Dirihlē princips ar Vinniju Pūku un draugiem (7.–8. klase)

*Darbalapa vienai 45 minūšu matemātikas stundai. Visi uzdevumi ir tematizēti ar Vinnija Pūka tēliem un aicina trenēt domāšanu ar Dirihlē (pigeonhole) principu.*

# Iesildīšanās uzdevums

Vinnijs Pūks grib apciemot savus septiņus draugus: Sivēnu, Ezi, Trusīti, Ēzelīti, Pūci, Kangas mammu un Mazulīti. Ja Pūks ciemosies pie katra drauga vienu dienu nedēļā, vai noteikti būs kādi divi draugi, kurus Pūks apciemos vienā un tajā pašā nedēļas dienā, ja nedēļa ir tikai sešas dienas gara?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=NEW">NEW</a>)</p>

# Galvenie uzdevumi

Cik ir tādu četrciparu skaitļu, kuru pierakstā ir vismaz viens pāra cipars?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.NOL.2013.8.3">LV.NOL.2013.8.3</a>)</p>

Uz papīra uzrakstīti dabiskie skaitļi no līdz secīgi. No tiem izsvītro katru trešo skaitli (piemēram, , , , utt.), tad no atlikušajiem atkal izsvītro katru trešo skaitli, un tā turpina, līdz paliek tikai viens skaitlis. Kurš skaitlis paliks?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2004.8.5">LV.AMO.2004.8.5</a>)</p>

Amanda uz papīra uzraksta skaitļus no līdz . Viņa: (1) apvelk ar sarkanu visus, kas dalās ar ; (2) ar zilu – kas dalās ar ; (3) ar zaļu – kas dalās ar . Cik ir tādu skaitļu, kas ir apvilkti vismaz ar divām dažādām krāsām?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2022B.6.1">LV.AMO.2022B.6.1</a>)</p>

Kādu pašu mazāko summu var iegūt, saskaitot visus ciparus skaitlim, kurš bez atlikuma dalās ar ?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LT.LJKMO.2000.7\_8.3">LT.LJKMO.2000.7\_8.3</a>)</p>

Ezi un Sivēns grib sadalīt divpadsmit medus podus starp četriem draugiem. Vai vienmēr būs vismaz viens draugs, kurš saņems vismaz četrus podus, ja katrs pods tiek atdots tikai vienam draugam?

<p>(sk. <a href="https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=NEW">NEW</a>)</p>

# Teorijas sadaļa

definition: Dirihlē princips (pigeonhole principle): Ja objektus ievieto kastēs ar , tad vismaz vienā kastē būs vismaz divi objekti.

**Teorēma:** Formulējums: Ja objektu jāsadala kastēs, tad kādā kastē būs vismaz objektu.

# Padomi risināšanai

*Katram uzdevumam atceries: 1) Uzzīmē un sadali pēc iespējas vienkāršāk; 2) Pārliecinies, vai kāds rezultāts noteikti kļūst pārāk bieži; 3) Atceries stāsta varoņus – iztēlojies kas notiek Pūka mežā!*

# Atrisinājumi

**NEW** Jā, pēc Dirihlē principa. Ja septiņi ciemojumi jāsadala sešās dienās, tad vismaz viena diena būs ar diviem ciemojumiem.

**LV.NOL.2013.8.3** No visiem četrciparu skaitļiem () atņemam tos, kuros nav neviena pāra cipara (t.i., visi četri cipari nepāra: ). Atbilde: .

**LV.AMO.2004.8.5** Paliks skaitlis . Sk. risinājumu pēc īpašas svītrošanas shēmas.

**LV.AMO.2022B.6.1** Atradīsim, cik skaitļu dalās ar un (), ar un (), ar un (), koriģējam par kopīgo . Kopā .

**LT.LJKMO.2000.7\_8.3** Vismazākā iespējamā ciparu summa ir , piemēram, skaitlim .

**NEW** Jā, jo pēc Dirihlē principa, ja podi jāizdala 4 draugiem, tad kādam būs vismaz podi, bet, ja kaut vienam būs mazāk, citiem nāksies saņemt vairāk.