Abstract

This is the notes in modelling for today.

1 Document

Tutorin Julia (grinjuk@mail.upb.de)

Aufgabe 1 Voraussetzung zur Prüfungszulassung sind je $\geq 20\%$ der Punkte bei ≥ 9 (von 13) Übungszetteln.

Aufgabe 2

2.1 Zu zeigen:

Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

I.A.

Für $n = 1$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 = 1 = \frac{6}{6} = \frac{1(1+1)(2 \cdot 1 + 1)}{6}$$

I.V.

Es sei ein $n \in \mathbb{N}$. Für dieses gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

I.S.

Zu zeigen:

$$\sum_{i=1}^{n+1} i^2 = \frac{(n+1)((n+1)+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n+1} i^2 &= \sum_{i=1}^{n} i^2 + (n+1)^2 \\
&\underset{I.V.}{=} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{6 \cdot (n+1)^2}{6} \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1) + 6 \cdot (n+1)^2}{6} \\
&= \frac{(n^2+1)(2n+1) + 6 \cdot (n^2+2n+1)}{6} \\
&= \frac{(n+1)(6(n+1) + n(2n+1))}{6} \\
&= \frac{(n+1)(6n+6+2n^2+1n)}{6} \\
&= \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6} \\
&= \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}
\end{aligned}$$

$\square$

2.2 Zu zeigen:

Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$n^2 + n \text{ ist gerade}$$

I.A.

Für $n = 0$ gilt:

$$0^2 + 0 = 0$$

0 ist gerade, weil $\exists k \in \mathbb{N}_0 : 2k = 0$ mit $k = 0$.

I.V.

Es sei ein $n \in \mathbb{N}_0$. Für dieses gilt:

$$n^2 + n \text{ ist gerade}$$

Also $\exists k \in \mathbb{N}_0 : 2k = n^2 + n$. Wir nennen dieses k k_0.

I.S.

Zu zeigen:

$$(n+1)^2 + (n+1) \text{ ist gerade}$$

$$(n+1)^2+(n+1) = n^2+2n+1+n+1 = n^2+n+2(n+1) \underset{I.V.}{=} 2k_0+2(n+1) = 2(k_0+n+1)$$

Nun ist $(n+1)^2 + (n+1)$ gerade, weil $\exists k \in \mathbb{N}_0 : 2k = (n+1)^2 + (n+1)$ mit $k = k_0 + n + 1$.

$\square$