Errata para as páginas 242 e 243 (566 a 568 versão on-line)

1.2. Como $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua por partes, ímpar e periódica de período igual a 2 podemos escrevê-la em termos de sua série de Fourier como

$$f(t) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \operatorname{sen} m\pi t$$

A solução da equação homogênea correspondente é

$$y(t) = c_1 \cos \frac{\sqrt{2}}{2} t + c_2 \operatorname{sen} \frac{\sqrt{2}}{2} t$$

Podemos procurar uma solução particular da forma

$$y(t) = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \operatorname{sen} m\pi t$$

com coeficientes B_m a determinar.

$$y'(t) = \sum_{m=1}^{\infty} m\pi B_m \cos m\pi t$$

$$y''(t) = -\sum_{m=1}^{\infty} m^2\pi^2 B_m \sin m\pi t$$

Substituindo-se $y(t)$ e $y''(t)$ na equação diferencial obtemos

$$-2\sum_{m=1}^{\infty} m^2\pi^2 B_m \operatorname{sen} m\pi t + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \operatorname{sen} m\pi t = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \operatorname{sen} m\pi t$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} B_m(1 - 2m^2\pi^2) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \operatorname{sen} m\pi t$$

Comparando-se termo a termo obtemos

$$B_m = \frac{b_m}{1 - 2m^2\pi^2}$$

Como f é ímpar, então

$$b_m = \frac{2}{m\pi} \cos s \Big|_0^{m\pi} = \frac{2}{m\pi}((-1)^m - 1)$$

Assim uma solução particular da equação diferencial é

$$y_p(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{b_m}{1 - 2m^2\pi^2} \operatorname{sen} m\pi t = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m - 1}{m(1 - 2m^2\pi^2)} \operatorname{sen} m\pi t$$

1.3. (a) A função é par, contínua por partes, de período igual a 2. Logo a sua série de Fourier é dada por

$$S_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos m\pi t$$

$$\begin{aligned} a_0(f) &= a_0(f_{0,1}^{(0)}) - a_0(f_{0,1}^{(1)}) \\ &= 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_m(f) &= a_m(f_{0,1}^{(0)}) - a_m(f_{0,1}^{(1)}) \\ &= \frac{2}{m\pi} \operatorname{sen} s \Big|_0^{m\pi} - \frac{2}{m^2\pi^2}(s \operatorname{sen} s + \cos s)\Big|_0^{m\pi} \\ &= 0 - \frac{2}{m^2\pi^2}((-1)^m - 1) = -\frac{2}{m^2\pi^2}((-1)^m - 1). \end{aligned}$$

Assim os termos de índice par (com exceção do primeiro) são iguais a zero e neste caso a série de cossenos de $f_{0,1}^{(1)}$ é dada por

$$S_f(t) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \cos(2k+1)\pi t,$$