

1. La función logística se define como

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + \exp(-v)}$$

con rango entre 0 y 1. Muestre que la derivada satisface la siguiente relación

$$\frac{d\varphi}{dv} = \varphi(v) [1 - \varphi(v)].$$

¿Cuál es el valor de la derivada en el origen?

2. En la pregunta anterior vimos que la derivada de la función logística (φ) se puede expresar como función de la misma. Encuentre un resultado similar para la función de activación de la tangente hiperbólica definida como:

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

3. Considere un grupo de personas cuyas opiniones colectivas en un tópico de interés se define como la suma pesada de las opiniones individuales. Suponga que si en el transcurso del tiempo la opinión de un miembro del grupo tiende a (concorda con) la opinión colectiva del grupo, la opinión de ese miembro recibe un mayor peso. Si por el contrario, la opinión de ese miembro consistentemente está en desacuerdo con la opinión colectiva, la opinión de dicho miembro se le da menos peso. Esto tiene el efecto de producir consenso en el grupo. Discuta la analogía de esta situación con alguno de los postulados de aprendizaje.
4. Para una red neuronal de dos capas de la forma

$$y_k = \sigma \left(\sum_{j=1}^K w_{kj}^{(2)} \sigma \left(\sum_{i=1}^M w_{ji}^{(1)} x_i \right) \right)$$

en la cual la función de activación σ está dada por la función logística, muestre que existe una red equivalente salvo por transformaciones lineales de los parámetros del modelo, que calcula exactamente igual pero con función de activación en la capa oculta dada por la tangente hiperbólica. Ayuda: Primero encuentre una relación entre la logística y la tangente hiperbólica.

5. Leer del libro de S. Haykin las secciones 1.1 al 1.6, 2.1 al 2.4, 2.8 y 2.9.