Modulārā aritmētika caur pasaku piemēriem

# Iesildīšanās: Kas notiek ar atlikumiem?

Vinnijs Pūks atrada 17 medus burciņas un katru dienu spēj apēst tikai veselu burciņu. Pēc cik dienām viņam būs palikušas tieši burciņas, ja viņš katru dienu apēd burciņas (un nekā neslēpj)? Kādu darbību šeit vajadzētu izmantot? (sk. [NEW](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=NEW))

# Noderīgas definīcijas un likumi

**Teorēma:** Modulārā aritmētika: Sacīsim, ka divi skaitļi ir kongruenti pēc moduļa , ja tiem dalot ar , atlikumi ir vienādi (piem., , jo abiem atlikums ir ).

**Teorēma:** Atlikums: Sadala skaitli ar veselu , iegūst dalījumu , kur atlikums vienmēr ir .

**Teorēma:** Paritāte: Skaitļi ir vai nu pāra (dalās ar , atlikums ) vai nepāra (saliekot jebkuru skaitli ar , atlikumā ir ).

**Teorēma:** Periodiskums decimāldaļās: Ja veidojam dalījuma decimāldaļu, decimālpieraksta cipari pēc brīža sāk atkārtoties ar noteiktu periodu, kas saistīts ar modulāro aritmētiku.

# Galvenie uzdevumi — Vai Sniegbaltīte arī prot atlikumus?

Tumšā rudens vakarā Māris izdomāja saskaitīt visus naturālos skaitļus no līdz , kur ir kāds naturāls skaitlis. Vai var gadīties, ka Māris ieguva summu, kuras pēdējais cipars ir (A) , (B) ? (sk. [LV.AMO.2022B.6.3](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2022B.6.3))

Vai var atrast tādus veselus skaitļus un , kuriem izpildās vienādība $`a \cdot (3a+5b)\cdot 7b = 7654321:math:$? (sk. `LV.AMO.2014.7.2 <https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2014.7.2>\_)

Sniegbaltītei un 7 rūķīšiem patīk dejot aplī. Katrreiz pēc dziesmas notīm, dejo nākamais rūķītis. Ja mūzika atskan reizes, kurš rūķītis ir pie Sniegbaltītes beigās, ja sākumā pirmais rūķītis bija blakus? (sk. [NEW](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=NEW))

Triju veselu pozitīvu skaitļu summa ir . Ar kādu lielāko daudzumu nullīšu var beigties šo skaitļu reizinājums? (sk. [LV.AMO.2005.7.4](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2005.7.4))

Vinnijs Pūks vāra burkā medu. Viņš lieto tikai , , un kā pēdējos ciparus saviem burku kodiem. Vai iespējams, ka viens burkas numurs ir tieši trīs reizes lielāks par kādu citu, ja abus kodus veido tikai šie cipari? (sk. [NEW](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=NEW))

Atrodi naturālu skaitli, kuru, dalot ar , atlikumā iegūst , bet, dalot ar , atlikumā iegūst . (sk. [LV.AMO.2011.7.3](https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/problem?problemid=LV.AMO.2011.7.3))

# Norādes uzdevumu risināšanai

*1. Ievaduzdevumā vari pārbaudīt atlikumu dažādas dienas, domājot par dalījumu ar atlikumu. 2. Skaties tabulā, kā periodiski atkārtojas pēdējie cipari summām! 3. Atrodi vismaz vienu atlikuma īpašību vai spried par pāra/nepāra rezultātu. 4. Iedomājies rūķīšus kā skaitļu pulku, kas rotē aplī — mēģini aprēķināt atlikumus! 5. Par reizinājuma nullēm — aprēķini, cik $2$ un $5$ reizinātāju ir kopā. 6. Skaitļu kodi: dari līdzīgi kā ar pirkstu cipariem — pārbaudi iespējamās vērtības! 7. Sistēmām ar diviem moduļiem — atrodi tādu skaitli, kas abās dalīšanās reizēs dod izteikto atlikumu.*

# Atrisinājumi

**NEW** Atbildi var iegūt, dalot ar – atlikumā būs (jo , atlikums ), bet viņš grib lai atlikumā būtu . To var atrast, izsekojot atlikumiem: pēc dienas – , pēc – , pēc – , pēc – , pēc – nav iespējams (negatīvs atlikums). Tātad Pūks nevar tieši iegūt burciņas šādā veidā.

**LV.AMO.2022B.6.3** (A) Jā, piemēram, . (B) Nē, neatkarīgi no pēdējais cipars nevar būt . Skaitīšanas laikā pēdējie cipari summām veido periodisku virkni.

**LV.AMO.2014.7.2** Nē, nevar. Pa kreisi reizinājums vienmēr ir pāra skaitlis (jo vismaz viens no reizinātājiem ir pāra vai arī kļūst pāra, ja abi un ir nepāra), bet ir nepāra skaitlis.

**NEW** Katra nots pārbīda kārtību, pēc reizēm ieņemto vietu var atrast, dalot ar (jo rūķu ir ). pilni apļi un atlikums , tādēļ tas ir rūķītis.

**LV.AMO.2005.7.4** Atbilde: ar nullēm. Piemērs . Nevar iegūt vairāk nullīšu, jo ar dalāmo pakāpe visiem saskaitāmajiem kopā nepārsniedz .

**NEW** Nē, jo, ja reizina ar šos ciparus, rezultātā pēdējais cipars (attiecīgi , , , ) nevar būt kādā no atļautajiem.

**LV.AMO.2011.7.3** Tāds skaitlis ir , jo .