IL LOGARITMO IN BASE A DI UN NUMERO X È L'ESPONENTE A CUI SI DEVE ELEVARE LA BASE PER OTTENERE TALE NUMERO.

UNA FUNZIONE LOGARITMICA CON BASE A E ESPONENTE X È L'INVERSA DI UNA FUNZIONE ESPONENZIALE $Y = A^X$

$$Y = \log_A X$$

Proprietà dei logaritmi	
$\{a, x, y\} \in \mathbb{R}^+ \quad ; \quad b \in \mathbb{R}$	
$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$	$\log_a x^b = b \log_a x$
$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$	
$\log_a a = 1$	$\log_a 1 = 0$
$x = a^{\log_a x}$	$\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}$

EQUAZIONI ELEMENTARI

→ $\log_3 x - 5 = 0$ C.E. $x>0$

$\log_3 x = 5$

$x = 3^5$ APPLICO LA DEFINIZIONE DI LOGARITMO

→ $\log_5 x = 2$ C.E. $x>0$

$x = 5^2$

EQUAZIONI RICONDUCIBILI AD ELEMENTARI

→ $\log_7(3x-4)-2=0$

C.E.

$3x-4>0$

$3x>4$

$x>4/3$

$\log_7(3x-4)=2$

$7^2=3x-4$

$49+4=3x$

$53=3x$

$x=\frac{53}{3}$

→ $\ln(5-x)=3$

C.E. $5-x>0$

$x<5$

$e^3=5-x$

$x=5-e^3$

$\rightarrow \quad 4 = \log_3 (2-3x)^2$

$$\boxed{\begin{array}{l} C.E. \\ (2-3x)^2 > 0 \\ 2-3x \neq 0 \\ \quad x \neq \frac{2}{3} \end{array}}$$

$3^4 = (2-3x)^2$

$81 = 4 + 9x^2 - 12x$

$9x^2 - 12x - 77 = 0$

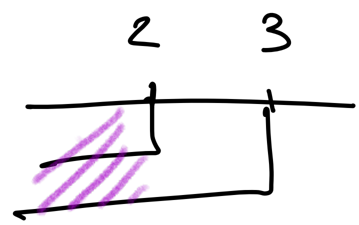
$$x_1, x_2 = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot (-77)}}{18}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{2916}}{18} = \frac{2 \pm 9}{3} \begin{array}{l} 11/3 \\ \\ -7/3 \end{array}$$

EQUAZIONI RISOLVIBILI CON LE PROPRIETÀ DEI LOGARITMI

$\rightarrow \quad 2\log_2(3-x) - \log_4(4-2x) = 1/2$

C.E. $\begin{cases} 3-x>0 \\ 4-2x>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<3 \\ x<2 \end{cases}$



$\boxed{x<2}$

$$2\log_2(3-x) - \log_4(4-2x) = 1/2$$

$$\log_4(3-x)^2 - \log_4(4-2x) = 1/2$$

$$\log_4\left(\frac{(3-x)^2}{(4-2x)}\right) = 1/2$$

RICONDUCIBILE A ELEMENTARI

$$4^{1/2} = \frac{(3-x)^2}{4-2x}$$

$$\sqrt{4} = \frac{9+x^2-6x}{4-2x}$$

$$2 = \frac{9+x^2-6x}{4-2x}$$

$$0 = \frac{9+x^2-6x}{4-2x} - 2$$

$$0 = \frac{9+x^2-6x - 2(4-2x)}{4-2x}$$

$$0 = 9+x^2-6x-8+4x$$

$$0 = x^2-2x+1$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\frac{+2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$$

$\rightarrow \quad \log_3 x - \log_6 x = 0$

C.E.
$x > 0$

SO CHE $\log_6 x = \dfrac{\log_3 x}{\log_3 6}$ } CAMBIO BASE

$$\log_3 x - \frac{\log_3 x}{\log_3 6} = 0$$

$$\cancel{\log_3 6} \cdot \frac{\log_3 6 \cdot (\log_3 x) - \log_3 x}{\cancel{\log_3 6}} = 0 \cdot \log_3 6$$

$$\log_3 6 (\log_3 x) - \log_3 x = 0$$

$$\underbrace{(\log_3 6 - 1)}_{\text{questo è un numero } \neq 0} \underbrace{\log_3 x}_{} = 0$$

questo è
un numero
$\neq 0$

↳ per fare in modo che

$\log_3 x = 0$ $\boxed{x = 1}$

EQUAZIONI RISOLVIBILI CON UN'INCOGNITA AUSILIARIA

$$3\log_5^2 x + 18\log_5 x + 24 = 0$$

C.E. $x>0$

DECIDO CHE $\log_5 x = t$

$$3t^2 + 18t + 24 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4\cdot 3\cdot 24}}{6} = \frac{-18 \pm \sqrt{36}}{6}$$

$$= \frac{-18 \pm 6}{6} \begin{cases} -2 \\ -4 \end{cases}$$

$\log_5 x = -2$ $\qquad x = 5^{-2}$

$\log_5 x = -4$ $\qquad x = 5^{-4}$

EQUAZIONI ESPONENZIALI RISOLVIBILI CON I LOGARITMI

→ $3^{x+1} = 10$

$$\log_3 3^{x+1} = \log_3 10$$

$$(x+1)\underbrace{\log_3 3}_{=1} = \log_3 10$$

$$x+1 = \log_3 10$$

$$x = \log_3 10 - 1$$

$$\Rightarrow \quad 5^{2x-3} - 7^{1-4x} = 0$$

$$5^{2x-3} = 7^{1-4x}$$

$$\log_5 5^{2x-3} = \log_5 7^{1-4x}$$

$$(2x-3) \cdot \log_5 5 = (1-4x) \cdot \log_5 7$$

$$2x-3 = (1-4x)\log_5 7$$

$$2x - 4x\log_5 7 = 3 + \log_5 7$$

$$2x\left(1 - 2 \cdot \log_5 7\right) = 3 + \log_5 7$$

$$x = \frac{3+\log_5 7}{2 \cdot (1 - 2 \cdot \log_5 7)} = \frac{3+\log_5 7}{2 - 4\log_5 7}$$