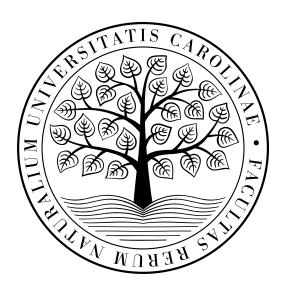
# Přírodovědecká fakulta Univerzita Karlova



# Úkol č. 2: Generalizace budov LOD0

Algoritmy počítačové kartografie

Eliška Králová, Eliška Pospěchová

1.N-GKDPZ

Praha 2025

#### 1 Zadání

#### Úloha č. 2: Generalizace budov LOD0

Vstup: množina budov  $B = \{B_i\}_{i=1}^n, B_i = \{P_{i,j}\}_{j=1}^m$ .

Výstup:  $G(B_i)$ .

Ze souboru načtěte vstupní data představovaná lomovými body budov a proveď te generalizaci budov do úrovně detailu LOD0. Pro tyto účely použijte vhodnou datovou sadu, např. ZABAGED, testován provď te nad třemi datovými sadami (historické centrum, sídliště, izolovaná zástavba).

Pro každou budovu určete její hlavní směry metodami:

- Minimum Area Enclosing Rectangle,
- PCA.

U první metody použijte některý z algoritmů pro konstrukci konvexní obálky. Budovu při generalizaci do úrovně LOD0 nahraď te obdélníkem orientovaným v obou hlavních směrech, se středem v těžišti budovy, jeho plocha bude stejná jako plocha budovy. Výsledeky generalizace vhodně vizualizujte.

Otestujte a prorovnejte efektivitu obou metod s využitím hodnotících kritérií. Pokuste se rozhodnout, pro které tvary budov dávají metody nevhodné výsledky, a pro které naopak poskytují vhodnou aproximaci.

#### Hodnocení:

Krok	Hodnocení
Generalizace budov metodami Minimum Area Enclosing Rectangle a PCA.	15b
Generalizace budov metodou Longest Edge.	+5b
Generalizace budov metodou Wall Average.	+8b
Generalizace budov metodou Weighted Bisector	+10b
Implementace další metody konstrukce konvexní obálky.	+5b
Ošetření singulárních případů při generování konvexní obálky.	+2b
Načtení vstupních dat ze *.shp.	+10b
Max celkem:	55b

# 2 Údaje o bonusových úlohách

V rámci této úlohy jsou řešeny tyto bonusové úlohy: Generalizace budov metodou Longest Edge (5b), Generalizace budov metodou Wall Average (8b), Generalizace budov metodou Weighted Bisector (10b), Implementace další metody konstrukce konvexní obálky (5b), Načtení vdtupních dat ze \*.shp (10b).

## 3 Popis a rozbor problému

#### Generalizace budov

Generalizace je proces, jehož cílem je zjednodušit jednotlivé objekty v závislosti na velikosti měřítka mapy. Tedy například aby při oddalování mapy byly objekty zakresleny s menším detailem. Generalizace budov zahrnuje různé aspekty, mezi něž patří zjednodušení geometrie, seskupování blízkých objektů, změna velikosti a polohy, výběr zobrazovaných objektů a zachovaní charakteristických rysů. Při těchto metodách jsou však vždy zachovány topologické vztahy objektů. Prakticky se generalizace využívá například v kartografii, GIS nebo navigačních systémech. K automatizaci generalizace se používají především algoritmy  $Minimum\ Area\ Enclosing/Bounding\ Rectangle,\ Principal\ Component\ Analysis,\ Longest\ Edge,\ Weighted\ Bisector\ nebo\ Wall\ Average.$  Všechny zmíněné algoritmy se využívají i pro detekování hlavního směru objektu, neboť základem generalizace je také zachování orientace vzhledem k ostatním objektům. U nich byla zachována též stejná plocha mezi budovou A po provedení vybraného algoritmu a původní budovou  $A_b$ . Výsledné vrcholy  $V_i'$  vytvořeného obdélníku jsou spočteny pomocí těžiště T, směrových vektorů  $u_i$  a poměru ploch k:

$$V_i' = T + u_i' = T + \sqrt{k}u_i, \tag{1}$$

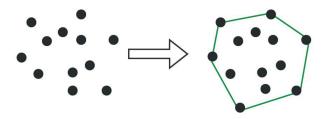
kde poměr ploch a směrový vektor:

$$k = \frac{A_b}{A}$$

$$u_i = V_i - T.$$
(2)

#### Konvexní obálka

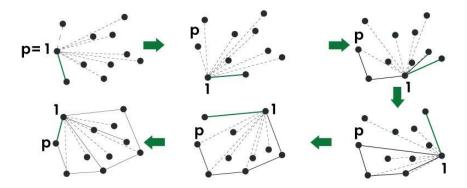
Konvexní obálka je taková množina bodů, která je minimální a všechny body leží uvnitř tohoto konvexního mnohoúhelníku (*Obrázek 1*). Pro konvexní mnohoúhelník platí, že všechny jeho vnitřní úhly nejsou větší než 180°. Konvexní obálka slouží jako pomocná struktura některých algoritmů a používá se například při plánování pohybu robotů nebo detekci tvaru a natočení objektů. Mezi metody pro konstrukci konvexní obálky patří například *Jarvis Scan, Graham Scan, Quick Hull, Inkrementální konstrukce* nebo *Divide and Conquer*.



Obrázek 1: Konvexní obálka (zdroj: GeeksforGeeks 2024)

#### Jarvis Scan

Jarvis Scan (Obrázek~2) je metoda konstrukce konvexní obálky vhodná pro množiny bodů menších velikostí. Principem je maximalizace úhlů  $\omega$  mezi krajními body množiny. Algoritmus vezme první bod q (tzv. pivot) o minimální y-souřadnici, který s jistotou leží na konvexní obálce. Jako další bod je vybrán takový, který leží co nejvíc vlevo od pivota (co nejmenší x-souřadnice). Následně se do konvexní obálky přidávají body, které svírají s poslední dvojicí bodů v obálce největší úhel  $\omega$ . Tento proces se opakuje do té doby, než se dostaneme k počátečnímu bodu (pivot).



Obrázek 2: Algoritmus Jarvis Scan (zdroj: GeeksforGeeks 2024)

$$p_{j+1} = arg \ max_{\forall p_i \in P} \angle (p_{j-1}, p_j, p_i)$$

$$\tag{3}$$

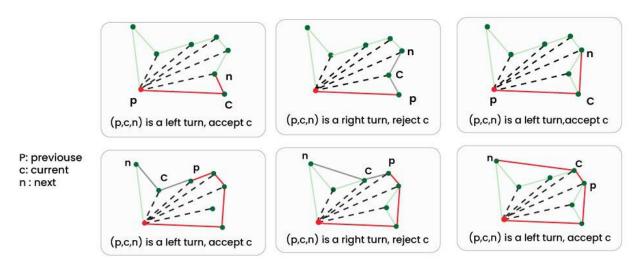
#### Graham Scan

Graham Scan (Obrázek~3) je oproti předchozí metodě vhodný pro větší množiny bodů. V prvním kroku je nalezen výchozí bod (pivot) stejným způsobem jako u metody Jarvis Scan. Dále jsou všechny body z množiny seřazeny podle velikosti úhlu  $\omega$ , který svírají s přímkou procházející pivotem a rovnoběžnou s osou x. Takto seřazené body jsou následně procházeny a je u nich vyhodnocováno kritérium levotočivosti:

$$p_{j} \begin{cases} \notin \mathcal{H}, & p_{j+1} \in \sigma_{r}(p_{j-1}, p_{j}), \\ ? \in \mathcal{H}, & p_{j+1} \in \sigma_{l}(p_{j-1}, p_{j}). \end{cases}$$

$$(4)$$

Jestliže se následující bod  $p_{j+1}$  nachází napravo (pravá polorovina  $\sigma_r$ ) od přímky procházející posledními dvěmi body, je do konvexní obálky přídán právě procházený bod a poslední bod  $p_j$  je naopak z konvexní obálky vyjmut.



Obrázek 3: Algoritmus Graham Scan (zdroj: GeeksforGeeks 2025)

#### Minimum Area Enclosing/Bounding Rectangle

Základní účel tohoto algoritmu je detekce natočení budovy. Pomocí algoritmu se také hledá nejmenší obdélník obklopující množinu bodů P. Nejprve je nutné vytvořit kolem množiny konvexní obálku, kterou následně rotujeme o úhel - $\sigma$  tak, aby postupně byla každá hrana rovnoběžná s osou x:

$$P_{0} = R(-\sigma)P \Rightarrow \begin{bmatrix} x_{r} \\ y_{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\sigma) & -\sin(-\sigma) \\ \sin(-\sigma) & \cos(-\sigma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$
 (5)

Po každém takovém otočení se spočte plocha obdélníku, kdy jako výsledek je brán takový obdélník, který má nejmenší plochu. Tento obdélník je otočen zpět o daný úhel  $\sigma$ . Stejný způsob rotace je využit i u ostatních metod generalizace.

#### Principal Component Analysis

Dalším algoritmem pro hledání hlavních směrů oobjektů je *Metoda hlavních komponent* (PCA). K tomu se využívá singulární rozklad matice:

$$C = U\Sigma V^{T}, \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} & 0 \\ 0 & \sigma_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}^{T},$$
(6)

kde C je kovarianční matice:

$$C = \begin{bmatrix} C(A, A) & C(A, B) \\ C(B, A) & C(B, B) \end{bmatrix}, C(A, B) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (A_i - \mu_A)(B_i - \mu_B),$$
 (7)

matice U a V jsou ortogonální matice, tzn. sloupcové vlastní vektory jsou na sebe kolmé a jednotkové velikosti:

$$U = V = \begin{bmatrix} \cos \sigma & -\sin \sigma \\ \sin \sigma & \cos \sigma \end{bmatrix}, \tag{8}$$

matice  $\Sigma$  je diagonální matice se čtverci velikostí vlastních vektorů na hlavní diagonále:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

#### Longest Edge

Principem tohoto algoritmu na hledání hlavního směru budovy je totožnost hlavního směru se směrem nejdelší hrany, kdy druhý hlavní směr je na něj kolmý. Následně je budova opět otočena o úhel  $-\sigma$  tak, aby hlavní směr byl rovnoběžný s osou. Kolem takto natočené budovy je vytvořen  $\mathit{Min-max}$  box a znovu otočen zpět o úhel  $\sigma$ .

#### Weighted Bisector

Metoda Weighted Bisector spočívá v nalezení dvou nejdelších uhlopříček polygonu budovy, je tedy potřeba, aby polygon měl alespoň 4 vrcholy. Tyto dvě uhlopříčky musí být spojnicemi dvou vrcholů polygonu a nesmí být totožné s hranou polygonu. Zároveň nesmí protínat žádnou z hran polygonu, což lze ověřit determinantovým testem. Nechť body  $A = [x_A, y_A]$  a  $B = [x_B, y_B]$  tvoří uhlopříčku a body  $C = [x_C, y_C]$  a  $D = [x_D, y_D]$  tvoří hranu budovy. Následně spočítáme determinanty:

$$t_{A} = \begin{vmatrix} x_{D} - x_{C} & y_{D} - y_{C} \\ x_{A} - x_{C} & y_{A} - y_{C} \end{vmatrix} \quad t_{B} = \begin{vmatrix} x_{D} - x_{C} & y_{D} - y_{C} \\ x_{B} - x_{C} & y_{B} - y_{C} \end{vmatrix}$$

$$t_{C} = \begin{vmatrix} x_{B} - x_{A} & y_{B} - y_{A} \\ x_{C} - x_{A} & y_{C} - y_{A} \end{vmatrix} \quad t_{D} = \begin{vmatrix} x_{B} - x_{A} & y_{B} - y_{A} \\ x_{D} - x_{A} & y_{D} - y_{A} \end{vmatrix}$$

$$(10)$$

Pokud se rovnají znaménka  $t_A$  a  $t_B$  nebo  $t_C$  a  $t_D$ , uhlopříčka neprotíná hranu budovy a lze jí použít pro výpočet hlavního směru  $\sigma$ . Ten se spočítá váženým průměrem směrnic dvou nejdelších uhlopříček, kde vahami jsou jejich délky  $d_1$  a  $d_2$ .

$$\sigma = \frac{d_1 \sigma_1 + d_2 \sigma_2}{d_1 + d_2} \tag{11}$$

#### Wall Average

Předpokladem tohoto algoritmu jsou pravoúhlé strany objektu, kdy se jedná o vážený průměr úhlu stran, který je poté zmodulován  $\frac{\pi}{2}$ . Nejprve jsou vypočteny směrnice všech hran jako rozdíl směrnic  $\sigma'$  a  $\sigma_i$ :

$$\Delta \sigma_i = |\sigma_i - \sigma'| \tag{12}$$

Poté se vypočítá zaokrouhlený násobek  $\frac{\pi}{2}$ :

$$k_i = \frac{2\Delta\sigma_i}{\pi} \tag{13}$$

Následně je vypočten "orientovaný" zbytek po dělení:

$$r_i = \Delta \sigma_i - k_i \frac{\pi}{2} \tag{14}$$

Hlavní směr budovy se nakonec spočítá jako vážený průměr zbytků po dělení, kde vahou jsou délky stran:

$$\sigma = \sigma' + \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i s_i}{s_i} \tag{15}$$

# 4 Popisy algoritmů formálním jazykem

#### Pseudokód metody Jarvis Scan

# Algorithm 1 Jarvis Scan

```
1: inicializuj konvexní obálku ch
2: najdi pivota q s minimální y-souřadnicí
3: najdi bod p_x s minimální x-souřadnicí
 4: inicializuj p_j = q, p_{j+1} = [p_x, p_j]
5: přidej bod p_i do konvexní obálky ch
6:
7: dokud p_{j+1} \neq q:
        inicializuj maximální úhel \phi_{max}
8:
        pro každý vrchol polygonu:
9:
             pokud p_i \neq polygon[i]:
10:
                  spočítej úhel \phi
11:
                  aktualizuj maximální úhel \phi_{max}
12:
13:
14:
        přidej vrchol s maximálním úhlem do konvexní obálky ch
        pokud p_i = q:
15:
             skonči cyklus
16:
```

#### Pseudokód metody Graham Scan

#### Algorithm 2 Graham Scan

```
1: inicializuj konvexní obálku ch
2: najdi pivota q s minimální y-souřadnicí
3: přidej pivota do konvexní obálky ch
4: inicializuj pomocný bod v pro výpočet úhlů
5: inicializuj slovník, kam se budou ukládat vrcholy s úhly
6:
   pro každý vrchol polygonu p_i:
7:
        pokud p_i = q:
8:
9:
             pokračuj
        spočti úhel \omega(v,q,p_i)
10:
11:
12: seřaď vrcholy polygonu podle úhlu \omega vzestupně
13: pokud existují 2 stejné úhly \omega, ponech ten odpovídající vrchol, který je dál od q
   přidej vrchol p_i odpovídající nejmenšímu úhlu \omega do konvexní obálky (j=0)
15:
16: pro zbylé vrcholy seřazené podle úhlu \omega (j > 1):
        dokud počet vrcholů v ch > 1 a p_i leží napravo od hrany tvořené posledními 2 vrcholy v ch:
17:
             odstraň poslední vrchol z ch
18:
        přidej p_i do ch
19:
```

#### Pseudokód metody Minimum Area Enclosing/Bounding Rectangle

#### Algorithm 3 Minimum Area Enclosing/Bounding Rectangle

```
1: inicializuj minimální směrnici \sigma_{min} = 0
2: vytvoř konvexní obálku ch
3: inicializuj MMB_{min} a spočítej jeho plochu area_{min}
4:
5: pro každou hranu konvexní obálky ch:
        spočítej rozdíly souřadnic dx, dy
6:
        spočítej směrnici \sigma
 7:
8:
        otoč konvexní obálku cho-\sigma
        zkonstruuj MMB a spočítej area rotované konvexní obálky ch
9:
        pokud area < area_{min}:
10:
             aktualizuj area_{min}, MMB_{min} a \sigma_{min}
11:
12:
13:
        přeškáluj plochu MMB_{min} na stejnou plochu jako vstupní budova
        proved zpětnou rotaci MMB_{min} o \sigma_{min}
14:
```

#### Pseudokód metody Principal Component Analysis

#### Algorithm 4 PCA

```
1: inicializuj seznamy souřadnic x, y
2:
3: pro všechny body polygonu building:
4: přidej souřadnice bodu do seznamu x, y
5:
6: vytvoř matici A
7: spočítej kovarianční matici C z matice A
8: proveď singulární rozklad matice C
9: spočítej směrnici \sigma vlastních vektorů matice C
10: otoč building o -\sigma
11: spočítej MMB rotované building
12: přeškáluj plochu MMB na stejnou plochu jako vstupní budova
13: proveď zpětnou rotaci MMB o \sigma
```

#### Pseudokód metody Longest Edge

#### Algorithm 5 Longest Edge

```
1: inicializuj nejdelší hranu longest\_edge = 0
3: pro všechny body polygonu building:
 4:
        spočítej délku hrany edge_length
 5:
        pokud edge\_length > longest\_edge:
 6:
 7:
             aktualizuj longest_edge
             inicializuj vrcholy a, b nejdelší hrany
 8:
        spočítej směrnici \sigma nejdelší hrany
9:
10:
        otoč polygon building o -\sigma
11:
12: zkonstruuj MMB rotované building
13: proveď zpětnou rotaci MMB o \sigma
14: přeškáluj plochu MMB na stejnou plochu jako vstupní budova
```

#### Pseudokód metody Weighted Bisector

#### Algorithm 6 Weighted Bisector

```
1: pokud má vstupní polygon méně než 4 vrcholy:
        vrať prázdný polygon
2:
4: najdi všechny úsečky u_{i,j} spojující 2 vrcholy polygonu (kromě hran) a spočti jejich délku d
5: seřaď úsečky u_{i,j} podle délky sestupně
7: pro všechny u_{i,j} (seřazené):
        \mathbf{pokud}\ u_{i,j} neprotíná žádnou hranu polygonu (determinantový test), nalezení validní diagonály:
8:
              spočítej směrnici \sigma_k úsečky u_{i,j}
9:
10:
              pokud byly nalezeny 2 validní diagonály:
11:
                  spočítej \sigma = \frac{d_1\sigma_1 + d_2\sigma_2}{d_1 + d_2}
12:
                  otoč polygon o -\sigma
13:
                  spočítej MMB rotovaného polygonu
14:
                   přeškáluj plochu MMB na stejnou plochu jako vstupní polygon
15:
                   proveď zpětnou rotaci MMB o \sigma
16:
                   ukonči cyklus
17:
```

#### Pseudokód metody Wall Average

#### Algorithm 7 Wall Average

```
1: spočítej rozdíly souřadnic dx_0, dy_0 mezi dvěma prvními po sobě jdoucími body
2: inicializuj celkovou délku hran d_{sum} a rd ("orientované" zbytky po dělení vynásobené délkou hran)
3: spočítej směrnici \sigma_0 mezi dvěma prvními po sobě jdoucími body
4:
5: pro každou hranu:
        spočítej rozdíly souřadnic dx, dy mezi dvěma po sobě jdoucími body
        spočítej směrnici \sigma_i mezi dvěma po sobě jdoucími body
7:
        spočítej rozdíl směrnic \Delta \sigma
8:
        spočítej k (zaokrouhlený násobek \frac{\pi}{2})
9:
        spočítej "orientovaný" zbytek po dělení r
10:
        spočítej vzdálenost d mezi dvěma po sobě jdoucími body
11:
12:
        aktualizuj rd
        aktualizuj celkovou délku hran d_{sum}
13:
14:
15: spočítej průměrný úhel \sigma
16: otoč building o-\sigma
17: spočítej MMB rotované building
18: proveď zpětnou rotaci MMB o \sigma
19: přeškáluj plochu MMB na stejnou plochu jako vstupní budova
```

### 5 Aplikace

Po spuštění skriptu MainForm.py se otevře okno aplikace. V záložce File jsou umístěny funkce Open a Exit. V další záložce Simplify jsou algoritmické funkce MBR, PCA, Longest Edge, Weighted Bisector, Wall Average a funkce na přepínání metody tvorby konvexní obálky Jarvis/Graham Scan. Poslední záložka View obsahuje funkce Clear results a Clear all. Všechny tyto funkce mají ikonku nacházející se na nástrojové liště (Obrázek 4).

Po kliknutí na fukci *Open* se otevře nabídka pro vybrání požadovaného souboru ve formátu *shapefile*, který obsahuje pouze topologicky správné polygony. Jako data pro generalizaci byly využity vrstvy budov tří městských částí Prahy (*Geoportál Praha 2024*). Přesněji se jedná o části Háje, Staré Město a Točná, které jsou přiloženy společně s kódy. Tato data byla ještě upravena v SW ArcGIS Pro, aby testovací data obsahovaly méně budov, jelikož v aplikaci nelze přibližovat. Díky tomu je lépe viditelný rozdíl mezi vstupní a generalizovanou budovou. V aplikaci lze též kreslit svůj vlastní polygon, jestliže není otevřen shapefile soubor.

Kliknutím na funkci *Clear results* se smaže generalizovaná budova (Min-max box). Pro nahrání nebo nakreslení jiného polygonu je zapotřebí spustit funkci *Clear all.* Aplikaci lze ukončit funkcí *Exit* nebo tlačítkem "křížek" v pravém horním rohu.



Obrázek 4: Ukázka aplikace

#### 6 Dokumentace

Program řešící generalizaci budov pomocí různých metod byl vytvořen v SW Visual Studio Code v jazyce Python. Program se skládá ze tří jednotlivých souborů, které zároveň odpovídají názvům použitých tříd. Celé grafické prostředí výsledné aplikace bylo vytvořeno v SW Qt Designer.

#### Třída MainForm

Pomocí třídy *MainForm* se spouští celé uživatelské prostředí aplikace. Třida obsahuje načítání ikonek jednotlivých funkcí a zprostředkovává propojení s ostatními třídami. Třída dále obsahuje tyto funkce:

- simplifyBuildingCore funkce zavolá metody getBuilding a třídu Algorithms. Dále je nad všemi polygony z metody getBuilding zavolána jedna z metod v závislosti na zvoleném parametru. Poté je zavolána metoda setSimplifBuilding a celá aktivní plocha aplikace se aktualizuje. Nakonec funkce zavolá metodu evaluate a v dialogovém okně zobrazí přesnost generalizace.
- simplifyBuildingMBR funkce zavolá metodu simplifyBuildingCore s parametrem "MBR", která zavolá metodu createMBR na vstupní polygony.
- simplifyBuildingBRPCA funkce zavolá metodu simplifyBuildingCore s parametrem "BRPCA", která zavolá metodu createBRPCA na vstupní polygony.
- simplifyBuildingLE funkce zavolá metodu simplifyBuildingCore s parametrem "LE", která zavolá metodu longestEdge na vstupní polygony.
- simplifyBuildingWB funkce zavolá metodu simplifyBuildingCore s parametrem "WB", která zavolá metodu weightedBisector na vstupní polygony.
- simplifyBuildingWA funkce zavolá metodu simplifyBuildingCore s parametrem "WA", která zavolá metodu wallAverage na vstupní polygony.
- switchClick funkce zavolá metodu switchMethodCH.
- openClick funkce zavolá metodu openFile.
- exitClick funkce zavolá metodu exit.
- clearAllClick funkce zavolá metodu clearAll.
- clearClick funkce zavolá metodu clearRes.

#### Třída Draw

Na začátku třídy jsou inicializovány pomocné proměnné. Třída dále obsahuje následující funkce:

- openFile funkce zobrazí systémové okno s možností nahrání souboru ve formátu shapefile. Vybraný shapefile přečte a pro jeho zobrazení v okně aplikace zavolá funkci geomShapefile.
- geomShapefile funkce vykreslí shapefile, při čemž zpracovává geometrii vstupních dat a upraví souřadnice dat podle velikosti plochy otevřeného okna aplikace.
- exit funkce ukončí aplikační okno.
- clear All funkce vymaže všechna data (vložená, nakreslená a algoritmem vygenerovaná).
- clearRes funkce vymaže výsledný generalizovaný polygon.
- mousePressEvent funkce zjišťuje souřadnice, na které bylo kliknuto. Tyto souřadnice se rovnají vrcholu kresleného polygonu.
- paintEvent funkce vykreslí nahrané polygony ze shapefilu, nebo vykreslí uživatelem nakresleným polygon. Dále funkce vykreslí výsledný generalizovaný polygon.
- switchMethodCH funkce přepíná metody pro vytvoření konvexní obálky (Jarvis/Graham Scan).
- getBuilding funkce vrací polygony budov jako seznam.
- setSimplifBuilding funkce změní hodnotu proměnné s generalizovanými polygony.
- **getMethodCH** funkce vrací danou metodu pro vytvoření konvexní obálky (1 = Jarvis Scan, 2 = Graham Scan).

#### Třída Algorithms

Tato třída obsahuje následující funkce:

- $\bullet \;\; {\bf calculate Distance}$  funkce spočítá euklidovskou vzdálenost předaných bodů.
- get\_point\_location funkce analyzuje vzájemnou polohu bodu a přímky pomocí determinantu pro Halfplane test.
- get2VectorsAngle funkce spočítá velikost úhlu mezi vektorem  $\vec{u}$  a vektorem  $\vec{v}$  podle vzorce:

$$\cos \omega = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \tag{16}$$

• **createCHJ** - funkce zkonstruuje konvexní obálku metodou Jarvis Scan. Vyhodnocení bylo provedeno na základě rovnice (3) v kapitole 3.

- **createCHG** funkce zkonstruuje konvexní obálku metodou Graham Scan. U jednotlivých vrcholů je vyhodnocováno kritérium levotočivosti popsané rovnicí (4) v kapitole 3 za pomoci funkce **get\_point\_location**.
- rotate funkce otočí polygon o daný úhel  $-\sigma/\sigma$ . K rotaci byl využit vzorec (5) uvedený v kapitole 3.
- createMMB funkce spočítá min-max box pro daný polygon.
- getArea funkce spočítá plochu pro daný polygonu.
- resizeRectangle funkce přeškáluje generalizovanou budovu podle plochy vstupní budovy. Použité vzorce jsou vypsány v kapitole 3, přesněji byly využity rovnice (1) a (2).
- createMBR funkce kolem konvexní obálky budovy vytvoří obdélník s minimální plochou.
- createBRPCA funkce detekuje natočení budovy pomocí metody PCA. Při implementaci byly využity rovnice (6), (7), (8) a (9) z kapitoly 3.
- wallAverage funkce detekuje natočení budovy pomocí metody Wall Average. Využity přitom byly rovnice (12), (13), (14) a (15) uvedené v kapitole 3.
- longestEdge funkce detekuje natočení budovy pomocí metody Longest Edge.
- weightedBisector funkce detekuje natočení budovy pomocí metody Weighted Bisector. Pro provedení metody byly použity vzorce (10) a (11) z kapitoly 3.
- normalizeAngle funkce normalizuje úhel do intervalu  $(-\pi, \pi)$  (v radiánech).
- evaluate funkce slouží k hodnocení efektivity detekce hlavních směrů. Využity k tomu byly rovnice pro výpočet střední hodnoty čtverců úhlových odchylek jednotlivých segmentů:

$$\Delta\sigma = \frac{\pi}{2n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - r)^2},\tag{17}$$

kde

$$r_{i} = \Delta \sigma_{i} - k_{i} \frac{\pi}{2}$$

$$k_{i} = \frac{2\sigma_{i}}{\pi}.$$
(18)

# 7 Výsledky

Efektivita detekce hlavních směrů budov, tj. hodnocení generalizačních metod bylo vypočteno pomocí rovnice (17). V tabulce je uvedeno procento budov, pro které platí  $\Delta \sigma < 10^{\circ}$ , tedy hlavní směr budovy je téměř rovnoběžný s hranami budovy nebo je na ně kolmý.

Městské části	MBR	PCA	Longest Edge	Weighted Bisector	Wall Average
Staré Město	96,26 %	70,59 %	94,12 %	51,34 %	91,44 %
Háje	99,02 %	81,43 %	99,02 %	69,06 %	99,02 %
Točná	99,06 %	63,12 %	99,06 %	46,56 %	97,81 %
průměr	98,11 %	71,71 %	97,40 %	55,65 %	96,09 %

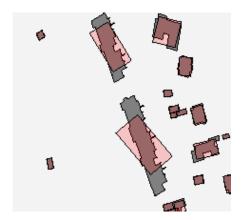
Nejlepšího hodnocení podle kritérií dosáhl Minimum Area Enclosing/Bounding Rectangle s 98,11 %. Tato metoda poskytuje celkově dobré výsledky. Jediným problémem je zástavba Starého Města, kde mají budovy nepravidelné tvary, při generalizaci dochází nevhodnému k překrývání budov, nicméně takovýto typ zástavby je obecně obtížné generalizovat na LOD0.



Obrázek 5: Generalizované budovy ve Starém Městě metodou MBR

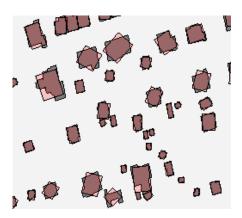
Metody Longest Edge a Wall Average také dosáhly velmi dobrých výsledků. Problematickým místem se pro

metodu Wall Average ukázaly být budovy s mnoha kratšími hranami, viz Obr. 6.



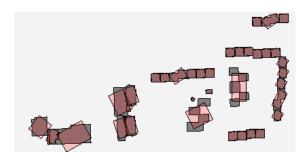
Obrázek 6: Ukázka nevhodně generalizovaných budov metodou Wall Average (Točná)

Nepříliš dobrých výsledků dosáhla metoda Principal Component Analysis. Při její aplikaci dochází k nevhodnému natočení budov, které mají výstupky.



Obrázek 7: Ukázka nevhodně generalizovaných budov metodou Principal Component Analysis (Točná)

Nejhorších výsledků dosáhla metoda Weighted Bisector. Dochází zde k natáčení budov tak, že hrany generalizované budovy nejsou paralelní s hranami budovy původní.



Obrázek 8: Ukázka nevhodně generalizovaných budov metodou Weighted Bisector (Háje)

### 8 Závěr

V rámci řešení problému generalizace budov LOD0 byly implementovány algoritmy a metody *Minimum Area Enclosing/Bounding Rectangle*, *Principal Component Analysis*, *Longest Edge*, *Weighted Bisector* a *Wall Average*. Jednotlivé analyzované městské části jsou vizualizovány v aplikaci, která zároveň zobrazuje výslednou generalizaci pro každou metodu.

Jako možné vylepšení skriptu by byla možnost přibližování a pohybování se v okně aplikace, aby bylo možné si prohlédnout detailní rozdíl jednotlivých metod generalizace od vstupních budov.

# Zdroje

BAYER, T. (2025): Konvexní obálka množiny bodů. Přednáška pro předmět Algoritmy počítačové kartografie, Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie, Přírodovědecká fakulta UK [cit. 24.3.2025].

GEEKSFORGEEKS (2025): Convex Hull using Graham Scan. https://www.geeksforgeeks.org/convex-hull-using-graham-scan/[cit. 25.3.2025].

GEEKSFORGEEKS (2024): Convex Hull using Jarvis' Algorithm or Wrapping. https://www.geeksforgeeks.org/convex-hull-using-jarvis-algorithm-or-wrapping/[cit. 25.3.2025].