

Guida per Riconoscere i Grafici delle Funzioni Esponenziali

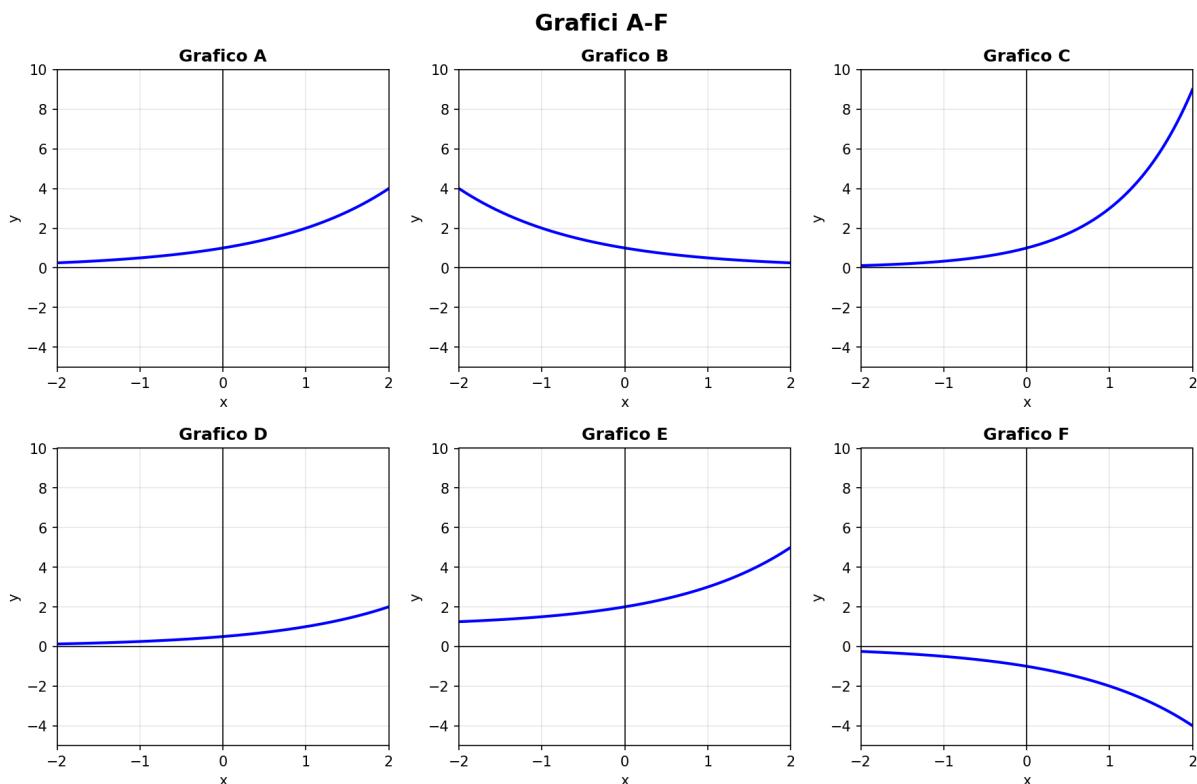
Esercitazione – Riconoscere i grafici delle funzioni esponenziali

Osserva i grafici A–F e abbinali alle funzioni esponenziali.

Scrivi sul foglio una tabella del tipo: A → ... B → ... C →

Funzioni:

- 1) $y = 2^x$
- 2) $y = (1/2)^x$
- 3) $y = 3^x$
- 4) $y = 2^{(x-1)}$
- 5) $y = 2^x + 1$
- 6) $y = -2^x$



Concetti Base

Una funzione esponenziale ha la forma generale $y = a^x$, dove a è la base (con $a > 0$ e $a \neq 1$) e x è l'esponente variabile. Queste funzioni hanno caratteristiche ben precise che ci permettono di riconoscerle graficamente.

Quando la base è maggiore di 1 (come $y = 2^x$ o $y = 3^x$), la funzione è crescente e passa sempre per il punto $(0, 1)$ perché qualsiasi numero elevato a zero vale 1. L'asse x rappresenta un asintoto orizzontale, cioè la curva si avvicina sempre più all'asse senza mai toccarlo. Base più grande significa crescita più rapida: 3^x cresce più velocemente di 2^x .

Quando invece la base è compresa tra 0 e 1 (come $y = (1/2)^x$), la funzione è decrescente ma passa comunque per $(0, 1)$. In questo caso l'asintoto orizzontale si presenta per valori positivi di x .

Metodo Sistematico per l'Abbinamento

Primo passo: distingui crescenti da decrescenti.

Osserva se il grafico sale o scende da sinistra a destra. I grafici che salgono corrispondono a funzioni con base maggiore di 1, quelli che scendono hanno base compresa tra 0 e 1.

Secondo passo: identifica i punti chiave.

Controlla dove il grafico interseca l'asse y . Se passa per $(0, 1)$ probabilmente è una funzione base senza traslazioni verticali. Se passa per un altro valore, c'è una traslazione. Verifica anche se il grafico è spostato orizzontalmente o se si trova sotto l'asse x (riflessione).

Terzo passo: riconosci le trasformazioni.

Le traslazioni verticali ($y = a^x + k$) spostano il grafico verso l'alto se $k > 0$ o verso il basso se $k < 0$, facendo passare la funzione per $(0, 1+k)$. Le traslazioni orizzontali ($y = a^{(x+h)}$) spostano il grafico a sinistra se $h > 0$ o a destra se $h < 0$. Infine, una riflessione rispetto all'asse x ($y = -a^x$) capovolge il grafico, rendendo negativi tutti i valori.

Analisi dei Grafici dell'Esercizio

Grafico A $\rightarrow y = 2^x$

Questo è il grafico esponenziale crescente standard. Passa esattamente per $(0, 1)$ e non presenta alcuna traslazione o trasformazione. L'asse x è il suo asintoto orizzontale.

Grafico B $\rightarrow y = (1/2)^x$

È l'unica funzione decrescente che passa per $(0, 1)$. Questa funzione è simmetrica rispetto all'asse y di $y = 2^x$, ed è equivalente a scrivere $y = 2^{-x}$.

Grafico C $\rightarrow y = 3^x$

Tra le funzioni crescenti che passano per $(0, 1)$, questa sale più rapidamente. La base maggiore (3 invece di 2) determina una curva più ripida. Per $x = 1$ ottieni $y = 3$, mentre per $x = 2$ ottieni $y = 9$.

(confronta con $2^2 = 4$).

Grafico D → $y = 2^{(x-1)}$

Ha la stessa forma di $y = 2^x$ ma è traslata 1 unità a destra (perché $-1 < 0$ nella forma $y = 2^{(x+h)}$). Quindi passa per $(1, 1)$ invece che per $(0, 1)$. Per $x = 0$ si ottiene $y = 2^{-1} = 0.5$, mentre per $x = 2$ si ha $y = 2$.

Grafico E → $y = 2^x + 1$

Il grafico è spostato 1 unità verso l'alto rispetto a $y = 2^x$. Passa per $(0, 2)$ perché quando $x = 0$ si ha $y = 2^0 + 1 = 2$. L'asintoto orizzontale non è più l'asse x ma la retta $y = 1$.

Grafico F → $y = -2^x$

È l'unico grafico sotto l'asse x. Il segno negativo davanti capovolge completamente il grafico di 2^x , rendendolo sempre negativo. Passa per $(0, -1)$ e l'asintoto è l'asse x ma dal basso.