Modelado y Simulación de Sistemas Dinámicos con el Formalismo DEVS

El Formalismo DEVS

Depto. Computación - Fac. Cs. Exactas Fco-Qcas y Naturales - UNRC

Organización de la Presentación

Organización de la Presentación

El Formalismo DEVS

El formalismo DEVS, formulado por Bernard Zeigler a mediados de los 70, permite representar cualquier sistema que tenga un número finito de cambios en un intervalo finito de tiempo.

Un modelo DEVS procesa una secuencia de eventos de entrada y de acuerdo a su condición inicial produce una secuencia de eventos de salida.

Trayectorias de Eventos

Evento

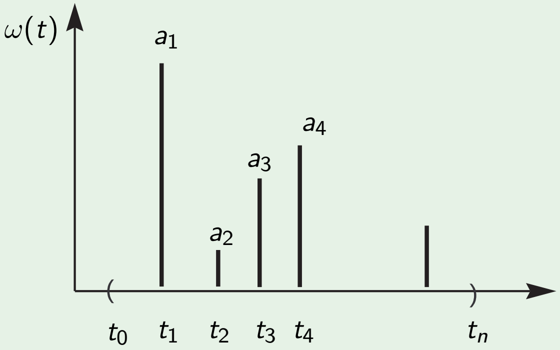
Un evento es la representación de un cambio instantáneo y puede caracterizarse por el valor que adopta y por el tiempo en el que ocurre.

Trayectoria de Eventos

Sea $\omega : (t_0, t_n) \rightarrow A \cup \{\phi\}$ una función donde (t_0, t_n) es un intervalo de los reales, A es un conjunto arbitrario y ϕ es un elemento que no pertenece a A y representa la ausencia de evento. Luego, ω define una trayectoria de eventos si y sólo si existe un conjunto de puntos $t_1, t_2, \cdots, t_{n-1}$ con $t_i \in (t_0, t_n)$ tales que $\omega(t_i) \in A$ para $i = 1, \cdots, n-1$ y $\omega(t) = \phi$ para todo otro punto en (t_0, t_n).

Trayectorias de Eventos

Trayectoria de Eventos



DEVS – Modelo Atómico

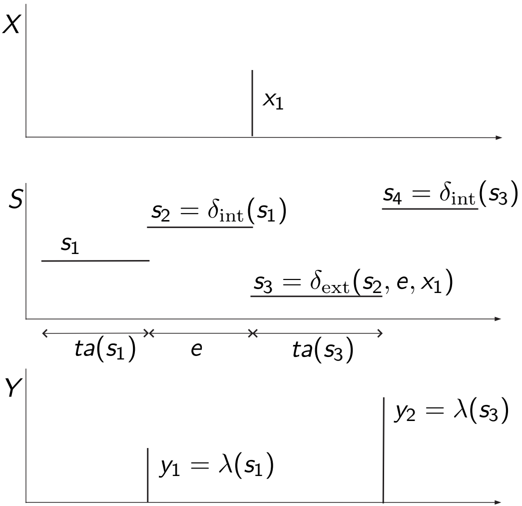
Un modelo atómico DEVS se define por la estructura:

$$M = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$$

donde:

X	*es el conjunto de entrada*, $(\{(p, v) \vert p \in IPorts, v \in X_p\})$
Y	*es el conjunto de salida*, $(\{(p, v) \vert p \in OPorts, v \in Y_p\})$
S	*es el conjunto de estados*
δ_{int}	*es la función de transición interna*
	$(\delta_{int} : S \rightarrow S)$
δ_{ext}	*es la función de transición externa*
	$(\delta_{ext} : Q \times X \rightarrow S)$,
	$Q = \{(s, e) \mid s \in S, 0 \leq e \leq ta(s)\}$
	Q es *total*,
	e es el tiempo transcurrido desde la última transición
$\lambda : S \rightarrow Y$	*es la función de salida*
$ta : S \rightarrow R^{+}_{0,\infty}$	*es la función de tiempo de permanencia en cada estado*

DEVS – Trayectorias



DEVS – Ejemplo 1

Un sistema (que llamaremos generador) produce eventos que representan trabajos a realizar. El sistema produce eventos según la siguiente secuencia: $t = 0, y = 1$; $t = 1, y = 2$; $t = 3, y = 1$; $t = 4, y = 2$; etc.

$$G_1 =< X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta >$$
$$X = Y = S = \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\text{int}}(s) = 3 - s$$
$$\lambda(s) = 3 - s$$
$$ta(s) = s$$

DEVS – Ejemplo 2

Un procesador recibe trabajos identificados por un número real positivo que indica cuanto tiempo demora en procesarse dicho trabajo. Transcurrido el tiempo de procesamiento, el procesador emite un evento con valor 1.

$$P_1 = < X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta >$$
$$X = Y = S = \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\mathrm{ext}}(s, e, x) = x$$
$$\delta_{\mathrm{int}}(s) = \infty$$
$$\lambda(s) = 1$$
$$ta(s) = s$$

Este modelo se olvida del trabajo que estaba procesando al recibir uno nuevo

DEVS – Ejemplo 2

Para ignorar los eventos de entrada mientras se está procesando un trabajo, podemos modificar el modelo anterior como sigue:

$$P_2 = < X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta >$$
$$X = Y = \mathbb{R}^+$$
$$S = \mathbb{R}^+ \times \{true, false\}$$
$$\delta_{\text{ext}}(s, e, x) = \delta_{\text{ext}}((\sigma, busy), e, x) = \begin{cases} (\sigma - e, true) & \text{si } busy = true \\ (x, true) & \text{en otro caso} \end{cases}$$
$$\delta_{\text{int}}(s) = (\infty, false)$$
$$\lambda(s) = 1$$
$$ta((\sigma, busy)) = \sigma$$

DEVS – Ejemplo 3

Un usuario presiona un pulsador repetidas veces y el sistema mide el tiempo entre los sucesivos intervalos. Si el último intervalo es más largo que el anterior, se emite un evento con el valor *true*. En otro caso, emite un evento con valor *false*.

$$M_1 = < X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta >$$
$$X = \{\text{"pulse"}\}$$
$$Y = \{true, false\}$$
$$S = \mathbb{R}^+ \times \{true, false\} \times \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\mathrm{ext}}(s, e, x) = \delta_{\mathrm{ext}}((\tau, isLonger, \sigma), e, x) = (e, ?e > \tau, 0)$$
$$\delta_{\mathrm{int}}(s) = \delta_{\mathrm{int}}(\tau, isLonger, \sigma) = (\tau, isLonger, \infty)$$
$$\lambda(s) = \lambda(\tau, isLonger, \sigma) = isLonger$$
$$ta(s) = ta(\tau, isLonger, \sigma) = \sigma$$

Algunas consideraciones sobre los modelos DEVS

- Para facilitar la construcción de los modelos, se suele incluir en el estado una variable σ que sea igual al tiempo de avance. Es decir, $ta(s) = ta(\ldots, \sigma) = \sigma$.
- Los estados para los cuales $ta(s) = 0$ se denominan estados transitorios e indican que se producirá un evento de salida de manera inmediata.
- Los estados para los cuales $ta(s) = \infty$ se denominan estados pasivos e indican que no se producirá ningún cambio en el sistema mientras no llegue un evento de entrada.

DEVS – Legitimidad

El siguiente modelo representa un generador que produce eventos con valor 1.

$$G_2 = < X, Y, S, \delta_{\text{int}}, \delta_{\text{ext}}, \lambda, ta >$$
$$X = Y = S = \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\text{int}}(s) = s/2$$
$$\lambda(s) = 1$$
$$ta(s) = s$$

A partir de un estado inicial $s = 1$ por ejemplo, al cabo de 2 segundos se habrán producido infinitos eventos de salida.

Se dice entonces que el modelo G_2 es ilegítimo.

DEVS – Legitimidad

Legitimidad

Un modelo DEVS es legítimo si sólo puede producir una cantidad acotada de cambios en cada intervalo finito de tiempo.

Para establecer formalmente la condición de legitimidad se definen las funciones δ^+ y Σ según:

$$\delta^+_{\mathrm{int}}(s,0) \triangleq s;\ \delta^+_{\mathrm{int}}(s,n+1) \triangleq \delta_{\mathrm{int}}(\delta^+_{\mathrm{int}}(s,n))$$
$$\Sigma(s,0) \triangleq ta(s);\ \Sigma(s,n) \triangleq \Sigma(s,n-1) + ta(\delta^+_{\mathrm{int}}(s,n-1))$$

y un modelo DEVS resultará legítimo si y sólo si

$$\lim_{n\to\infty} \Sigma(s,n) \to \infty \qquad \forall s \in S$$

Organización de la Presentación

Acoplamiento de Modelos

Si bien cualquier sistema de eventos discretos puede teóricamente representarse mediante un modelo DEVS atómico, en la práctica obtener dicho modelo puede ser extremadamente difícil.

La tarea de modelización puede simplificarse enormemente con la idea del acoplamiento, es decir, pensando los sistemas como una composición de subsistemas más simples.

Acoplamiento mediante puertos de entrada y salida

Si bien hay varias alternativas para definir formalmente el acoplamiento de modelos DEVS, trabajaremos con el acoplamiento mediante puertos.

Puertos de Entrada y Salida

Diremos que un modelo atómico DEVS cuenta con m puertos de entrada y p puertos de salida cuando sus conjuntos de valores de entrada (X) y salida (Y) tengan la siguiente forma:

$$X = X_0 \times \{inp_0\} \cup \cdots \cup X_{m-1} \times inp_{m-1}$$
$$Y = Y_0 \times \{outp_0\} \cup \cdots \cup Y_{p-1} \times outp_{p-1}$$

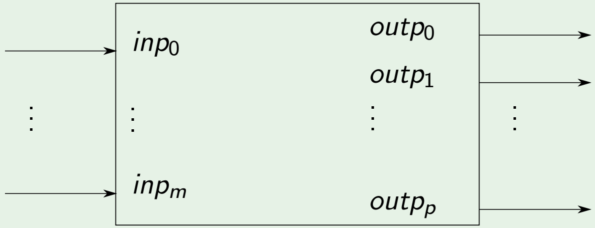
donde inp_j denota el j–ésimo puerto de entrada y $outp_j$ el j–ésimo puerto de salida.

Cada evento de entrada tendrá la forma $(x, port)$, donde $x \in X_{port}$ representa el valor del evento y $port \in \{inp_0, \ldots, inp_{m-1}\}$ indicará el puerto por el que ingresa dicho evento.

Cada evento de salida tendrá la forma $(y, port)$, donde $y \in Y_{port}$ representa el valor del evento y $port \in \{outp_0, \ldots, outp_{m-1}\}$ indicará el puerto por el que sale dicho evento.

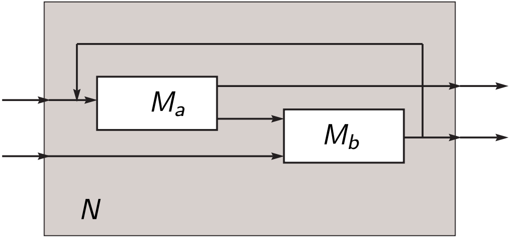
Puertos de Entrada y Salida – Representación gráfica

Representaremos los modelos DEVS atómicos con puertos mediante bloques como muestra la figura:



Acoplamiento de Modelos DEVS

En el acoplamiento modular los eventos de salida de un modelo DEVS se convierten en eventos de entrada de otro.



En el modelo DEVS acoplado N encontramos dos modelos atómicos (M_a y M_b) y distintas conexiones (entre M_a y M_b, entre N y M_a, entre N y M_b).

Modelos DEVS Acoplados – Definición

Un modelo DEVS acoplado se define mediante la estructura

$$N = (X_N, Y_N, D, \{M_d\}, EIC, EOC, IC, Select), \text{ donde:}$$

- El conjunto de valores de entrada del modelo acoplado N es $X_N = X_0 \times \{inp_0\} \cup \cdots \cup X_{m-1} \times inp_{m-1}$.
- El conjunto de valores de salida del modelo acoplado N es $Y_N = Y_0 \times \{outp_0\} \cup \cdots \cup Y_{p-1} \times outp_{p-1}$.
- D es el conjunto de referencias a componentes.
- Para cada $d \in D$, $M_d = (X_d, Y_d, S_d, \delta_{\mathrm{int}\,d}, \delta_{\mathrm{ext}\,d}, \lambda_d, ta_d)$ es un modelo DEVS con puertos.

Modelos DEVS Acoplados – Definición

Un modelo DEVS acoplado se define mediante la estructura

$$N = (X_N, Y_N, D, \{M_d\}, EIC, EOC, IC, Select), \text{ donde:}$$

- EIC (external input coupling) es el conjunto de conexiones desde las entradas de N hacia las entradas de los M_d. Cada elemento de EIC tiene la forma $[(N, inp_i), (d_k, inp_j)]$ (lo que indica una conexión desde la i–ésima entrada de N hacia la j–ésima entrada de d_k).
- EOC (external output coupling) es el conjunto de conexiones desde las salidas de los M_d hacia las salidas de N. Cada elemento de EOC tiene la forma $[(d_k, outp_j), (N, outp_i)]$ (lo que indica una conexión desde la j–ésima salida de d_k hacia la i–ésima salida de N).

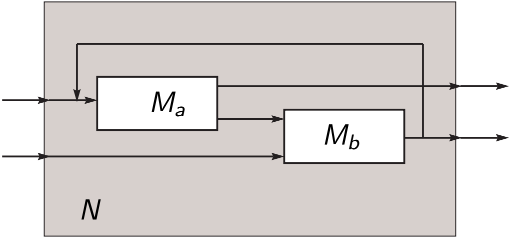
Modelos DEVS Acoplados – Definición

Un modelo DEVS acoplado se define mediante la estructura

$$N = (X_N, Y_N, D, \{M_d\}, EIC, EOC, IC, Select), \text{ donde:}$$

- IC (internal coupling) es el conjunto de conexiones desde las salidas de los M_d hacia las entradas de los M_d. Cada elemento de IC tiene la forma $[(d_l, outp_i), (d_k, inp_j)]$ (lo que indica una conexión desde la i–ésima salida de d_l hacia la j–ésima entrada de d_k). Debe cumplirse que $l \neq k$.
- Finalmente $Select : 2^D \to D$ es una función de desempate, que decide prioridades en caso de eventos simultáneos.

Modelos DEVS Acoplados. Ejemplo



- $EIC = \{[(N,0),(a,0)];[(N,1),(b,1)]\}$
- $EOC = \{[(a,0),(N,0)];[(b,0),(N,1)]\}$
- $IC = \{[(a,1),(b,0)];[(b,0),(a,0)]\}$

(De acá en más para denotar inp_j o $outp_j$ utilizaremos j).

Clausura bajo acoplamiento

Teorema: *Clausura bajo acoplamiento*

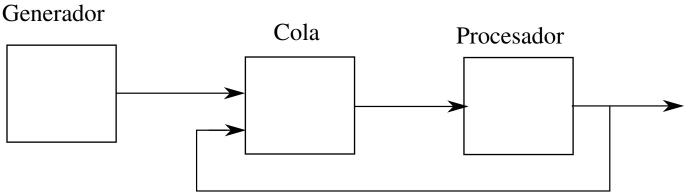
Dado un modelo DEVS acoplado $N = (X_N, Y_N, D, \{M_d\}, EIC, EOC, IC, Select)$ cualquiera, siempre existe un modelo DEVS atómico $M = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$ equivalente.

Esto es, M es tal que dada una condición incial arbitraria para los estados de los M_d, existe una condición inicial para el estado de M tal que para cualquier trayectoria de entrada las trayectorias de salida de N y M son idénticas.

La clausura bajo acoplamiento permite utilizar los modelos acoplados tratándolos como si fueran modelos atómicos, acoplándolos con otros modelos atómicos o acoplados.

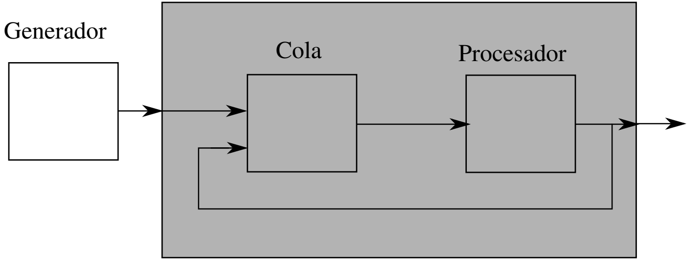
DEVS – Acoplamiento Jerárquico

La clausura bajo acoplamiento garantiza la posibilidad de realizar acoplamiento jerárquico, para construir fácilmente modelos complejos:



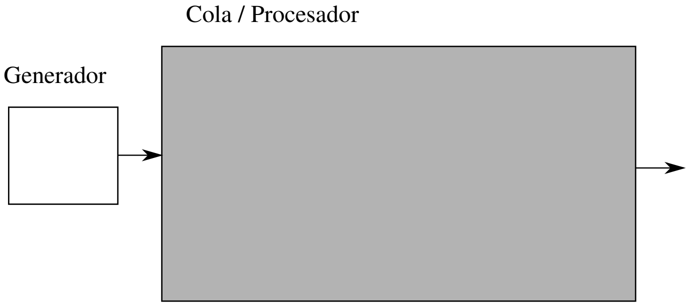
DEVS – Acoplamiento Jerárquico

La clausura bajo acoplamiento garantiza la posibilidad de realizar acoplamiento jerárquico, para construir fácilmente modelos complejos:



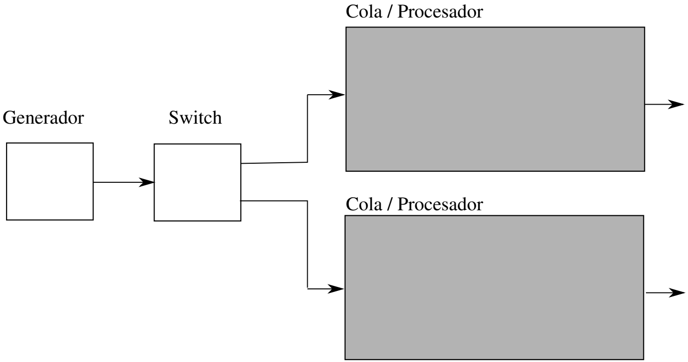
DEVS – Acoplamiento Jerárquico

La clausura bajo acoplamiento garantiza la posibilidad de realizar acoplamiento jerárquico, para construir fácilmente modelos complejos:



DEVS – Acoplamiento Jerárquico

La clausura bajo acoplamiento garantiza la posibilidad de realizar acoplamiento jerárquico, para construir fácilmente modelos complejos:



Eventos Simultáneos

Consideremos el siguiente generador (emite alternadamente 1 y 2 por el puerto 0 cada 1 segundo):

$G_3 = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta)$ con:
$S = \{1, 2\};\ \ Y = \{(1, 0), (2, 0)\};\ \delta_{\mathrm{int}}(s) = 3 - s;\ \ ta(s) = 1;\ \ \lambda(s) = (s, 0)$

y el siguiente modelo de sumador (emite la suma de los últimos valores recibidos en cada puerto de entrada):

$$S_1 = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta) \text{ con:}$$
$$X = \mathbb{R} \times \{0, 1\};\ \ Y = \mathbb{R} \times \{0\};\ S = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\mathrm{int}}(s) = \delta_{\mathrm{int}}(u_0, u_1, \sigma) = (u_0, u_1, \infty);$$
$$\delta_{\mathrm{ext}}(s, e, x) = \delta_{\mathrm{ext}}((u_0, u_1, \sigma), e, (x_v, port)) = (\tilde{u}_0, \tilde{u}_1, 0);$$
$$\lambda(s) = \lambda(u_0, u_1, \sigma) = (u_0 + u_1, 0);\ \ \ ta(s) = \sigma;$$

donde $\tilde{u}_j = x_v$ si $j = port$ y $\tilde{u}_j = u_j$ si $j \neq port$.

Eventos Simultáneos

Si acoplamos dos generadores G_{3_a} y G_{3_b} con el sumador S_1 y suponemos que en $t = 0$ ambos generadores tienen $s_a = s_b = 1$ y el sumador tiene $u_0 = u_1 = 0$, $\sigma = \infty$, al simular lo que ocurre, podemos obtener lo siguiente:

- $t = 1$: Transición interna de G_{3_a} con salida $y_a = 1$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 1$, $u_0 = 1$, $u_1 = 0$, $\sigma = 0$.
- $t = 1$: Transición interna de G_{3_b} con salida $y_b = 1$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 2$, $u_0 = 1$, $u_1 = 1$, $\sigma = 0$.
- $t = 1$: Transición interna de S_1 con salida $y_s = 2$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 2$, $u_0 = 1$, $u_1 = 1$, $\sigma = \infty$.
- $t = 2$: Transición interna de G_{3_a} con salida $y_a = 2$. Estados: $s_a = 1$, $s_b = 2$, $u_0 = 2$, $u_1 = 1$, $\sigma = 0$.
- $t = 2$: Transición interna de G_{3_b} con salida $y_b = 2$. Estados: $s_a = 1$, $s_b = 1$, $u_0 = 2$, $u_1 = 2$, $\sigma = 0$.
- $t = 2$: Transición interna de S_1 con salida $y_s = 4$. ... etc...

Eventos Simultaneos

Bajo los mismos supuestos que antes, podríamos también obtener la siguiente secuencia:

- $t = 1$: Transición interna de G_{3_a} con salida $y_a = 1$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 1$, $u_0 = 1$, $u_1 = 0$, $\sigma = 0$.
- $t = 1$: Transición interna de S_1 con salida $y_s = 1$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 1$, $u_0 = 1$, $u_1 = 0$, $\sigma = \infty$.
- $t = 2$: Transición interna de G_{3_b} con salida $y_b = 1$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 2$, $u_0 = 1$, $u_1 = 1$, $\sigma = 0$.
- $t = 1$: Transición interna de S_1 con salida $y_s = 2$. Estados: $s_a = 2$, $s_b = 2$, $u_0 = 1$, $u_1 = 1$, $\sigma = \infty$.
- $t = 2$: Transición interna de G_{3_a} con salida $y_a = 2$. Estados: $s_a = 1$, $s_b = 2$, $u_0 = 2$, $u_1 = 1$, $\sigma = 0$.
- $t = 2$: Transición interna de S_1 con salida $y_s = 3$. ... etc...

Eventos Simultáneos. Función de Desempate

Para evitar estas incongruencias, la especificación de acoplamiento cuenta con la función de desempate *Select*, que establece prioridades entre componentes que agendan una transición interna para el mismo instante de tiempo.

Dado un modelo acoplado $N = (X_N, Y_N, D, \{M_d\}, EIC, EOC, IC, Select)$, la función $Select : 2^D \rightarrow D$ establece para cada subconjunto de D quien es el modelo d que tiene mayor prioridad.

Dado que puede ser engorroso definir la función *Select* para cada subconjunto de D, en la práctica se suele establecer una lista de orden de prioridades. En nuestro ejemplo, si la lista de prioridades es G_{3_a}, G_{3_b}, S_1 obtenemos el resultado de la primer *simulación*. Si en cambio es S_1, G_{3_a}, G_{3_b} obtenemos el resultado de la segunda.

Acoplamiento y Legitimidad

Consideremos el siguiente modelo DEVS atómico:

$$M_3 = (X, Y, S, \delta_{\mathrm{int}}, \delta_{\mathrm{ext}}, \lambda, ta) \text{ con:}$$
$$X = Y = S = \mathbb{R}^+$$
$$\delta_{\mathrm{int}}(s) = \infty; \quad \delta_{\mathrm{ext}}(s, e, x) = x;$$
$$\lambda(s) = s/2; \quad ta(s) = s;$$

y supongamos que acoplamos dos modelos M_3 de forma que la entrada de cada uno de ellos es la salida del otro.

Pese a que los dos modelos son legítimos, el acoplamiento no lo es. Evidentemente, la legitimidad no es cerrada frente al acoplamiento.

Organización de la Presentación

Parallel DEVS

En el formalismo DEVS, los conflictos de simultaneidad se resuelven mediante la función de desempate *Select*. Parallel DEVS brinda una alternativa que permite la ocurrencia simultanea de eventos:

- En los modelos atómicos se agrega una función de transición confluente δ_{con} que define el nuevo estado cuando al mismo tiempo se reciben eventos de entrada y se realiza una transición interna.
- Los eventos de entrada recolectan los valores de todos los eventos de salida que hayan ocurrido y que deban propagarse hacia el modelo en cuestión.
- Tanto la función δ_{con} como la δ_{ext} dependen del conjunto de eventos recibidos.

Cell–DEVS

Cell–DEVS es una extensión para construir autómatas celulares basados en DEVS:

- Se define una estructura celular, en la cual cada componente atómico tiene cierto número de vecinos.
- Los eventos se transmiten entre vecinos de acuerdo a la estructura.
- El modelo acoplado de esta forma puede a su vez acoplarse con otros modelos DEVS.
- El formalismo incorpora algunos elementos a nivel atómico que son útiles en el contexto de autómatas celulares.
- Es muy conveniente para modelar y simular sistemas con muchos componentes conectados de manera regular.

Stochastic DEVS

STDEVS es una extensión para modelar sistemas estocásticos basado en DEVS:

- Formalmente, los modelos atómicos reemplazan las funciones de transición (externa e interna) por espacios de probabilidades.
- Los modelos atómicos STDEVS pueden acoplarse normalmente con otros modelos STDEVS o DEVS.
- Está demostrado que DEVS es un caso particular de STDEVS.
- En la práctica, los modelos STDEVS se simulan incorporando funciones RND en las transiciones.