

**Institut Supérieur des Sciences Appliquées et Économiques
associé au Conservatoire National des Arts et Métiers**

Gestion quantitative du risque en finance et assurance-STA 217

**Projet Final:
Bitcoin & Ethereum**



Prépare par : Elio Bou Serhal

Date : 14/8/2023

Contents

I.	Introduction	4
II.	Objective	4
	1) Comparer les séries temporelles financières des deux principales monnaies virtuelles	4
	2) Etudier la distribution des valeurs extrêmes des deux séries temporelles financières.....	4
III.	Etape à faire	4
IV.	Partie Historique	5
	1) Bitcoin : la crypto monnaie de référence	5
	2) Ethereum : challenger du Bitcoin et crypto la plus utilisée	5
V.	Explication Théorique	6
	Mots clés :	6
	1) La différence entre la série chronologique et temporelle :	6
	2) La différence entre AR, MA, ARMA, ARIMA et SARIMA :	6
	3) La différence entre ARCH, GARCH et HARCH:.....	6
	4) Explication sur les VE et GPD :	7
	5) Explication sur le Backtesting:	7
VI.	Analyse Descriptive :	8
	1) Importer la base de données des 2 monnaies virtuelles BTC et ETH.	8
	2) Représentation Graphique de la variable Adj. Close	8
	3) Représentation Graphique de la distribution de la série temporelle financière	9
	4) Calculer le Rendement de ces 2 séries temporelles financières.....	11
	5) Calculer l'autocorrélation des deux carrés du rendement.	11
	6) Etudier la stationnarité	12
	7) Montrer que la queue de la distribution est épaisse.....	12
	8) Représentation graphique du rendement pour voir la distribution.	13
	9) Tester la présence des effets de levier (distribution asymétrie ou symétrie).	13
	10) Tester la saisonnalité (effets saisonnés).	13
	11) Etudier l'asymétrie perte/gain (kurtosis test, skewness test, p-value).	14
	12) Travailler par la queue épaisse conditionnelle	14
VII.	Application du modele sur la base de données	16
	1) Tester s'il existe des effets ARCH(p) et GARCH (p, q)	16
	2) Travailler par le modèle GARCH.....	16
	3) Tester les résidus conditionnels du modèle sGARCH	16
	4) Effectuer des tests pour choisir le meilleur modèle du série ETH	17
VIII.	Etudier la distribution des Valeurs extrêmes.....	17
	Conclusion.....	18

Références	18
------------------	----

Figure 1: Histogramme et Diagramme en baton du Bitcoin et d'Ethereum	8
Figure 2: Prix d'ouverture et de la clôture du BTC.....	9
Figure 3: Prix plus haut et plus bas du BTC.....	9
Figure 4: Graphe d'action du BTC	9
Figure 5: Prix d'ouverture et de la clôture d'ETH.....	10
Figure 6: Prix plus haut et plus bas d'ETH.....	10
Figure 7: Graphe d'action d'ETH	10
Figure 8: Représentation graphique du R_t et R_{t2} (BTC)	11
Figure 9: Représentation graphique du R_t et R_{t2} (ETH)	11
Figure 10: Représentation graphique des différences de rendements du Bitcoin et d'Ethereum.....	12
Figure 11: Représentation graphique de la distribution de la queue du BTC.....	13
Figure 12: Représentation graphique de la distribution de la queue d'ETH.....	13
Figure 13: QQ-plot des résidus du nouveau modèle ARIMA	14
Figure 14: distribution des erreurs du BTC	15
Figure 15: distribution des erreurs d'ETH	15

Table 1: Statistique descriptive du BTC et ETH	8
Table 2: Les paramètres estimés des VE.....	17

I. Introduction

Après les deux sommets majeurs de 2021, le marché des crypto monnaies a connu une importante crise qui a touché la quasi-totalité du marché en 2022. Alors que les risques monétaires ou financiers, notamment liés à la guerre en Ukraine, à l'inflation et aux hausses des taux d'intérêt dans le monde, ont persisté tout au long de l'année dernière, le marché des crypto monnaies a fortement baissé. L'industrie des cryptos aurait en effet perdu près de 3,9 milliards de dollars américains en 2022.

Alors que les crypto monnaies semblent se reprendre en ce début d'année 2023, il est important de savoir sur quelle crypto monnaie se concentrer pour en profiter. Ainsi, nous vous proposons dans cet article un tour d'horizon des meilleures crypto 2023. Il est aussi important pour le marché des cryptos de continuer à reconstruire un socle solide qui assurera l'expansion ou le rebond des crypto monnaies après les nombreuses faillites et les risques liés à l'instabilité structurelle de plusieurs projets, ainsi que le manque de liquidités qui incite à la prudence. Vous vous demandez quelle crypto acheter ? Découvrez notre Top 8 des meilleures crypto 2023.

II. Objective

1) Comparer les séries temporelles financières des deux principales monnaies virtuelles : Bitcoin (BTC) et Ethereum (ETH), en utilisant le processus HARCH pour déterminer comment ces deux monnaies virtuelles diffèrent en termes de :

- Volatilité.
- Analyse du comportement conditionnellement hétéroscédastique.

Ce genre d'analyse peut fournir des informations importantes pour les investisseurs, les chercheurs et les professionnels travaillant dans le domaine des crypto monnaies.

2) Etudier la distribution des valeurs extrêmes des deux séries temporelles financières : Bitcoin (BTC) et Ethereum (ETH) en utilisant la distribution de Pareto Généralisé (GPD) pour déterminer les caractéristiques des valeurs extrêmes :

- Estimer le seuil de la distribution des valeurs extrêmes en se basant sur différentes méthodes.
- Déterminer à quelle famille appartienne la distribution des valeurs extrêmes.
- Estimer l'intervalle de confiance de ces valeurs extrêmes.

III. Etape à faire

- 1) Importer la base de données des 2 monnaies virtuelles BTC et ETH.
- 2) Calculer le Rendement de ces 2 séries temporelles financières.
- 3) Etudier la stationnarité (moyenne, variance, écart type, min, max...)
- 4) Calculer l'autocorrélation des deux carrés du rendement.
- 5) Montrer que la queue de la distribution est épaisse (loi normal et kurtosis test).
- 6) Représentation graphique du rendement pour voir l'existence de la volatilité.
- 7) Travailler par la queue épaisse conditionnelle (effets d'heteroscedasite, ARCH, HARCH...).
- 8) Tester la présence des effets de levier (distribution asymétrie ou symétrie).
- 9) Tester la saisonnalité (effets saisonnels).
- 10) Etudier l'asymetrie perte/gain (kurtosis test, skewness test, p-value).
- 11) Etudier la distribution des Valeurs extrêmes en utilisant la méthode « Peak over Threshold ».
- 12) estimer un seuil
- 13) préciser à quelle famille appartienne la distribution de la queue en utilisant GPD.
- 14) Estimer l'intervalle de confiance.
- 15) Prévoir l'évolution du marché financier du BTC et ETH.

IV. Partie Historique

1) Bitcoin : la crypto monnaie de référence

Le Bitcoin ¹(BTC), créé par Satoshi Nakamoto, n'est pas exactement une nouvelle crypto monnaie. Il s'agit de la première à avoir été créée. Le BTC, en tant que principale crypto monnaie, donne un bon aperçu des tendances de l'ensemble des autres cryptos. 2020 a été une année de tous les records pour le Bitcoin. Sa capitalisation a été multipliée par plus de 2,5 sur l'année ! En 2021, le Bitcoin a progressé plus lentement, mais est tout de même parvenu à gagner près de 50 %. La capitalisation du Bitcoin a d'ailleurs dépassé celle de sociétés comme LVMH ou Bank of America. Mais de telles performances annoncent généralement des chutes aussi brutales. On a ainsi remarqué la présence de fortes hésitations sur le Bitcoin en 2021 avec des mouvements baissiers plus récurrents. L'année 2022 a confirmé le ralentissement des performances haussières avec une accélération de la chute du BTC, précipitée par la crise généralisée du marché.

Le Bitcoin a commencé l'année 2023 au-dessus des 16 550 \$ et évolue autour des 28 230 \$ actuellement. La trajectoire de l'inflation et des politiques monétaires sera déterminante pour l'évolution du Bitcoin en 2023, car les investisseurs pourraient se tourner vers des actifs plus risqués. Il ne faut pas oublier non plus la crise du secteur bancaire et financier qui pourrait influencer la valeur du token. Les évolutions technologiques autour du Bitcoin devraient aussi soutenir la performance du réseau et attirer plus d'investisseurs.

2) Ethereum : challenger du Bitcoin et crypto la plus utilisée

L'Ethereum² (ETH) est la deuxième crypto monnaie en termes de valorisation. Ce n'est donc pas non plus une nouvelle crypto monnaie mais sa prépondérance en fait une crypto incontournable encore en 2023. En 2021, l'ETH avait surperformé significativement le Bitcoin (+270 %), mais la chute de 2022 n'en fut que plus importante puisque le jeton a perdu quasiment 70 % l'an dernier. Depuis le début de l'année 2023, l'ETH a gagné plus de 50 % pour le moment et est passé de 1 200 \$ à 1 800 \$.

Malgré de faibles performances l'année dernière, Ethereum a réussi à mettre en œuvre la mise à jour « The Merge » mi-septembre pour passer de la preuve de travail à la preuve d'enjeu, ce qui s'est avéré être l'une des rares évolutions positives sur le marché en 2022. La fusion a réduit la quantité de jetons ETH disponibles en circulation et a rendu le réseau Ethereum 99,95 % plus efficace sur le plan énergétique. C'est une grande avancée, car l'ETH est souvent considéré comme la monnaie virtuelle la plus utilisée. Cela s'explique par la présence de nombreux tokens qui se basent sur l'utilisation de l'Ethereum.

On peut associer l'ETH à un indice boursier dans la mesure où les entreprises qui le composeraient seraient les acteurs de l'industrie cryptos. Ce mécanisme explique aussi la crise de panique qui a touché ETH en 2022. Certains jetons reliés à Ethereum, à l'instar de StETH, sont une des principales explications à l'effondrement de plateformes comme Celsius. Cette année 2023 devrait être une nouvelle année de mises à jour importantes pour Ethereum qui pourraient soutenir le réseau comme la mise à jour de Shanghai (ou Shapella) qui permettra aux validateurs de pouvoir débloquer leurs ETH mis de côté pour sécuriser le réseau.

¹ [Monnaie Virtuelle : Top 10 des meilleures cryptos 2023 \(digitalbusiness.fr\)](https://www.digitalbusiness.fr/monnaie-virtuelle/top-10-des-meilleures-cryptos-2023)

² [Monnaie Virtuelle : Top 10 des meilleures cryptos 2023 \(digitalbusiness.fr\)](https://www.digitalbusiness.fr/monnaie-virtuelle/top-10-des-meilleures-cryptos-2023)

V. Explication Théorique

L'étude des séries temporelles ou séries chronologiques correspond à l'analyse statistique d'observations régulièrement espacées dans le temps ; c'est la succession d'observations au cours du temps $\{X_t : t = 1, 2, \dots, N, \dots\}$.

Mots clés :

VE= valeurs extrêmes.

GPD= Generalized Pareto Distribution (distribution de Pareto Généralisé).

ARCH (p) = Autoregressive Conditional Heteroscedasticity.

HARCH (p) = Heterogeneous Autoregressive Conditional Heteroscedasticity.

GARCH (p, q) = Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

1) La différence entre la série chronologique et temporelle :

Série chronologique : l'ordre existe, les observations sont ordonnées et dépendent du temps.

Série temporelle : l'ordre n'existe pas, les observations dépendent du temps seulement.

Stationnaire / non-stationnaire : les séries peuvent être stationnaires ou non. Autrement dit, ça dépend de quelques propriétés comme la moyenne et la variance qui doivent être constantes pour qu'il n'existe pas beaucoup de volatilité alors, dans ce cas on dit c'est une série stationnaire.

2) La différence entre AR, MA, ARMA, ARIMA et SARIMA ³:

AR(p): la valeur courante de la série dépend linéairement de ses valeurs passées avec un certain décalage.

MA(q): la valeur courante de la série dépend linéairement des erreurs de prédiction passées avec un certain décalage.

ARMA (p, q): elle utilise à la fois les valeurs passées et les erreurs de prédiction passées.

ARIMA (p, d, q): elle est utilisée pour modéliser les séries temporelles non-stationnaires c'est-à-dire des séries avec des tendances ou des modèles de variation de la moyenne. Autrement dit, on utilise ARIMA pour rendre la série stationnaire avant d'appliquer le modèle ARMA.

SARIMA (p, d, q, P, D, Q): elle est utilisée pour modéliser des séries temporelles avec des motifs saisonniers (existence des effets saisonniers).

3) La différence entre ARCH, GARCH et HARCH⁴:

ARCH(p): elle est utilisée pour modéliser la volatilité conditionnelle des séries temporelles c'est-à-dire la variation des écarts type des erreurs de prédiction en fonction des erreurs de prédictions passées.

GARCH(p, q): c'est une extension du modèle ARCH qui permet de modéliser la volatilité conditionnelle en utilisant à la fois les erreurs de prédiction passées et les carres des erreurs de prédiction passées.

HARCH(p): C'est une extension du modèle ARCH qui permet de prendre en compte l'hétérogénéité dans les dynamiques de volatilité. Dans les modèles ARCH classiques, la volatilité conditionnelle est modélisée de manière homogène, c'est-à-dire que tous les actifs ou périodes sont traités de la même manière. En revanche, dans les modèles HARCH, on peut spécifier des comportements de volatilité différents pour différents actifs ou périodes.

Les termes "p," "d," "q," "P," "D," et "Q" sont couramment utilisés dans le contexte des modèles de séries temporelles, Le choix approprié de ces ordres dépend de l'analyse des données et de la compréhension du comportement de la série temporelle.

³ [Time Series Analysis Introduction — A Comparison of ARMA, ARIMA, SARIMA Models | by Destin Gong | Towards Data Science](#)

⁴ [Les modèles ARCH et \(G\)ARCH - : Techniques d'analyse et de prévision des séries financières ARC \(123dok.net\)](#)

p : C'est l'ordre de la composante autorégressive (AR). Il indique le nombre de valeurs temporelles passées incluses dans le modèle pour prédire la valeur actuelle. Par exemple, si $p = 2$, cela signifie que les deux dernières valeurs temporelles sont utilisées pour prédire la valeur actuelle.

d : C'est l'ordre de la différenciation (I) intégrée. Il indique combien de différences successives doivent être prises pour rendre la série temporelle stationnaire. La différenciation est utilisée pour éliminer les tendances et les structures de corrélation non stationnaires dans la série temporelle.

q : C'est l'ordre de la composante moyenne mobile (MA). Il indique le nombre de valeurs d'erreurs passées incluses dans le modèle pour prédire la valeur actuelle. Si $q = 1$, cela signifie qu'une seule erreur passée est utilisée pour prédire la valeur actuelle.

P : C'est l'ordre de la composante saisonnière autorégressive (SAR). Il fonctionne de manière similaire à l'ordre p , mais pour les valeurs temporelles à une saison d'écart. Il indique le nombre de valeurs saisonnières passées incluses dans le modèle.

D : C'est l'ordre de la différenciation saisonnière (SI). Il fonctionne comme l'ordre d , mais pour les valeurs saisonnières. Il indique combien de différences saisonnières doivent être prises pour rendre la série temporelle saisonnière stationnaire.

Q : C'est l'ordre de la composante saisonnière moyenne mobile (SMA). Il fonctionne comme l'ordre q , mais pour les erreurs saisonnières passées.

4) Explication sur les VE^5 et GPD^6 :

VE : Les changements dans le niveau d'une série temporelle ne pouvant pas être expliqués sont nommés valeurs extrêmes qui font référence aux observations qui se situent très loin des valeurs moyennes ou typiques de la série, Ces observations sont incohérentes par rapport au reste de la série et peuvent considérablement influencer l'analyse et affecter la capacité de prévision du modèle de série temporelle.

GPD : Distribution de Pareto Généralisée, c'est une distribution de probabilité continue utilisée pour modéliser des valeurs extrêmes dans des données. Cette distribution dépend de 3 paramètres :

- **μ (mu)** : $\in (-\infty, \infty)$, Ce paramètre représente la position (ou le décalage) de la distribution. Il peut avoir un effet sur le lieu de centrage de la distribution.
- **σ (Sigma)** : $\in (0, \infty)$ car il mesure l'étalement ou la dispersion des valeurs, Ce paramètre représente le paramètre d'échelle de la distribution. Une valeur plus élevée de σ implique une distribution plus large.
- **ξ (Xi)** : $\in (-\infty, \infty)$ Ce paramètre est l'indice de forme ou de queue. Il joue un rôle crucial dans la modélisation de la queue de distribution, spécifiquement pour capturer la décroissance des valeurs extrêmes. Différentes valeurs de ξ représentent différents types de queues de distribution (lourde ou légère).

5) Explication sur le Backtesting⁷:

Le backtesting, également appelé test rétrospectif, est une méthodologie utilisée dans la finance et l'investissement pour évaluer la performance d'un modèle d'investissement ou d'une stratégie de gestion des risques en l'appliquant à des données historiques. Le processus de backtesting implique d'appliquer la stratégie sur des données passées pour évaluer comment elle aurait performé dans des conditions réelles, mais antérieures

L'objectif principal du backtesting est de déterminer si une stratégie aurait été profitable et efficace dans le passé, en utilisant des données historiques pour simuler les conditions de marché.

⁵ [Valeurs extrêmes - Documentation IBM](#)

⁶ [Generalized Pareto distribution - HandWiki](#)

⁷ [Backtesting: Definition, How It Works, and Downsides \(investopedia.com\)](#)

VI. Analyse Descriptive :

1) Importer la base de données des 2 monnaies virtuelles BTC et ETH.

En utilisant le site du Yahoo⁸, on a extrait le prix en dollars des deux principales monnaies virtuelles BTC et ETH entre 14/8/2018 et 14/8/2023

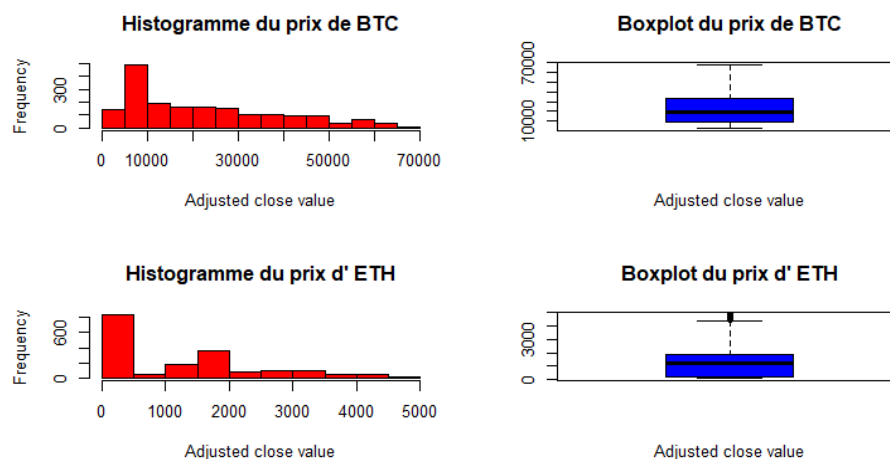
Table 1: Statistique descriptive du BTC et ETH

BITCOIN						
	Open	High	Low	Close	Adj.Close	Volume
Min	3236	3275	3191	3237	3237	3.06E+09
1st Qu	8685	8845	8533	8700	8700	1.61E+10
Median	18838	19275	18322	18870	18870	2.54E+10
Mean	22498	23021	21928	22508	22508	2.81E+10
3rd Qu	33767	34778	32266	33735	33735	3.61E+10
Max	67550	68790	66382	67567	67567	3.51E+11

ETHEREUM						
	Open	High	Low	Close	Adj.Close	Volume
Min	84.28	85.34	82.83	84.31	84.31	1.09E+09
1st Qu	209.18	213.73	203.66	208.98	208.98	6.66E+09
Median	1190.01	1218.19	1137.93	1191.53	1191.53	1.14E+10
Mean	1281.24	131847	1240.01	1281.89	1281.89	1.38E+10
3rd Qu	1893.43	1936.84	1862.71	1894.32	1894.32	1.84E+10
Max	4810.07	4891.7	4718.04	4812.09	4812.09	8.45E+10

Ces deux tableaux donnent une idée générale sur la distribution des deux séries temporelles financières ou on peut voir que les 2 séries contiennent 4 variables : Open, High, Low, Close, Adj. Close et le volume tel que les valeurs Max, Min, Médian, Moyenne et 3rd quantiles de la série Bitcoin est plus élevées que celle d'Ethereum ce qui montre l'importance du bitcoin plus que l'Ethereum.

2) Représentation Graphique de la variable Adj. Close



Histogramme montrant que la variable Adj. Close du BTC a une fréquence plus grande que celle d'ETH alors que, la boîte à moustache montre que l'ETH présente des points de levier ou points d'aberrantes ce qui montrent l'existence des effets de levier

Figure 1: Histogramme et Diagramme en baton du Bitcoin et d'Ethereum

⁸ [Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News](#)

3) Représentation Graphique de la distribution de la série temporelle financière

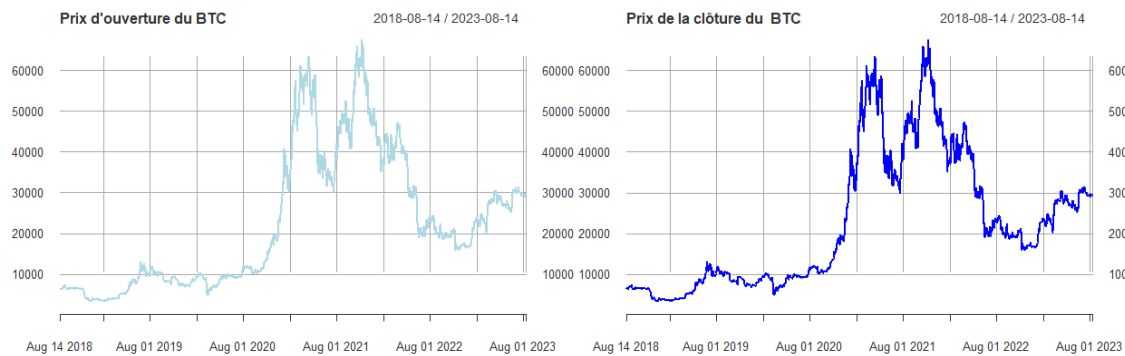


Figure 2: Prix d'ouverture et de la clôture du BTC

Graphe montrant les changements du prix d'ouverture et de la clôture durant le temps de la série temporelle financière Bitcoin, ou on peut constater que du 2018 jusqu'au 2020 le prix était presque constante alors qu'à la fin du 2020 j'usqu'à la fin du 2022 il a augmenté et diminué, il n'était pas stable du tout.



Figure 3: Prix plus haut et plus bas du BTC

Graphe montrant les deux prix d'ouverture et de la clôture ensemble qui montre la proportionnalité entre les deux variables Open et Close et qui donne une idée sur les changements durant le temps de la date 14/8/2018 jusqu'à 14/8/2023.



Figure 4: Graphe d'action du BTC

Graphe montrant la proportionnalité entre l'ouverture, clôture minimal et l'ouverture, clôture maximale ou on peut déduire que cette série temporelle n'est pas stationnaire.

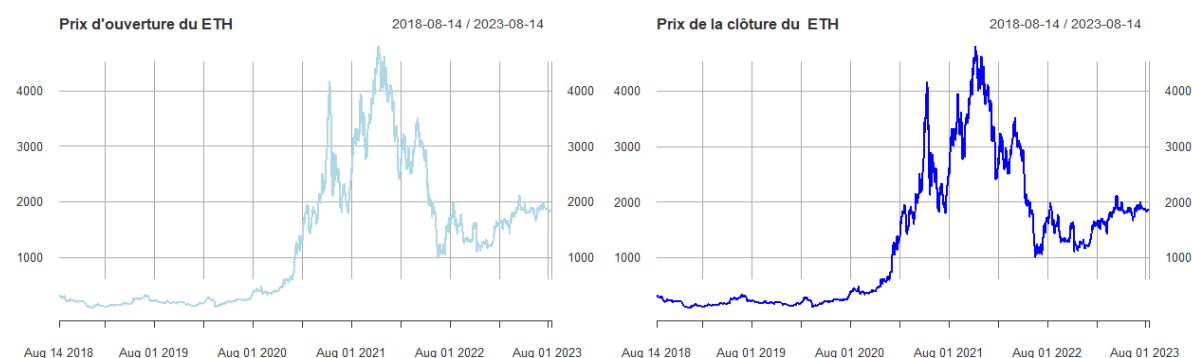


Figure 5: Prix d'ouverture et de la clôture d'ETH

Graphe montrant les changements du prix d'ouverture et de la clôture durant le temps de la série temporelle financière Ethereum, ou on peut constater que du 2018 jusqu'au 2020 le prix était presque constante alors qu'à la fin du 2020 jusqu'à la fin du 2022 il a augmenté et diminué, il n'était pas stable du tout.

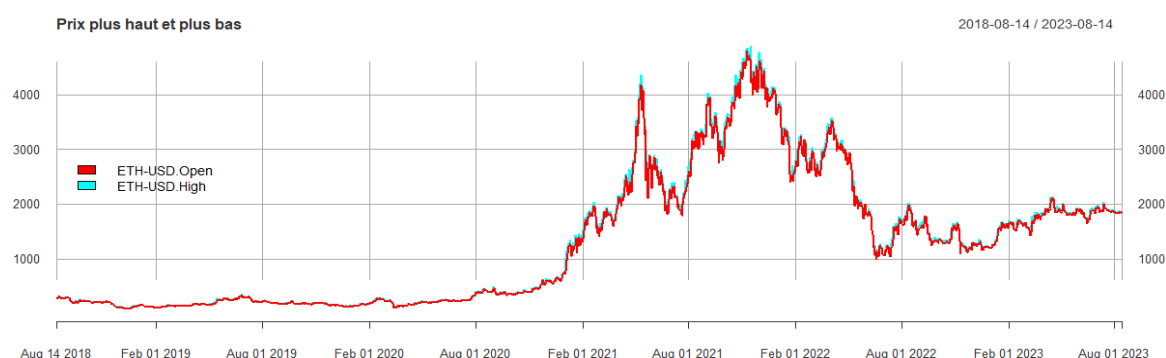


Figure 6: Prix plus haut et plus bas d'ETH

Graphe montrant les deux prix d'ouverture et de la clôture ensemble qui montre la proportionnalité entre les deux variables Open et Close et qui donne une idée sur les changements durant le temps de la date 14/8/2018 jusqu'à 14/8/2023.

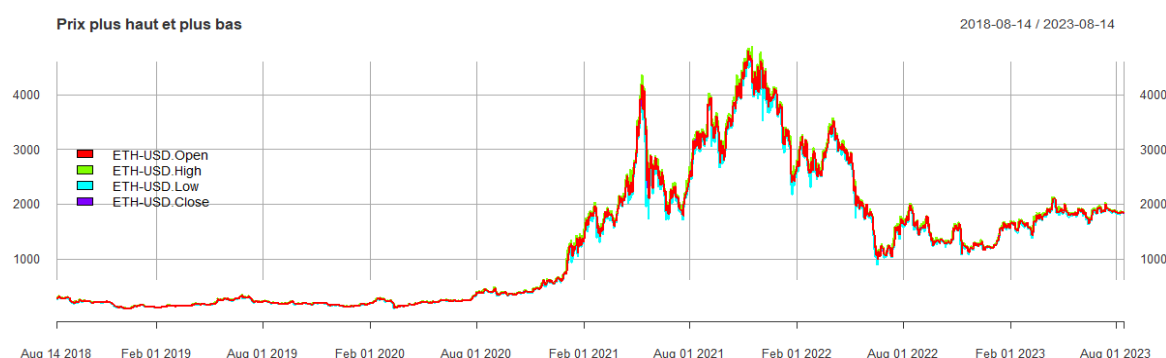


Figure 7: Graphe d'action d'ETH

Graphe montrant la proportionnalité entre l'ouverture, clôture minimal et l'ouverture, clôture maximale ou on peut déduire que cette série temporelle n'est pas stationnaire.

4) Calculer le Rendement de ces 2 séries temporelles financières.

Tout d'abord calculant le rendement R_t ensuite R_t^2 de chaque série temporelle

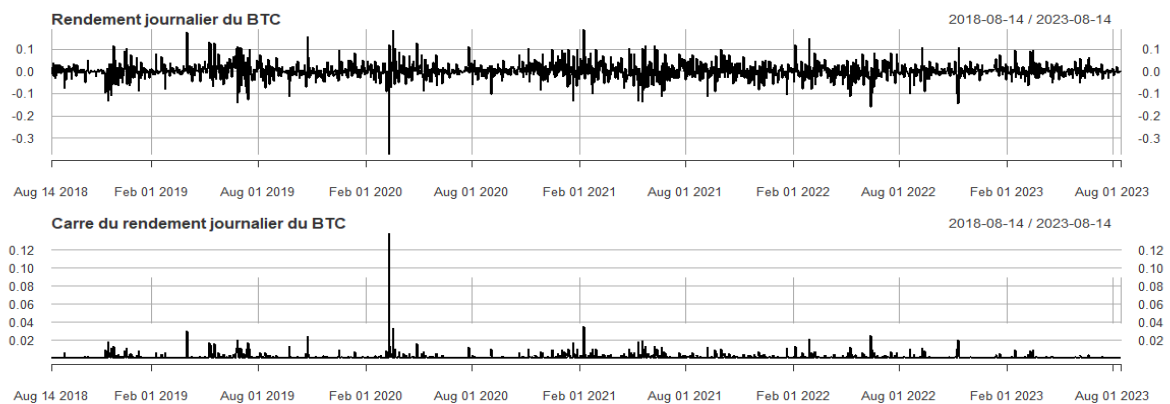


Figure 8: Représentation graphique du R_t et R_t^2 (BTC)

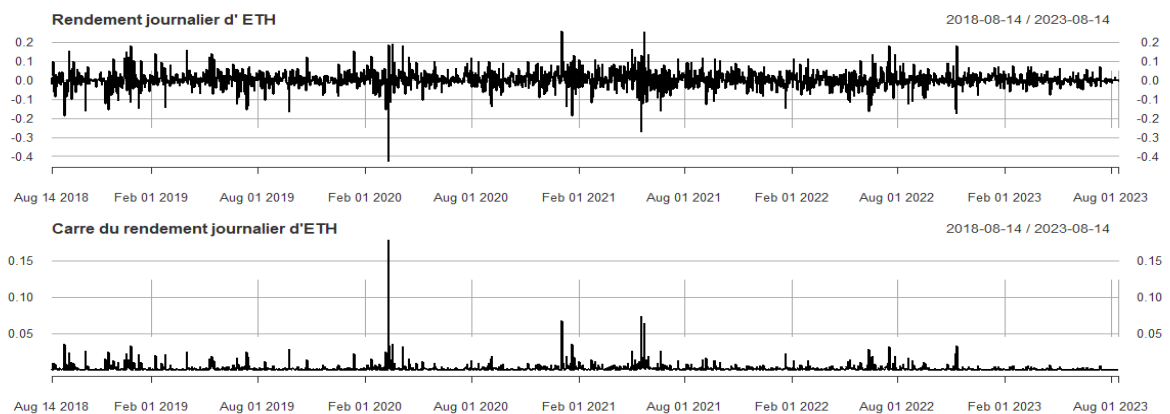


Figure 9: Représentation graphique du R_t et R_t^2 (ETH)

De ces deux graphes on peut voir la volatilité du rendement tel que les deux monnaies en février 2020 ont augmenté et diminuer en même temps ce qui montre une corrélation entre eux.

5) Calculer l'autocorrélation des deux carrés du rendement.

Pour tester la corrélation du rendement R_t et R_t^2 , on a appliqué le « Box-Pierce test » qui a pour Hypothèse h_0 : absence de corrélation vs h_1 : présence de corrélation.

Pour le BITCOIN :

- Pour le Rendement R_t : p-value = 0.03324 < 0.05 seuil de signification ce qui montre qu'il y a une corrélation significative dans les données du rendement R_t
- Pour le Rendement au carre R_t^2 : p-value = 0.0002099 < 0.05 seuil de signification ce qui montre qu'il y a une corrélation significative dans les données du rendement R_t^2

Pour l'ETHEREUM :

- Pour le Rendement R_t : p-value = 0.006339 < 0.05 seuil de signification ce qui montre qu'il y a une corrélation significative dans les données du rendement R_t
- Pour le Rendement au carre R_t^2 : p-value = 1.03e-07 < 0.05 seuil de signification ce qui montre qu'il y a une corrélation significative dans les données du rendement R_t^2

6) Etudier la stationnarité

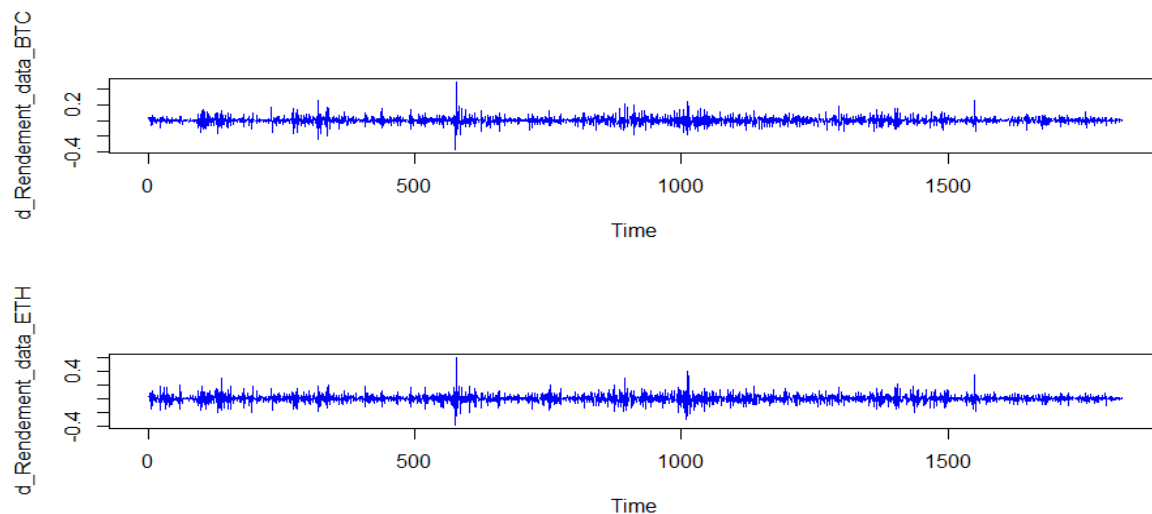


Figure 10: Représentation graphique des différences de rendements du Bitcoin et d'Ethereum

D'après les données des différences de rendements du Bitcoin et d'Ethereum on constate qu'il existe plusieurs volatilités durant les 6 années du 2018 jusqu'à 2023, ce qui montre que ces deux monnaies ne sont pas stationnaires, car les variations dans les rendements ont une structure non-constante et présentent de tendances.

De plus on a appliqué « Dickey-Fuller Test » qui suppose l'hypothèse suivante :

H_0 : la distribution est non-stationnaire vs H_1 : la distribution est stationnaire, d'où on a obtenu pour les deux séries temporelles BTC et ETH que $p\text{-value}=0.01 < 0.05$ alors ne sont pas stationnaires.

7) Montrer que la queue de la distribution est épaisse

En utilisant « jarque. bera.test » et « D'Agostino Normality Test » qui supposent :

H_0 : la distribution suit la loi normale vs H_1 : la distribution ne suit pas la loi normale

Pour le BITCOIN :

- $p\text{-value} < 2.2e-16$ alors on rejette H_0 et on conclut que la distribution de la queue n'est pas normale d'après le Jarque Bera test
- P VALUE:
 - 1) Omnibus Test: $< 2.2e-16$:
Cela signifie que la distribution des rendements ou des rendements au carré n'est pas symétrique et ne ressemble pas à une courbe en forme de cloche.
 - 2) Skewness Test: $3.198e-11$:
La p-valeur très faible ($3.198e-11$) pour le test de skewness suggère également que la distribution de vos données n'est pas symétrique.
 - 3) Kurtosis Test: $< 2.2e-16$:
Cela signifie que la distribution n'a pas un aplatissement similaire à une distribution normale.

Pour l'ETHEREUM :

- $p\text{-value} < 2.2e-16$ alors on rejette H_0 et on conclut que la distribution de la queue n'est pas normale d'après le Jarque Bera test
- P VALUE:

4) Omnibus Test: $< 2.2e-16$:

Cela signifie que la distribution des rendements ou des rendements au carré n'est pas symétrique et ne ressemble pas à une courbe en forme de cloche.

5) Skewness Test: $3.198e-11$:

La p-valeur très faible ($3.198e-11$) pour le test de skewness suggère également que la distribution de vos données n'est pas symétrique.

6) Kurtosis Test: $< 2.2e-16$:

Cela signifie que la distribution n'a pas un aplatissement similaire à une distribution normale.

8) Représentation graphique du rendement pour voir la distribution.

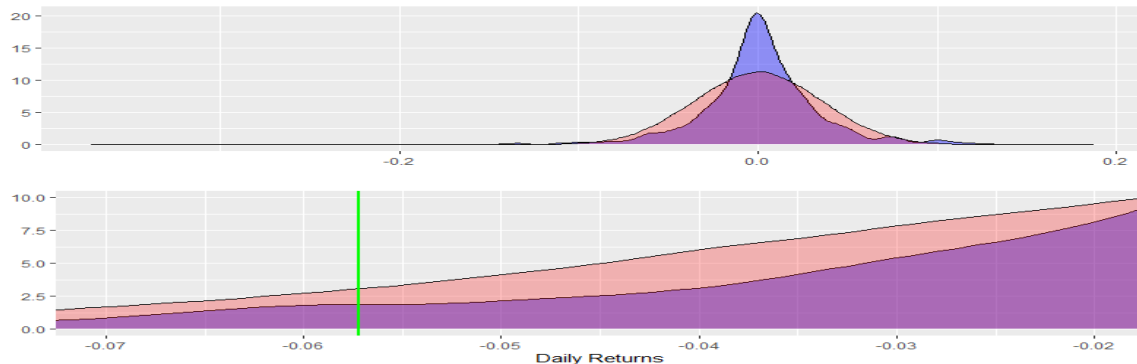


Figure 11: Représentation graphique de la distribution de la queue du BTC

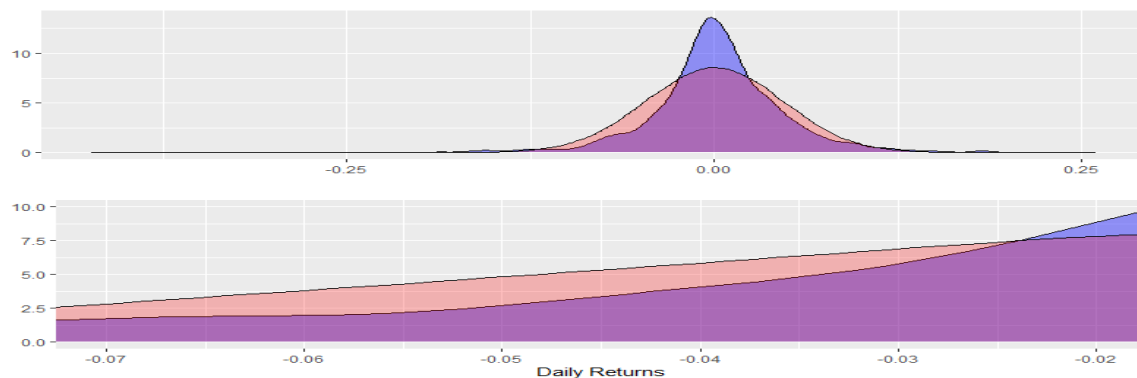


Figure 12: Représentation graphique de la distribution de la queue d'ETH

La distribution des R_t réels sont représentés en bleue alors que la rouge représente la distribution normale avec $sdt = R_t$ et moyenne $= 0$. De plus la ligne verte est une ligne de référence ou de seuil ou les R_t réels du BTC et ETH sont très éloignés de cette ligne cela peut suggérer une distribution non normale des rendements.

9) Tester la présence des effets de levier (distribution asymétrie ou symétrie).

D'après les représentations graphiques et les différents tests appliqués (Omnibus et skewness), on a déduit que la distribution des deux séries temporelles présente une distribution asymétrique ce qui indique la présence de levier.

10) Tester la saisonnalité (effets saisonniers).

D'après les représentations graphiques de l'ouverture et de la clôture et des rendements des deux séries temporelles, on a constaté la présence des effets saisonniers durant les 6 années du 2018 jusqu'à 2023.

11) Etudier l'asymétrie perte/gain (kurtosis test, skewness test, p-value).

D'après le « Jarque. Bera.test » et « D'Agostino Normality Test » on a déduit la présence des perte/gain a cause de l'asymétrie du rendement.

12) Travailler par la queue épaisse conditionnelle

Puisqu'il existe des effets ARCH c'est-à-dire effets d'hétéroscédasite, alors, on doit travailler par les modèles ARCH et GARCH pour choisir le meilleur qui convient à chaque série temporelle financières.

11-1) Tester l'existence des effets de saison ARIMA (p, d, q)

Dans les deux séries temporelles BTC et ETH on constate qu'il existe des effets de saison, alors en utilisant la fonction `auto.arima()` pour obtenir les meilleurs ordres avec par exemple:

p=1 : cela signifie que la dernière valeur temporelle est utilisée pour prédire la valeur actuelle.

d=1 : cela signifie qu'une seule différence doit être prise pour rendre la série temporelle stationnaire

q=2 : cela signifie qu'une seule erreur passée est utilisée pour prédire la valeur actuelle.

11-2) Etudier si la distribution des erreurs est hétéroscédastique (dépendante du temps)

Maintenant supposons que les deux séries temporelles BTC et ETH suivent consécutivement le modèle ARIMA (1,1,2) et ARIMA (1,1,0) selon la fonction `auto.arima()`, alors on va tout d'abord calculer les résidus de ce nouveau modèle pour appliquer le « Box-Pierce test » qui suppose :

H0 : indépendance des résidus vs H1 : dépendance des résidus.

➤ Pour le Bitcoin : ARIMA (1,1,2)

p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors on rejette H0 ce qui montre que les résidus ne dépendent pas du temps c'est-à-dire il n'existe pas des effets d'hétéroscédasite et cela est due au changement d'ordre

➤ Pour l'Ethereum : ARIMA (1,1,0)

p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors on rejette H0 ce qui montre que les résidus ne dépendent pas du temps c'est-à-dire il n'existe pas des effets d'hétéroscédasite et cela est due au changement d'ordre

11-3) Etudier si la distribution des erreurs suit la loi normale

qq-plot de la distribution des erreurs du Bitcoin et l'Ethereum qui montre que les erreurs ne suivent pas une distribution normale et pour vérifier on va appliquer le teste de « Jarque.Berta » qui a donne p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors on rejette H0 : erreurs suivent la loi normale.

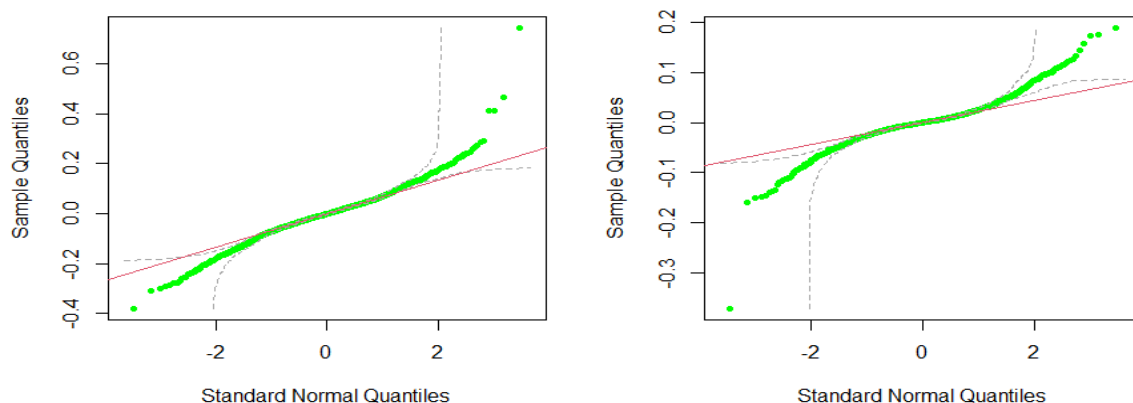


Figure 13: QQ-plot des résidus du nouveau modèle ARIMA

11-4) Représentation Graphique de la distribution des erreurs

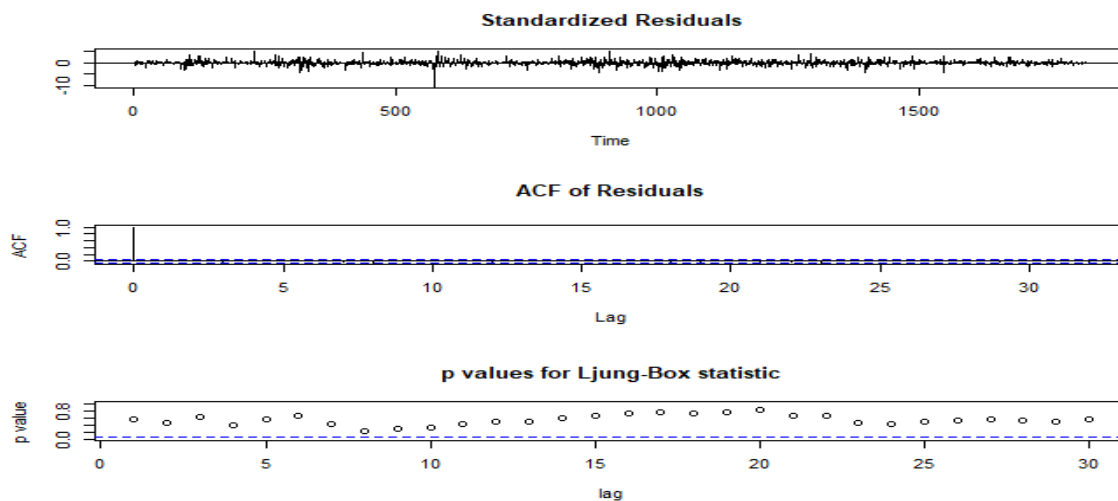


Figure 14: distribution des erreurs du BTC

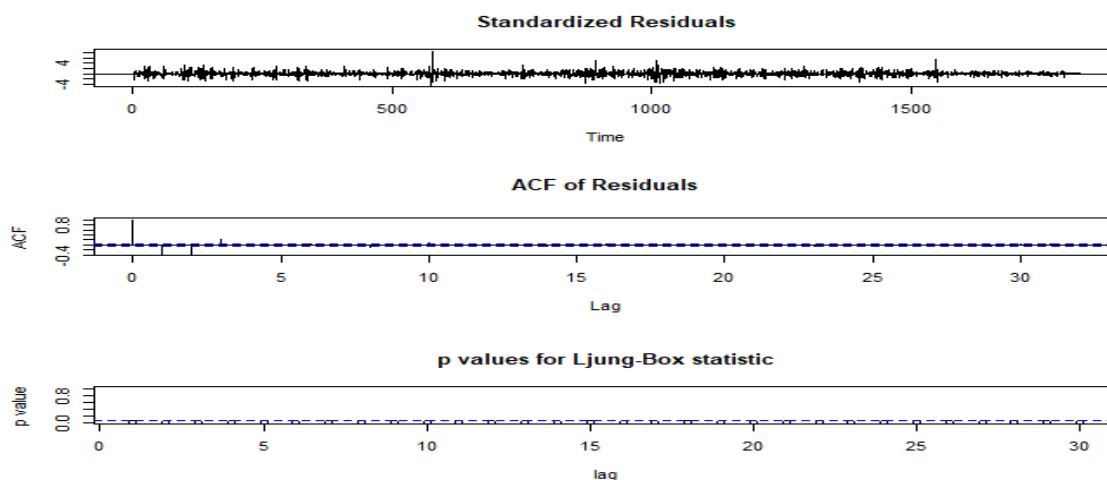


Figure 15: distribution des erreurs d'ETH

11-4-1) *Sous-Graphe 1* : D'après la première représentation des résidus standardisé, on constate qu'il existe des effets d'Hétéroscédasticité (variance non constante) car la dispersion des résidus semble augmenter ou diminuer avec le temps. Cela pourrait nécessiter des transformations ou des ajustements pour stabiliser la variance.

11-4-2) *Sous-Graphe 2* : ACF = Autocorrelation function et PACF = Partial Autocorrelation function, ces deux types de graphes recherchent des autocorrélations significatives en dehors des intervalles de confiance pour évaluer si les résidus sont autocorrélés. Alors ici 'ACF présente une oscillation sinusoïdale (alternance de valeurs positives et négatives) au-dessus et en dessous des intervalles de confiance, cela peut indiquer une autocorrélation saisonnière.

11-4-3) *Sous-Graphe 3* : p values for Ljung-Box qui suppose comme hypothèse :

(H0) : Les résidus sont indépendants (absence d'autocorrélation)

(H1) : Les résidus sont autocorrélés jusqu'à un certain retard.

11-4-4) *Conclusion* :

Pour le BTC : la p-value est supérieure au seuil de signification 5% alors on accepte l'hypothèse nulle. Autrement dit, les valeurs passées d'Ethereum sont liées de manière significative aux valeurs actuelles. Cela peut suggérer que le modèle ARIMA (1,1,2) a capturé les dépendances temporelles dans les données.

Pour l'ETH : la p-value est faible au seuil de signification 5% alors on rejette l'hypothèse nulle. Autrement dit, les valeurs passées d'Ethereum sont liées de manière significative aux valeurs actuelles. Cela peut suggérer que le modèle ARIMA (1,1,0) n'a pas capturé les dépendances temporelles dans les données.

VII. Application du modèle sur la base de données

Puisqu'on a montré toutes les propriétés d'une série temporelle, alors maintenant c'est le temps de choisir le modèle convenable en respectant toutes les propriétés qu'on a montré et en suivant les étapes suivantes :

1) Tester s'il existe des effets ARCH(p) et GARCH (p, q)

En appliquant ARCH LM-test (Autorégressive Conditional Heteroskedasticity Lagrange Multiplier) qui suppose l'hypothèse suivantes :

H0 : pas d'effets d'ARCH vs H1 : effets d'ARCH

Pour le Bitcoin, on a obtenu p-value = 0.003074 < 0.05 ce qui montre des effets ARCH.

Pour l'Ethereum, on a obtenu p-value < 2.2e-16 < 0.05 ce qui montre des effets ARCH.

2) Travailler par le modèle GARCH

En ajustant le modèle GARCH spécifié aux données de résidus du Bitcoin et d'Ethereum et en utilisant la fonction `ugarchfit()` qui prend en entrée la spécification du modèle et renvoie un objet de modèle ajusté qui sera le nouveau modèle `sGarch(1,1)` pour les deux séries temporelles financières BTC et ETH contenant les résultats de l'estimation.

3) Tester les résidus conditionnels du modèle sGARCH

Après transformation du modèle en `sGARCH(1,1)` on va tester maintenant les résidus conditionnels s'il existe des effets d'hétéroscédastie en utilisant « Box Ljung test » et s'ils suivent une distribution normale ou non en utilisant « `jarque.Berta.Test` »

- Pour le Bitcoin : après transformation le p-value=0.3373 > 0.05 alors la distribution des résidus n'est pas normale mais le p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors il n'existe plus des effets d'hétéroscédastie. Donc, ce nouveau modèle a capturé la volatilité et la dynamique de la moyenne de la série temporelle.
- Pour l'Ethereum : après transformation le p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors la distribution des résidus n'est pas normale et de plus le p-value < 2.2e-16 < 0.05 alors il existe des effets d'hétéroscédastie. Donc, ce nouveau modèle n'a pas capturé la volatilité et la dynamique de la moyenne de la série temporelle, c'est pour cela il faut essayer d'autre modèle pour choisir le meilleure pour la série temporelle d'Ethereum

4) Effectuer des tests pour choisir le meilleur modèle du série ETH

Puisqu'en utilisant le modèle GARCH on n'a pas pu éliminer les effets d'hétéroscédastie alors on va essayer autres modèles stochastiques :

- Modèle GARCH (1,1) et Modèle GARCH (2,2)
- Modèle eGARCH (1,1) et Modèle eGARCH (2,2)
- Modèle GJR-GARCH (1,1) et Modèle GJR-GARCH (2,2)

Alors après l'application de ces 6 modèles il semble qu'il existe des effets d'hétéroscédastie encore, c'est pour cela on va appliquer le modèle **Réseau de neurone** en supposons que la série temporelle d'ETH est GARCH.

Finalement en se basant sur RMSE ="Root Mean Square Error" qui est une mesure couramment utilisée pour évaluer la précision d'un modèle de prévision ou de régression, elle mesure l'écart entre les valeurs prédites par le modèle et les valeurs réelles (observées) en termes d'erreur quadratique.

Voici les résultats obtenus de chaque modèle :

- GARCH (1, 1) RMSE= 0.0619572241980702
- GARCH (2, 2) RMSE= 0.0619593469461596
- GARCH (3, 3) RMSE= 0.0619583534994281
- GJR-GARCH (1, 1) RMSE= 0.0619516653289017
- GJR-GARCH (2, 2) RMSE= 0.0619529097448991
- GJR-GARCH (3, 3) RMSE= 0.0619527736049707
- eGARCH (1, 1) RMSE= 0.061950422296986
- eGARCH (2, 2) RMSE= 0.0619519065681546
- RMSE pour le modèle de Réseau de Neurones : 482.1824

Conclusion :

Les valeurs RMSE semblent être assez proches les unes des autres pour les modèles :

GARCH (1,1), GARCH (2,2), eGARCH (1,1) et eGARCH (2,2). Cela pourrait signifier que ces modèles n'apportent pas d'améliorations significatives en termes de prévision de la volatilité par rapport à vos données. Mais le RMSE le plus faible indique une meilleure adéquation du modèle aux données observées c'est-à-dire le meilleur modèle entre ces 10 modèle c'est eGARCH (1,1)

VIII. Etudier la distribution des Valeurs extrêmes

En appliquant la distribution de Pareto Généralisé (GPD), on a pu estimer les paramètres en utilisant la méthode de vraisemblance (MLE) :

Table 2: Les paramètres estimés des VE

Actif	Méthode d'estimation	NLL (Negative Log-Likelihood)	Paramètres estimés (scale, shape)	Erreurs standards (scale, shape)	Matrice de covariance des paramètres	AIC	BIC
BTC	MLE	841.9502	(5203.815, -0.412)	(652.359, 0.085)	(425571.99, -50.181; -50.181, 0.007)	1687.9	1692.944
ETH	MLE	635.8284	(682.984, -0.621)	(78.619, 0.083)	(6180.932, -6.337; -6.337, 0.007)	1275.657	1280.7

- Forme de la distribution : La valeur négative de "shape" suggère que les queues de distribution pour BTC et ETH sont décroissantes.
- AIC et BIC : Ces valeurs d'AIC et de BIC peuvent être utilisées pour comparer la qualité de l'ajustement des modèles de répartition des valeurs extrêmes, ici on peut conclure que le modèle

appliqué à la série temporelle ETH (Ethereum) semble offrir un meilleur ajustement aux données que celui appliqué à la série temporelle BTC (Bitcoin).

Conclusion

L'objectif principal de cette étude était de fournir des indications utiles aux investisseurs pour prendre des décisions éclairées concernant leurs investissements dans les monnaies virtuelles, en particulier dans les portefeuilles contenant à la fois de l'ETH et du BTC.

Après avoir minutieusement étudié et comparé les résultats obtenus par ces différents modèles entre Bitcoin et Ethereum on conclut que les deux crypto-monnaies ont des modèles de comportement différents. Il est possible que le marché des crypto-monnaies ne réagisse pas de la même manière à des facteurs spécifiques pour chaque actif. Il peut y avoir des influences externes différentes, des demandes d'investissement distinctes, des facteurs fondamentaux spécifiques.

Lorsqu'il s'agit de choisir entre investir en Bitcoin ou en Ethereum, il n'y a pas de réponse unique qui convienne à tout le monde. Les deux cryptomonnaies ont leurs propres caractéristiques et avantages, et la décision dépend des objectifs d'investissement, de la tolérance au risque et de la compréhension personnelle de chaque investisseur. Donc, La diversification entre Bitcoin et Ethereum présente plusieurs avantages potentiels et elle est la meilleure décision d'investissement.

Références

- 1) <https://finance.yahoo.com/>
- 2) <https://www.cafedelabourse.com/actualites/crypto-monnaie-monnaies-virtuelles-suivre>
- 3) <https://www.digitalbusiness.fr/monnaie-virtuelle/>
- 4) <https://sites.google.com/site/rgraphiques/realiser-des-graphiques-avec-le-logiciel-r/histogrammes-et-boites-a-moustaches/histogrammes/histogrammes-avec-le-logiciel-r-exemple?pli=1>
- 5) [Time Series Analysis Introduction — A Comparison of ARMA, ARIMA, SARIMA Models | by Destin Gong | Towards Data Science](#)
- 6) <https://www.memoireonline.com/02/12/5285/Analyse-des-series-chronologiques-les-modeles-ARCH-et-GARCH.html>
- 7) <https://www.ibm.com/docs/fr/spss-modeler/saas?topic=series-outliers>
- 8) https://handwiki.org/wiki/Generalized_Pareto_distribution#:~:text=ln%20statistics%2C%20the%20generalized%20Pareto%20distribu
- 9) <http://www.nematrion.com/GeneralisedParetoDistribution>
- 10) <https://www.presse-citron.net/crypto/faq/bitcoin-vs-ethereum/>