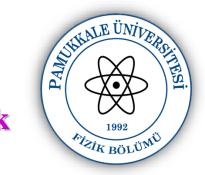


Bu ders, Pamukkale Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü tarafından diğer fakültelerde ortak okutulan Genel Fizik-II dersi için hazırlanmıştır.

Ana kaynak kitap olarak resimdeki ders kitabı takip edilecektir.





https://www.pau.edu.tr/fizik

BÖLÜM-25

ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Potansiyel enerji kavramı, ilk defa, yayın esneklik kuvveti ve yer çekimi gibi korunumlu kuvvetlerin yer aldığı 8. bölümde anlatılmıştı. Çeşitli mekanik problemlerin çözümünde, enerji korunumu yasasını kullanarak doğrudan doğruya kuvvetle çalışmaktan sakınmıştık. Elektriğin incelenmesini içeren bu bölümde de enerji kavramının büyük değer taşıdığını göreceğiz. Coulomb yasası ile verilen elektrostatik kuvvet korunumlu olduğundan, elektrostatik olaylar elektrostatik potansiyel enerji vasıtasıyla kolayca açıklanabilir.

Bu düşünce, skaler bir büyüklük olan elektriksel potansiyelin tanımlanmasına imkan sağlar. Elektrik alan içindeki herhangi bir noktada elektriksel potansiyel skaler bir fonksiyon olduğundan, elektrostatik olayların açıklanmasında potansiyeli kullanmak, elektriksel kuvvet ve elektrik alan kavramlarından çok daha basit olur. Devrelerde bir noktadan diğerine olan potansiyel farkına gerilim diyeceğiz. Elektrik devrelerinin çalışma prensiplerini anlamak için potansiyel ve gerilim kavramları çok önemlidir.

Yüklü bir parçacık, bir elektrik alanının bulunduğu bölgede hareket ederse, alan parçacığa üzerinde iş yapan bir kuvvet uygular, bu iş her zaman elektrik potansiyel enerji cinsinden ifade edilebilir. Kütle çekim kuvvetinin Dünya yüzeyinden uzaklığa bağlı olduğu gibi elektrik potansiyel enerji de parçacığın (yükün) elektrik alan içinde bulunduğu konuma bağlıdır.

BÖLÜM-25

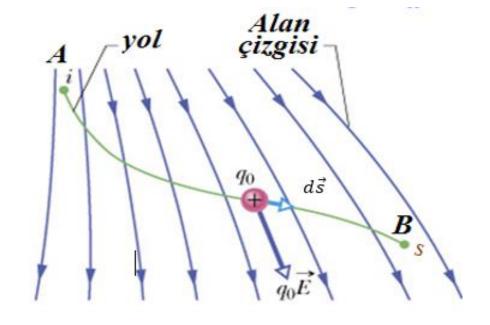
Bu bölüm kapsamında aşağıdaki konulara değinilecektir:

- **Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Farkı**
- ❖ Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları
- ❖ Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji
- **Elektriksel Potansiyelden Elektrik Alan Elde Edilmesi**
- ❖ Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel
- * Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

POTANSİYEL FARKI ve ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Diğer yüklü cisimler tarafından oluşturulan bir \vec{E} elektrostatik alan içine bir q_0 deneme yükü konulduğunda, bu deneme yükü üzerine bir elektriksel q₀E kuvveti etki eder. qoE kuvveti korunumludur, çünkü Coulomb yasası ile verilen bireysel kuvvetler korunumludur. Bir dış etkenle deneme yükü elektrik alan içinde hareket ettirilirse, yük üzerine alan tarafından yapılan iş, dış etken tarafından yapılan işin negatifine eşittir. Sonsuz küçük bir ds yer değiştirmesi için yük üzerine alan tarafından yapılan iş $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ dir. Alan tarafından bu miktar iş yapılırken yük-alan sisteminin potansiyel enerjisi $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ kadar azalır.

Korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş, cismin potansiyel enerjisindeki değişimin negatif işaretlisidir. q_0 nokta yükü, bilinen bir elektrik alanı (\vec{E}) içinde, $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ elektrik kuvvetinin etkisiyle A noktasından B noktasına gitsin. Yükün potansiyel enerjisindeki değişim,



$$\Delta U = U_B - U_A = -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

olacaktır. Bu değişim q_0 yüküne bağlıdır. $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ korunumlu olduğu için, bu çizgi integrali A ve B noktaları arasında alınan yoldan bağımsızdır.

Birim yük başına U/q_0 potansiyel enerjisi, q_0 'ın değerinden bağımsızdır ve elektrik alan içinde her noktada tek değere sahiptir. Bu U/q_0 niceliğine **elektriksel potansiyel** V (veya kısaca **potansiyel**) adı verilir. O halde elektrik alanın herhangi bir noktasındaki elektriksel potansiyel

$$V = \frac{\Delta U}{q_0}$$

şeklinde olur ve skaler bir niceliktir. Bir elektrik alan içerisinde A ve B gibi herhangi iki nokta arasındaki $\Delta V = V_B - V_A$ **potansiyel farkı**, sistemin potansiyel enerjisindeki değişimin, q_0 deneme yüküne oranı olarak tanımlanır:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potansiyel farkı ile potansiyel enerji aynı değildir ama birbirleriyle orantılıdır.

Elektriksel potansiyel elektrik alanın skaler bir karakteristiğidir ve alan içinde bulunan yüklerden bağımsızdır. Fakat, potansiyel enerjiden bahsedilirken alanyük sistemi kastedilir.

Bir yükün potansiyel enerjisindeki değişim, elektriksel kuvvet tarafından yapılan işin negatifine eşit olduğundan, A ve B noktaları arasındaki ΔV potansiyel farkı, kinetik enerjide bir değişme olmaksızın, bir deneme yükünü bir dış etken tarafından A dan B ye götürmek için birim yük başına yapılması gereken işe eşittir.

Potansiyel enerjide olduğu gibi, sadece elektriksel potansiyeldeki farklar anlamlıdır. Potansiyel farkı ile çalışırken, çoğu zaman elektrik alanındaki uygun bir noktanın elektriksel potansiyelinin değeri sıfır seçilir. Bir noktanın elektriksel potansiyelini sıfır seçmek demek, o noktada elektrik alanı üreten yüklerden sonsuz uzakta bulunmak anlamına gelir. Bu tercihi yapınca da biraz önceki potansiyel fark ifadesinde A noktasını sonsuzdaki bir nokta olarak alırsak, herhangi bir P noktasındaki elektriksel potansiyel ($V_i = V_A = V_\infty = 0$):

$$V_{P} = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ifadesiyle verilir ve elektriksel potansiyeli "Bir elektrik alan içindeki keyfi bir noktadaki elektriksel potansiyel, pozitif deneme yükünü sonsuzdan bu noktaya getirmek için birim yük başına yapılan işe eşittir" şeklinde de tanımlayabiliriz.

SI sistemindeki birimi ise kısaca Volt (V) olarak tanımlanır.

$$1 V \equiv 1 \frac{J}{C}$$

1 V' luk bir potansiyel farkı boyunca 1 C' luk bir yükü götürmek için yapılması gereken iş 1 J' dür.

 $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$ ifadesinden elektrik alan biriminin $\frac{N}{C}$ olduğunu daha önce öğrenmiştik.

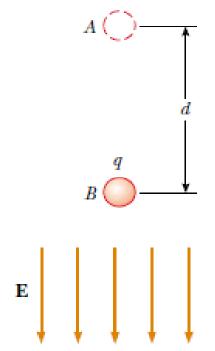
$$V_P = -\int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
 ifadesinden de $\frac{V}{m}$ nin yine elektrik alan birimi olduğunu görüyoruz.

Atom Fiziği ve Nükleer Fizikte enerji birimi olarak genellikle elektron volt kullanılır. Bu da 1 V büyüklüğündeki potansiyel farkı boyunca hareket eden bir elektron (veya proton) un kazandığı veya kaybettiği enerjidir.

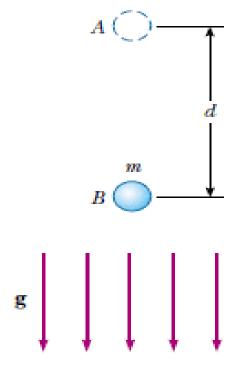
$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{C. V} = 1.60 \times 10^{-19} \text{J}$$

DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANDAKİ POTANSİYEL FARKLARI

Düzgün bir elektrik alanının negatif y-ekseni boyunca yöneldiği durumu inceleyelim. Aralarındaki uzaklık d olan A ve B gibi iki nokta arasındaki potansiyel farkını hesaplayalım. Burada d alan çizgilerine paralel olsun.



 \vec{E} elektrik alanı aşağı doğru yöneldiğinde, B noktasındaki potansiyel, A noktasındaki potansiyelden daha azdır. Pozitif bir deneme yükü (q_0) A noktasından B noktasına gittiğinde elektriksel potansiyel enerji kaybeder.



Yerin \vec{g} çekim alanında aşağı doğru inen bir m kütlesi de kütle-çekim potansiyel enerjisi kaybeder.

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_A^B E ds \cos 0 = -\int_A^B E ds$$

E sabit olduğu için integral dışına çıkartılırsa,

$$\Delta V = -E \int_{A}^{B} ds = -Ed$$

olur. Bu ifadedeki eksi işareti, B noktasının A noktasından daha düşük potansiyelde olmasından kaynaklanır ($V_B < V_A$) . Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi, elektrik alan çizgileri, daima potansiyelin azalan doğrultusunu gösterir.

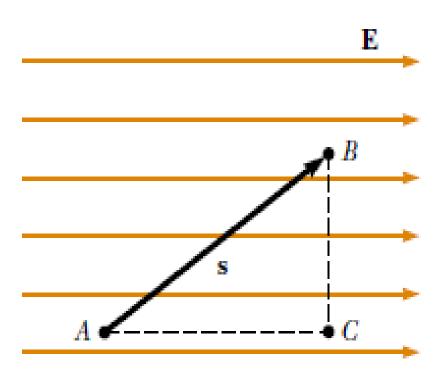
Şimdi q_0 deneme yükünün A noktasından B noktasına gittiğini varsayalım. Potansiyel enerjisindeki değişme;

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d$$

 q_0 deneme yükü pozitifse, ΔU negatif olur. Bu da, bir pozitif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kaybeder anlamına gelir.

 q_0 deneme yükü negatifse, ΔU pozitif olur. Bu da, bir negatif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kazanır anlamına gelir.

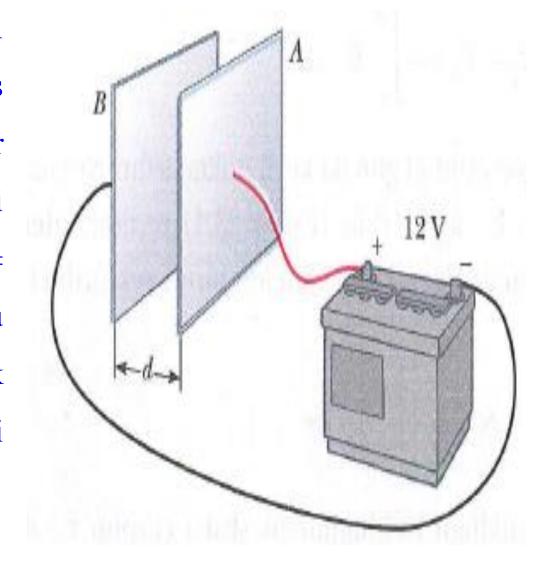
Şekildeki gibi, düzgün elektrik alana dik olan düzlem üzerindeki tüm noktalar aynı potansiyeldedir. Yani, $V_B - V_A$ potansiyel farkı, $V_C - V_A$ potansiyel farkına eşittir. Başka bir deyişle $V_B = V_C$ dır. **Aynı** potansiyele sahip olan noktaların dağılımlarının sürekli oluşturduğu herhangi bir yüzeye eşpotansiyel yüzey adı verilir.



Sınama sorusu Şekildeki noktalar, bir elektrik alana ait bir seri eşpotansiyelli yüzeyler üzerindedir. Bir pozitif yüklü parçacık, A'dan B'ye; B'den C'ye; C'den D'ye; D'den E' ye hareket ettiğinde elektrik alan tarafından yapılan işi (büyükten küçüğe sıralayınız). Bir yükün potansiyel enerjisindeki değişim(ΔU =q ΔV), elektriksel kuvvet tarafından yapılan işin negatifine eşit olduğundan , E' nin +1 C yük için yaptığı iş miktarları

ΔV	ΔU	$\underline{\mathbf{W}}_{\underline{\mathrm{E}}}$	• B
$V_C - V_B = 7 - 9 = -2 V$;	-2 J	$B \rightarrow C 2 j$	9 V • A
$V_D - V_C = 6 - 7 = -1 V$;	-1 J	C→D 1 j	8 V / E
$V_B - V_A = 9 - 9 = 0 V$;	0 J	A→B 0 j	
$V_E - V_D = 7 - 6 = 1 V;$	1 J	D→E -1 j	7 V
			6 V

Örnek 25-1: Batarya, belli bir potansiyel farkını batarya kutuplarına bağlanmış iletkenler arasında oluşturur. 12 V' luk bir batarya, iki paralel levha arasına şekildeki gibi bağlanıyor. Levhalar arasındaki uzaklığın d = 0,30 cm ve elektrik alanın düzgün olduğu geçerlilik varsayılıyor. (bu varsayımın arasındaki şartları...) Levhalar (plakalar) elektrik alanın şiddetini bulunuz.



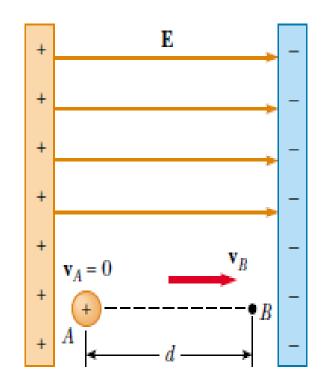
Çözüm 25-8: Elektrik alan (A) pozitif levhadan (B) negatif levhaya doğrudur ve pozitif levha negatif levhadan daha yüksek potansiyeldedir. Levhalar arasındaki potansiyel farkı, bataryanın kutupları arasındaki potansiyel farkına eşit olmak zorundadır. Bataryanın bir ucu ile bu bataryanın bağlı olduğu levhaların herhangi bir kısmı arasında potansiyel farkı bulunmaz. Levhalar arasındaki elektrik alanın büyüklüğü

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0.3 \text{x} 10^{-2} \text{m}} = 4 \text{x} 10^3 \text{V/m}$$

Şekildeki düzenlemeye paralel plakalı (levhalı) kondansatör denir.

Örnek 25-2: Bir proton, şekilde gösterildiği gibi büyüklüğü $8.0 \times 10^4 V/m$ olan pozitif x-ekseni yönündeki düzgün bir elektrik alan içinde durgun halden serbest bırakılıyor. Proton elektrik alan yönünde 0.5 m gittiğinde,

- a) A ve B noktaları arasındaki elektriksel potansiyel fark ne kadardır?
- b) Bu iki nokta arasında, protonun potansiyel enerjisinde ne kadarlık bir değişim olmuştur?
- c) Proton *B* noktasına ulaştığındaki hızı ne olur?



a)
$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_0^a E ds \cos 0 = -E d$$

$$\Delta V = -(8 \times 10^4) \cdot (0.5) = -4 \times 10^4 V$$

b)
$$\Delta U = q \Delta V \implies \Delta U = (1.6 \times 10^{-19}).(-4 \times 10^4)$$

$$\Delta U = -6,4 \times 10^{-15} J$$

c)
$$\Delta K + \Delta U = 0 \implies \frac{1}{2} m_p v^2 = 6.4 \times 10^{-15}$$

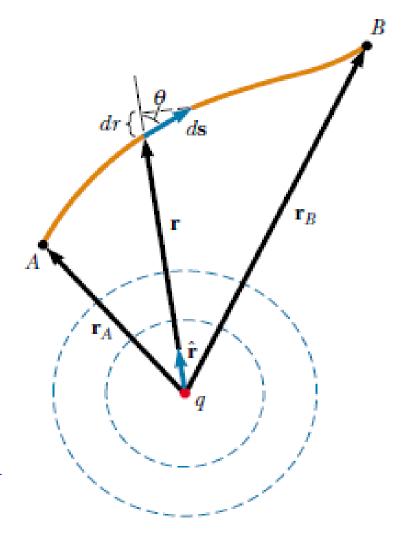
 $v = 2,77 \times 10^6 \text{ m/s}$

ELEKTRİKSEL POTANSİYEL VE NOKTASAL YÜKLERİN OLUŞTURDUĞU POTANSİYEL ENERJİ

Yalıtılmış pozitif bir noktasal q yük bilindiği üzere, yükün bulunduğu yerden dışarı doğru ışınsal olarak bir elektriksel alan meydana getirir. Yükten r kadar uzaklıkta bir noktada elektriksel potansiyeli bulmak için,

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

bağıntısı kullanılır. Noktasal yükün oluşturduğu elektrik alan,



$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \Longrightarrow \vec{E} . d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} . d\vec{s}$$

olur. r birim vektör olduğundan,

$$\hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos \theta$$

olur. $ds\cos\theta$ değeri, şekilde görüldüğü gibi, $d\vec{s}$ in \vec{r} üzerindeki izdüşümü olduğu için, $ds\cos\theta=dr$ olur. Böylece,

$$\vec{E}.\,d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} dr$$

olur ve,

$$V_B - V_A = -\int E_r dr = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{k_e q}{r} \Big|_{r_A}^{r_B}$$

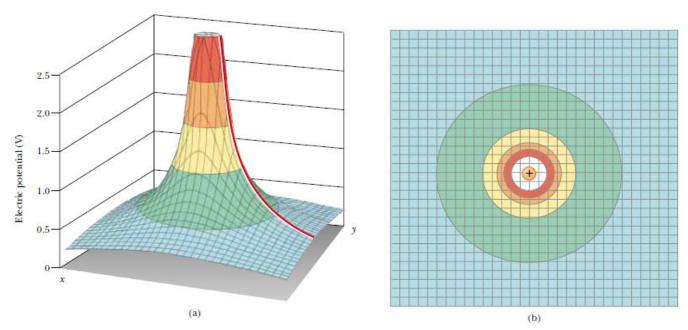
$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

olur. Olması gerektiği gibi $-\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$ integrali A ve B noktaları arasındaki **yoldan bağımsızdır**. Çünkü, bir nokta yükün elektrik alanı korunumlu bir alandır. $r_A = \infty$ da, referans elektriksel potansiyelini **sıfır** olarak seçmek ise bir adettir. Buna göre, bir noktasal yükün kendisinden r kadar uzakta oluşturduğu elektriksel potansiyel;

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = k_e \frac{q}{r}$$

olarak verilir.

xy düzleminde bulunan pozitif bir yükten r radyal uzaklığın fonksiyonu olarak elektriksel potansiyelin grafiği aşağıdaki şekilde görülmektedir.

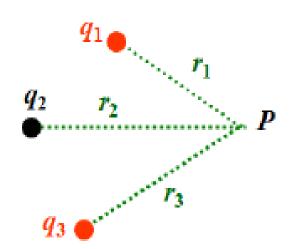


Kütle-çekim potansiyeli ile olan benzerliğe bakılacak olursa, şekildeki tepenin en tepesine doğru bir bilyenin yuvarlanmak istediğini düşünelim. Bilyenin maruz kaldığı kütle-çekim kuvveti, iki pozitif yüklü cismin birbirine yaklaşırken ortaya çıkan itici kuvvete benzer. Benzer şekilde, herhangi bir negatif yüklü cismin çevresindeki bölgenin elektriksel potansiyeline ait grafik bir deliğe benzer.

İki veya daha fazla yükün bir noktada oluşturduğu elektriksel potansiyel ise üst-üste binme ilkesi uygulanarak,

$$V = k_e \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

şeklinde elde edilir. Burada yine sonsuzdaki potansiyel sıfır olarak alınmıştır. Örneğin şekilde görüldüğü gibi, üç adet yükün bir *P* noktasında oluşturduğu potansiyel,



$$V = V_1 + V_2 + V_3 = k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2} + k_e \frac{q_3}{r_3} = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

olur.

İki Yüklü Parçacık Sisteminin Potansiyel Enerjisi

Bir P noktasında q_1 yükü nedeniyle oluşan potansiyel V_1 ise, o zaman ikinci bir q_2 yükünü sonsuzdan bu P noktasına ivmelendirmeden getirmek için yapılması gereken iş q_2V_1 ile verilir. Parçacıklar birbirinden r_{12} uzaklığı kadar ayrı iken bu iş, iki parçacıklı sistemin potansiyel enerjisine (U) eşit olur. Buna göre potansiyel enerji,

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

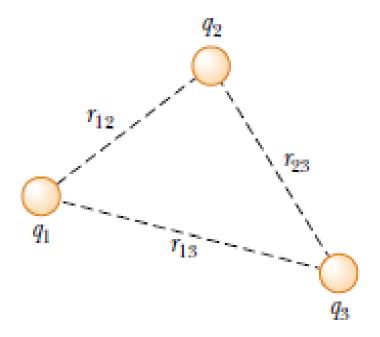
şeklinde ifade edilir. Yükler aynı işaretli ise *U* pozitif olur ve bu da yükler aynı işaretliyken birbirlerini ittiği gerçeğiyle uyuşur ve aynı işaretli iki yükten birini diğerinin yanına getirmek için sistem üzerinde yapılması gereken iş pozitifdir. Sistemde ikiden fazla yük varsa, toplam potansiyel enerji,

her bir yük çifti için U ayrı ayrı hesaplanıp sonuçlar cebirsel olarak toplanırsa

$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

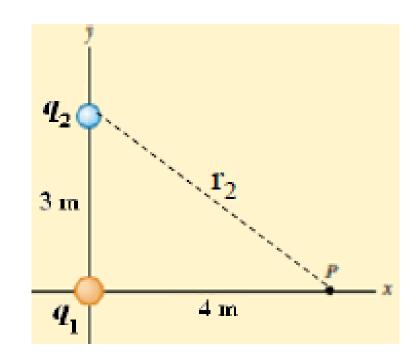
şeklinde olur.

Sonuç yüklerin taşınma sırasından bağımsızdır.



Örnek 25-3: Şekilde gösterildiği gibi, $q_1 = 2\mu C'$ luk yük orijinde ve $q_2 = -6\mu C'$ luk yük ise y = 3m noktasında bulunmaktadır.

a) Bu iki yükün, x = 4 m noktasında (P) oluşturdukları toplam elektrik potansiyel ne kadardır?



- b) $q_3 = 3\mu C'$ luk üçüncü bir yükü, sonsuzdan P noktasına getirmek için yapılması gereken işi bulunuz.
- c) q₃ yükü getirildikten sonra oluşan sistemin toplam potansiyel enerjisini bulunuz.

Çözüm 25-3:

a)
$$V_P = V_1 + V_2 = k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2}$$

$$V_P = (8,99 \times 10^9). \left(\frac{2 \times 10^{-6}}{4} - \frac{6 \times 10^{-6}}{5}\right) = -6,29 \times 10^3 \text{ V}$$

b) Yük sonsuzdayken $U_i = 0$ olduğundan,

$$\Delta U = (U_S - U_i) = U_S - 0 = q_3 V_P - 0 = q_3 V_P$$
$$\Delta U = (3 \times 10^{-6})(-6.29 \times 10^3) = -18.9 \times 10^{-3} J$$

c)
$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

$$U = (8,99 \times 10^9) \cdot \left(\frac{(2 \times 10^{-6})(-6 \times 10^{-6})}{3} + \frac{(2 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{4} + \frac{(-6 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{5} \right)$$

$$U = -5.48 \times 10^{-2} I$$

ELEKTRİK ALAN DEĞERİNİN ELEKTRİKSEL POTANSİYELDEN ELDE EDİLMESİ

Belirli bir bölgede elektriksel potansiyel biliniyorsa, elektrik alan değeri şu şekilde hesaplanır. Aralarındaki uzaklık ds olan iki nokta arasındaki ΔV potansiyel farkı

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

olarak verilmek üzere ve elektrik alan yalnızca E_x bileşenine sahipse $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx$ olur. Böylece;

$$E_{x} = -\frac{dV}{dx}$$

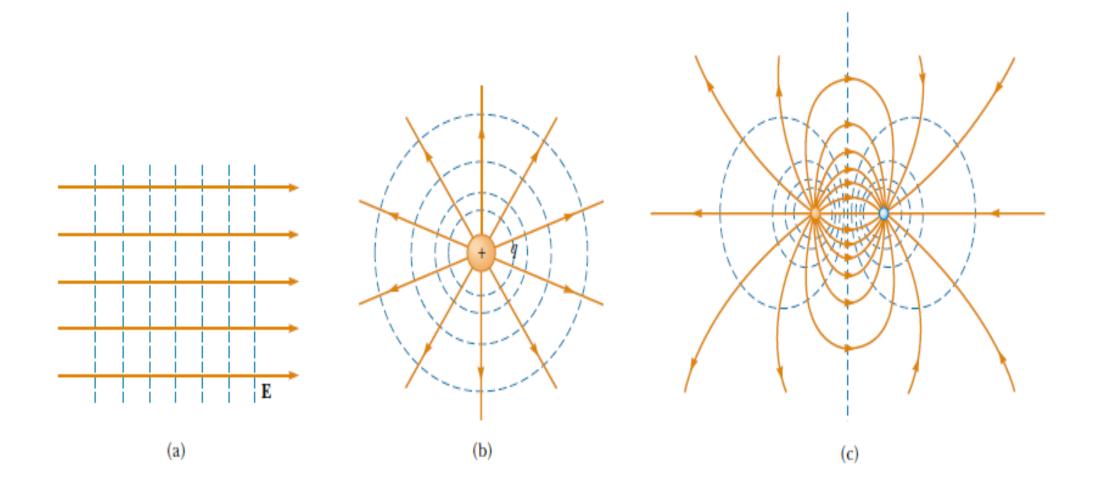
olur.

Eğer elektrik alanı oluşturan yük dağılımı küresel simetriye sahipse, yani hacimce yük yoğunluğu yalnız r radyal (yarıçapsal) uzaklığa bağlı ise; $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r dr$ olur ve

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

elde edilir.

Örneğin, bir noktasal yükün elektriksel potansiyeli $V = k_e q/r$ dir. V, sadece r' nin fonksiyonu olduğundan küresel simetriye sahip olur. Yukarıdaki son eşitlik uygulandığında noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanı için bildiğimiz $E_r = k_e q/r^2$ ifadesi elde edilir.



Elektriksel potansiyel yalnız r'nin bir fonksiyonudur ve eşpotansiyelli yüzeyler her zaman elektrik alan çizgilerine diktir.

Genel olarak elektriksel potansiyel, üç uzaysal koordinatın fonksiyonudur. V(r), bir dik koordinat sisteminde verilirse, E_x , E_v ve E_z elektrik alan bileşenleri V(x,y,z)' nin kısmi türevlerinden kolayca bulunabilir.

$$E_{x} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_{y} = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_{z} = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Örneğin $V = 3x^2y + y^2 + yz$ ise

$$E_x = -6xy$$

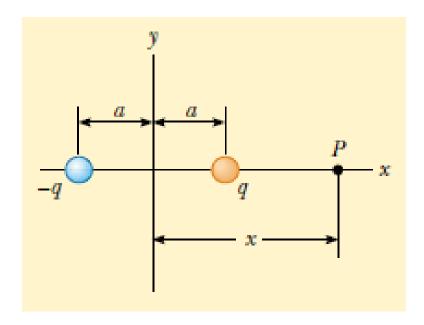
$$E_y = -3x^2 - 2y - z \qquad E_z = -y$$

$$E_z = -y$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

Burada $\vec{\nabla}$ ' ya gradient işlemcisi (operatörü) denir.

Örnek 25-4: Şekilde gösterildiği gibi, bir elektrik dipol, birbirinden 2*a* uzaklığıyla ayrılmış bulunan eşit ve zıt işaretli iki yükten oluşur. Dipol, *x*-ekseni boyunca uzanmakta ve dipolün merkezi eksenlerin kesim noktasındadır.



- a) P noktasındaki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.
- b) Dipolden çok uzak bir noktada V ve E_x i hesaplayınız.
- c) P noktası iki yük arasında herhangi bir yerde bulunuyorsa V ve E_x hesaplayınız.

Çözüm 25-4:

a)
$$V = V_1 + V_2 = k_e \left(\frac{q}{x - a} - \frac{q}{x + a} \right) = \frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

b)
$$x \gg a \Rightarrow V = \frac{2k_eqa}{x^2}$$
 $E_x = -\frac{dV}{dx}$ is $E_x = 4k_eq\left(\frac{a}{x^3}\right)$

c)
$$V = V_1 + V_2 = k_e \left(\frac{q}{a - x} - \frac{q}{x + a} \right) = -\frac{2k_e qx}{x^2 - a^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$
 ise $E_x = 2k_e q \left(\frac{-x^2 - a^2}{(x^2 - a^2)^2}\right)$

Devam edecek.