



**Università degli Studi di Roma
Tor Vergata**
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Medica

Corso di Bioprotesi

Relazione progetto di gruppo

Docente

Prof. Pier Paolo Valentini

Studenti

Cristina Ranallo

Elisa Simonelli

ANNO ACCADEMICO 2021/2022

1 Lettura del brevetto e comprensione dei principi di funzionamento del dispositivo

Il brevetto analizzato [3] descrive un dispositivo per l'esercizio fisico a resistenza progressiva, che permette di combinare l'allenamento della parte inferiore e superiore del corpo. L'implementazione scelta per la seguente trattazione è la *Squat Press* illustrata in figura 1.

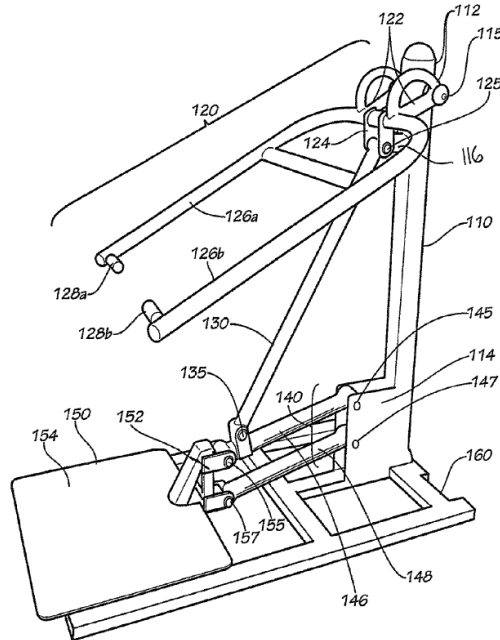


Figura 1: Dispositivo *Squat Press* per l'esercizio fisico a resistenza progressiva della parte inferiore e superiore del corpo. Dal brevetto [3].

I componenti essenziali del dispositivo sono:

- la base (160) ed il palo (110), che forniscono supporto alla struttura;
- gli organi di trasmissione, quali: il braccio posizionario (120), il tubo di sollevamento (130) e il set di aste (140), formato a sua volta da un'asta superiore (146) e una inferiore (148);
- la piattaforma, o pedana (150);

tali elementi strutturali sono incernierati tra loro attraverso i punti di connessione:

- 115 tra braccio e palo,
- 125 tra braccio e tubo di sollevamento,
- 135 tra tubo di sollevamento e l'asta superiore,
- 145 e 147 tra palo e rispettivamente asta superiore e inferiore,
- 155 e 157 tra piattaforma e rispettivamente asta superiore e inferiore.

L'utilizzatore si posiziona inizialmente al di sopra della piattaforma, partendo da una posizione di accosciata con i piedi leggermente divaricati oltre l'ampiezza delle spalle, le anche e le ginocchia piegate; l'utilizzatore afferra le maniglie del braccio posizionario mantenendo quest'ultimo al di sopra delle sue spalle. Durante la fase positiva dello squat l'utilizzatore estende gli arti inferiori risalendo in posizione eretta, e poi continua il movimento spingendo con le braccia verso l'alto, portando il braccio posizionario al di sopra della testa. In questo modo si aumenta l'efficacia dell'allenamento combinando l'esercizio della parte inferiore del corpo (attraverso lo squat) con quello della parte superiore (attraverso la pressa per le spalle). Infine, l'utilizzatore riabbassa le maniglie e torna nella posizione iniziale, per poi ricominciare l'esercizio.

Grazie al sistema di connessioni, il movimento del braccio posizionario, imposto dall'utilizzatore, viene trasmesso dal tubo di sollevamento al set di aste, il cui movimento a sua volta produce lo spostamento della piattaforma verso l'alto. Il dispositivo, dunque, tramite il sistema di leve

meccaniche, permette al soggetto di sollevare la pedana vincendo l'azione della forza dovuta al suo peso corporeo; la resistenza fornita è progressiva, perché mentre il soggetto si muove e la pedana si alza, la resistenza sentita alle maniglie aumenta, e questo garantisce un allenamento più efficiente nel range di movimento completo rispetto ai più comuni dispositivi che forniscono una resistenza statica.

2 Studio della struttura cinematica del meccanismo e comprensione della mobilità

Il meccanismo è composto da un numero di membri $l = 6$, che verranno numerati come segue:

- i. telaio, costituito da palo e base
- ii. braccio posizionale, che rappresenta il membro movente
- iii. tubo di sollevamento
- iv. asta superiore
- v. asta inferiore
- vi. pedana

Nel meccanismo sono presenti un numero $j = 7$ di coppie cinematiche inferiori, tutte ad 1 g.d.l., di tipo rotoidale, a chiusura di forma:

R_1 : tra palo e braccio (nel punto 115, sempre con riferimento alla fig. 1)

R_2 : tra braccio e tubo di sollevamento (in 125)

R_3 : tra tubo di sollevamento e asta superiore (in 135)

R_4 : tra asta superiore a palo (in 145)

R_5 : tra asta inferiore e palo (in 147)

R_6 : tra asta superiore e pedana (in 155)

R_7 : tra asta inferiore e pedana (in 157)

Il meccanismo risulta essere simmetrico rispetto al piano verticale passante per gli assi del palo e del tubo di sollevamento. Tutti i membri sono caratterizzati da un moto piano. È possibile, quindi, considerare una semplificazione piana del meccanismo funzionale, come illustrato in figura 2.

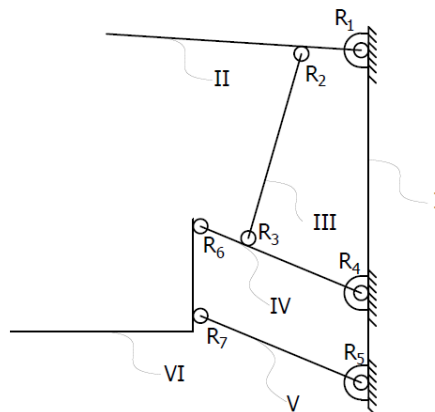


Figura 2: Semplificazione piana del meccanismo funzionale

Considerando il moto piano è possibile applicare la formula di Grübler, secondo la quale il numero di gradi di libertà del meccanismo è $F = 3(l - 1) - 2j = 3(6 - 1) - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1$. Dunque, è necessario assegnare un solo moto indipendente affinché sia univocamente determinato il moto di tutti i membri del meccanismo. Il movente è il membro ii (il braccio posizionale).

la cui posizione sarà determinata dall'utilizzatore, pertanto si sceglie come grado di libertà del meccanismo l'angolo θ_2 (compreso tra i membri I e II).

Applicando il teorema di Aronhold-Kennedy, secondo cui i centri di istantanea rotazione di tre corpi in moto relativo piano tra loro sono allineati, è possibile individuare la posizione dei centri di istantanea rotazione (*c.i.r.*) del meccanismo. Poiché il meccanismo possiede $l = 6$ membri, il numero di *c.i.r.* è pari a $l(l-1)/2 = 15$ (figura 3a).

Noti i centri di istantanea rotazione si deducono i rapporti tra le velocità dei membri. Assegnata una certa velocità angolare ω_2 , segue che

$$\vec{\omega}_2 \times P_{12}\vec{P}_{23} = -\vec{\omega}_3 \times P_{13}\vec{P}_{23} \implies \omega_3 = -\omega_2 \frac{|P_{12}P_{23}|}{|P_{13}P_{23}|}$$

$$\vec{\omega}_2 \times P_{12}\vec{P}_{24} = -\vec{\omega}_4 \times P_{14}\vec{P}_{24} \implies \omega_4 = \omega_2 \frac{|P_{12}P_{24}|}{|P_{14}P_{24}|}$$

$$\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_4$$

$$\vec{v}_6 = \vec{\omega}_4 \times P_{14}\vec{P}_{46} \implies v_6 = \omega_4 |P_{14}P_{46}| \implies v_6 = \omega_2 \frac{|P_{14}P_{46}| |P_{12}P_{24}|}{|P_{14}P_{24}|}$$

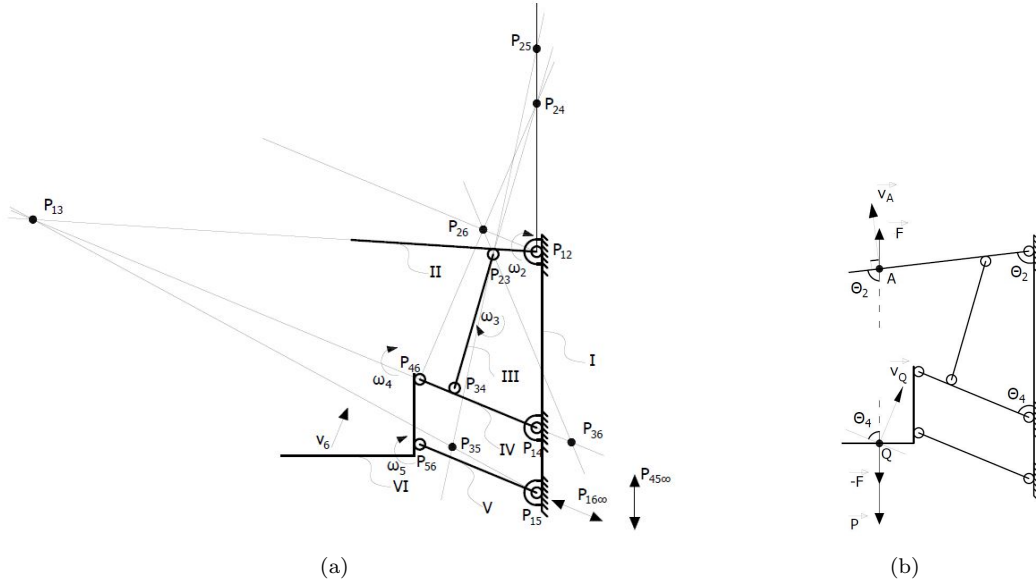


Figura 3: (a) Studio dei c.i.r. del meccanismo; (b) Sistema di forze esterne applicate al meccanismo e velocità dei relativi punti di applicazione

Il sistema di forze esterne agente sul meccanismo comprende la forza motrice applicata in corrispondenza delle maniglie dall'utilizzatore, schematizzata come \vec{F} applicata nel punto A, e una forza uguale e opposta $-\vec{F}$ (applicata in corrispondenza della pedana) che insieme alla forza peso \vec{P} (complessiva di soggetto e pedana) si considerano concentrate nel baricentro della pedana, dunque applicate nel punto Q (figura 3b); si trascura per semplicità il peso delle aste di collegamento. Secondo il principio dei lavori virtuali, deve essere nullo il lavoro virtuale compiuto dal sistema di forze esterne:

$$\vec{F} \cdot \vec{v}_A dt + (\vec{P} - \vec{F}) \cdot \vec{v}_Q dt = 0 \implies F v_A \cos(90^\circ - \theta_2) - (P + F) v_Q \cos(90^\circ - \theta_4) = 0$$

$$F = P \frac{v_Q \sin \theta_4}{v_A \sin \theta_2 - v_Q \sin \theta_4}$$

dove $v_A = \omega_2 |P_{12}A|$ e $v_Q = v_6 = \omega_2 \frac{|P_{14}P_{46}| |P_{12}P_{24}|}{|P_{14}P_{24}|}$, pertanto

$$F = P \frac{|P_{14}P_{46}| |P_{12}P_{24}| \sin \theta_4}{|P_{14}P_{24}| |P_{12}A| \sin \theta_2 - |P_{14}P_{46}| |P_{12}P_{24}| \sin \theta_4}$$

$$F = P \frac{|R_4 R_6| |R_1 P_{24}| \sin \theta_4}{(|R_1 R_4| + |R_1 P_{24}|) |R_1 A| \sin \theta_2 - |R_4 R_6| |R_1 P_{24}| \sin \theta_4} \quad (1)$$

Si osserva dunque che il rapporto tra la forza che è necessario applicare alle maniglie per mettere in funzione il meccanismo e la forza peso dipende dal dimensionamento dei membri, in particolare dalle distanze tra le cerniere e dalla posizione delle maniglie; tale rapporto inoltre varia durante il movimento in quanto funzione dell'angolo θ_2 , grado di libertà del meccanismo (l'angolo θ_4 è univocamente determinato una volta assegnato θ_2 ; il punto P_{24} dipende a sua volta dal dimensionamento e da θ_2).

3 Studio della cinematica articolare nel movimento di sollevamento

3.1 Cenni di anatomia e biomeccanica delle articolazioni coinvolte

Lo squat è uno tra gli esercizi multi-articolari per eccellenza, che permette lo sviluppo e il rafforzamento dei muscoli degli arti inferiori principalmente, oltre a migliorare la capacità di equilibrio e coordinazione intermuscolare. Nello specifico lo squat coinvolge tre grandi articolazioni che sono:

- L'articolazione coxo-femorale, meglio nota come articolazione dell'anca: enartrosi in cui la testa del femore si inserisce nell'acetabolo dell'osso dell'anca, congiungendo l'arto inferiore al cingolo pelvico. In generale l'articolazione dell'anca è caratterizzata da tre gradi di libertà: permette infatti i movimenti di flessione/estensione (rispetto ad un asse trasversale, cioè un asse orizzontale posto sul piano frontale e passante per il centro dell'articolazione), adduzione/abduzione (rispetto ad un asse antero-posteriore, orizzontale e posto su un piano sagittale passante per il centro dell'articolazione), e di intra-rotazione/extra-rotazione (rispetto ad un asse verticale passante per il centro dell'articolazione).
- L'articolazione tibio-femorale, o ginocchio: diartrosi prevalentemente a ginglismo angolare tra l'estremità distale del femore e quella prossimale della tibia, congiunge la coscia (regione femorale) alla gamba propriamente detta (regione crurale). Tale articolazione presenta due gradi di libertà: permette i movimenti di flessione/estensione (rispetto all'asse orizzontale, posto sul piano frontale, che attraversa i due condili femorali) e di intra/extra-rotazione (rispetto all'asse longitudinale della gamba) – sebbene il primo predomini in ampiezza sul secondo, il quale può avvenire solo quando il ginocchio è in posizione di flessione.
- L'articolazione tibio-tarsica, o caviglia: a ginglismo angolare, collega le estremità distali di tibia e fibula all'astragalo (o talo, una delle sette ossa che costituiscono il tarso), collegando in tal modo gamba e piede. L'articolazione della caviglia è caratterizzata in generale da tre gradi di libertà: permette i movimenti di flessione/estensione (anche detti flessione dorsale e flessione plantare, rispetto all'asse trasversale passante per i malleoli), adduzione/abduzione (rispetto all'asse longitudinale della gamba) e inversione/eversione (rispetto all'asse longitudinale del piede).

L'esecuzione dello squat dinamico inizia con il soggetto in posizione eretta, con le articolazioni di anca e ginocchio completamente estese; il soggetto quindi si abbassa in posizione di accosciata mediante la flessione dell'anca, del ginocchio e della caviglia, fino a raggiungere la profondità dello squat desiderata, per poi invertire la direzione del movimento e risalire in posizione eretta estendendo le suddette articolazioni. Nel movimento dello squat per tutte e tre le articolazioni il movimento che prevale è quello di flessione/estensione nel piano sagittale, pertanto nella seguente trattazione verrà considerato in particolare il movimento su tale piano; da un punto di vista meccanico le articolazioni possono quindi essere considerate in maniera molto semplificata come delle cerniere cilindriche.

In letteratura [2] sono riportati i range di movimento medi delle tre articolazioni durante il movimento di squat; la tabella 1 riassume gli angoli medi di flessione dell'anca, flessione del ginocchio e dorsi-flessione della caviglia durante l'esecuzione di un movimento di squat con tallone mantenuto a terra. Si osserva che lo squat può essere eseguito a varie profondità, determinate dal grado di flessione del ginocchio; spesso si categorizzano gli squat in tre classi: squat parziali (circa 40° di flessione del ginocchio), mezzo squat (tra i 70° e i 100°) e squat profondi ($>100^\circ$) [4].

Movimento	Angolo Max (°)	Angolo Min (°)	ROM (°)
Flessione anca	95.4 ±26.6	0.0 ±7.9	95.4 ±26.2
Flessione ginocchio	153.7 ±10.4	1.6 ±5.6	152.0 ±11.0
Dorsi-flessione caviglia	38.5 ±5.9	3.1 ±2.8	35.4 ±5.5

Tabella 1: Cinematica media delle articolazioni di anca, ginocchio e caviglia durante uno squat con talloni a terra, da [2].

3.2 Studio sperimentale della cinematica articolare

Al fine di stimare la cinematica articolare è stata eseguita un'analisi fotogrammetrica; posizionata la fotocamera su un cavalletto per evitare artefatti dovuti al movimento e fissata la posizione dei piedi mediante segni sul pavimento, sono state scattate foto al soggetto mentre riproduceva il movimento dell'esercizio in maniera libera, mantenendo con le mani due manubri al posto delle maniglie del vero dispositivo. Le foto sono state scattate sul piano sagittale (in tre posizioni di riferimento: la posizione di accosciata iniziale, la posizione neutra intermedia, e la posizione di estensione completa con braccia sollevate) e dall'alto. Sono stati usati come punti di repere: il malleolo laterale (a livello della caviglia), il condilo tibiale laterale e l'epicondilo femorale laterale (ginocchio), il grande trocantere e la cresta iliaca (anca), l'acromion e la grande tuberosità dell'omero (spalla), l'epicondilo laterale dell'omero e la testa del radio (gomito), e il processo stiloideo del radio (polso).

Per permettere la misura degli angoli in corrispondenza delle articolazioni, è stato definito un sistema di coordinate locali (LCS) per ciascun segmento corporeo (similmente a quanto descritto in [1]):

- Piede: origine del sistema di coordinate locali in corrispondenza del malleolo, asse y_1 parallelo alla superficie plantare del piede (quindi al piano di appoggio), asse z_1 ortogonale all'asse y_1 nel piano sagittale, asse x_1 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.
- Gamba: origine del sistema in corrispondenza del malleolo, asse z_2 diretto dall'origine del riferimento verso il condilo tibiale laterale, asse y_2 ortogonale all'asse z_2 nel piano sagittale, asse x_2 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.
- Coscia: origine del sistema in corrispondenza dell'epicondilo femorale laterale, asse z_3 diretto dall'origine del riferimento verso il grande trocantere, asse y_3 ortogonale all'asse z_3 nel piano sagittale, asse x_3 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.
- Tronco: origine del sistema in corrispondenza della cresta iliaca, asse z_4 diretto dall'origine del riferimento verso l'acromion, asse y_4 ortogonale all'asse z_4 nel piano sagittale, asse x_4 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.
- Braccio: origine del sistema in corrispondenza della grande tuberosità dell'omero, asse z_5 diretto dall'origine del riferimento nella direzione che va dall'epicondilo laterale dell'omero verso l'origine stessa, asse y_5 ortogonale all'asse z_5 nel piano sagittale, asse x_5 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.
- Avambraccio: origine del sistema in corrispondenza della testa del radio, asse z_6 diretto dall'origine del riferimento verso il processo stiloideo del radio, asse y_6 ortogonale all'asse z_6 nel piano sagittale, asse x_6 dedotto dal prodotto vettoriale dei precedenti.

Una volta definiti i riferimenti locali, sono state importate le fotografie relative al movimento nel piano sagittale come immagini di schizzo nell'ambiente di modellazione SOLIDWORKS®; la dimensione delle immagini è stata scelta in modo tale da far coincidere la distanza tra i 2 punti di repere della gamba con un segmento di riferimento quotato con lunghezza pari a quella realmente misurata sul soggetto (35 cm).

È stato possibile quindi misurare:

- gli angoli tra i segmenti corporei, come angoli di rotazione relativa tra LCS di segmenti adiacenti nelle tre posizioni di riferimento (riportati in Tabella 2);
- la differenza di quota tra i manubri e il piano d'appoggio dei piedi, nelle stesse tre posizioni di riferimento (riportati in Tabella 3).

Allo stesso modo, importando come immagini di schizzo le fotografie sul piano trasverso scattate dall'alto, e dimensionandole adeguatamente secondo il metro di riferimento presente nell'immagine, è stata misurata la divaricazione e l'ingombro dei piedi.

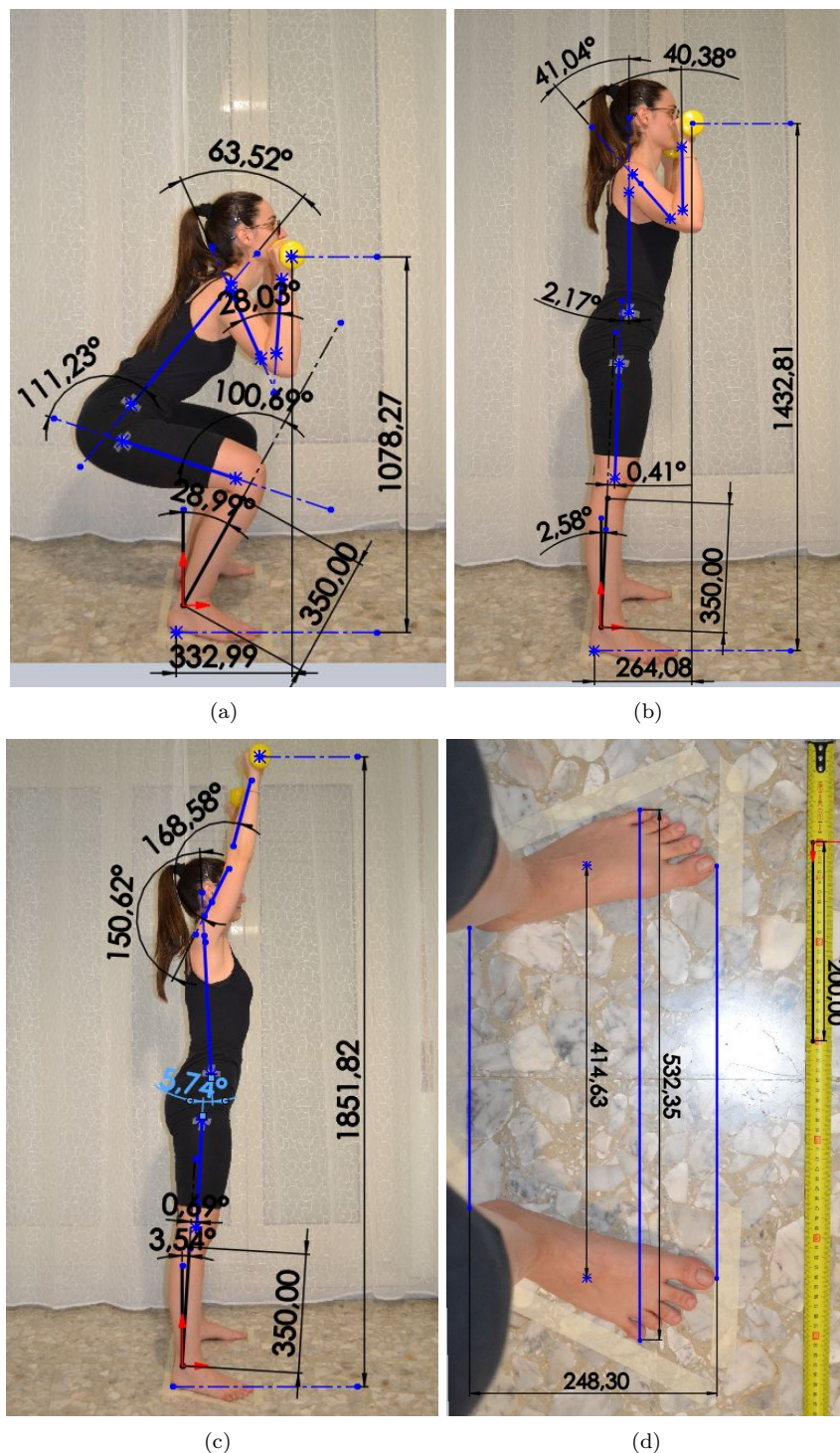


Figura 4: Immagini per l'analisi fotogrammetrica e relative misurazioni: (a) posizione di accosciata nel piano sagittale, (b) posizione neutra intermedia nel piano sagittale, (c) posizione di estensione completa nel piano sagittale, (d) divaricazione dei piedi vista dall'alto. Misurazioni eseguite in SOLIDWORKS®

Articolazione	Accosciata	Posizione neutra	Estensione completa
Caviglia	28.99°	2.58°	3.54°
Ginocchio	100.69	0.41	0.69°
Anca	111.23°	- 2.17°	- 5.74°
Spalla	63.52°	41.04°	150.62°
Gomito	28.03°	40.38°	168.58°

Tabella 2: Angoli tra i principali segmenti corporei durante il movimento dell'esercizio - ottenuti sperimentalmente da analisi fotogrammetrica.

Accosciata	Posizione neutra	Estensione completa
1078 mm	1433 mm	1852 mm

Tabella 3: Differenze di quota tra pedana e manubri nelle varie fasi del movimento - ottenute sperimentalmente da analisi fotogrammetrica.

4 Dimensionamento geometrico del dispositivo

In base ai risultati dei precedenti punti sono state valutate le dimensioni dei membri del dispositivo. Con l'ausilio del software GeoGebra è stato realizzato un modello piano semplificato del meccanismo con dimensioni dei membri definite in modo parametrico (fig. 5); tali dimensioni sono poi state variate fino ad ottenere risultati soddisfacenti rispetto alle specifiche richieste:

- Gli ingombri siano tali da rispettare le differenze di quota tra maniglie (A) e pedana nelle tre posizioni di riferimento misurate sperimentalmente.
- La pedana sia sufficientemente ampia da accogliere comodamente i piedi del soggetto divaricati come da rilievi sperimentali.
- La proiezione delle maniglie sulla pedana (A') ricada sempre in posizioni compatibili con i rilievi sperimentali: tra la posizione di accosciata e quella neutra la proiezione della maniglia arretra di circa 7 cm; le dimensioni scelte garantiscono inoltre che per tutta la durata del movimento di esercizio la proiezione delle maniglie oscilli all'interno di un intervallo di circa 10 cm a cavallo del centro della pedana, non arretrando dunque mai oltre l'appoggio dei piedi.
- Il rapporto tra la forza di input applicata alle maniglie e la forza di output corrispondente al peso sulla pedana assuma valori in un range opportuno. A tale scopo il rapporto F/P è stato calcolato tramite l'equazione (1) utilizzando le misure ricavate dal modello parametrico, al variare dell'angolo θ_2 e per diverse scelte della distanza tra le cerniere R_1 e R_2 (fig. 6). Si verifica che il rapporto F/P , oltre a crescere progressivamente con θ_2 , aumenta all'aumentare della distanza $R_1 R_2$; è stato scelto un valore di tale distanza che mantenga il valore di F/P tra 0.15 e 0.25, considerando che il dispositivo è destinato ad un esercizio fisico non intensivo.
- La dimensione trasversale del braccio posizionatore (distanza tra braccio destro e sinistro) sia tale che la distanza tra le mani durante l'esercizio corrisponda alla distanza misurata tra i piedi divaricati.
- Il telaio di appoggio sia di dimensioni superiori alla larghezza della pedana e all'ingombro delle parti in movimento per garantirne la stabilità.

$R_1 R_2$	200
$R_1 R_4$	1300
$R_2 R_3$	1450
$R_4 R_5$	150
$R_4 R_6 = R_5 R_7$	1000
$R_3 R_6$	150
$R_1 A$	1400
$R_5 T$	150
Pedana	800 x 700
Larghezza braccio posizionatore	600
Base	1600 x 900

Tabella 4: Dimensioni scelte, espresse in mm

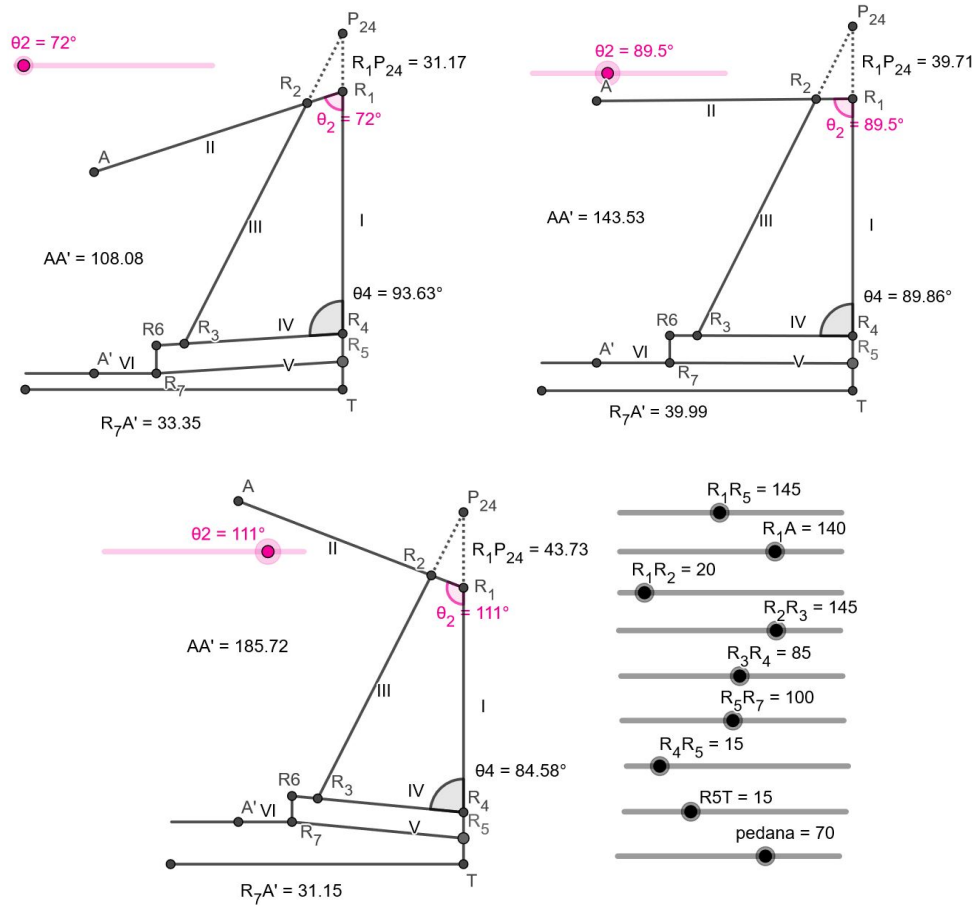


Figura 5: Modello parametrico in GeoGebra per la scelta delle dimensioni, nelle tre configurazioni di riferimento

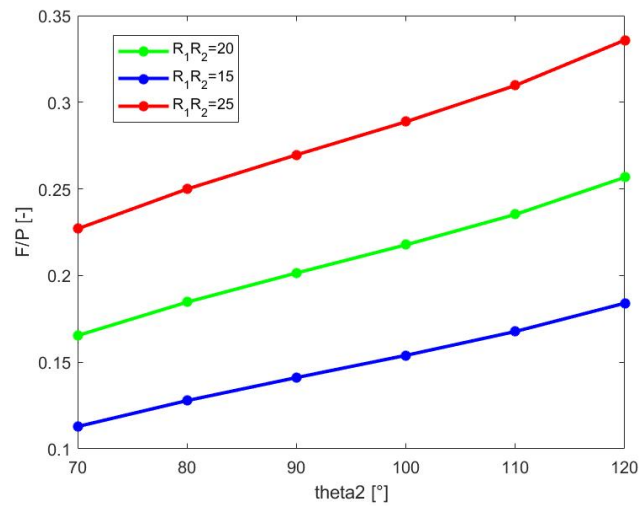


Figura 6: Variazione del rapporto F/P in funzione dell'angolo θ_2 e della distanza tra cerniere R_1R_2 . Grafico ottenuto in MATLAB®.

5 Modellazione

Una volta eseguito il dimensionamento geometrico del dispositivo, si è proceduto con l'attività di prototipazione virtuale, modellando in ambiente SOLIDWORKS® le parti funzionali, quelle accessorie e quelle secondarie per poi creare l'assieme virtuale.

5.1 Parti funzionali

Seguendo un criterio di costruzione prevalentemente bottom-up, sono state modellate prima le singole parti funzionali (figura 7).

Il telaio è stato modellato a partire dallo schizzo di un rettangolo di dimensione 1700mmx900mm, e attraverso una serie di estrusioni e tagli si è ottenuta dapprima la base e poi il palo a base quadrata di altezza 1700 mm, con fori e perni per l'inserimento delle cerniere alle distanze studiate in fase di dimensionamento. Base e palo sono stati quindi modellati come unica parte, ma considerando che nella realtà questi possano essere eventualmente fabbricati separatamente e poi saldati o innestati a formare il pezzo unico.

Il braccio posizionatore è stato modellato grazie a uno sweep a partire da uno schizzo ad U delle dimensioni ricavate in precedenza; sono poi state aggiunte parti funzionali quali le maniglie (di diametro 30mm e lunghezza 110mm per un'agevole impugnatura), i bracci per il collegamento con il telaio (lunghi 200 mm per garantire la distanza scelta tra le cerniere R_1 e R_2) e le asole per il collegamento con il tubo di sollevamento.

Il tubo di sollevamento è stato modellato estrudendo una corona circolare di diametro esterno 45mm, e sono poi stati aggiunti alle estremità due cilindri cavi per il collegamento con il braccio posizionatore e il set di aste inferiori; la lunghezza complessiva è stata scelta in modo da garantire una distanza tra le cerniere R_2 e R_3 pari a 1450 mm, come da precedente analisi.

Le due aste del set inferiore sono state modellate estrudendo una cornice rettangolare di dimensioni esterne 50mm x 20mm, aggiungendo alle estremità i due cilindri cavi per il collegamento con il telaio e la pedana; la lunghezza complessiva è stata scelta in modo da garantire una distanza tra le cerniere R_4R_6 e R_5R_7 pari a 1000 mm come precedentemente indicato; inoltre, sull'asta superiore è stata creata, a distanza di 150 mm da un'estremità, un'asola per il collegamento con il tubo di sollevamento.

Tutte le parti fin qui descritte sono state costruite vuote, con uno spessore di parete di 3mm, per alleggerire la struttura che altrimenti sarebbe risultata troppo pesante.

Come ultima parte funzionale è stata modellata la pedana, per estrusione a partire da uno schizzo rettangolare di 700 mm x 800 mm; per evitare di appesantire il dispositivo si è pensato di costruire la pedana con uno spessore sottile (1.5mm), rinforzandola successivamente tramite l'aggiunta di tre barre (considerate saldate sulla faccia inferiore, due longitudinalmente e una lungo la mezzzeria) per aumentarne la resistenza al peso dell'utilizzatore. Al centro di un lato lungo della pedana è stata poi creata una parte accessoria per il collegamento con le aste rettangolari.

5.2 Creazione dell'assieme

Le parti precedentemente modellate sono state inserite all'interno di un assieme, e tra di esse sono state definite le relazioni di accoppiamento in base al tipo di movimento che esse devono eseguire. Poichè tutte le coppie della struttura sono di tipo rotoidale, tutti gli accoppiamenti definiti sono inserimenti composti da un vincolo di concentricità insieme ad uno di coincidenza (battuta).

Sono state modellate e accoppiate anche bronzine di 4 diverse dimensioni da inserire come collegamento tra le parti in corrispondenza delle coppie rotoidali.

Per permettere la rotazione relativa tra i componenti collegati sono state usate delle viti calibrate come perni. Per la creazione delle viti calibrate si è partiti da viti filettate M16 (standard ANSI Metric) contenute nel toolbox, che sono poi state modificate con una estrusione della parte calibrata di diametro pari al diametro interno delle bronzine in cui le viti si inseriscono (18 mm); in questo si garantisce un accoppiamento senza evidente gioco con le superfici di appoggio. Le viti sono state poi fissate alla struttura usando rosette e dadi standard M16 da catalogo, ad eccezione delle due viti calibrate che sono state inserite e fissate nel telaio, all'interno del quale sono stati modellati appositi fori filettati usando la creazione guidata di fori.

Nel contesto dell'assieme è stata poi apportata una modifica alla geometria del telaio, inserendo sul palo un cilindretto paraurti, necessario a garantire che il movimento della struttura si arresti prima che la pedana possa cadere a terra. Per dimensionare correttamente il paraurti è stato imposto (come vincolo temporaneo per il solo posizionamento) un'angolo compreso tra braccio posizionatore e palo del telaio pari a 72° , posizionando in questo modo il meccanismo nella

configurazione più bassa tra quelle utili per l'esercizio. A questo punto è stata eseguita un'estrazione dal palo fino alla superficie del tubo di sollevamento, garantendo il contatto tra le due parti. L'assegnazione del vincolo temporaneo per il solo posizionamento è fondamentale anche al fine di avere controllo sulla configurazione iniziale da cui partirà la successiva analisi del movimento.

Infine, è stato assegnato come materiale che compone tutte le parti della struttura l'acciaio al carbonio semplice.

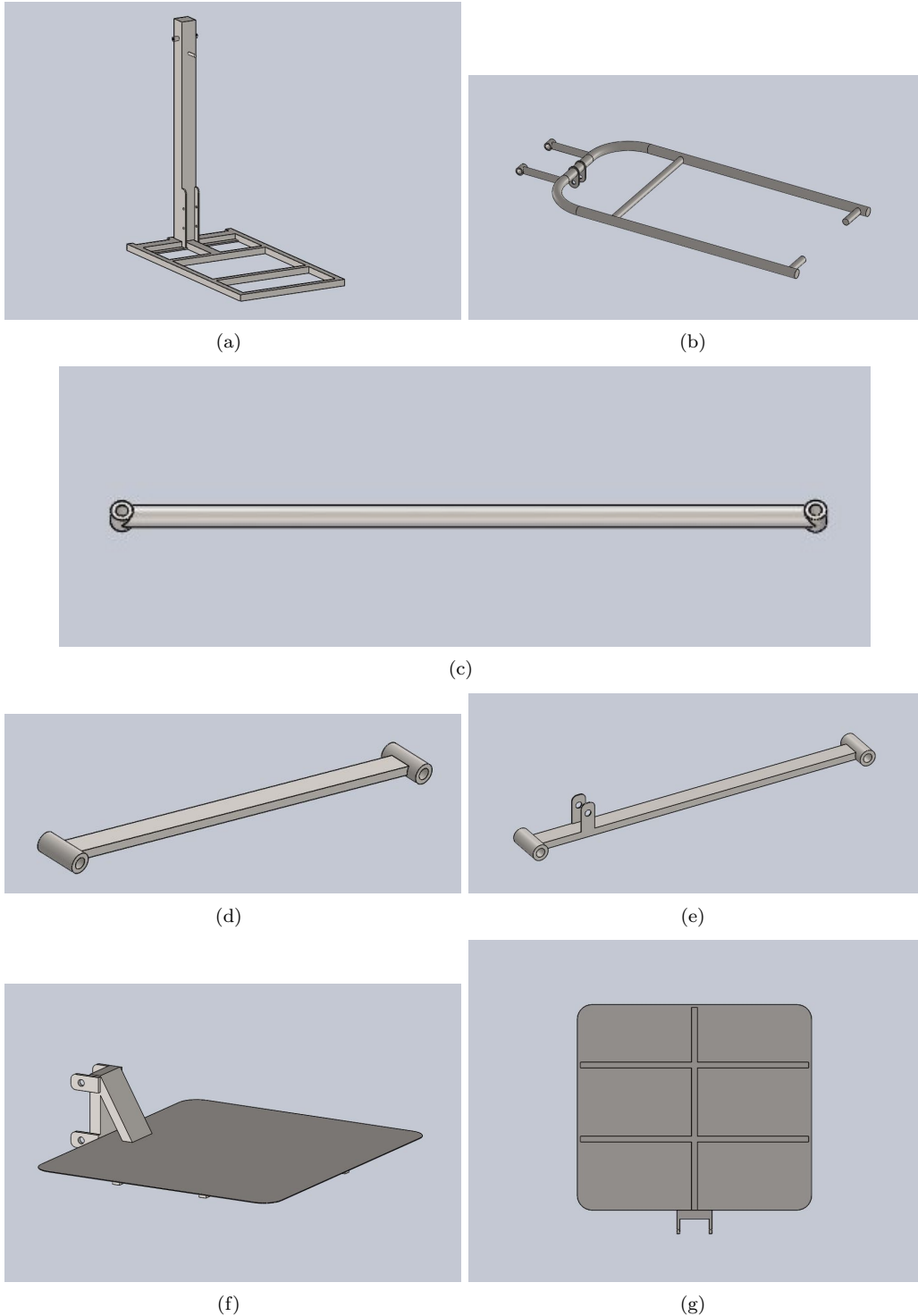


Figura 7: Modellazione delle parti funzionali: (a) telaio, (b) braccio posizionatore, (c) tubo di sollevamento, (d) asta inferiore, (e) asta superiore, (f) pedana, (g) pedana vista dal basso

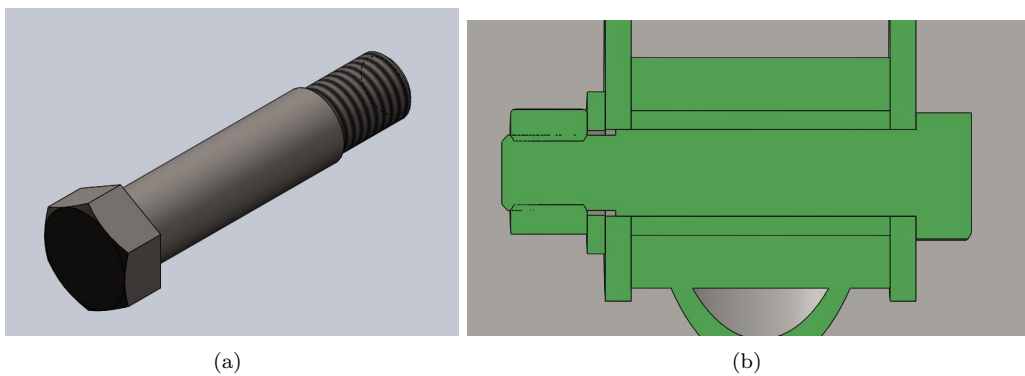


Figura 8: Vite calibrata, con vista in sezione della vite inserita all'interno della struttura

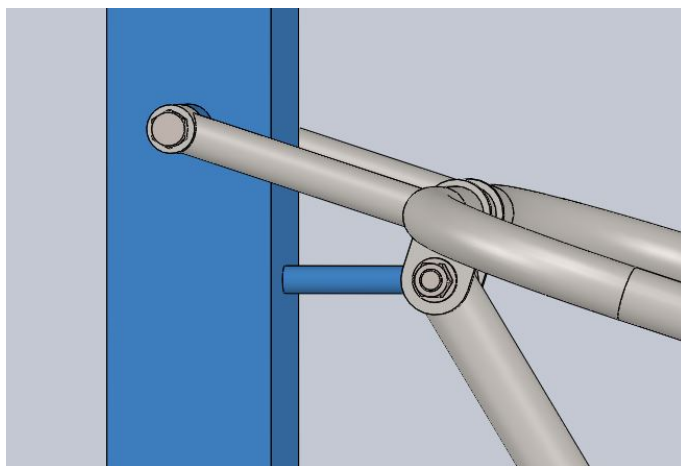


Figura 9: Paraurti

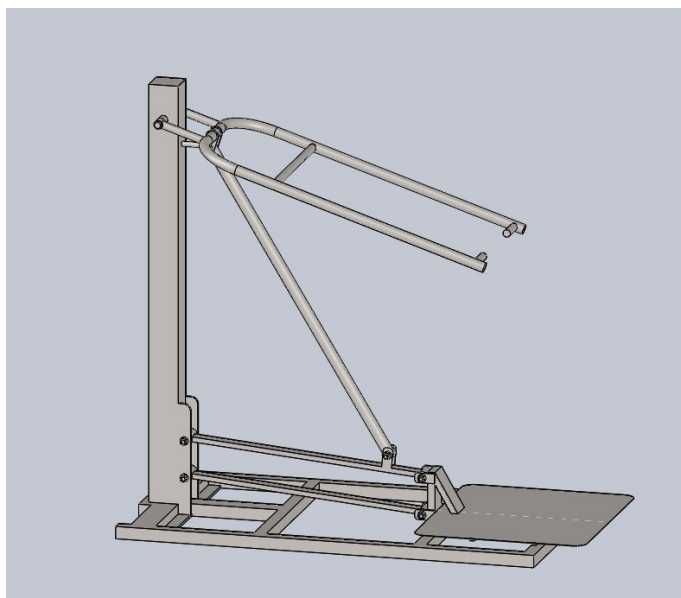


Figura 10: Assieme completo

6 Analisi *multibody* del movimento

Prima di procedere con l'analisi del movimento è stata eseguita la preparazione del modello *multibody*. Per prima cosa è stata effettuata una semplificazione, sostituendo gruppi di corpi solidali con un unico corpo; in particolare i corpi sono stati divisi in sottoassiemi contenenti componenti

tra loro solidali (comprese viti, dadi, rosette e bronzine) e ciascun sottoassieme è stato salvato come una singola parte multicorpo. In questo modo il numero di corpi è stato ridotto a 6, dei quali solo 5 in movimento. È stata poi verificata la traduzione dei vincoli e, per ridurre l'elevato numero di accoppiamenti e le conseguenti ridondanze, ogni combinazione di accoppiamenti di inserimento a livello delle cerniere (concentricità + coincidenza) è stata sostituita con un singolo accoppiamento meccanico di tipo cardine. Il modello è stato poi completato inserendo le caratteristiche che non erano state incluse nella semplice modellazione geometrica, come le relazioni di contatto e i carichi esterni. È stata inserita un'azione di contatto tra il telaio (in corrispondenza del paraurti) ed il tubo di sollevamento, per evitare la compenetrazione e simulare il fine corsa del dispositivo; è stato scelto un contatto 3D con metodo di penalità. Per quanto riguarda le condizioni al contorno è stata attivata l'azione della gravità ed è stata introdotta una forza applicata nel centro della pedana e diretta verso il basso corrispondente al peso del soggetto per cui il dispositivo è specializzato ($540N$). È stato inoltre aggiunto un motore rotatorio che comandi il movimento del braccio posizionario riproducendo il movimento imposto dall'utilizzatore; per far questo è stato assegnato il passaggio per una serie di 3 punti dati, corrispondenti alle 3 configurazioni di riferimento descritte in precedenza, con interpolazione di tipo spline cubica e in tempi analoghi a quelli con cui l'esercizio è stato svolto in fase sperimentale (all'istante $t=0s$ si ha la configurazione iniziale con $\theta_2 = 72^\circ$, per $t=1s$ si ha il passaggio per la configurazione intermedia con $\theta_2 = 89.5^\circ$, per $t=2s$ la configurazione corrispondente all'estensione completa con $\theta_2 = 111^\circ$, e poi il movimento si inverte per tornare alla configurazione iniziale con gli stessi tempi). Il numero di fotogrammi al secondo è posto pari a 150.

Una volta conclusa la preparazione è stata avviata l'analisi di movimento su un intervallo temporale di 4 secondi e sono stati calcolati i risultati descritti di seguito. I dati ottenuti sono stati esportati in formato CSV e importati in MATLAB®, dove sono stati eseguiti tutti i grafici.

6.1 Verifica del comportamento cinematico

È stata valutata la traccia percorsa dal baricentro della pedana e dalle maniglie (figura 11).

In figura 12 è riportata la variazione nel tempo della distanza tra la pedana e i manubri; si osserva che questa varia da un minimo di 108 cm a un massimo di 189 cm, compatibilmente con le misure sperimentali. La figura 13 riporta invece la distanza tra la proiezione delle maniglie sulla pedana e il baricentro di quest'ultima; si osserva che durante tutto l'arco di movimento tale distanza oscilla tra un minimo di circa 55 mm a un massimo di circa 145 mm, quindi immaginando i piedi del soggetto posti al centro della pedana, è ragionevole pensare che la proiezione delle maniglie rimanga sempre nella regione di appoggio dell'avampiede.

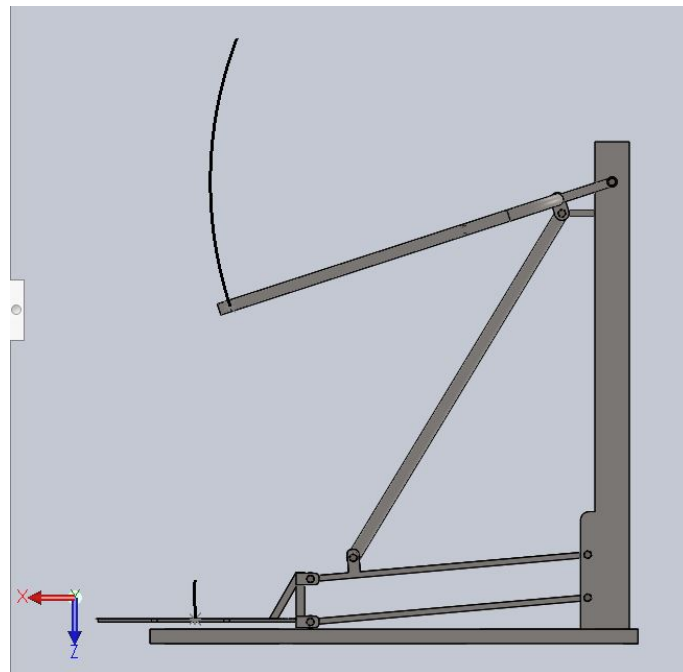


Figura 11: Traccia della traiettoria delle maniglie e del baricentro della pedana

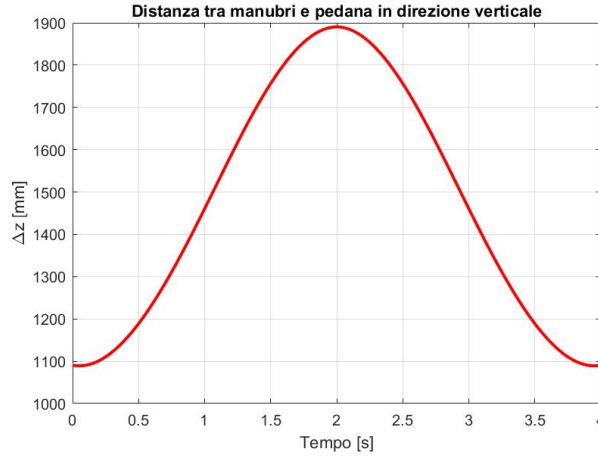


Figura 12: Differenza di quota tra i manubri e la pedana



Figura 13: Distanza tra il centro della pedana e la proiezione delle maniglie

6.2 Verifica del comportamento dinamico

In figura 14 è riportata la coppia $m(t)$ esercitata nel tempo dal motore. Si osserva che per permettere il movimento imposto è necessaria una coppia motrice che parte da circa 170 Nm, aumenta fino ad un massimo intorno ai 240 Nm nella fase ascendente, in cui il movimento si oppone alla forza peso, per poi diminuire nuovamente nella fase di discesa, quando il movimento è concorde alla gravità.

Nella realtà il movimento non è imposto da un motore, ma dalla forza motrice F applicata dal soggetto alle maniglie nel punto A. Considerando che il momento della forza F rispetto al punto in cui si trova la cerniera R_1 ($|R_1 A \times \vec{F}|$) deve essere uguale alla coppia $m(t)$ del motore, si ricava l'andamento della forza $F(t)$ come segue:

$$F(t) = \frac{m(t)}{|R_1 A| \sin \theta_2(t)}$$

Allora, considerando approssimativamente che all'istante $t = 0s$ sia $m(0) \simeq 170Nm$ e $\theta_2(0) = 72^\circ$, e all'istante $t = 2s$ sia $m(2) \simeq 240Nm$ e $\theta_2(2) = 111^\circ$, segue che durante la fase di sollevamento la forza che il soggetto deve applicare alle maniglie aumenta progressivamente da $F(0) = \frac{170}{1.4 \sin 72^\circ} \simeq 127N$ a $F(2) = \frac{240}{1.4 \sin 111^\circ} \simeq 184N$. La forza P data dal peso del soggetto ($55kg \simeq 540N$) sommato al peso della pedana (valutato in SOLIDWORKS® pari a $13kg \simeq 127N$) è pari a 667N. Quindi, il rapporto tra la forza applicata F e il peso P che essa solleva aumenta progressivamente durante l'arco del movimento da un minimo di $\frac{127}{667} = 0.19$ a un massimo di $\frac{184}{667} = 0.27$. Tale rapporto risulta essere leggermente superiore rispetto a quello calcolato teoricamente nella fase di studio e dimensionamento geometrico del meccanismo, dove tuttavia era stato trascurato il peso degli elementi tubolari.

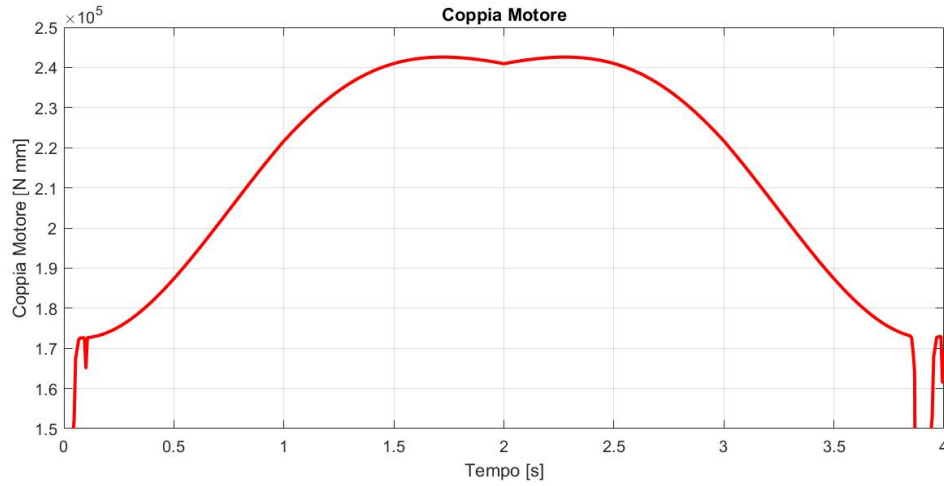


Figura 14: Coppia esercitata dal motore inserito per riprodurre il movimento imposto dall'utilizzatore

Infine sono state valutate le forze di reazione vincolare sulle cerniere, scomposte lungo le direzioni z e x, e i cui andamenti sono riportati nelle figure da 15 a 21 (dove le scale cambiano da figura a figura).

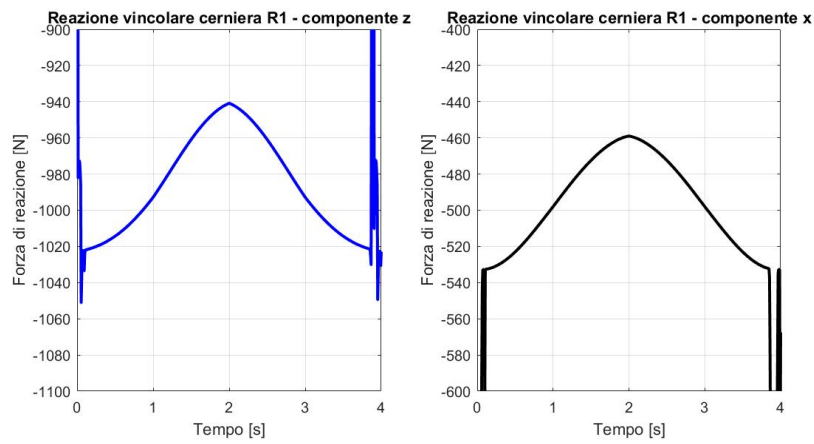


Figura 15: Forze di reazione vincolare della cerniera R1

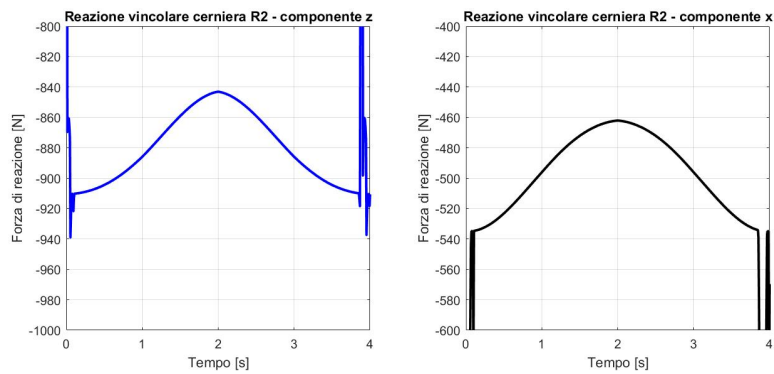


Figura 16: Forze di reazione vincolare della cerniera R2

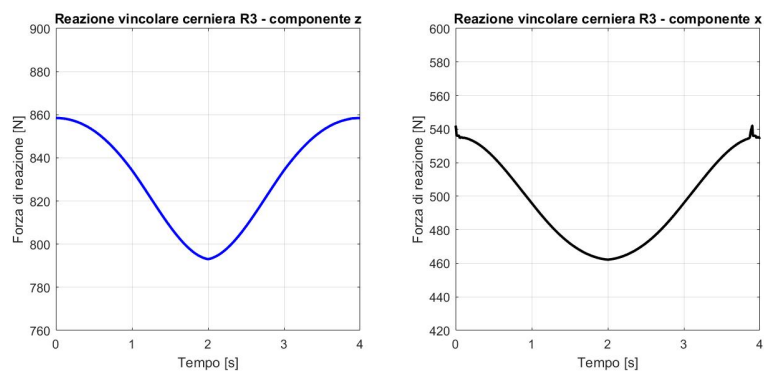


Figura 17: Forze di reazione vincolare della cerniera R3

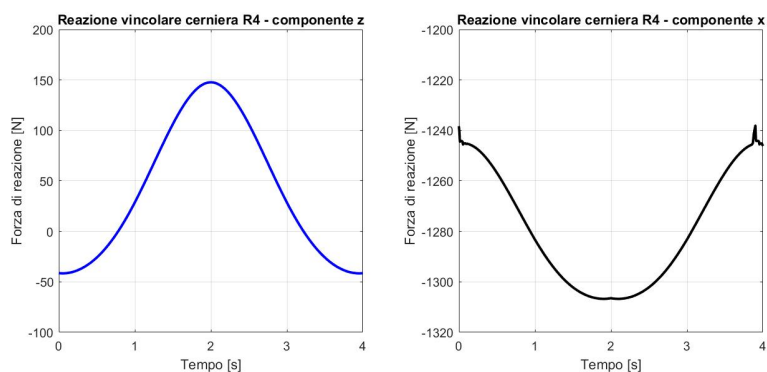


Figura 18: Forze di reazione vincolare della cerniera R4

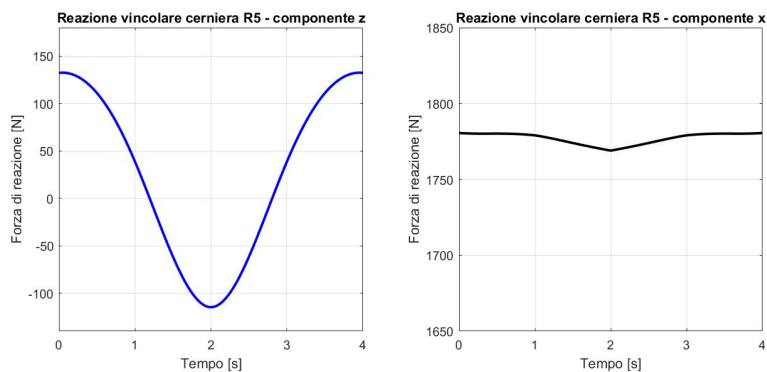


Figura 19: Forze di reazione vincolare della cerniera R5

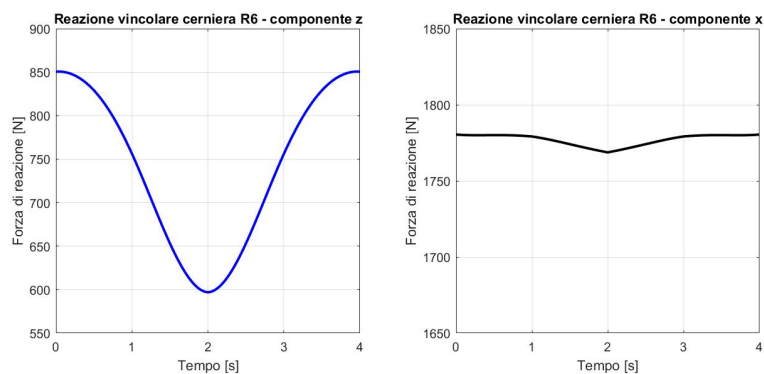


Figura 20: Forze di reazione vincolare della cerniera R6

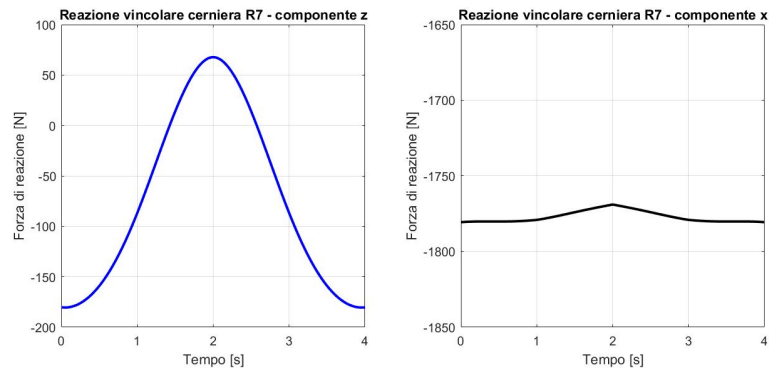


Figura 21: Forze di reazione vincolare della cerniera R7

Riferimenti bibliografici

- [1] Edward S Grood e Wilfredo J Suntay. "A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motions: application to the knee". In: *Journal of biomechanical engineering* 105.2 (1983), pp. 136–144.
- [2] A Hemmerich et al. "Hip, knee, and ankle kinematics of high range of motion activities of daily living". In: *Journal of orthopaedic research* 24.4 (2006), pp. 770–781.
- [3] Adrian K Hongo e Brian K Theiss. *Progressive resistance exercise device*. US Patent 8,641,587. Feb. 2014.
- [4] Brad J Schoenfeld. "Squatting kinematics and kinetics and their application to exercise performance". In: *The Journal of Strength & Conditioning Research* 24.12 (2010), pp. 3497–3506.