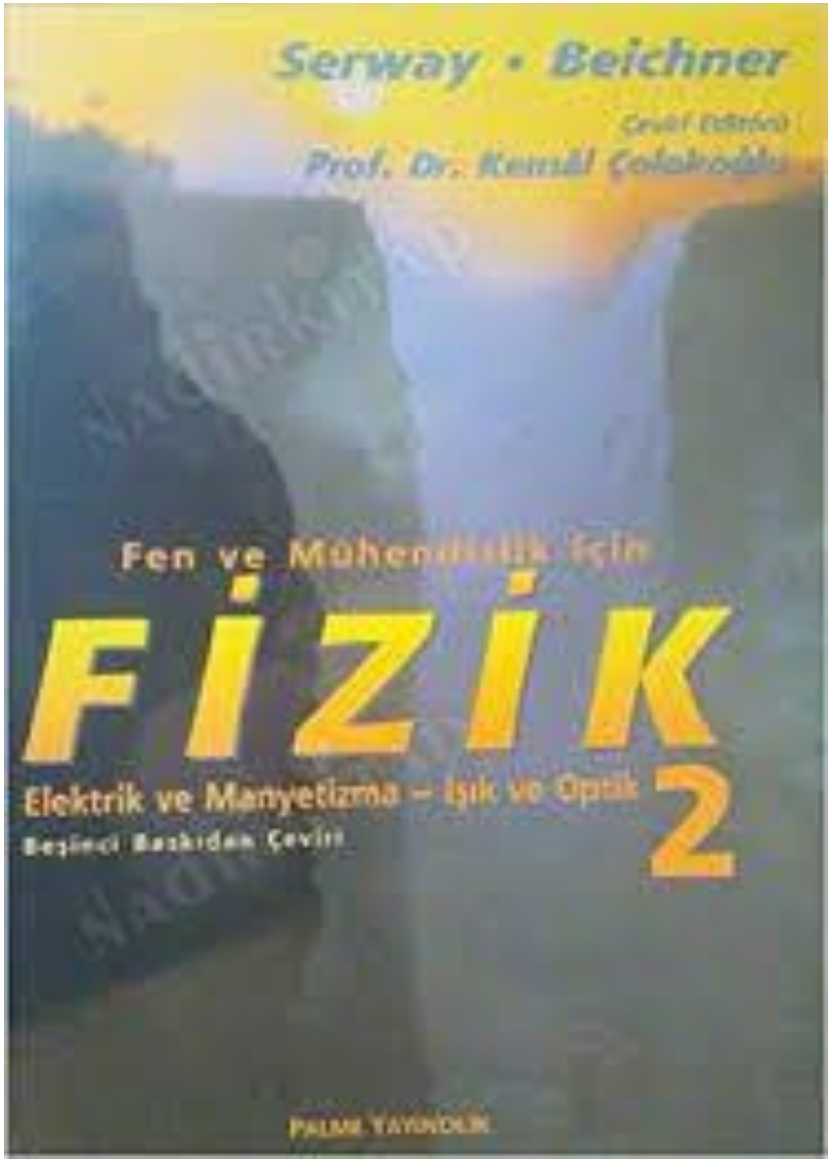



Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-I dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.

@PauFizik

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
1992
FİZİK BÖLÜMÜ

[https://www.pau.edu.tr/fizik](https://www.pau.edu.tr/fizik)

# BÖLÜM-26

## SIĞA ve DİELEKTRİKLER

Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- **Sığa'nın Tanımı**
- **Sığa'nın Hesaplanması**
- **Kondansatörlerin Bağlanması**
- **Yüklü Kondansatörde Depolanan Enerji**
- **Dielektrikli Kondansatörler**

**Kullanım :**

## Kondansatörlerin bazı uygulamaları

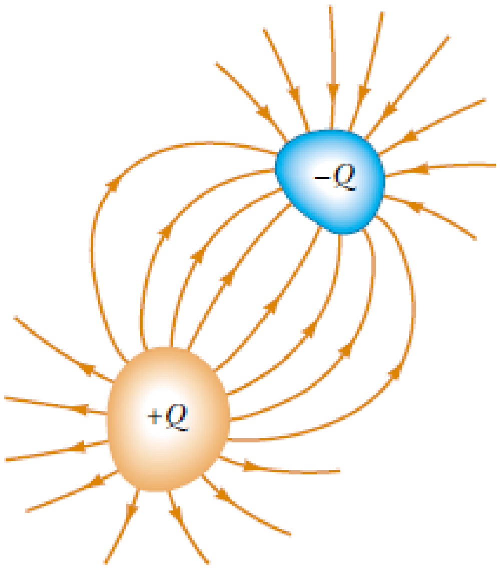
Kondansatörler elektrik potansiyel enerji depo ederler ve elektronik devrelerde yaygın bir şekilde kullanılır.

Kondansatörler bir çok uygulamada kullanılır:

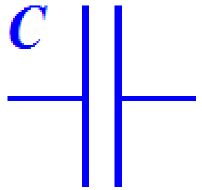
- Bilgisayar hafızaları
- Radyo kanal ayarı ile TV alıcı ve vericilerinde
- Foto-flaş ünitelerinin kullanımında

# SIĞANIN TANIMI

Biri +Q ve diğeri –Q yüküne sahip, aralarında hava ya da boşluk bulunan iki izole iletkenden oluşan sisteme «kondansatör (kapasitör)» denir.




**Elektrik devrelerindeki sembolik gösterimi :**
İletken plakaları temsil eden paralel iki çizgidir.
**Bir kondansatörün yükü:**
Plakalardaki yükün mutlak değeridir.




Şekilde görüldüğü gibi; plakalardaki yükten dolayı kondansatörü çevreleyen uzayda bir elektrik alan oluşur.
Pozitif ve negatif yüklü plakaların potansiyelleri:

$$V_+ \ ve \ V_-$$

- ✓ İletken plakalar arasındaki yükler yüzünden $\Delta V = V_+ - V_-$ kadar bir potansiyel farkı meydana gelir.

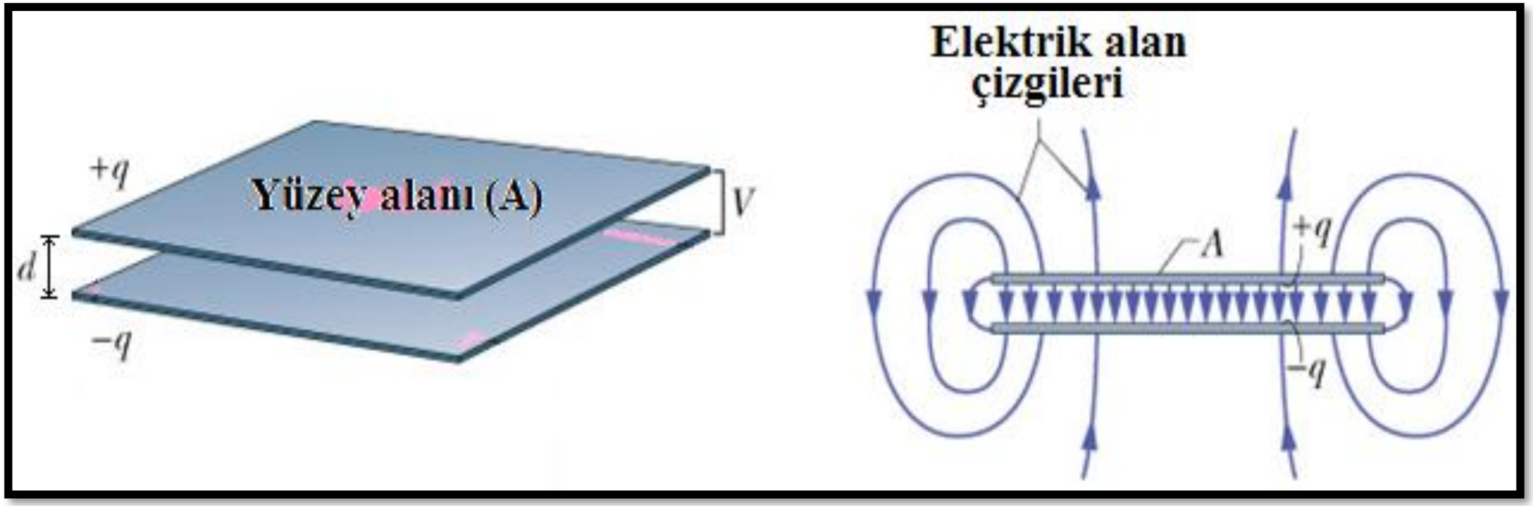
- ✓ Bir kondansatörün yükü (Q) ∝ plakalar arasındaki potansiyel farkı ($\Delta V$)

- ✓ Orantı sabiti de kondansatörün sığasını (C) verir.

- ✓ Sığa (C): iletkenlerden biri üzerindeki yükün büyüklüğünün, bunlar arasındaki potansiyel farkının büyüklüğüne oranı olarak tanımlanır.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \left[\frac{Coulomb\ (C)}{Volt\ (V)} \equiv Farad(F)\right]$$

# Paralel Plakalı Kondansatör




Plakalarının yüzey alanı *A* ve aralarında *d* mesafesi bulunan iki paralel plakadan oluşan sisteme "**paralel plakalı kondansatör**" denir.

Plakaların boyutları, plakalar arası mesafeye göre çok büyüktür.
Bu nedenle, plakalar arasındaki bölgede elektrik alan düzgün, kenar kısımlarına yakın bölgelerde ise düzgün değildir.

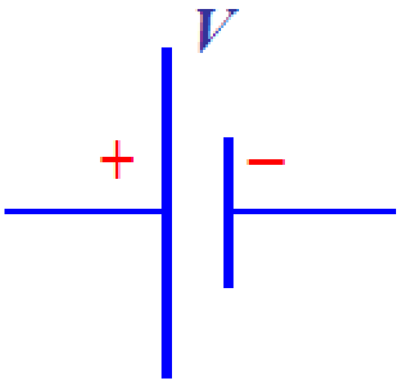
Plakaların dışındaki bölgelerde elektrik alan "**sıfır**" dır.

## Bataryalar

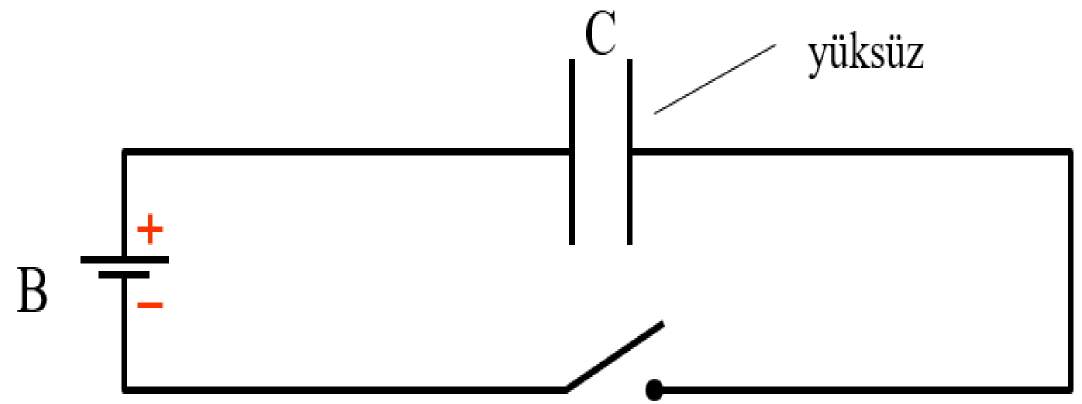
İki ucu arasında sabit bir potansiyel fark oluşturan ve bunu sürekli kılan cihazlara “**batarya**” diyoruz.

Elektrik devrelerinde biri uzun diğeri kısa iki paralel çizgi ile sembolize edilirler.

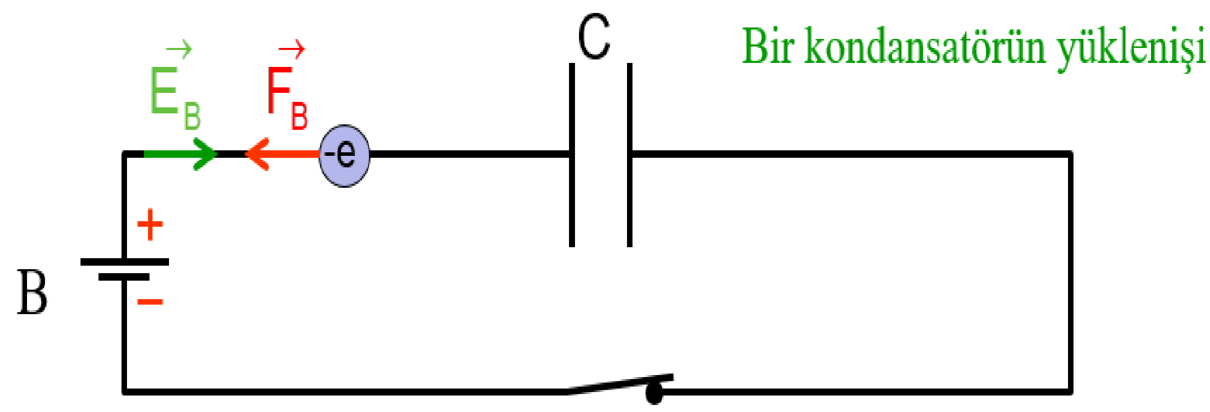
Uzun çizgi potansiyelin pozitif olduğu ucu, kısa çizgi de potansiyelin negatif olduğu ucu gösterir.



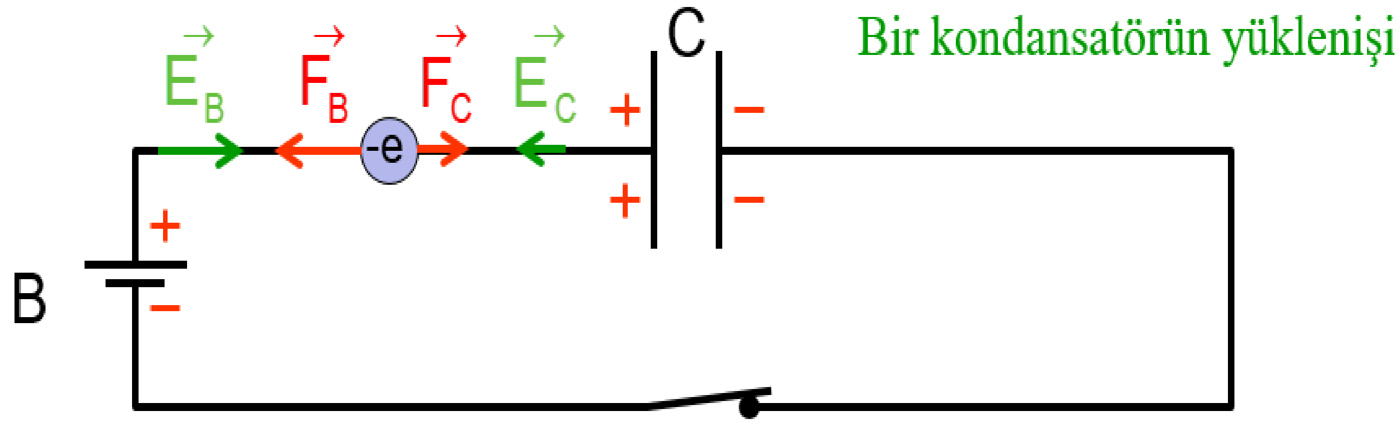
# Bir Kondansatörün Yüklenmesi




Başlangıçta

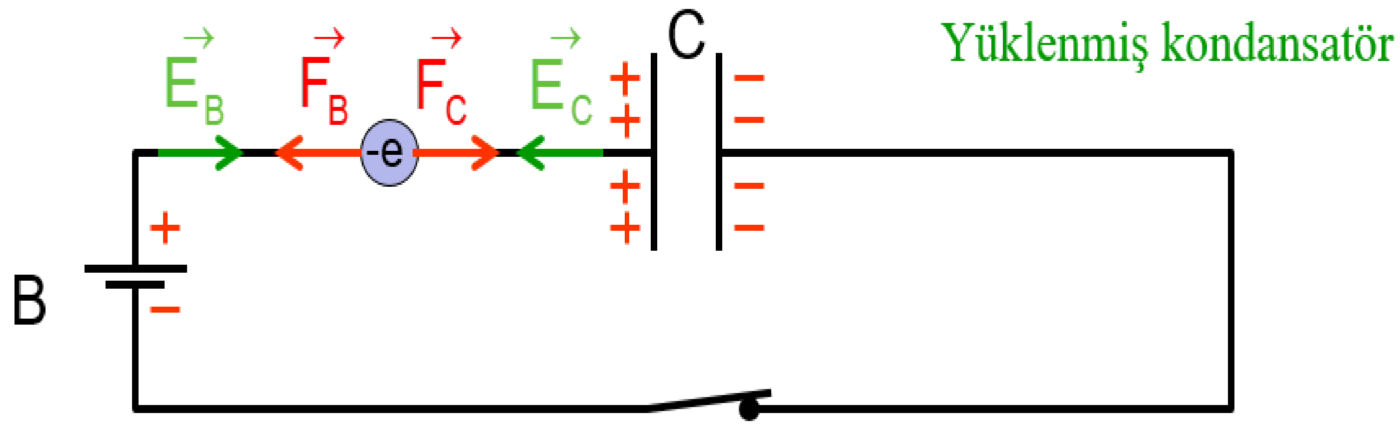



Anahtar kapatıldıktan hemen sonra, elektronlar akmaya başlar kaynağın elektrik alanı sebebiyle.



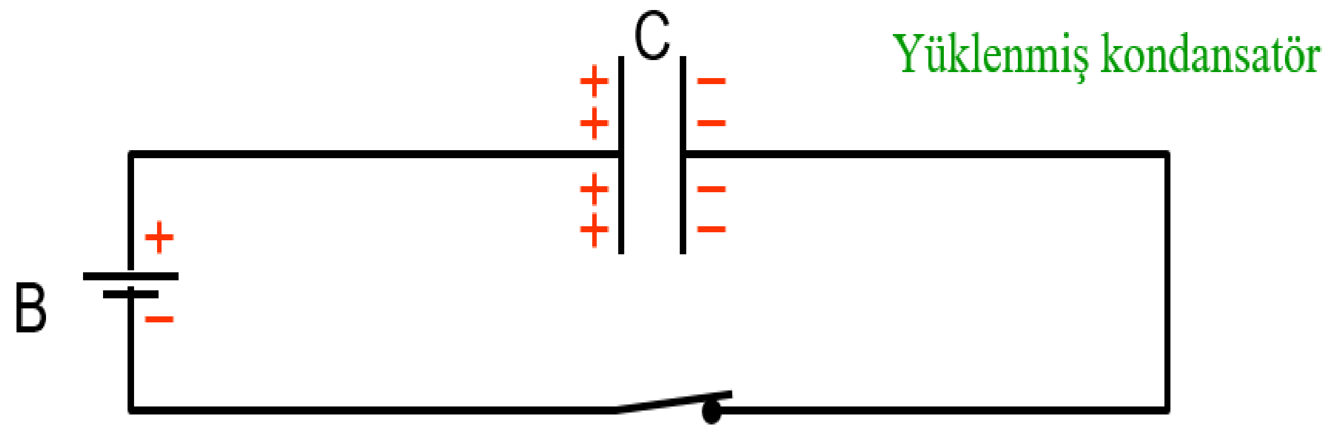

Bir süre sonra, elektronlar akmaya devam eder.

Levhaların uçları arasındaki potansiyel farkın ve alanın artması sebebiyle.

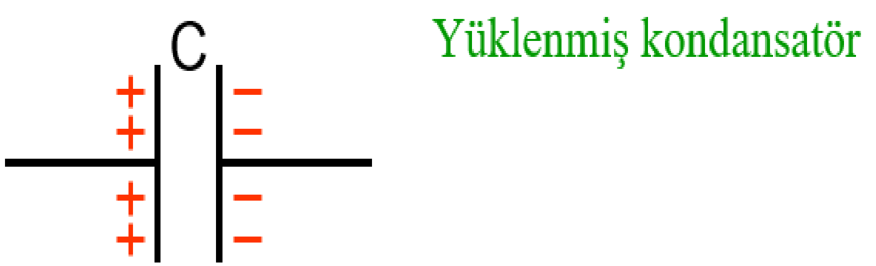



Çok uzun bir süre sonra, kondansatör tamamen dolar.

Kaynak ve kondansatörün elektrik alanları birbirine eşit olduğunda elektron akışı durur.

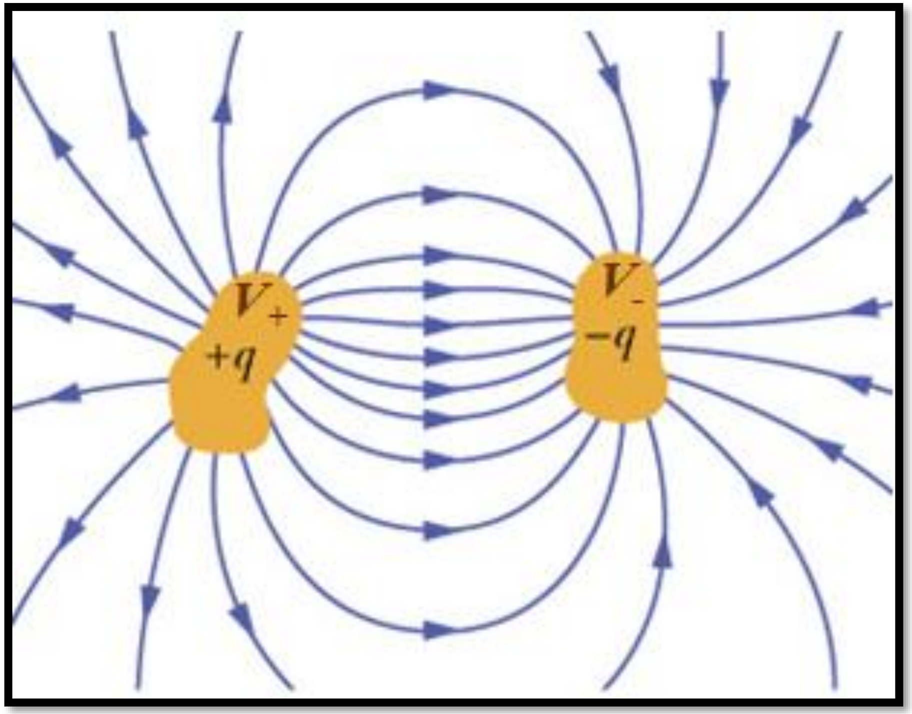



Çok uzun bir süre sonra, kondansatör tamamıyla yüklenir.




Kaynak bağlantısı kesilirse, yük kondansatör üzerinde kalır.

# SIĞANIN HESAPLANMASI




Bir kondansatörün sığası;

- plakalarının boyutlarına, şekline ve birbirlerine göre konumlarına,
- özetle geometrisine bağlıdır.

## Sığa Hesabında İzlenen Yol

Plakaların +Q ve –Q yüklü oldukları varsayılır.

↓

Plakalar arasındaki bölgede elektrik alan Gauss yasasından bulunur.

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}.d\vec{A} = q_{iç}$$

↓

Plakalar arasındaki potansiyel fark; $\Delta V = -\int_1^2 \vec{E}.d\vec{l}$ eşitliği kullanılarak hesaplanır.

↓

Hesaplanan potansiyel fark, $C = \frac{Q}{\Delta V}$ eşitliğinde yerine koyulur ve sığa bulunur.

Yarıçapı *R* ve üzerindeki yükü *Q* olan yalıtılmış iletken bir kürenin sığasını hesaplayalım.

**İkinci iletkeni, aynı merkezli sonsuz yarıçaplı içi boş bir küre olarak alalım.**

*R* yarıçaplı kürenin elektrik potansiyeli basitçe *kQ / R* olduğundan (sonsuzda *V = 0*) bu kürenin sığası;

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e\, Q/R} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Bu ifade, yalıtılmış, yüklü bir kürenin sığasının, küre üzerindeki yük ve potansiyel farkından bağımsız, yalnızca kürenin yarıçapı ile orantılı olduğunu gösterir. Bir çift iletkenden oluşan kondansatörün sığası iletkenlerin geometrisine bağlıdır.

## Bir kondansatörün sığasını onun şeklinden hesaplayabiliriz.

Aşağıdaki yapıların sığasını bulacağız

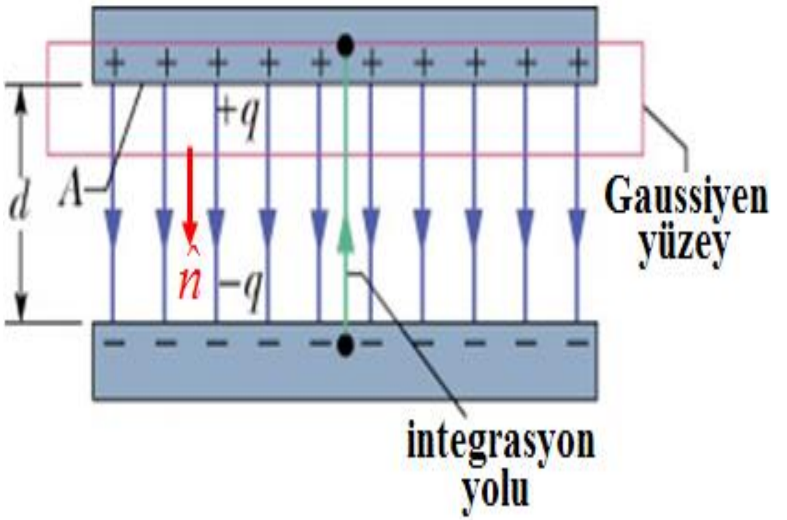
Paralel-levhalı kondansatör

Silindirik kondansatör

Küresel kondansatör

# Paralel Plakalı Kondansatörün Sığası

Şekildeki plakaların yüzey alanı A ve aralarındaki mesafe d olsun. Üstteki plakanın yükü +q, alttaki plakanın yükü –q' dur.




Plaka ile aynı kesit alanına sahip ve plakayı ortasına alan dikdörtgen prizma şeklinde bir kapalı Gauss yüzeyi seçelim.

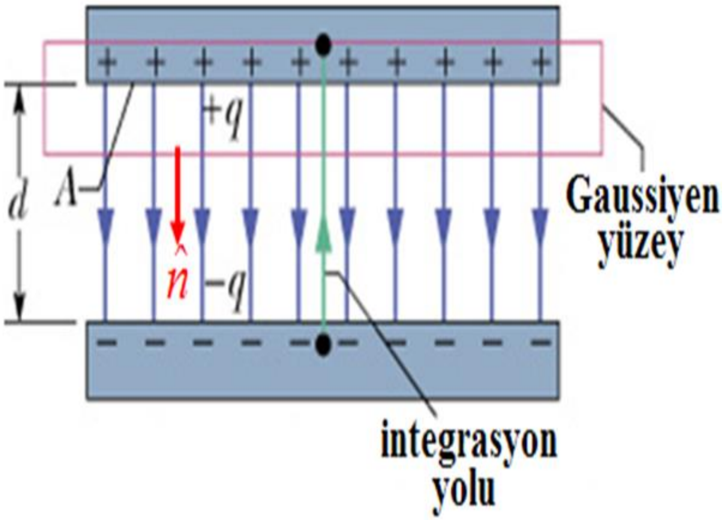
$$\boxed{\Phi = \oint \vec{E}.d\vec{A} = q_{iç}/\varepsilon_0}$$

Gauss yasasını uygularsak, plakalar arasındaki bölgedeki elektrik alanı:

$$\Phi = EA\cos 0 = EA = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{A\epsilon_0}$$

bulunur. Buradan da, iki plaka arasındaki potansiyel fark için,

$$V = -\int_{-}^{+} \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{l}$$




$$V = -\int_{-}^{+} E\, dl \cos 180^0 = E \int_{-}^{+} dl = Ed = \frac{qd}{A\epsilon_0}$$

bağıntısı elde edilir. Dolayısıyla, paralel plakalı bir kondansatörün sığası:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{q\, d/A\, \epsilon_0} = \frac{A\epsilon_0}{d} \text{ olur.}$$

**Örnek:** Plakaları arası hava dolu olan paralel plakalı bir kondansatörün plakalarının alanı 7.6 $cm^2$' dir ve aralarında 1.25 mm' lik mesafe vardır. Plakalar arasındaki potansiyel fark 20 V ise;

a) Plakalar arası bölgedeki elektrik alanını bulunuz.

**Çözüm☺ :**

***Veriler:***

**V= 20 Volt**

**d=1.25 mm=** $\mathbf{1.25x10^{-3}m}$

**A=** $\mathbf{7.6\ cm^2 = 7.6x10^{-4}m^2}$

$$V = Ed \quad \Rightarrow \quad E = \frac{V}{d} = \frac{20}{1.25 \times 10^{-3}} = \boxed{16 \times 10^{3}\ V/m}$$

b) Plakalardaki yüzey yük yoğunluğunu

$$E = \frac{q}{A\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \sigma = E\epsilon_0 = (16 \times 10^3).(8.85 \times 10^{-12})$$

$$\boxed{\sigma = 1.416 \times 10^{-7}\ C/m^2}$$

c) Kondansatörün sığasını ve plakalardaki yük miktarını bulunuz.

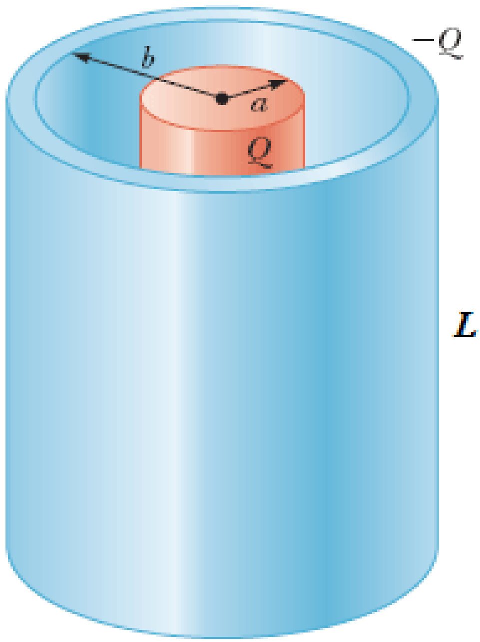
$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} = \frac{(7.6 \times 10^{-4})(8.85 \times 10^{-12})}{(1.25 \times 10^{-3})} = \boxed{5.381 \times 10^{-12}\ F}$$

$$C = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad Q = CV = (5.381 \times 10^{-12})(20)$$

$$\boxed{Q = 107.62 \times 10^{-12}\ C}$$

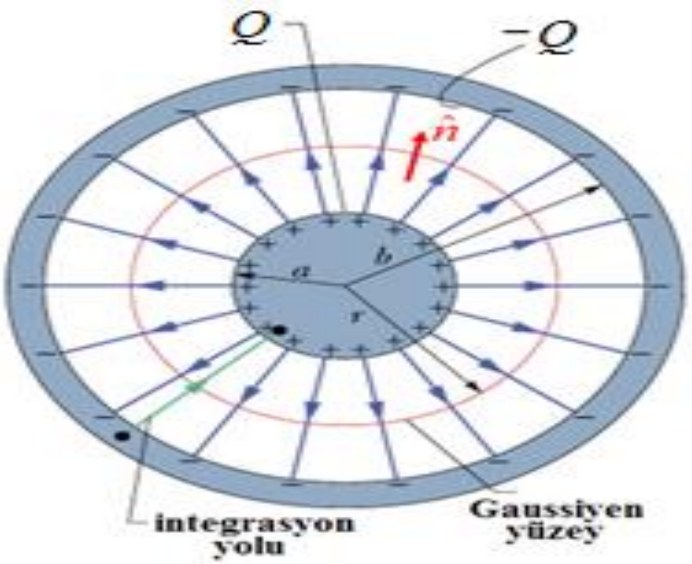
# Örnek 26-2: Silindirik Kondansatör

Dolu bir silindirik iletkenin yarıçapı a ve yükü +Q dur. Aynı eksenli, daha büyük ve ihmal edilebilecek kalınlıkta silindirik bir kabuğun yarıçapı b>a ve yükü -Q’ dur. Şekildeki gibi L uzunluklu bu silindirik kondansatörün sığasını bulunuz.

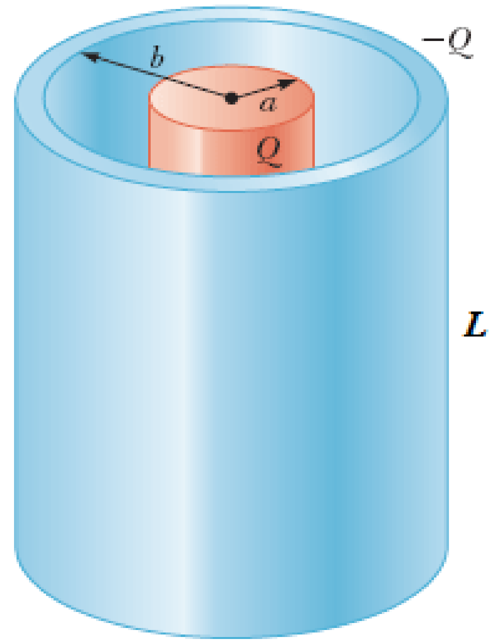



**Çözüm ☺ :**

Silindirik kondansatörün kesit görünümü.
Kesitteki kırmızı çizgi: r yarıçaplı ve L uzunluklu silindirik Gauss yüzeyini temsil eder.



# Örnek 26-2: Silindirik Kondansatör

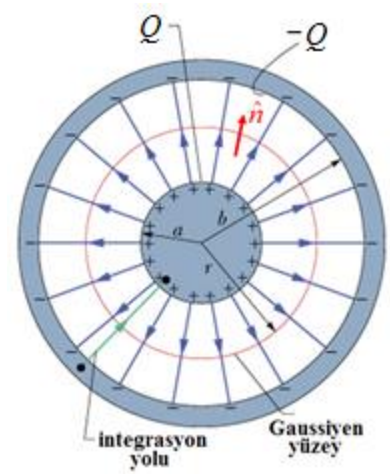



Aynı L uzunluğuna sahip, a ve b yarıçaplı eş-eksenli iki silindirik kabuktan oluşan sisteme ‘silindirik kondansatör’ diyoruz.
Silindirlerin boyu yarıçapların yanında çok büyüktür.
Silindirlerle aynı uzaklığa sahip, r (a< r <b) yarıçaplı silindirik bir Gauss yüzeyi ile ara bölgedeki EA bulunabilir:

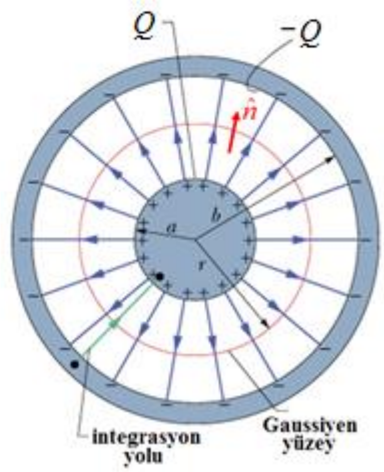
$$\boxed{\Phi = \oint \vec{E}.d\vec{A} = q_{iç}/\varepsilon_0}$$

$$\Phi = 2\pi r L E \cos 0 = 2\pi r L E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0}}$$



Bu durumda, içteki ve dıştaki silindirler arasındaki potansiyel fark:




$$V = -\int_{-}^{+} \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{l}$$

$$V = -\int_{b}^{a} Edl\cos 180^0 = -\int_{b}^{a} \boldsymbol{E}(-\boldsymbol{dr})\cos 180^0$$

$$V = -\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\int_{b}^{a}\frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln(b/a)$$

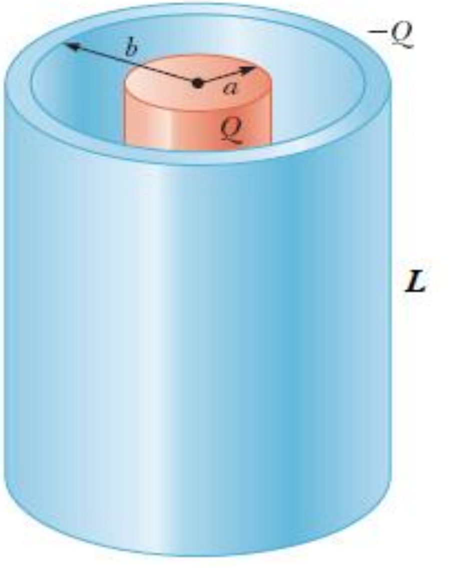
bulunur ve buradan da sığa: $C = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{\left(\frac{Q}{2\pi L\epsilon_0}\right)\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

$$\boxed{C = \frac{2\pi L\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ ya da } C = \frac{L}{2k_e\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ bulunur. } \left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)}$$

**Örnek :** Uzunluğu *50 m* olan koaksiyel bir kablonun iç iletkeninin yarıçapı 1.3 *mm* ve taşıdığı yük 8 $\mu C$' tur. Dış iletkeninin ise iç yarıçapı 3.8 *mm* ve yükü -8 $\mu C$' tur. İki iletkenin arasındaki bölgenin hava ile dolu olduğunu kabul ederek, kablonun kapasitansını ve iletkenlerin arasındaki potansiyel farkını bulunuz.

**Çözüm ☺ :**

Veriler:
L = 50m
a=1.3 mm  ve b =3.8 mm
$Q = 8\mu C = 8x10^{-6} C$

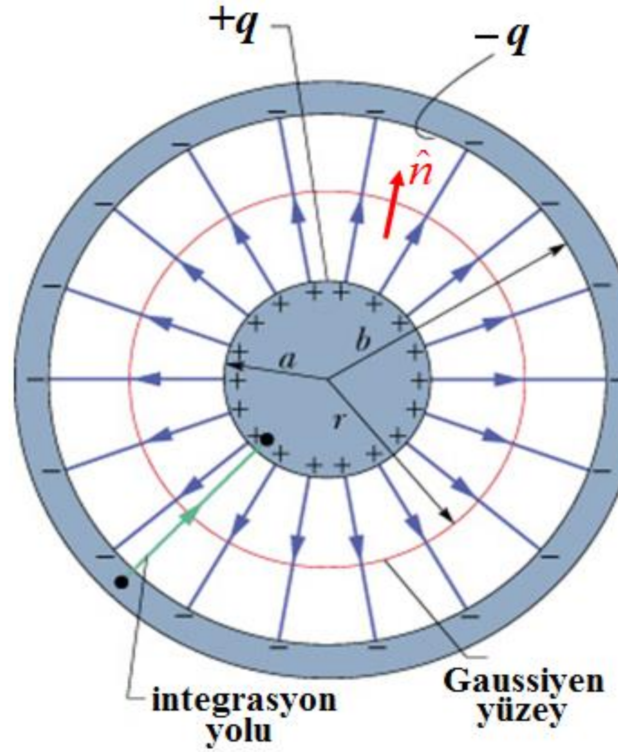



$$C = \frac{2\pi L \epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$C = \frac{2(3.14)(50)(8.85\times10^{-12})}{\ln\left(\frac{3.8}{1.3}\right)} = \boxed{2.591\times10^{-9}\ F}$$

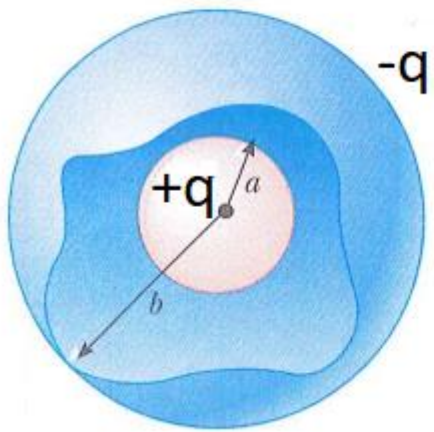
$$C = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{Q}{C} = \frac{8\times10^{-6}}{2.591\times10^{-9}} = \boxed{3.09\times10^{3}\ V}$$

# Örnek 26-3 :Küresel Kondansatör




Küresel bir kondansatör, -q yüklü b yarıçaplı küresel bir iletken ile aynı merkezli daha küçük a yarıçaplı +q yüklü bir küre ile oluşturuluyor.

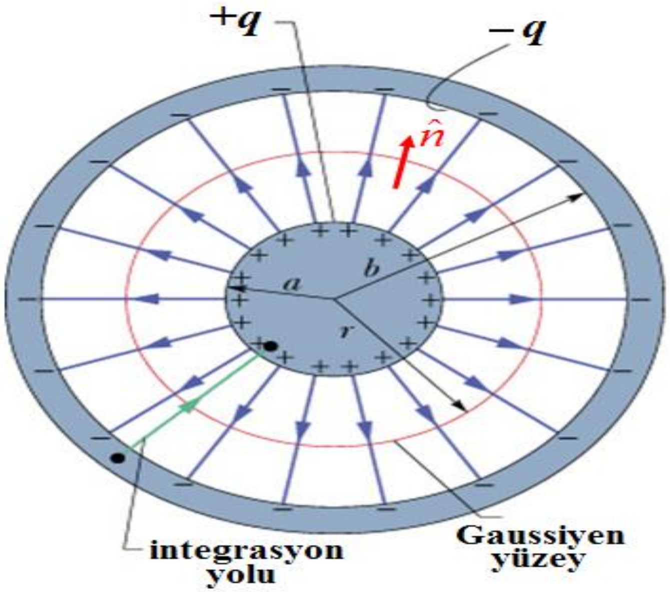
Bu küresel kondansatörün sığasını bulunuz.




İçteki küre pozitif yüklenmişse, küreler arasındaki elektrik alan, yarıçap doğrultusunda içeriden dışarıya doğrudur.

# Örnek 26-3 :Küresel Kondansatör

Yarıçapları $a$ ve $b$ olan eş-merkezli iki küresel kabuktan oluşan sisteme "**küresel kondansatör**" denir. ($a<r<b$) olacak şekilde küresel bir Gaussiyen yüzey seçerek, ara bölgedeki elektrik alanını bulabiliriz:




$$\boxed{\Phi = \oint \vec{E}.d\vec{A} = q_{iç}/\varepsilon_0}$$

$$\Phi = E4\pi r^2 \cos 0 = E4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Bu durumda, içteki ve dıştaki küreler arasındaki potansiyel fark:

$$V = -\int_{-}^{+} E\,dl \cos 180^0 = -\int_{-}^{+} E(-dr)\cos 180^0 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{b}^{a}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_b^a$$

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right] = kq\,\frac{(b-a)}{ab}$$

bulunur ve buradan da sığa:

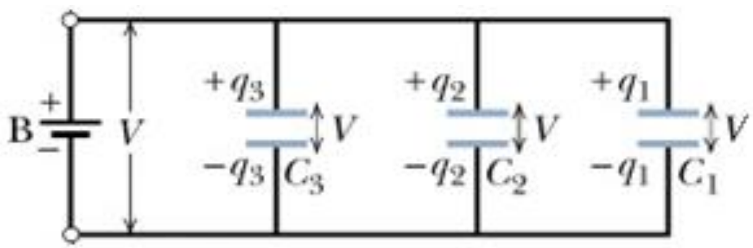
$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{kq\,\frac{(b-a)}{ab}} = \frac{ab}{k(b-a)}$$

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)}$$

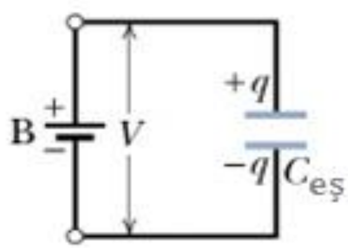
# KONDANSATÖRLERİN BAĞLANMASI

## Eşdeğer Kondansatör

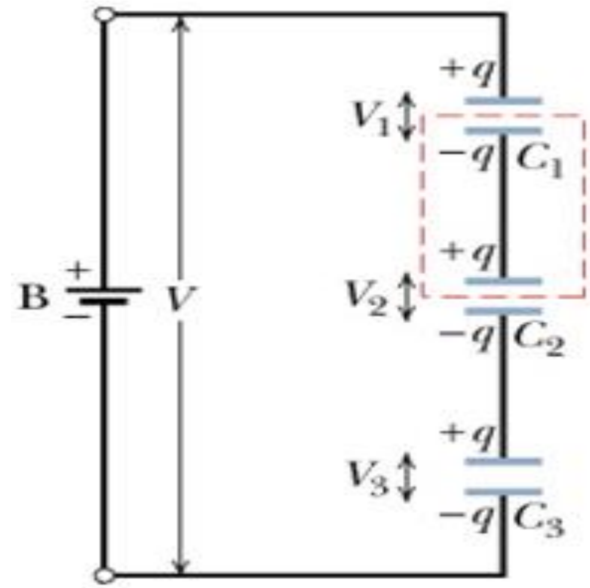
Şekildeki devrelerde, bir batarya ve üç farklı kapasitörden oluşmuş devre verilmiştir.
Amacımız, böyle devrelerde tüm kondansatörleri temsil edebilecek tek bir kondansatörün sığasının ($C_{eş}$) ne olması gerektiğini bulmaktır.



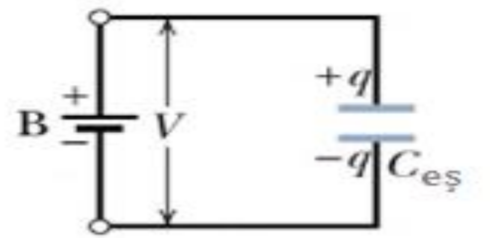
(a)



(b)

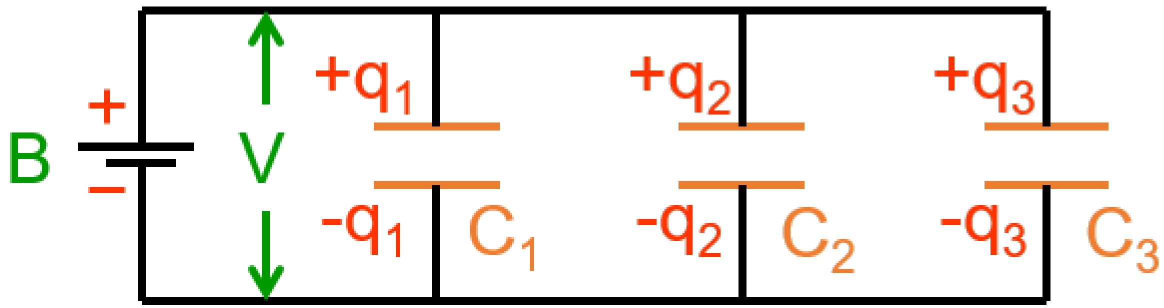


(a)



(b)

## Paralel Bağlı Kondansatörler




Her bir kondansatör uçları arasında, V potansiyel farka sahiptir.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

Kondansatörlerde depo edilen toplam yük q her bir kondansatörde depo edilen yüklerin toplamıdır.

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

Her üç kondansatörün plakaları arasında **aynı $V$ potansiyel farkı** vardır. Her biri üzerindeki yük sırasıyla $q_1 = C_1 V$; $q_2 = C_2 V$ ve $q_3 = C_3 V$ olacaktır. Bu durumda, batarya tarafından devreye sürülen toplam yük ve eşdeğer sığa:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

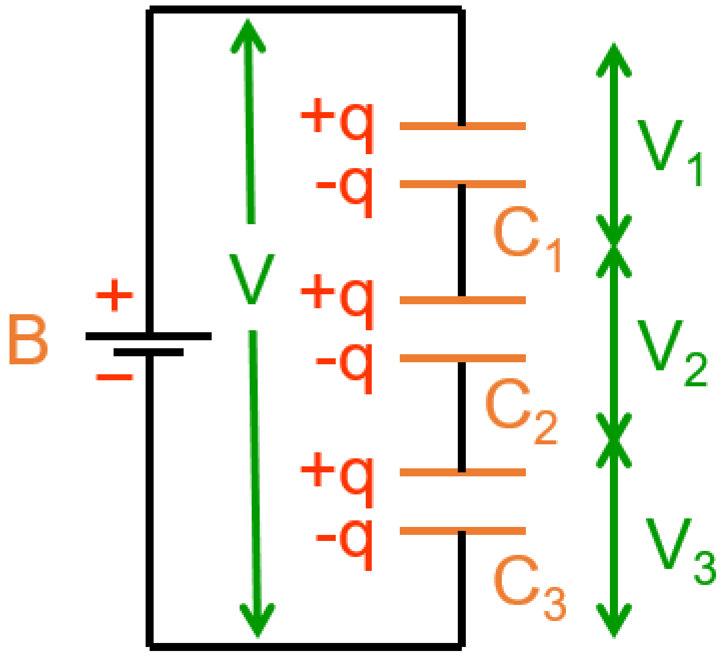
$$C_{eş} = \frac{q}{V} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3)V}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

bulunur. Özetle, birbirine paralel bağlı $n$ tane kondansatörden oluşan devrenin eşdeğer sığası:

$$\boxed{C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

bulunur.

## Seri Bağlı Kondansatörler




Bir koldaki her bir kondansatörün uçları arasındaki potansiyel farkların toplamı kolun uçları arasındaki V potansiyel farkına eşittir.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Bir koldaki kondansatörler özdeş q yüklerine sahiptir.

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

Aynı hat üzerinde oldukları için her üç kondansatör de **aynı *q* yüküne** sahip olacaktır. Böylece kondansatörlerin uçları arasındaki gerilimler, sırasıyla, $V_1 = q/C_1;\ V_2 = q/C_2\ ve\ V_3 = q/C_3$ olacaktır. Kombinasyonun iki ucu arasındaki toplam potansiyel fark ve eşdeğer sığa:

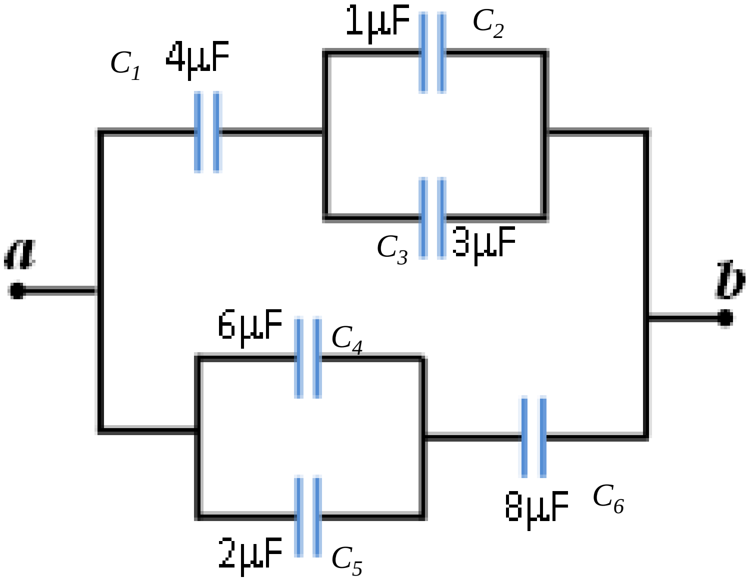
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$C_{eş} = \frac{q}{V} \;\Rightarrow\; C_{eş} = \frac{q}{q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)} \;\Rightarrow \frac{1}{C_{eş}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

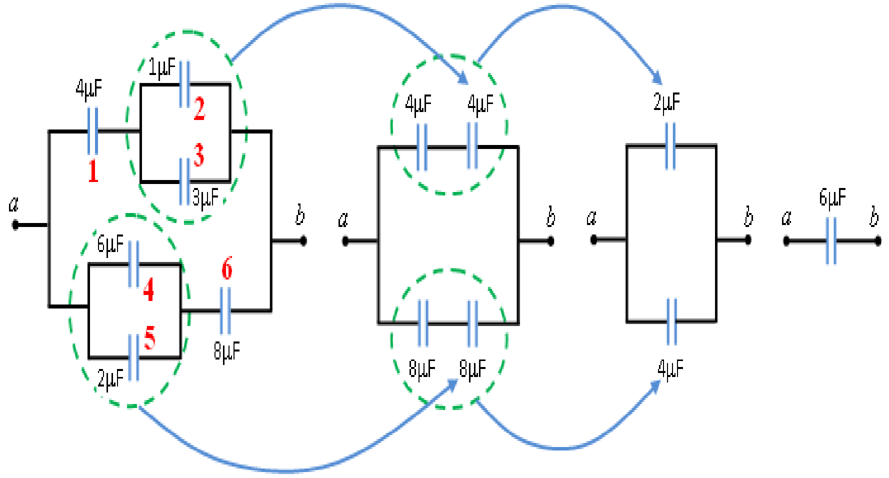
Özetle, birbirine seri bağlı n tane kondansatörden oluşan devrenin eşdeğer sığası:

$$\boxed{\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

**Örnek 26-4:** Şekilde görüldüğü gibi kondansatörlerden oluşan yandaki devrenin *a* ve *b* uçları arasındaki eşdeğer sığasını hesaplayınız.




**Çözüm ☺ :**



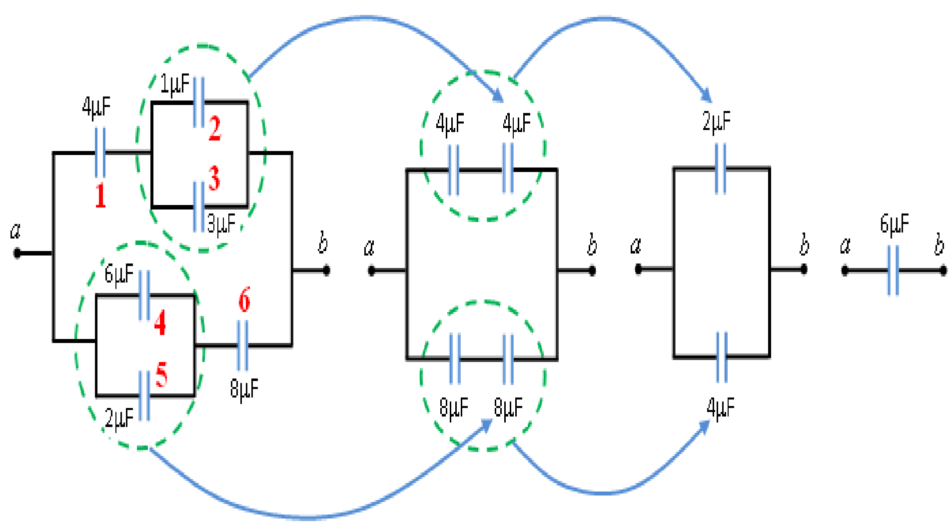

Bu devrede; $C_2$ ile $C_3$ paralel ve $C_{23} = C_2 + C_3 = 1 + 3 = 4\ \mu F$

$C_4$ ile $C_5$ paralel ve $C_{45} = C_4 + C_5 = 6 + 2 = 8\ \mu F$

$C_1$ ile $C_{23}$ seri ve $\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \; C_{123} = 2\ \mu F$

$C_6$ ile $C_{45}$ seri ve $\frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_{45}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \; C_{456} = 4\ \mu F$

$C_{123}$ ile $C_{456}$ paralel ve $\boxed{C_{eş} = C_{123} + C_{456} = 2 + 4 = 6\ \mu F}$

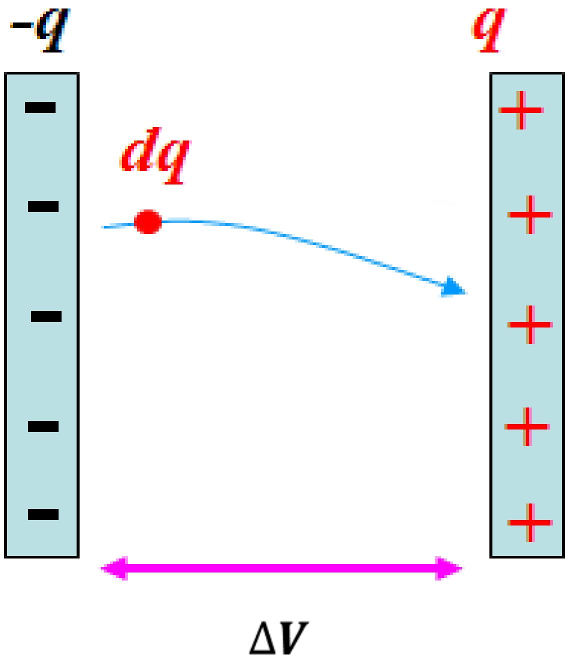


# YÜKLÜ KONDANSATÖRDE DEPOLANAN ENERJİ

## Elektrik Alanda Depolanan Enerji

**Sığası $C$ olan bir kondasatörü yüklemek için yapılması gereken iş ne kadardır?**

Bunu hesaplamanın yolu; plakaları arasındaki gerilimin $\Delta V$ ve yükünün de $q$ olduğu bir an düşünelim. Plakaların yükünü $dq$ kadar artırmak veya başka bir deyişle bir $dq$ yükünü bir plakadan diğer bir plakaya götürmek için yapılması gereken iş,



$$dW = dq\Delta V = \frac{q}{C}dq$$

ile verilir. Kondansatörü toplam $q$ yükü ile yüklemek için yapılması gereken toplam iş:

$$W = \int \Delta V\, dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{\boldsymbol{Q}^2}{2\boldsymbol{C}}$$

bulunur. Benzer yolla;

$$q = CV \quad \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{W = \frac{1}{2}CV^2} \text{ veya } \boldsymbol{W = \frac{1}{2}qV}}$$

yazılabilir.

**Kondansatörün yüklenmesinde yapılan bu iş, kondansatörde depolanan elektrostatik enerji anlamına gelir.**

$$\boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2}$$

Bu enerji, kondansatörün boşaltılmasıyla tekrar kazanılabilen bir enerjidir.

Paralel plakalı kondansatörde potansiyel farkı = V=Ed

Kondansatörün Sığası = $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ ise;

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{A\epsilon_0}{d}(E^2 d^2) = \frac{1}{2}(A\epsilon_0 d)E^2}$$

Plakalarının yüzey alanı A ve plakaları arasındaki mesafe d olan paralel plakalı bir kondansatörde depolanan enerji:

# Enerji Yoğunluğu

Yüklü bir kondansatörün potansiyel enerjisi o kondansatörün levhaları arasındaki elektrik alanda depo edilir.

Enerji yoğunluğu

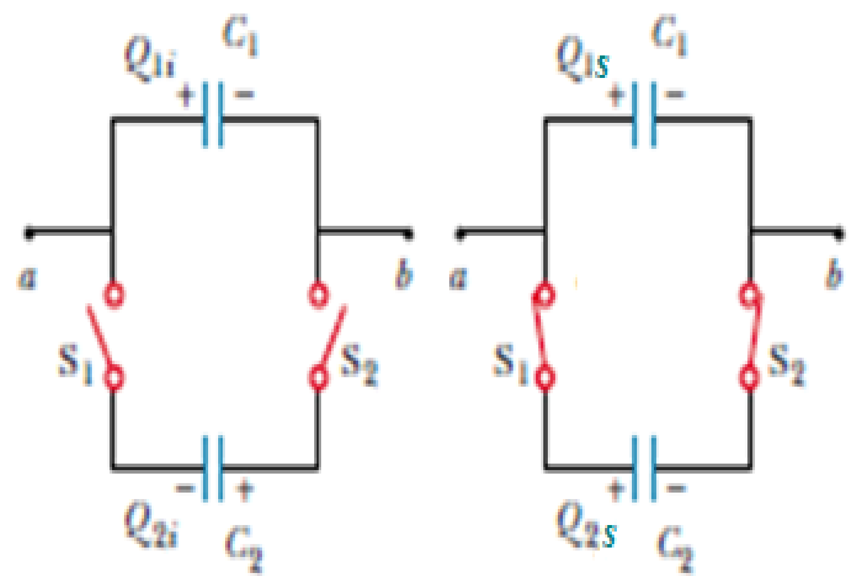
$$u = \frac{U}{\text{Hacim}}$$

Bir elektrik alan içinde birim hacimde depo edilen elektrik potansiyel enerji

Bir kondansatörün plakaları arasındaki **V** hacmi **Ad**, elektrik alan tarafından doldurulduğunda, birim hacimdeki enerji (enerji yoğunluğu = u),

$$u = \frac{U}{\text{Hacim}} = \frac{\frac{1}{2} C V^2}{A\, d} = \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_0 \frac{A}{d}) V^2}{A\, d} = \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_0 \frac{A}{d}) (Ed)^2}{A\, d} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

**Örnek 26-5:** Sığaları $C_1$ ve $C_2$ olan iki kondansatör ($C_1 > C_2$), zıt kutuplu ve plakaları arasında aynı $\Delta V_i$ gerilimi olacak şekilde dolduruluyor. Daha sonra bu kondansatörler bataryadan sökülerek yandaki devre kuruluyor ve her iki anahtar da ($S_1$ ve $S_2$) aynı anda kapatılıyor.



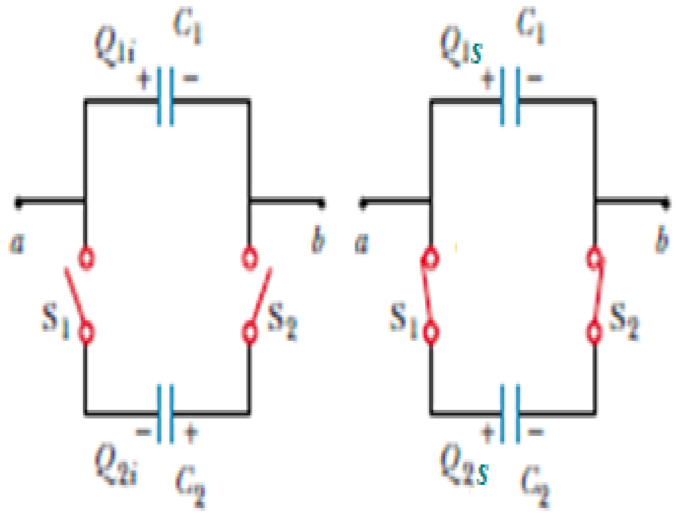

a) a ve b noktaları arasındaki $\Delta V_s$ gerilim farkı ne olur?

**Çözüm ☺ :**

**a)** $$\left.\begin{matrix} Q_{1i} = C_1\Delta V_i \; ve \; Q_{2i} = -C_2\Delta V_i \\ Q_{1s} = C_1\Delta V_s \; ve \; Q_{2s} = C_2\Delta V_s \end{matrix}\right\} \Rightarrow Q = Q_{1i} + Q_{2i} = Q_{1s} + Q_{2s}$$

$$Q = Q_{1i} + Q_{2i} = (C_1 - C_2)\Delta V_i$$

$$\frac{Q_{1s}}{Q_{2s}} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow Q = Q_{1s} + Q_{2s} = \left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right) Q_{2s}$$




$$Q = Q_{1s} + Q_{2s} = \left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right) Q_{1s}$$

$$Q_{1s} = \left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right) Q \text{ ve } Q_{2s} = \left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right) Q$$

$$\Delta V_s = \frac{Q_{1s}}{C_1} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{Q_{1i} + Q_{2i}}{(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)} \Delta V_i$$

b) Sistemin, anahtarlar kapatılmadan önce ve sonraki toplam enerjisini bulunuz. Sistemin son enerjisinin ilk enerjisine oranı nedir?

$$U_i = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2 \quad \text{ve} \qquad \boldsymbol{\Delta V_s = \frac{(C_1 - C_2)}{(C_1 + C_2)}\Delta V_i}$$

$$U_s = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_s)^2 = \frac{1}{2}\frac{(C_1 - C_2)^2}{(C_1 + C_2)}(\Delta V_i)^2 \quad \text{ise}$$

$$\frac{U_s}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}\frac{(C_1 - C_2)^2}{(C_1 + C_2)}(\Delta V_i)^2}{\frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2} = \boxed{\left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}\right)^2}$$

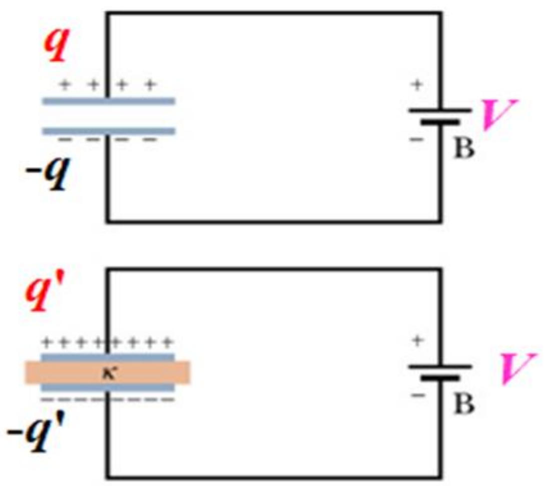
# DİELEKTRİKLİ KONDANSATÖRLER

Michael Faraday 1837 yılında, kondansatörün plakaları arasındaki farklı yalıtkanlarla bölgeyi tamamen doldurarak, bunun sığaya olan etkisini incelemiştir. Yaptığı birçok denemeler sonucunda, yalıtkanla doldurulmuş kondansatörlerin sığası ile doldurulmadan önceki sığası ($C_0$) arasında $C = \kappa C_0$ eşitliği ile verilen bir ilişki olduğunu farketti. Burada $\kappa$ sabiti, plakalar arasına konan yalıtkan malzemenin dielektrik sabitidir ve birimsizdir. Hava ya da boşluk için $\kappa = 1$ , bunun dışındaki yalıtkanlar için $\kappa > 1$' dir.

Faraday deneylerini iki farklı şekilde yapmıştır:

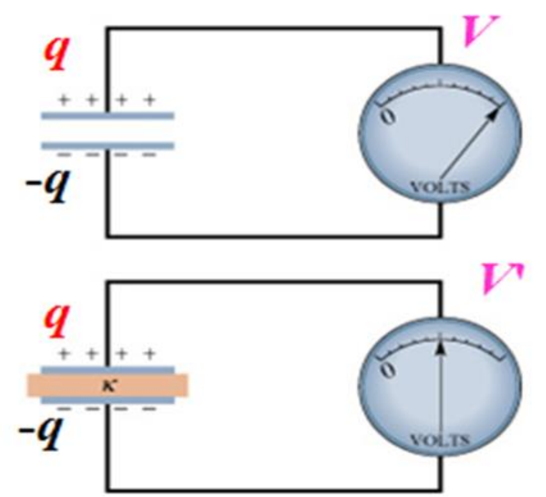
1) Sabit bir gerilim altındayken (batarya bağlı iken), plakalar arasına yalıtkan bir malzeme yerleştirmiştir (Şekil-*a*).

2) Batarya bağlı değilken, plakalarındaki yük sabit iken, plakalar arasına yalıtkan malzeme yerleştirmiştir (Şekil-*b*).



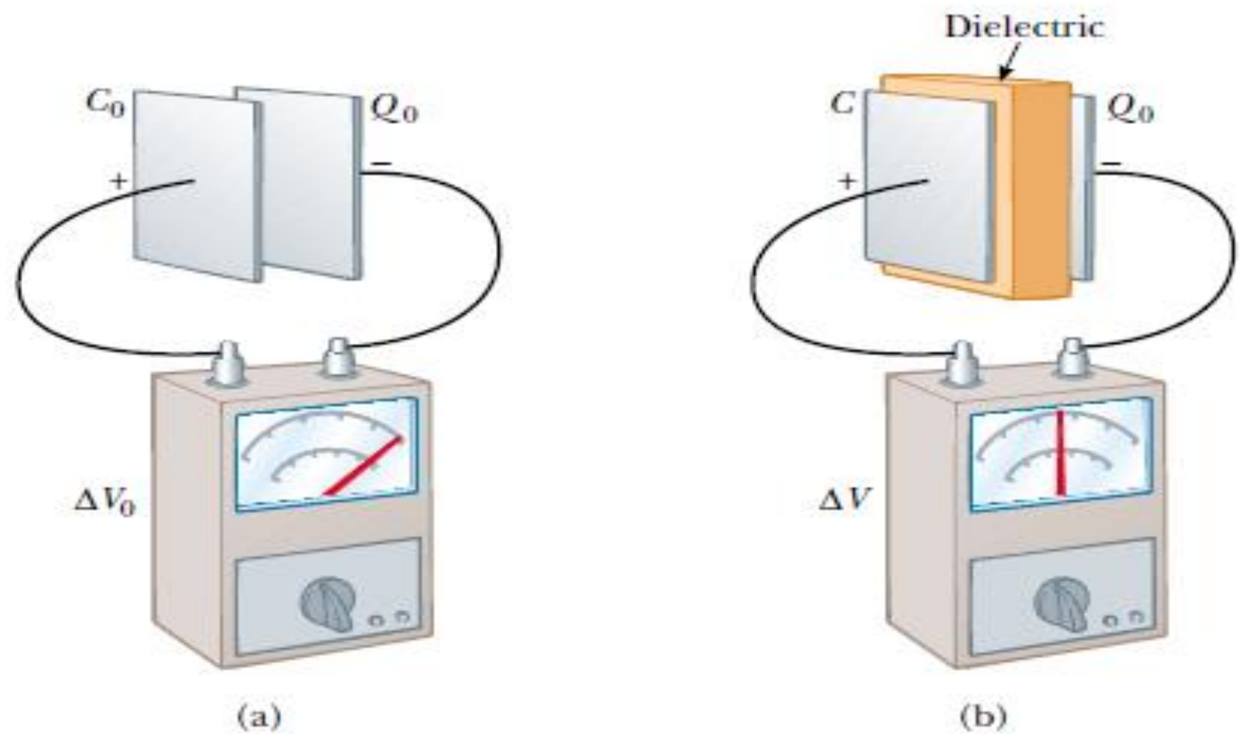

$V$ = sabit

(*a*)




$q$ = sabit

(*b*)




Plakalar arasında dielektrik malzeme yokken, plakalardaki yük $Q_0$ ve kondansatörün sığası $C_0$ ile verilir. Bu durumda, plakalar arasındaki potansiyel farkı $\Delta V_0 = Q_0/C_0$ olur (Şekil-a). Plakalar arasına dielektrik malzeme yerleştirdikten sonra, plakalar arasındaki potansiyel fark $\kappa$ çarpanı kadar azalır $(\Delta V = \Delta V_0/\kappa)$ (Şekil-b).

Bu yeni durumdaki sığa:

$$\boldsymbol{C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa C_0}$$

olur. Plakalarının yüzey alanı *A* ve plakaları arasındaki mesafe *d* olan paralel plakalı bir kondansatörde plakalarının arası tam olarak dielektrik malzemeyle doldüğu zaman sığası,

$$\boldsymbol{C = \kappa \frac{A\epsilon_0}{d}}$$

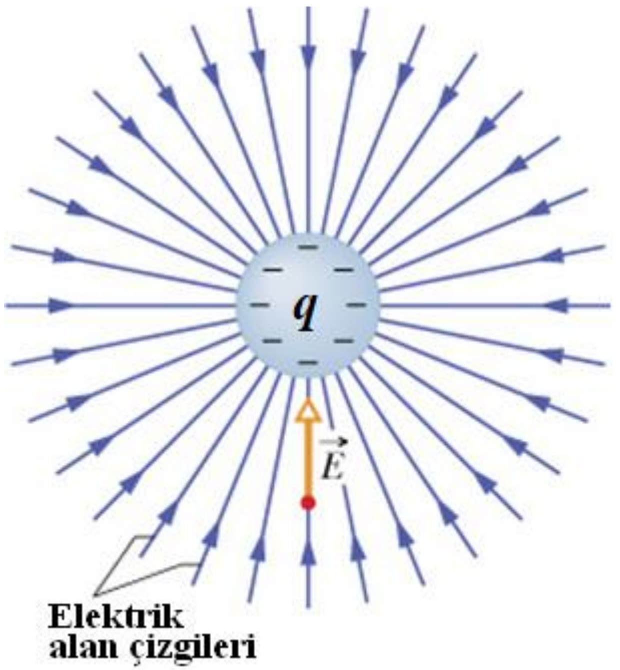
olur.

Buna göre, bir kondansatörün plakaları arasına dielektrik madde konulmasının avantajları;

- Dielektrik, kondansatörün sığasını arttırır.
- Dielektrik, kondansatörün maksimum çalışma voltajını arttırır.
- Dielektrik, iletken plakalar arasında mekanik bir destek sağlayabilir. Bu da, plakaların birbirlerine dokunmadan yaklaşmasını sağlar ve böylece d azalır, C artar.

Bir bölge, dielektrik sabiti $\kappa$ olan yalıtkan bir malzeme ile tamamen kaplanmışsa, $\epsilon_0$ terimini içeren bütün elektrostatik eşitliklerde $\epsilon_0$ yerine $\kappa\epsilon_0$ yazılmalıdır. Örneğin, dielektrik bir ortamda nokta yükün elektrik alan ifadesi:

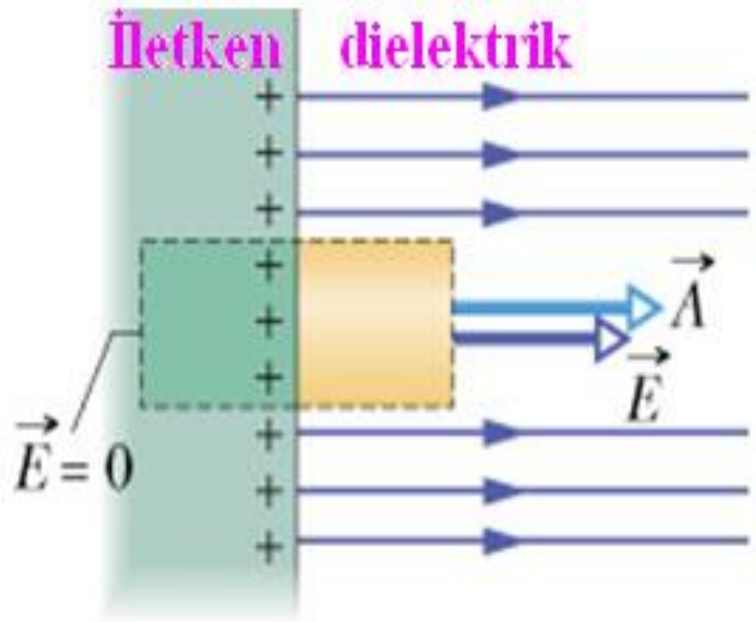
$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$



Dielektrik bir ortamda izole bir iletkenin dışındaki elektrik alan ifadesi:

$$E = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0}$$

olur.



**Örnek 26-6:** Paralel plakalı bir kondansatörün plakalarının boyutları $2\ cm \times 3\ cm$ dir. Plakalar birbirinden $1\ mm$ kalınlığında bir kağıt ile ayrılmıştır.

a) Sığasını hesaplayınız?

b) Kondansatör üzerinde toplanan maksimum yük ne kadardır?

**Çözüm 26-6:** Kağıt için $\kappa = 3.7$ olduğundan

$$A = 6\ cm^2 = 6x10^{-4} m^2 \ ve\ \varepsilon_0 = 8{,}85x10^{-12} C^2/Nm^2$$
$$d = 1mm = 1x10^{-3} m$$

**a)** $$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} = 3.7(8.85 \times 10^{-12}) \left( \frac{6 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\boxed{C = 20 \times 10^{-12}\ F = 20\ pF}$$

b) Kağıdın dielektrik şiddeti* $16 \times 10^6\ V/m$ ve kağıdın kalınlığı $1\ mm$ olduğundan, elektrik alan bozulmadan önce uygulanacak maksimum gerilim,

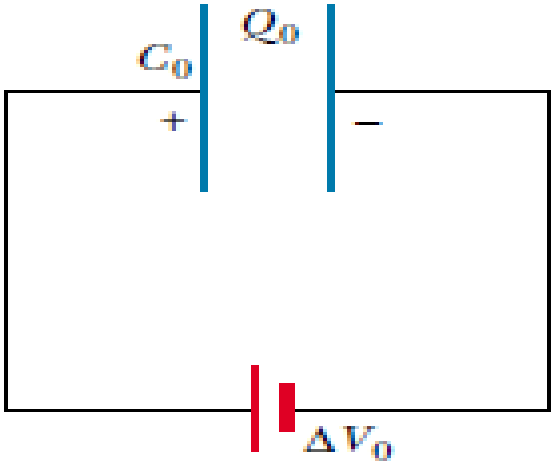
$$\Delta V_{max} = E_{max} d = (16 \times 10^6)(1 \times 10^{-3}) = \boxed{16 \times 10^3\ V}$$

$$Q_{max} = C\Delta V_{max} = (20 \times 10^{-12})(16 \times 10^3) = \boxed{0.32\ \mu F}$$

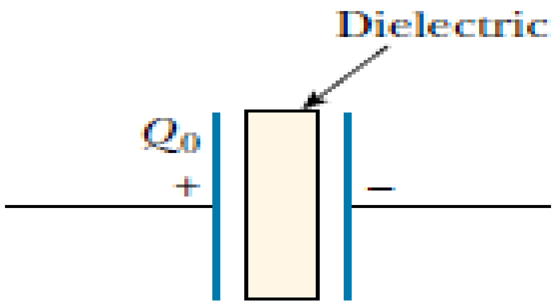
**NOT:** Dielektrik şiddet (sertlik), elektriksel bozulma olmadan dielektrikte bulunabilecek maksimum elektrik alana eşittir. Aşağıdaki tabloda bazı maddelerin oda sıcaklığında dielektrik sabiti ve dielektrik şiddeti verilmiştir.

| Madde | Dielektrik sabiti $(\kappa)$ | Dielektrik şiddeti $(V/m)$ |
|---|---|---|
| Hava (kuru) | 1.00059 | $3 \times 10^6$ |
| Su | 80 | - |
| Kağıt | 3.7 | $16 \times 10^6$ |
| Porselen | 6 | $12 \times 10^6$ |

**Örnek 26-7:** Paralel plakalı bir kondansatör Şekil-*a* daki gibi, bir batarya ile $Q_0$ yüküne kadar yükleniyor. Sonra batarya kondansatörden ayrılarak, plakalar arasına dielektrik sabiti $\kappa$ olan kalın bir dilim Şekil-*b* deki gibi yerleştiriliyor. Dielektrik konulmadan önce ve dielektrik konulduktan sonra kondansatörde biriken enerjiyi bulunuz.



(a)



(b)

**Çözüm ☺:** Dielektrik yokken kondansatörde depolanan enerji,

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

Batarya ayrılıp plakalar arasına dielektrik yerleştirildikten sonra kondansatörün yükü aynı kalır. Böylece dielektrik varken depolanan enerji

$$U = \frac{Q_0^2}{2C}$$

$$C = \kappa C_0$$

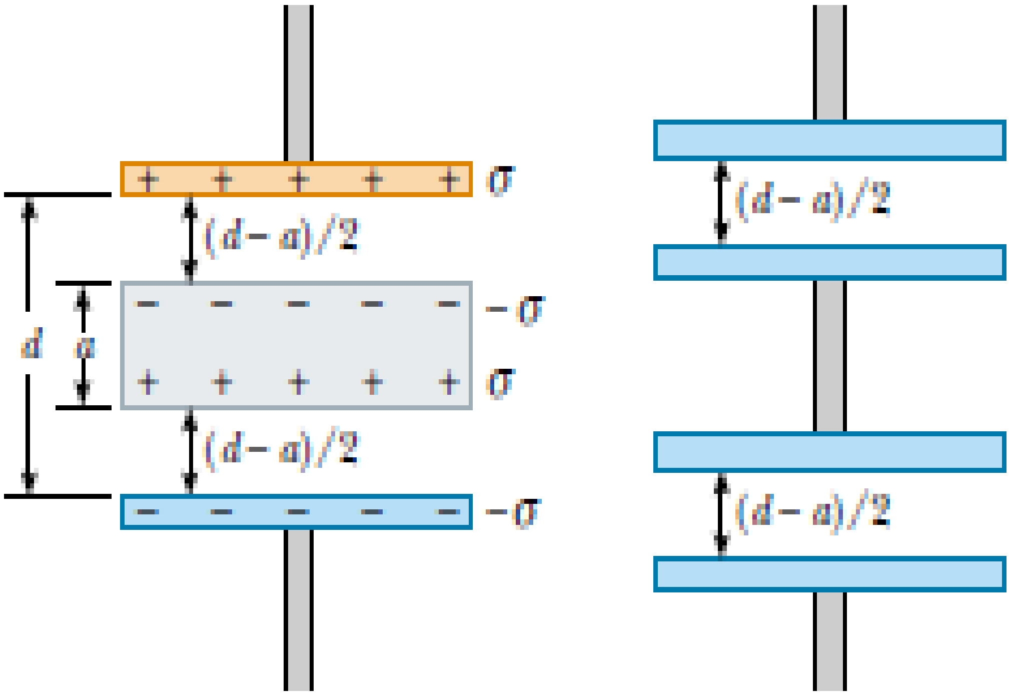
ise

$$U = \frac{Q_0^2}{2\kappa C_0} = \frac{U_0}{\kappa}$$

olur.

**Örnek:** Plaka alanı $A$ ve plakalar arası uzaklığı $d$ olan paralel plakalı bir kondansatörün tam ortasına, plakalarla aynı yüzey alanına sahip, kalınlığı $a$ olan yüksüz metal bir dilim konuyor.

a) Kondansatörün yeni sığasını bulunuz.



**Çözüm:** Dilim iletken olduğu için içindeki elektrik alan sıfırdır. Dolayısıyla, iletken dilim eş-potansiyel yüzeydir. Dilimin dışında kalan bölgeler birbirine seri bağlı iki kondansatör gibi düşünülebilir:

**a)**
$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{(d-a)}{2\epsilon_0 A} + \frac{(d-a)}{2\epsilon_0 A} = \frac{(d-a)}{\epsilon_0 A}$$

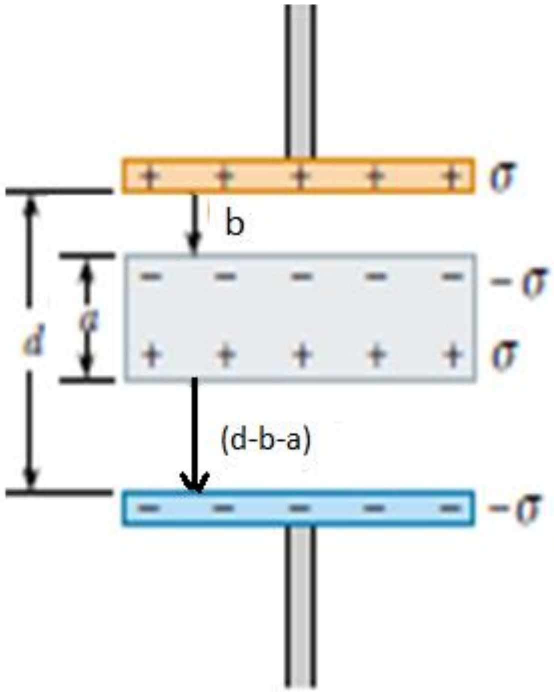
$$\boxed{C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}}$$

b) Dilimin çok ince olması durumunda, sığanın içi hava dolu bir kondansatöre dönüştüğünü ve dilimin nereye konulduğunun önemsiz olduğunu gösteriniz.

$$a \to 0 \text{ durumunda,} \qquad C_{eş} = \lim_{a \to 0} \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

$$\boxed{C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d}} \left(plakalar\ arası\ hava\ dolu\ paralel\ plakalı\ kondansatör\right)$$

Dilimi, üst yüzeyi ile üst plaka arasındaki mesafe *b* olacak şekilde yerleştirirsek:

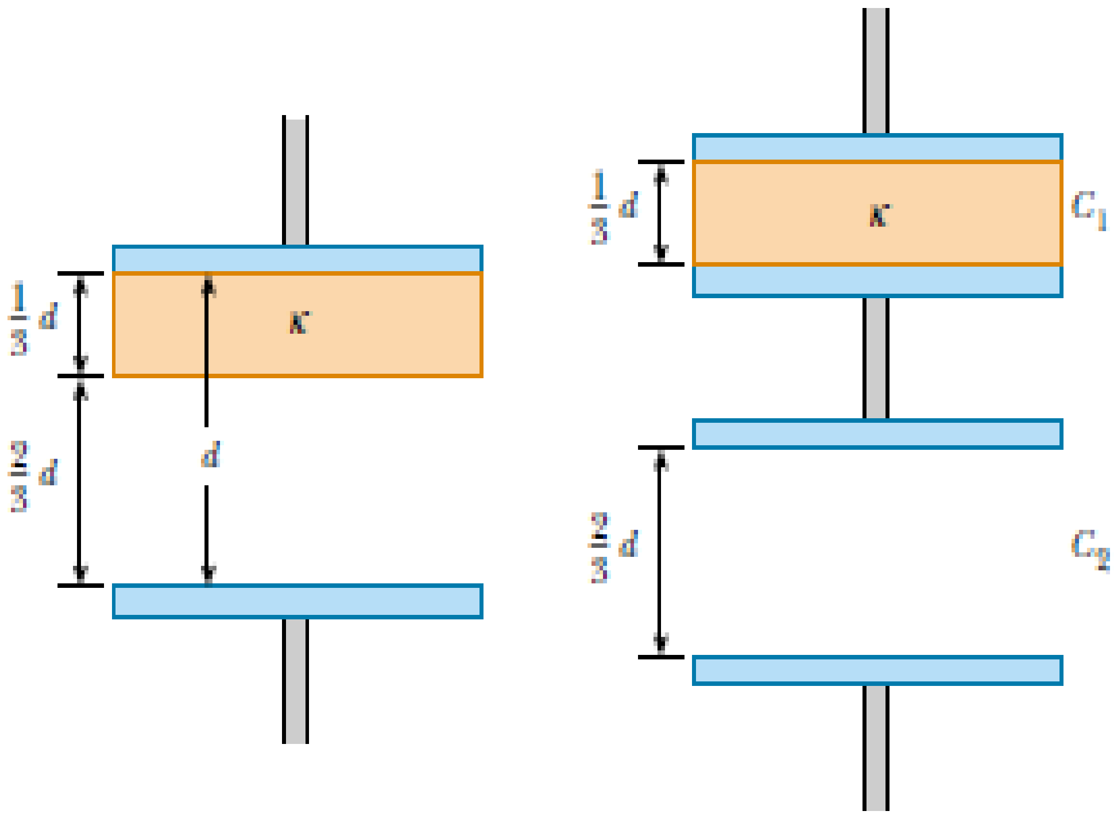



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{b} \text{ ve } C_2 = \frac{\epsilon_0\, A}{(d-b-a)}$$

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{b}{\epsilon_0 A} + \frac{(d-b-a)}{\epsilon_0 A} = \frac{(d-a)}{\epsilon_0 A}$$

$$C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a} \left( a \text{ şıkkı ile aynı sonuç bulunur} \right)$$

**Örnek :** Alanı $A$ ve aralarındaki mesafe $d$ olan paralel iki metal plaka arasına, şekilde gösterildiği gibi, dielektrik sabiti $\kappa$, kalınlığı $d/3$ ve plakalarla aynı yüzey alanına sahip olan dielektrik bir malzeme yerleştirilmiştir. Bu şekilde oluşan kondansatörün sığasını, dielektrik malzeme konulmadan önceki sığa ( $C_0$ ) cinsinden bulunuz.



**Çözüm☺:**

Plakalar arasında dielektrikle dolu olan kısım ile boş olan kısım, birbirine seri bağlı iki kondansatör gibi düşünülebilir:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\kappa\epsilon_0 A}{d/3} \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0 A}{2\,d/3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{3\kappa\epsilon_0 A} + \frac{2d}{3\epsilon_0 A} = \frac{d}{3\epsilon_0 A}\left[\frac{1}{\kappa} + 2\right]$$

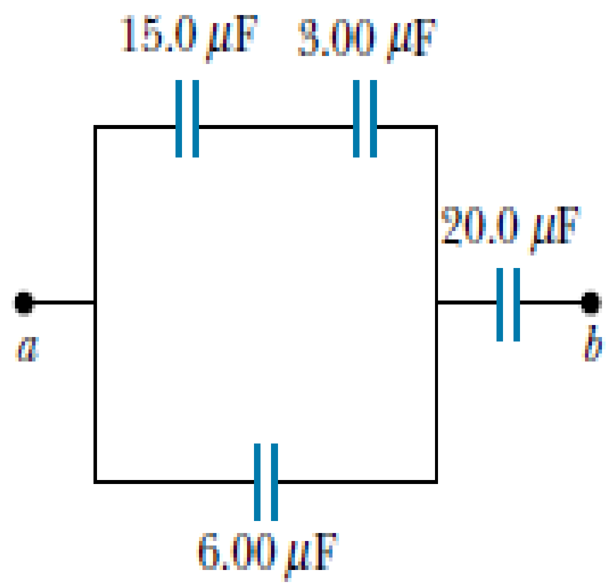
$$C_{eş} = \frac{3\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{\kappa}{2\kappa + 1}\right)$$

$$\kappa = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \boxed{C_{eş} = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1}\right)C_0}$$

# Bölüm Sonu Problemleri

## Problemler

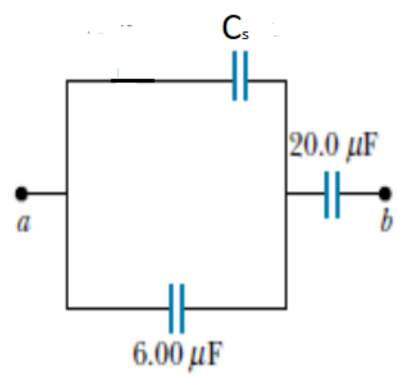
**Problem 21:** Dört kondansatör şekilde görüldüğü gibi bağlanmıştır.




a) a ve b noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulunuz.

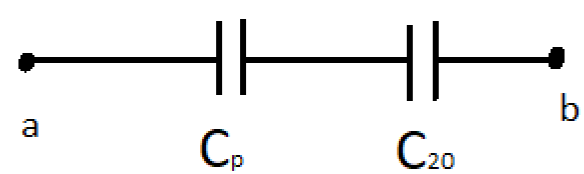
**Çözüm ☺:**

a) $$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} \Rightarrow C_s = 2.5\ \mu F$$

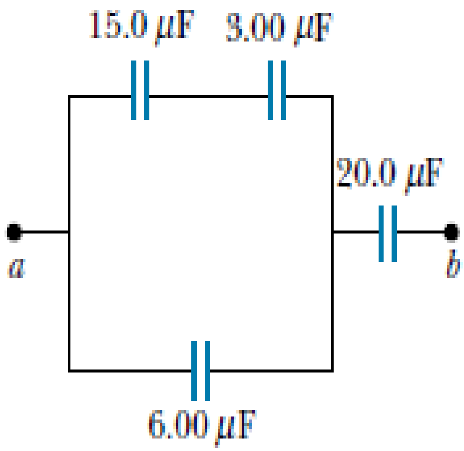


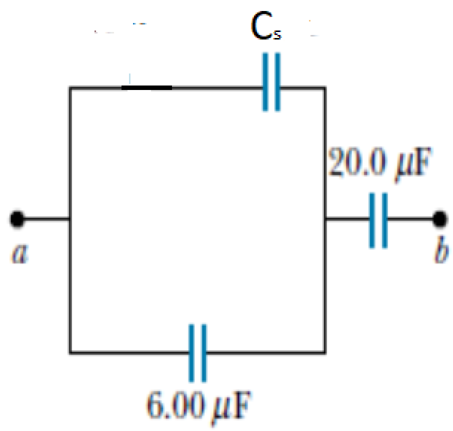

$$C_p = 2.5 + 6 = 8.5\ \mu F$$

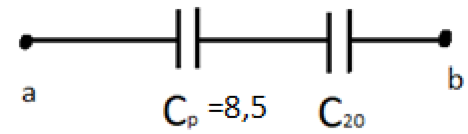
$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{8.5} + \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{C_{eş} = 5.96\ \mu F}$$



b) $V_{ab} = 15\ V$ ise; herbir kondansatör üzerindeki yükü bulunuz.



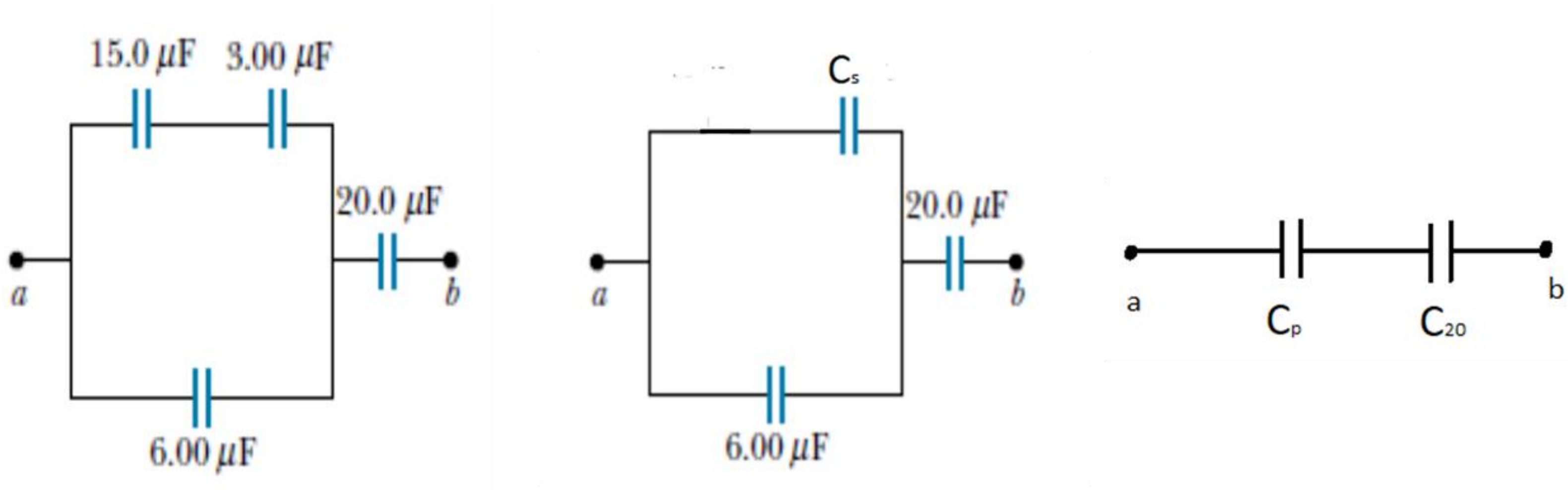




20μF üzerindeki yük (Çünkü seri bağlı kondansatör devrelerinde kondansatörler üzerinde aynı yük olur);

$$Q = \Delta V C = 15(5.96 \times 10^{-6}) = 89.5 \times 10^{-6}\ C = 89.5\ \mu C$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{89.5 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-6}} = \boxed{4.47\ V\ (20\mu F\ \text{üzerindeki gerilim})}$$

$$15 - 4.47 = \boxed{10.53\ V\ (8.5\mu F\ \text{lık eşdeğer sığa üzerindeki gerilim})}$$




$6\mu F$ üzerindeki yük; $Q_1 = \Delta V C = (10.53)(6x10^{-6}) = 63.2\mu C$

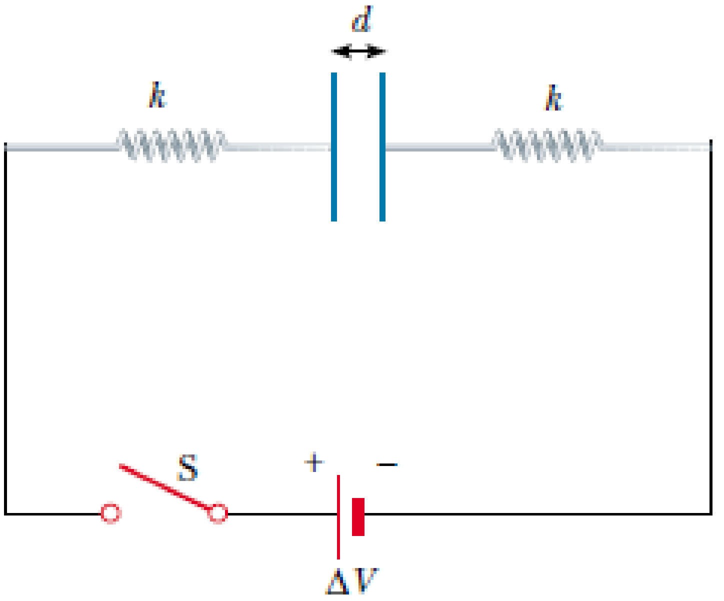
$15\mu F$ ve $3\mu F$ üzerindeki yük;

$$Q_2 = Q - Q_1 = 89.5 - 63.2 = 26.3\mu C$$

Ya da;

$$Q_2 = \Delta V C_s = (10.53)(2.5x10^{-6}) = 26.3\mu C$$

**Problem 25:** Şekildeki devrede, iki özdeş paralel metalik plaka, özdeş metalik yayla 100 $V$'luk bataryaya bağlanmıştır. Anahtar açık durumda, plakalar yüksüz, aralarındaki açıklık $d = 8\,mm$ ve sığası $2\mu F$ dır. Anahtar kapatıldığında, plakalar arasındaki uzaklık 0,5 kat azaltılıyor.




a) Her bir plaka ne kadarlık yük toplar?

**Çözüm☺**

**a)**

***Veriler :***
ΔV=100 Volt
d = 8 mm = $8x10^{-3}m$
$C = 2\mu F = 2x10^{-6}\mu F$

Anahtar kapalı iken, $d' = 0.5d$ ve sığa, $C' = \frac{\epsilon_0 A}{d'} = \frac{2\epsilon_0 A}{d} = 2C$

$$Q = \Delta V C' = 2C\Delta V = 2(100)(2\times10^{-6}) = 400\times10^{-6}\ C$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{Q = 400\ \mu C}$$

b) Her bir yayın yay sabiti nedir?

**Çözüm☺**

Bir paralel plakalı kondansatörün yükü Q ve yüzey alanı A ise kondansatörde depolanan potansiyel enerji $\Delta U = \frac{Q^2}{2C}$ ve plakaların sığası $C = \frac{\epsilon_0 A}{x}$ ise

$$W = \Delta U = \int F dx \ \ ise\ F = \frac{dU}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{Q^2}{2C}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 A}\right)$$

ise $F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$ olur.

Yaylardan birini geren kuvvet,

$Q = 2C\Delta V$ $ifadesi\ F'de\ yerine\ yazılırsa;$

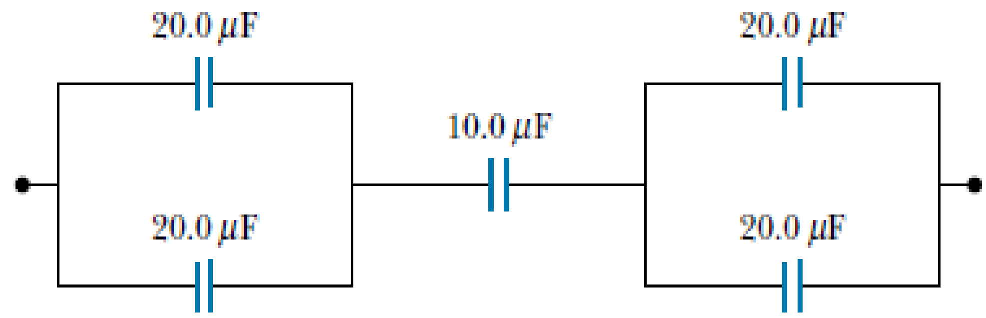
$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} = \frac{4C^2(\Delta V)^2}{2\epsilon_0 A} = \frac{2C^2(\Delta V)^2}{(\epsilon_0 A/d)d} = \frac{2C(\Delta V)^2}{d}$$

olur. Bir yayın uzama miktarı, $x = \frac{d}{4}$ kadar olur. Buradan,

$$k = \frac{F}{x} = \frac{2C(\Delta V)^2}{d}\left(\frac{4}{d}\right) = \frac{8C(\Delta V)^2}{d^2}$$

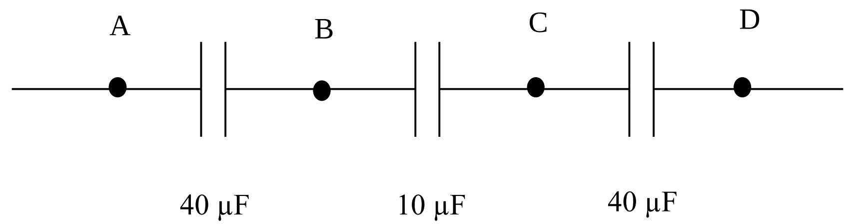
$$k = \frac{8(2\times10^{-6})(100)^2}{(8\times10^{-3})^2} = \boxed{2.5\times10^3\ N/m = \mathbf{2.5\ kN/m}}$$

**Problem 49:** Şekilde gösterilen karışık bağlamada her bir kondansatörün bozulma gerilimi $15\ V$'dur. Tüm şeklin bozulma gerilimi ne kadardır?




**Çözüm ☺**

Bağlanma şekildeki devreye özdeş olur.




A'ya Q kadar yük konursa,

$$Q = (40 \times 10^{-6})\Delta V_{AB} = (10 \times 10^{-6})\Delta V_{BC} = (40 \times 10^{-6})\Delta V_{CD}$$

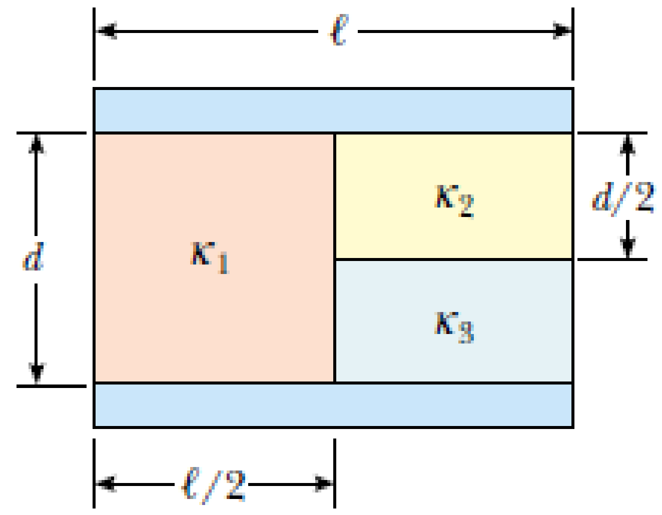
olur. Böylece, $\Delta V_{BC} = 4\Delta V_{AB} = 4\Delta V_{CD}$ olacak ve ortadaki kondansatör $\Delta V_{BC} = 15\ V$' da bozulacaktır. Bu durumda,

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{CD} = \frac{1}{4}\Delta V_{BC} = 3.75\ V$$

ve

$$\Delta V_{AD} = \Delta V_{AB} + \Delta V_{BC} + \Delta V_{CD} = 3.75 + 15 + 3.75 = \boxed{22.5\ V}$$ olur.

**Problem 58:** Paralel plakalı bir kondansatör şekilde gösterildiği gibi üç farklı dielektrik madde kullanılarak yapılmıştır. $l \gg d$ olduğunu kabul ederek,




a) Plaka yüzeyi A, d, $\kappa_1, \kappa_2$ *ve* $\kappa_3$ terimleri cinsinden bu aygıtın sığası için bir ifade bulunuz.

b) $A = 1\text{cm}^2, d = 2\text{mm}, \kappa_1 = 4.9, \kappa_2 = 5.6$ ve $\kappa_3 = 2.1$ alarak kondansatörün sığasını hesaplayın.

**Çözüm ☺:** **a)** $C_1 = \frac{\kappa_1 \epsilon_0 (A/2)}{d}\, ; C_2 = \frac{\kappa_2 \epsilon_0 (A/2)}{d/2}\, ; C_3 = \frac{\kappa_3 \epsilon_0 (A/2)}{d/2}$

$C_2$ ve $C_3$ seri, $C_1$ bunlara paralel olduğundan;

$$C_{23} = \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3}\right)$$

$$C = C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = \boxed{\frac{\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{\kappa_1}{2} + \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3}\right)}$$

**b)** Verilen değerleri kullanarak,

$$\boxed{C_{Toplam} = 1.76 \times 10^{-12} F = 1.76\ pF \text{ olur.}}$$

## Kaynaklar:

1-) Fen ve Mühendislik için FİZİK 2 (Serway & Beichner);
Çeviri Editörü: Prof. Dr. Kemal Çolakoğlu

2-) Üniversite Öğrencileri için Fizik-II Çalışma Kitabı; Dr.Tayfun Demirtürk
www.youtube.com/user/tdemirturk

Teşekkür eder,

Sağlıklı günler dilerim ☺