileri, ilk kez 19. yy' da Michael Faraday tarafından elektrik alan vektörünü resmetmek için ortaya konmuştur. Elektrik alan çizgileri ile elektrik alan vektörü arasında şu ilişkiler vardır;

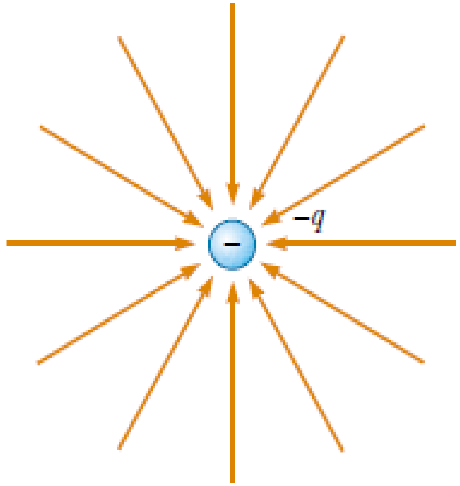
1) Herhangi bir P noktasında, elektrik alan vektörü $\vec{E}$, elektrik alan çizgisine teğettir.

2) Elektrik alan şiddeti, elektrik alan çizgilerinin yoğunluğu ile orantılıdır. Buna göre, alan çizgileri birbirlerine yakın olduğunda elektrik alanı büyük, uzak olduğunda küçüktür.

Yandaki şekilde gösterildiği gibi, *A* yüzeyinden geçen çizgi yoğunluğu, *B* yüzeyinden geçen çizgi yoğunluğundan daha büyüktür. Bu nedenle, *A* yüzeyindeki elektrik alanı, *B* yüzeyindeki alandan daha şiddetlidir. Üstelik çizgiler farklı noktalarda farklı doğrultularda olduklarından alan düzgün değildir.

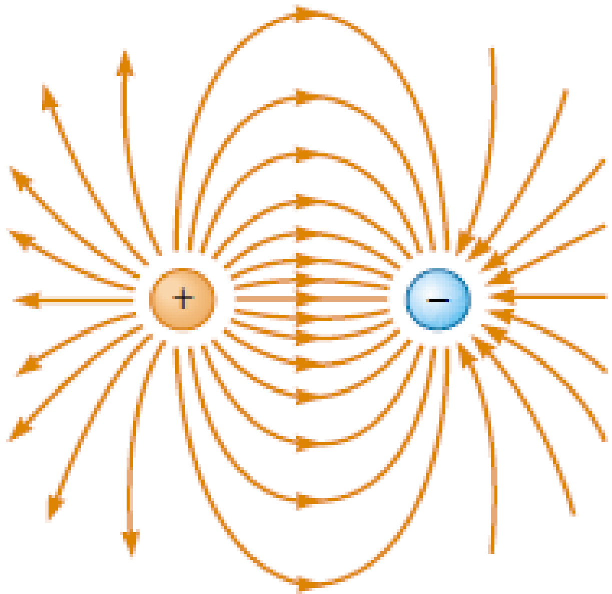


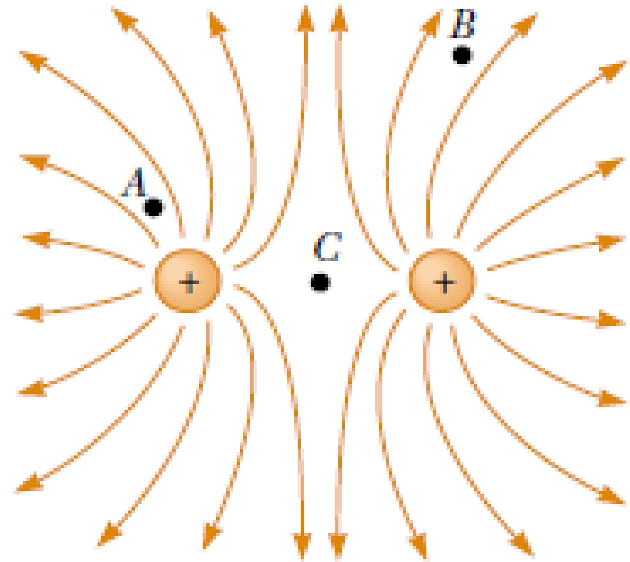


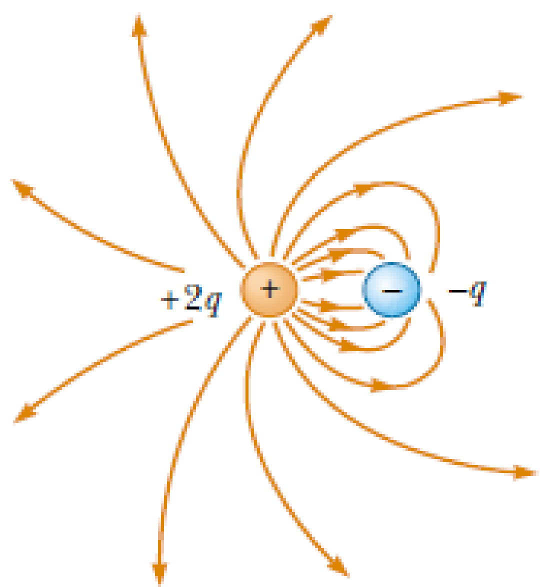


Elektrik alan çizgilerinin çizim kuralları şunlardır;

- Alan çizgileri bir artı yükten çıkıp bir eksi yükte son bulmalıdır.
- Bir artı yükten ayrılan veya bir eksi yüke ulaşan alan çizgilerinin sayısı yük miktarıyla orantılıdır.
- İki alan çizgisi asla birbirini kesmez.


+
−


A
B
C
+
+


+2q
+
−
−q

DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANINDA YÜKLÜ PARÇACIKLARIN HAREKETİ

q yüklü m kütleli bir parçacık düzgün bir $\vec{E}$ elektrik alanı içerisine konulduğunda yüke etkiyen kuvvet;

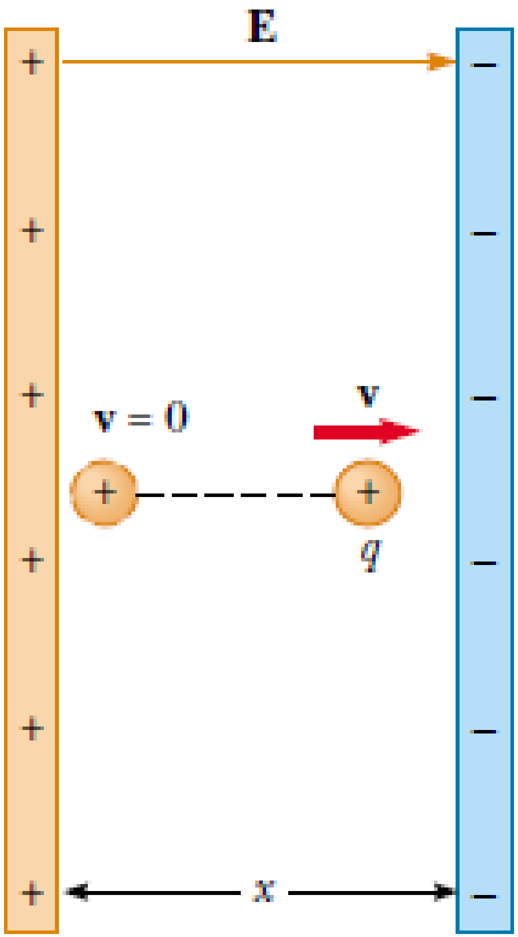
$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$$

olur. Buna göre parçacığın ivmesi de

$$\vec{a} = q\frac{\vec{E}}{m}$$

şeklindedir. Elektrik alanı düzgün yani doğrultu ve büyüklüğü sabitse ivme de sabit olur. Parçacığın yükü artı ise ivme elektrik alanıyla aynı, eksi ise zıt yönlüdür.

Örnek 23-10: Şekildeki gibi *x*-ekseni doğrultusunda olan düzgün bir elektrik alanında, *m* kütleli artı *q* nokta yükü, durgun halden serbest bırakılıyor. Hareketi anlatınız.



Çözüm 23-10:

$$\vec{a} = q\frac{\vec{E}}{m}$$

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$

$$v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$$

$x_i = 0$ ve $v_{xi} = 0$ alındığında denklemler;

$$x_s = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{qE}{2m}t^2$$

$$v_{xs} = a_x t = \frac{qE}{m}t$$

$$v_{xs}^2 = 2a_x x_s = \left(\frac{2qE}{m}\right)x_s$$

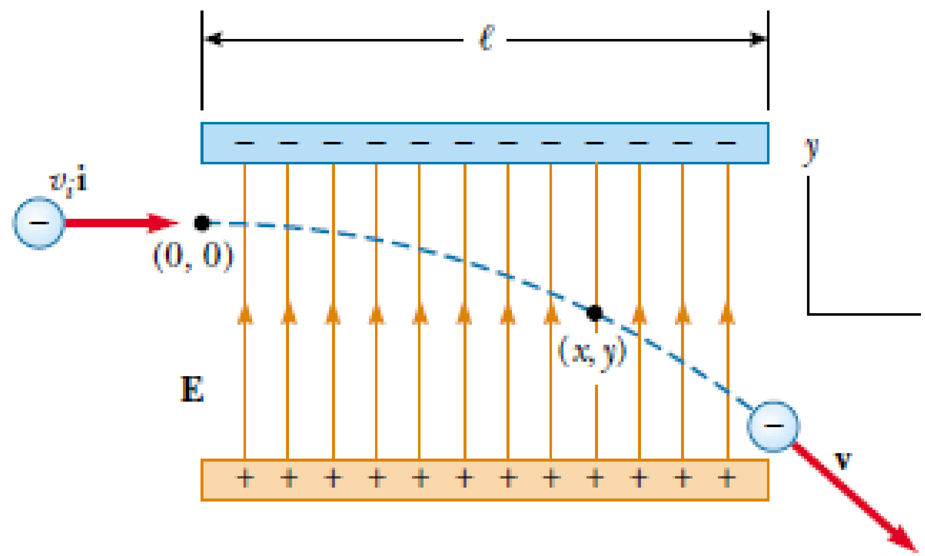
haline gelir. Parçacığın, bir miktar yol aldıktan sonraki kinetik enerjisi;

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2qE}{m}\right)x = qEx$$

Zıt işaret yüklü iki düz metal tabaka arasındaki bölgede elektrik alanı yaklaşık olarak düzgündür. Şekilde görüldüğü gibi, $-e$ yüklü bir elektronun bu alana $v_i\hat{\imath}$ ilk hızıyla yatay olarak fırlatıldığı düşünülecek olursa, şekildeki $\vec{E}$ elektrik artı y doğrultusunda olduğundan, elektronun ivmeside eksi y doğrultusunda olacaktır. Yani,

$$\vec{a} = -\frac{eE}{m}\hat{\jmath}$$

olur. İvme sabit olduğundan $v_{xi} = v_i$ ve $v_{yi} = 0$ olmak üzere, iki boyuttaki kinematik denklemleri uygulanabilir. Elektrik alanında, bir t süresi kadar kaldıktan sonra elektronun hız bileşenleri,



$$v_{xi} = v_i = sabit$$

$$v_y = a_y t = -\frac{eE}{m} t$$

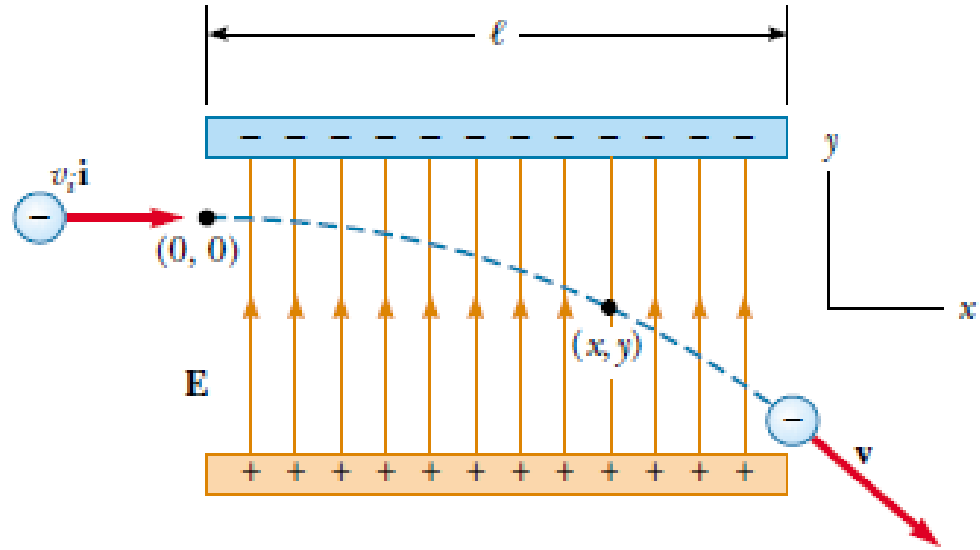
olur. Elektron, elektrik alanında t süresi kaldıktan sonra koordinatları

$$x = v_i t$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

şeklinde olur. Burada birinci denklemdeki $t = x/v_i$ değeri ikinci denklemde yerine konulursa y'nin x^2 ile orantılı olduğu görülür. Buna göre yörünge bir paraboldür.

Örnek 23-11: Şekildeki gibi, bir elektron, $v_i = 3 \times 10^6\ m/s$ ve $E = 200\ N/C$ olmak üzere, düzgün bir elektrik alanı bölgesine giriyor. Plakaların yatay eni $l = 0{,}100\ m$'dir.



a) Elektronun elektrik alanındaki ivmesini bulunuz.

b) Elektronun, elektrik alanı ne kadar sürede geçtiğini bulunuz.

c) Elektrik alanındayken elektronun *y* düşey yerdeğiştirmesi ne kadardır?

d) Elektronun, elektrik alanından ayrılış hızını bulunuz.

Çözüm 23-11:

a)

$$\vec{a} = -\frac{eE}{m}\hat{j} = -\frac{(1{,}60 \times 10^{-19})(200)}{(9{,}11 \times 10^{-31})}\hat{j}$$

$$\boldsymbol{\vec{a} = -3{,}51 \times 10^{13}\hat{j}\ m/s^2}$$

b)

$$t = \frac{l}{v_i} = \frac{0{,}100}{3{,}00 \times 10^6} = 3{,}33 \times 10^{-8}\ \boldsymbol{s}$$

c)

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}(-3{,}51 \times 10^{13})(3{,}33 \times 10^{-8})^2$$

$$\boldsymbol{y = -0{,}0195\ m = -1{,}95\ cm}$$

d) $v_{ys}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_s - y_i) = 0 + 2(-35{,}1 \times 10^{12})(-0{,}0195)$

$$v_{ys} = 1{,}17 \times 10^6 \ m/s$$

$$v_s = \sqrt{v_{ys}^2 + v_{xs}^2} = \sqrt{(1{,}17 \times 10^6)^2 + (3 \times 10^6)^2}$$

$$\boldsymbol{v_s} = 3{,}22 \times 10^6 \ \boldsymbol{m/s}$$

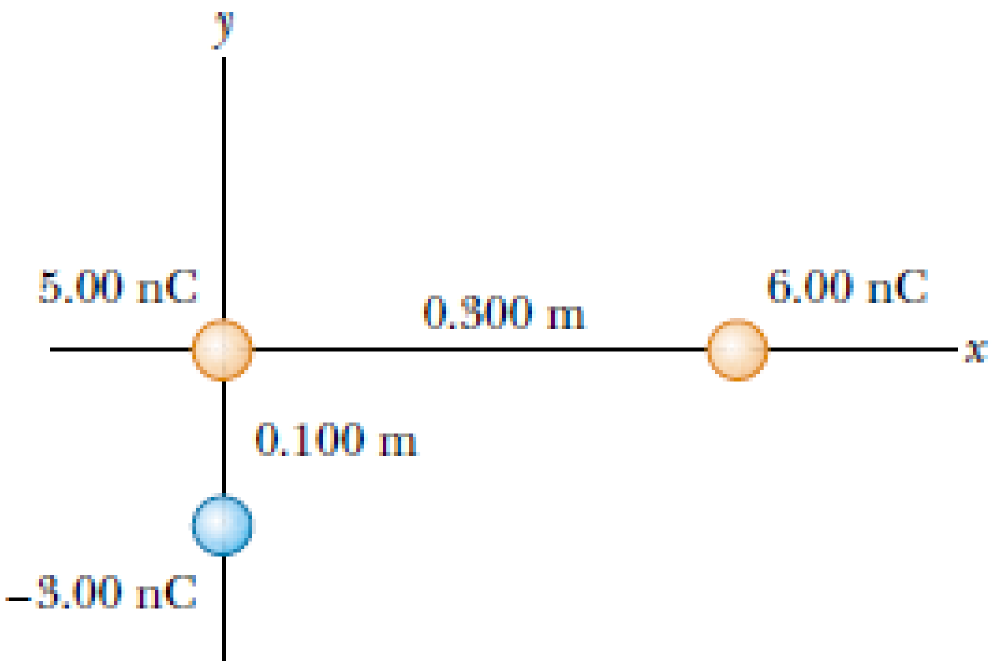
Bölüm Sonu Problemleri

23.Ünite Problemler

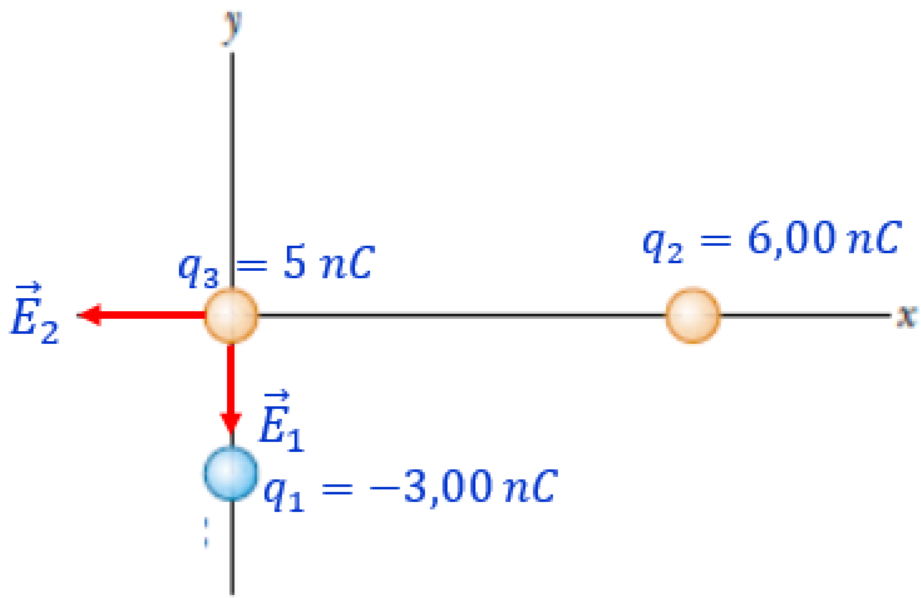
Problem 16: Üç nokta yük şekildeki gibi düzenlenmişlerdir.

a) 6 *nC* ve -3 *nC* yüklerinin birlikte başlangıç noktasında oluşturdukları elektrik alan vektörünü bulunuz.

b) 5 *nC* yüküne etki eden vektör kuvvetini bulunuz.



Çözüm 16:



a) $$\vec{E}_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2}(-\hat{j}) = \frac{(9\times10^{9})(3\times10^{-9})}{0.1^2} = -(2.7\times10^{3}\ \ N/C)\hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2}(-\hat{\imath}) = \frac{(9\times10^{9})(6\times10^{-9})}{0.3^2} = -(5.99\times10^{2}\ \ N/C)\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_{net} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -(5.99\times10^{2}\ \ N/C)\hat{\imath} - (2.7\times10^{3}\ \ N/C)\hat{j}$$

b)

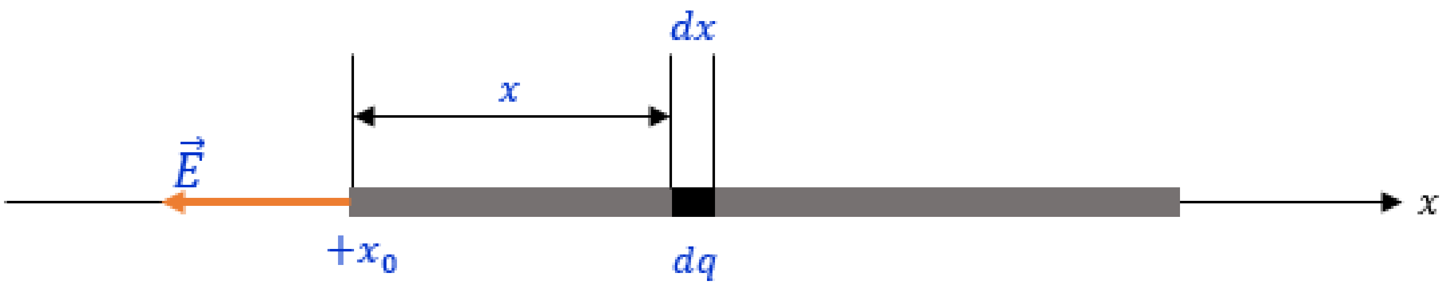
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{F} = (5 \times 10^{9}\ C)(-(5.99 \times 10^{2}\ \ N/C)\hat{\imath} - (2.7 \times 10^{3}\ \ N/C)\hat{\jmath})$$

$$\boldsymbol{\vec{F}} = (-3\boldsymbol{\hat{\imath}} - 13.5\boldsymbol{\hat{\jmath}})\ \boldsymbol{\mu N}$$

Problem 26: Çizgisel bir yük, $x = +x_0$ dan artı sonsuza kadar uzanmaktadır. Çizgisel yük yoğunluğu $\mu = \lambda_0 x_0 / x$ ise, başlangıç noktasındaki elektrik alanını bulunuz.

Çözüm 26:



$$E = \int dE = k \int_{x_0}^{\infty} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad ; \quad dq = \mu dx$$

$$E = -k\lambda_0 x_0 \int_{x_0}^{\infty} \left[\frac{dx}{x^3}\right] \hat{\imath} = -k\lambda_0 x_0 \left[-\frac{1}{2x^2}\right]_{x_0}^{\infty} \Rightarrow \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\boldsymbol{k\lambda_0}}{\boldsymbol{2x_0}} \hat{\boldsymbol{\imath}}$$

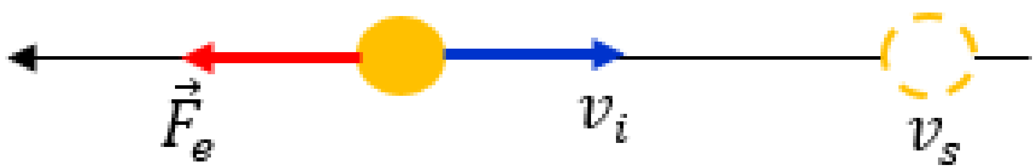
Problem 42: Bir proton $\vec{E} = -6 \times 10^5 \hat{\imath}\ N/C$ luk düzgün bir elektrik alan bölgesine artı x doğrultusunda fırlatılıyor. Proton duruncaya dek 7 cm gidiyor.

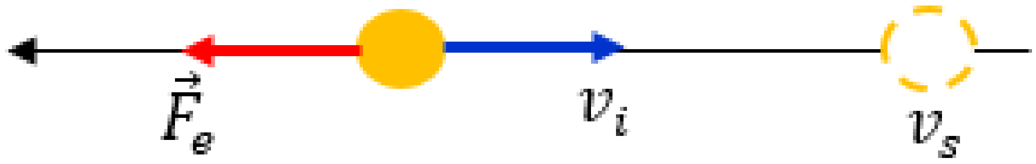
a) protonun ivmesini

b) ilk hızını ve

c) proton duruncaya kadar geçen süreyi bulunuz.

Çözüm 42:





a) $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = -\frac{(1.6 \times 10^{-19})(6 \times 10^{5})}{(1.67 \times 10^{-27})}\hat{\imath} = -5.76 \times 10^{13}\ \hat{\boldsymbol{\imath}}\ \boldsymbol{m/s}^2$

b) $v_s^2 = v_i^2 + 2a(x - x_i)$ ise $\boldsymbol{v_i = 2.84 \times 10^{6}\hat{\imath}\ m/s}$

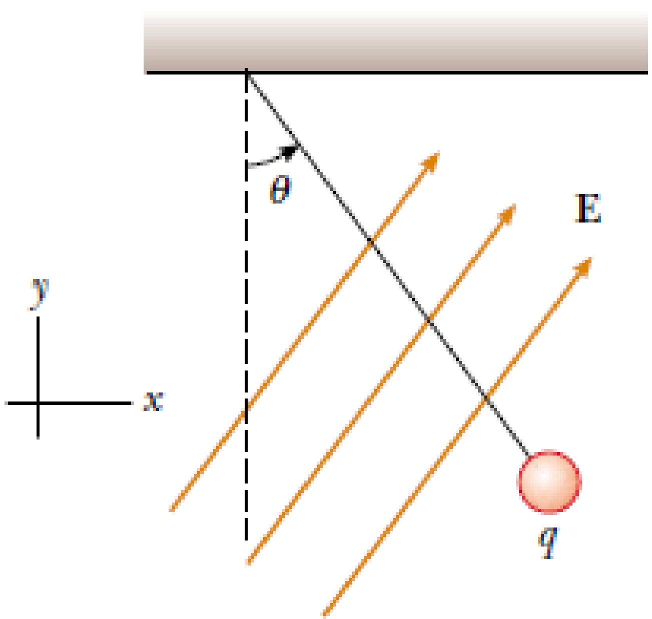
c) $v_s = v_i + at$ ise $0 = 2.84 \times 10^{6} + (-5.76 \times 10^{13})t$

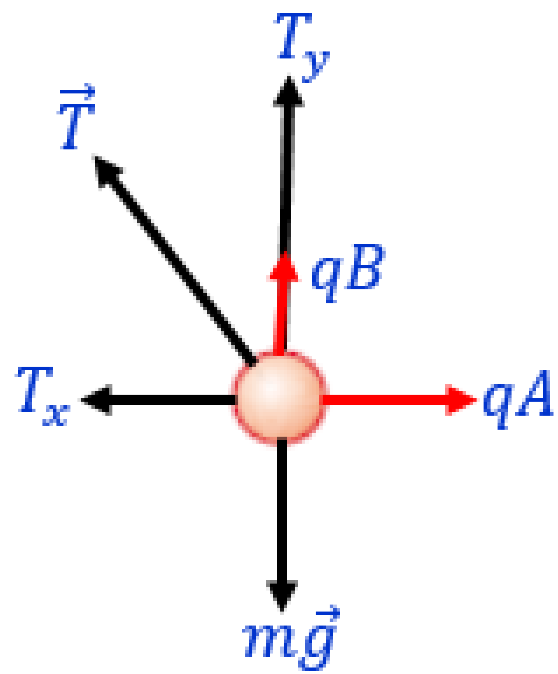
$$\boldsymbol{t = 4.93 \times 10^{-8}\ s}$$

Problem 54: Şekildeki gibi m kütleli yüklü bir mantar top ince bir iplikle düzgün bir elektrik alanında asılıdır. A ve B artı sayılar olmak üzere $\vec{E} = (A\hat{\imath} + B\hat{\jmath})\ N/C$ olduğunda top θ açısında dengededir.

a) Toptaki yükü ve

b) İplikteki gerilmeyi bulunuz.





Çözüm 54:

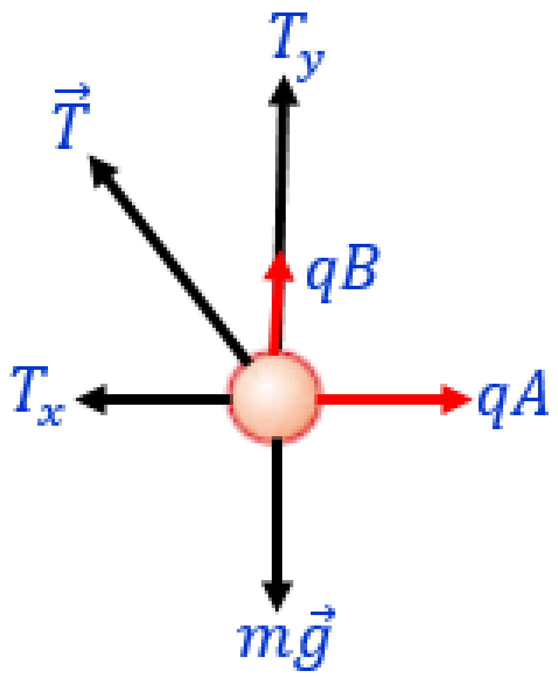
a)

$$\sum F_x = qE_x - T\sin\theta = 0$$

$$T = \frac{qE_x}{\sin\theta} = \frac{qA}{\sin\theta}$$

$$\sum F_y = qE_y + T\cos\theta - mg = 0$$

$$qB + T\cos\theta = mg$$



yazılabilir. Birinci denklem ikinci denklemde yerine konursa,

$$\boldsymbol{q = \frac{mg}{(A\cot\theta + B)}}$$ olur.

b) Yük $\sum F_x$ den bulunan denklemde yerine konursa,

$$T = \frac{mg}{(A\cot\theta + B)}\left(\frac{A}{\sin\theta}\right) = \boldsymbol{\frac{mgA}{(A\cos\theta + B\sin\theta)}}$$

bulunur.

Temizlik **M**esafe **M**aske

Sağlıklı ve Başarı Dileriz...