

# Optimización del registro no rígido Demons para la propagación de contornos

Eliseo Vargas Bedoya<sup>1</sup>, María Eugenia Puerta<sup>2</sup>, Juan Carlos Rivera<sup>3</sup>, and Gonzalo Cabal<sup>4</sup>

<sup>1-3</sup>Departamento de Ciencias Matemáticas, Universidad EAFIT

<sup>4</sup>Clínica el Rosario

3 de agosto de 2020

---

## Resumen

El algoritmo Demons es un método desarrollado para el registro de imágenes. Dicho algoritmo depende de un nivel de suavizado, un número de iteraciones para optimizar y un número de niveles de difuminado para aplicar el suavizado. Este conjunto de parámetros aún no está acotado y se generaliza su uso para cualquier tipo de imágenes. En este artículo se busca acotar el conjunto de parámetros y hallar la combinación que optimicen el valor de similitud de dos imágenes en una secuencia de Tomografías Computarizadas (CT), con el objetivo de determinar los vectores de desplazamiento que modelen el movimiento del órgano en la imagen. Para esto se desarrolló un algoritmo heurístico basado en búsqueda local. Se muestra como el espacio de solución de los parámetros está acotado y además converge. También se muestra que el algoritmo desarrollado obtiene la solución esperada en un menor tiempo y dependiendo sólo de la solución inicial.

**Palabras Clave:** Registro de imágenes, registro no rígido Demons, coeficiente de correlación, búsqueda local

---

## 1. Introducción

La secuencia de Tomografías Computarizadas (CTs) en 4 dimensiones (4D) es ampliamente utilizada en el proceso de radioterapia para la detección de lesiones cancerígenas [16]. A partir de métodos de registro no rígido, permite el adecuado procesamiento de las imágenes en estas CTs, ya que se basa en alinear correctamente las correspondencias entre imágenes de la misma zona del cuerpo [11] y permite hallar una función o transformación biyectiva que modela el desplazamiento. Dichas correspondencias se pueden basar en características de la imagen como líneas, curvas o puntos, o se puede basar en el nivel de intensidades de los voxels. En el caso de registro no rígido basado en características se modela como deformaciones basadas en Spline [4], cuyo base son las características de las imágenes. Lo que lo hace muy eficiente en imágenes de Resonancia Magnética MR [14, 20] o en casos de estudio donde la toma de las imágenes es multimodal [18]. Ya que el método está basado en características, el conjunto de parámetros para determinar la transformación es un problema a abordar. Como por ejemplo con heurísticas basados en árboles de decisión [7] para el aprendizaje del algoritmo. En el caso de CT se han buscado los parámetros de registro B-spline, utilizando información mutua que se aplica a la imagen del corazón escaneada [8]. Por otro lado, el registro no rígido basado en intensidades, supone que las intensidades son constantes aunque se desplazan entre voxels, de acuerdo al cambio de forma de los órganos en la imagen originados por el movimiento del paciente [21]. Dadas estas condiciones, dicho registro también permite que los desplazamientos se puedan describir con un Campo de Vectores Desplazamiento (DVF por sus siglas en inglés)  $\mathbf{u}$ , que describa la deformación de la imagen y en particular que haga seguimiento a la propagación de los contornos de los órganos en cada secuencia [19].

Por lo general, no se puede diseñar un método común para todas las aplicaciones de registro, debido a las diversas imágenes registradas y los cambios de intensidad. Cada método de registro debe considerar el tipo de deformación geométrica entre las imágenes, así como el ruido por el movimiento del paciente durante la toma de las CTs [6]. Es por eso que para hallar una solución, el registro no rígido se convierte en una aproximación diferencial que incluye (i) un criterio de similaridad, (ii) un proceso de optimización iterativo y (iii) un proceso de suavizado [26]. Además, ya que es un registro entre CTS de la misma zona del cuerpo, se asume que las intensidades se conservan en cada secuencia. Es por esto que en este trabajo, se implementa el algoritmo Demons basado en intensidades, que es una técnica ampliamente usada en procesos de registro monomodal. Este algoritmo fue propuesto por Thirion [22] como un proceso de difusión de fluidos con base en Flujo Óptico (FO) [12]. Luego se complementó demostrando que la transformación que modela la deformación de los órganos en la imagen es una función biyectiva y diferenciable compuesta por el DVF [23, 24, 10, 1]. Esta última versión del algoritmo Demons, antes de buscar el DVF, suaviza la imagen aplicando un Kernel Gaussiano a diferentes niveles, formando una pirámide de difuminado que elimina ruido en la intensidad de los voxels. A diferencia del método clásico Demons, el dominio actualizado se estima en cada iteración del algoritmo. La transformación actual se mide utilizando una nueva regla actualizada entre el mapa exponencial del dominio actualizado y la estimación anterior.

La transformación describe el DVF entre una CT que se considera fija y otra CT que se considera movida. Para analizar la eficiencia de la implementación, se estima una versión movida de la CT, a partir de la DVF calculada con la nueva versión de Demons y se mide su similaridad con la CT movida original a partir de métricas. Pero cada DVF depende de tres parámetros; la varianza del Kernel de suavizado, el número de niveles de pirámide en el difuminado y el número de iteraciones para actualizar el dominio, lo que genera un espacio de soluciones del valor de la métrica. El objetivo es analizar el conjunto de soluciones y determinar la métrica óptima para halla el DVF que mejor estime la CT movida. Por la dificultad del registro no rígido de generalizarse, los casos de estudio se han dado a partir de modelos Bayesianos [15]. Un caso exitoso aplicado a imágenes por cámara de video [6], genera las soluciones a partir del algoritmo heurístico Cuckoo y encuentra los parámetros para el clásico Demons.

En este trabajo se plantea un algoritmo heurístico basado en búsqueda local, que encuentre la combinación de iteraciones, varianza y número de niveles de difuminado en un espacio de soluciones que minimicen el Coeficiente de Correlacion (CC) y el coeficiente DICE y Suma de Diferencia de Cuadrados (SSD por sus siglas en inglés) se mostrará la relación lineal entre y CC. Por tanto el objetivo de este trabajo es hallar el conjunto de parámetros que optimice la métrica de similaridad en un conjunto de CTs de hígado que me permita hallar el DVF y así obtener la propagación de contornos en la secuencia de tomografías.

Las siguientes secciones están organizadas de la siguiente manera: En la sección 2 se describe el algoritmo implementado Demons y las métricas, en la sección 3 se presentan los métodos y el algoritmo desarrollado con los resultados obtenidos, además se compara con un método B-spline. Finalmente, en la sección 4 se presentan algunas conclusiones y análisis.

## 2. Metodología

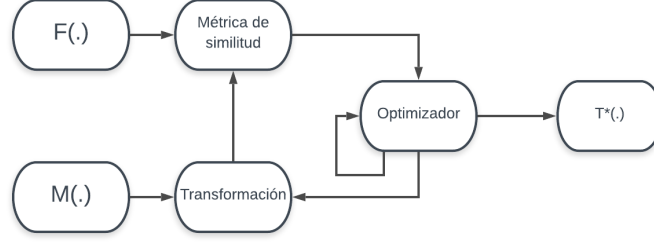
### 2.1. Algoritmo Demons

Dada una imagen fija  $F$  y una movida  $M$  en un espacio D-dimensional, el registro de imágenes es un problema que apunta a encontrar una transformación espacial  $T : F \rightarrow M$  que alineará las imágenes fijas y movida, donde  $p \mapsto T(p)$  asigna puntos de la imagen  $p \in F$  a  $T(p) \in M$ . La meta es optimizar un criterio de similaridad  $Sim(\cdot)$  que mide la calidad de la transformación dada como se ve en la figura (1), donde  $T^* = \arg \max_T Sim(F, T(M))$  [26].

Ya que el registro de imágenes es basado en la intensidad, la medida de similitud es el error cuadrático medio que forma la base de los algoritmos:

$$Sim(F, M \circ T) = \frac{1}{2} \|F - M \circ T\|^2 = \frac{1}{2|\Omega_p|} \sum_{p \in \Omega_p} |F(p) - M(T(p))|^2 \quad (1)$$

donde  $\Omega_p$  es la región de superposición entre  $F$  y  $M \circ T$ . Para registrar las imágenes fijas y en movimiento, se necesita optimizar la ecuación (1) en un espacio dado de transformaciones espaciales. Como el registro es



**Figura 1:** Proceso de registro.

unimodal, es decir, de CT a CT, la deformación es el desplazamiento de los voxels en los diferentes escenarios. El modelo sería  $T(\cdot) : p \mapsto p + \mathbf{u}(p)$ , donde  $\mathbf{u}$  es el Campo Vectorial de Desplazamiento(DVF) que se sumará a la transformación identidad para obtener una transformación no paramétrica [23]. Nótese que el objetivo es hallar  $\mathbf{u}$ , que describa la propagación de contornos en cada uno de los escenarios. El campo vectorial de desplazamiento  $\mathbf{u}$ , es una estructura vectorial, 4-D para imágenes 3-D, ya que describe la posición de la intensidad de gris en la imagen transformada [13].

El método a implementar es el algoritmo Demons. En [22] el autor propuso registrar dos imágenes considerándolas como una membrana semipermeable a los bordes de los objetos de una las imágenes; a la otra imagen se la considera como un modelo de grilla deformable que puede difundir a través de esas interfases por medio de la acción de efectores que se sitúan dentro de las membranas. Tales efectores son los denominados *Demons*. Las fuerzas se inspiran en las ecuaciones de flujo óptico [12, 2], y el método alterna entre el cálculo de las fuerzas y la regularización mediante un simple alisado gaussiano. Esto da como resultado un algoritmo computacionalmente eficiente.

Una de las principales limitaciones del algoritmo de los demonios es que no garantiza la invertibilidad de las transformaciones, contrario a los algoritmos de registro de imágenes difeomorfas. Según [24], el difeomorfismo conserva la topología de los objetos en la imagen y evita la introducción de plegados que a menudo son físicamente imposibles. Por tanto, la propuesta basada en conservación de la energía de [9] y [5] suman un término de regularización  $Reg(s)$  a la ecuación (1) y se obtiene

$$E(s) = \frac{1}{\sigma_i^2} Sim(F, M \circ s) + \frac{1}{\sigma_T^2} Reg(s) \quad (2)$$

donde  $\sigma_i$  cuenta el ruido de la intensidad de la imagen y  $\sigma_T$  controla la cantidad de regularización necesaria. Con el fin de convertir el algoritmo *Demons* en una minimización de un criterio bien planteado, [5] propuso a partir de la ecuación (2), una minimización de la energía de una transformación espacial no paramétrica  $c$  como variable auxiliar y suponiendo una distribución gaussiana de la intensidad de la imagen. Tomando  $dist(s, c) = \|c - s\|$  y  $Reg(s) = \|\nabla s\|^2$ , y donde  $\sigma_x$  es la incertidumbre espacial sobre las correspondencias, la expresión a minimizar es:

$$E(c, s) = \left\| \frac{1}{\sigma_i} (F - M \circ c) \right\|^2 + \frac{1}{\sigma_x^2} dist(s, c)^2 + \frac{1}{\sigma_T^2} Reg(s) \quad (3)$$

Los difeomorfismos son considerados un buen marco de trabajo cuando no hay información adicional acerca de la transformación espacial disponible ya que se pueden componer e invertir sin problemas. La forma más sencilla de adaptar el algoritmo de Demons para hacerlo difeomorfo, es optimizar la ecuación de energía global (3) sobre un espacio de difeomorfismos en lugar del espacio completo de transformaciones espaciales no paramétricas. Por lo tanto, se necesita realizar un procedimiento de optimización en un grupo de Lie como propone [3] y [17].

Lo primero es recordar que cualquier grupo de Lie puede ser asociado con un álgebra de Lie  $\mathfrak{g}$ , cuyo espacio vectorial subyacente es el espacio tangente  $\mathcal{G}$  del elemento neutro  $Id$  que no es más que la transformación

identidad. Esta álgebra de Lie captura la estructura local de  $\mathcal{G}$ . El grupo de Lie y el álgebra de Lie están relacionados a través del grupo exponencial que es un mapeo suave de una vecindad de  $0 \in \mathfrak{g}$  al vecindario de  $Id \in \mathcal{G}$ . Coordenadas canónicas proporcionan gráficos de coordenadas locales para cualquier  $x \in \mathcal{G}$  en alguna vecindad de  $T$ , por tanto existe un vector  $\mathbf{u}$  tal que  $x = T \circ \exp(\mathbf{u})$ . En [23] se presenta un número de métodos de Newton para optimizar problemas sobre grupos de Lie. La idea central de este método es hallar a partir de la transformación actual  $T$ , un paso de actualización de  $\mathbf{u}$  sobre el álgebra de Lie basado en una expansión de la función de costo y usar una regla de actualización sobre el grupo de Lie a través de la función exponencial  $T \leftarrow T \circ \exp(\mathbf{u})$ . En el clásico Demons  $\mathbf{u}$  es un campo de desplazamiento denso. Por tanto se obtiene una transformación óptima que conserva la morfología de la imagen y muestra el campo de desplazamiento  $\mathbf{u}$  que describe la posición y velocidad en el escenario  $M(\cdot)$ .

El algoritmo suaviza la imagen aplicando filtro gaussiano, se asume un parámetro  $\rho$  que es el número de niveles en la pirámide de suavizado, el cual se utiliza para reducir la resolución de la imagen y reducir ruido de forma local [13],  $N$  es el numero de iteraciones y  $\sigma$  es el nivel de suavizado para la distribución gaussiana.

Los experimentos computacionales fueron realizados en lenguaje MATLAB en un PC de memoria RAM de 16,00 GB y sistema operativo Windows 10 de 64 bits. Se tiene un conjunto de Tomografías Computarizadas (CT por sus siglas en inglés) de 10 imágenes de la zona abdominal llamados escenarios. Cada escenario tiene una dimensión de  $256 \times 256 \times 130$ . Las CT son de un paciente con cáncer de hígado. Para comprobar la exactitud de los contornos obtenidos, se tiene un conjunto de datos segmentados de los diferentes órganos y del tumor alojado en el hígado las cuales en adelante se llamarán estructuras.

### 2.1.1. Descripción de parámetros del algoritmo

Inicialmente se corre el algoritmo tomando como escenario fijo la tomografía en el primer escenario y se estiman los demás escenarios. El método Demons está implementado en MATLAB en el Toolbox *Image Processing* con la función **imregdemons**. La calidad del registro depende de los siguientes parámetros:

- $\rho$  : número de niveles en la pirámide de suavizado, donde  $\rho = 1, 2, 3, \dots$
- $N$  : número de iteraciones en el primer nivel de pirámide, con  $N = 100, 200, 300, 400, 500, \dots$
- $\sigma$  : nivel de suavizado para la distribución gaussiana, donde  $\sigma = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, \dots$

El objetivo es encontrar el conjunto  $\rho$ ,  $N$  y  $\sigma$  que maximice una métrica de similitud entre la imagen estimada en el algoritmo y la imagen original. Por lo tanto, para la experimentación se construye un algoritmo basado en búsqueda local que depende del conjunto de parámetros iniciales  $\rho_0$ ,  $N_0$  y  $\sigma_0$  para hallar los parámetros óptimos  $\rho_{best}$ ,  $N_{best}$ ,  $\sigma_{best}$ .

## 2.2. Métricas de similitud entre dos imágenes

Las métricas usadas para analizar el grado de similitud entre las imágenes son:

- **Suma de diferencia de cuadrados (SSD)**

$$S^{ssd}(A, B) = \frac{1}{N} \sum (A - B)^2 \quad (4)$$

Una de las medidas de similitud de vóxel más simples utilizadas durante el registro, cuyo objetivo es alcanzar el valor mínimo. Resta cada uno de los valores de intensidad en cada voxel de la imagen  $A$  con la imagen  $B$ , sobre los  $N$  voxels.

- **Coefficiente de correlación.**

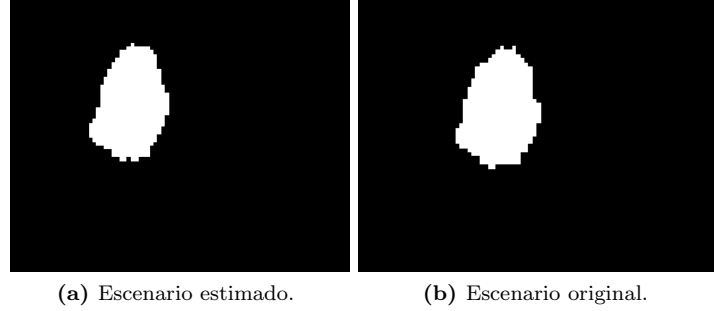
$$S^{corr}(A, B) = \frac{\sum (A - \bar{A})(B - \bar{B})}{\sqrt{(\sum (A - \bar{A})^2)(\sum (B - \bar{B})^2)}} \quad (5)$$

donde  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$ , corresponde a la media de las intensidades de grises de las imágenes  $A$  y  $B$  respectivamente. Una suposición ligeramente menos estricta sería que, en el registro, existe una relación lineal entre los valores de intensidad en las imágenes. En este caso, la medida de similitud óptima es el coeficiente de correlación.

■ **Coeficiente DICE**

$$S(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B|} \quad (6)$$

donde  $|A|$ ,  $|B|$  es la cardinalidad de la representación matricial binaria de las imágenes  $A$  y  $B$  respectivamente. Este coeficiente cuenta la superposición de voxels que coinciden entre dos imágenes, lo que la hace muy útil para estructuras como las de la figura (2a) y (2b).



**Figura 2:** Estructura del tumor de un paciente con cáncer de hígado. Ambas imágenes son una representación matricial binaria.

La métrica a utilizar para comparar los resultados es la de la ecuación (5). El objetivo es encontrar los parámetros que maximicen dicho coeficiente, donde 1.00 es el valor donde las imágenes coinciden en similaridad y 0.00 no coinciden, y además, que el tiempo de ejecución sea mínimo. Para esto se construye una serie de algoritmos que determinen un espacio solución acotado y discreto, que muestren el comportamiento del coeficiente  $S^{corr}$  y el tiempo de demora del registro. Inicialmente se busca una sola combinación para los 10 escenarios y luego conjuntos de parámetros para cada escenario.

### 2.3. Comparaciones con otros métodos

El método propuesto en este trabajo es de deformación basado en intensidades. Para comparar su rendimiento, se usará una deformación basada en características, como es el algoritmo de deformación B-Spline cúbico. Una propuesta interesante es la expuesta en [25] que luego de establecer un conjunto de puntos de control en la imagen fija y la imagen movida, y su respectiva deformación, describe los desplazamientos de dichos puntos y construye un campo de desplazamiento vectorial  $\mathbf{d}$ . El objetivo es encontrar una medida de variación total para el término de regularización para la función objetivo.

En efecto, dadas las imágenes  $I_f$  y  $I_m$ , los vectores de desplazamiento de los puntos de control se describe como  $\mathbf{d} = \{\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_N\}$  para un voxel  $N$ -dimensional, y su respectivo gradiente se describe como  $\nabla \mathbf{d} = \{\nabla \mathbf{d}_1, \dots, \nabla \mathbf{d}_N\}$ . El modelo inicial es encontrar  $\mathbf{d}^*$  tal que

$$\mathbf{d}^* = \arg \min_{\mathbf{d}} E_D(\mathbf{d}; I_f, I_m) + \lambda E_R(\mathbf{d}) \quad (7)$$

donde  $E_D$  corresponde a la métrica de similaridad y  $E_R$  al término de regularización. La idea central es proponer un término de que estima la transformación  $\mathbf{d}^*$ .

El término de regularización más usado es el basado en la norma  $\ell_2$ , y es el modelo de regularización suave descrito como

$$E_R^{sm}(\mathbf{d}) = v \sum_{n \leq N} \|\nabla \mathbf{d}_n\|_2^2 \quad (8)$$

donde  $v$  es el volumen del voxel. Esta métrica admite cualquier método de optimización continua para minimizar (7) ya que es suave y permite la diferenciación analítica con respecto a los parámetros de transformación.

Por otro lado, se plantea cómo resolver el problema de discontinuidad en los problemas de registro elástico y partiendo de la regularización de variación total anisotrópica basado en norma  $\ell_1$  dada por

$$E_R^{aTV}(\mathbf{d}) = v \sum_{n \leq N} \|\nabla \mathbf{d}_n\|_1 \quad (9)$$

construye un término de regularización de variación total basado en (8) y (9) para los  $l$  puntos de control:

$$E_R^{TV}(\mathbf{d}) = v \sum_{l \leq L} \sqrt{\sum_{i,j \leq N} (\nabla_i \mathbf{d}_j(l))^2} = v \|\mathcal{D}(\mathbf{d})\|_{2,1} \quad (10)$$

para el conjunto de vectores de desplazamiento dado por  $\mathcal{D}(\mathbf{d}) = [\nabla_1 \mathbf{d}_1 \ \nabla_2 \mathbf{d}_1 \ \dots \ \nabla_1 \mathbf{d}_2 \ \dots \ \nabla_N \mathbf{d}_N]$ . Se observa que se impone la regularización en los desplazamientos de la cuadrícula de puntos de control  $\mathbf{k}$  y por tanto la función objetivo se expresa como

$$\mathbf{k}^* = \arg \min_{\mathbf{k}} E_D(\mathbf{d}(\mathbf{k}); I_f, I_m) + \lambda \eta \|\mathcal{D}(\mathbf{k})\|_{2,1} \quad (11)$$

donde  $\eta$  es el volumen de la celda de la cuadrícula de los puntos de control. Se puede notar entonces que los parámetros de regularización están controlados tanto por el valor experimental  $\lambda$  como por el numero de voxels que contenga la celda de la cuadrícula.

Los tres criterios de rendimiento para comparar los dos métodos son: el tiempo, la suma de diferencias cuadráticas  $S^{ssd}$  y el coeficiente de correlación  $S^{corr}$ . Como instancias de comparación se tomarán las tomografías computarizadas, la estructura del hígado y el tumor.

### 3. Resultados

#### 3.1. Estimación de parámetros del algoritmo Demons que maximizan la medida de similitud

Se proponen dos algoritmos que buscan la mejor combinación de parámetros para los 10 escenarios. En primer lugar un algoritmo que busca de forma exhaustiva la solución sobre todos los valores posibles y en segundo lugar un algoritmo basado en búsqueda local, que encuentra la mejor solución.

##### 3.1.1. Algoritmo exhaustivo.

Este algoritmo consiste en tomar todas las combinaciones posibles de los parámetros y calcular todos los valores de similaridad CC para todos los escenarios, con el fin de analizar el espacio de soluciones donde un solo conjunto de parámetros registra todos los escenarios.

Se inicia con un valor para la función objetivo  $S_{best}^{corr} = 0$ . Se construyen todas las posibles combinaciones de valores de  $\rho$ ,  $N$  y  $\sigma$ . En cada iteración se ejecuta lo siguiente:

- Se hace el registro para hallar  $S^{corr}(n)$  para todo escenario  $n = 2, 3, \dots, 10$ .
- Si en el escenario  $n$ ,  $S^{corr}(n) < S_{best}^{corr}$  entonces no ejecuta la función de registro para los escenarios faltantes.
- Si en el escenario  $n$ ,  $S^{corr}(n) > S_{best}^{corr}$  hace el registro y toma el escenario con menor valor de correlación.
- Guarda los valores para  $\rho$ ,  $N$  y  $\sigma$  si el valor de correlación mejora.

El ciclo se repite hasta agotar todos las posibles combinaciones de los  $\rho$ ,  $N$  y  $\sigma$ .

En la Tabla 1 se muestra como es el comportamiento de los valores en cada iteración, incluyendo tiempo de ejecución por cada conjunto de parámetros y el escenario con menor coeficiente de correlación en dicha ejecución. Si al ejecutar el registro se encuentra un escenario con valor menor al coeficiente de correlación actual, entonces detiene el registro y toma  $S^{corr} = 0$ . En la iteración 363 se alcanza el mayor coeficiente de correlación  $S^{corr} = 0.980$  con  $N = 300$ ,  $\rho = 2$  y  $\sigma = 2.9$  con un tiempo en segundos de 265.2395, al igual que en la iteración 380 con el mismo coeficiente pero con un tiempo de ejecución de 475.3228 segundos.

**Tabla 1:** Valores obtenidos por el algoritmo exhaustivo, con los escenarios con menor valor de correlación.

Iteración	$S^{corr}$	$N$	$\rho$	$\sigma$	Escenario	Tiempo (s)
<b>1</b>	0.9325	100	2	0.5000	6	82.7373
<b>2</b>	0	200	2	0.5000	3	156.1855
<b>3</b>	0	300	2	0.5000	3	221.1130
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<b>16</b>	0.9336	100	2	0.6000	6	84.8687
<b>17</b>	0	200	2	0.6000	3	152.0695
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<b>363</b>	0.9580	300	2	2.9000	5	265.2395
<b>364</b>	0	400	2	2.9000	6	347.7088
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<b>380</b>	0.9580	500	2	3.0000	5	475.3228
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<b>388</b>	0	500	4	3.0000	3	141.6484

Por otro lado, los valores del coeficiente de correlación tienden a alcanzar un valor máximo para algunos conjuntos de parámetros según la gráfica 3, dando indicio que para CT de pacientes con cáncer de hígado se encuentran  $N$ ,  $\rho$  y  $\sigma$  tal que el valor de similitud es máximo.

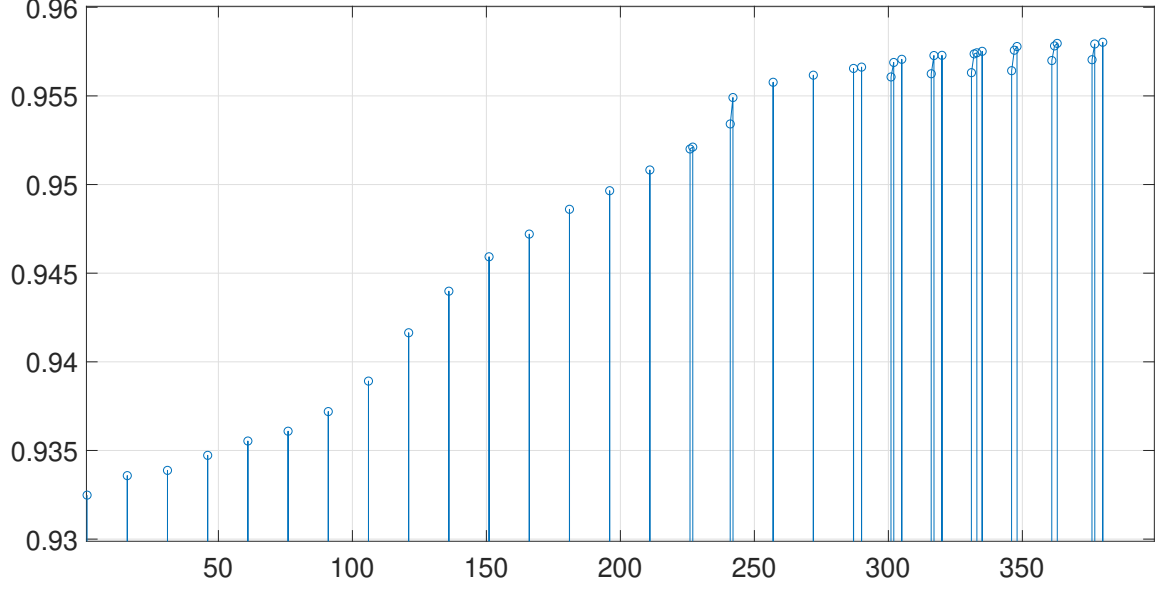
### 3.1.2. Heurístico.

Dado que la búsqueda exhaustiva muestra una convergencia para un coeficiente de correlación óptimo, se construye un nuevo algoritmo basado en búsqueda local, de modo que los tiempos de ejecución sean menores pero con igual exactitud. De acuerdo a esto, se toman valores iniciales  $\rho_0$ ,  $N_0$  y  $\sigma_0$ . Mientras  $\rho_0$ ,  $N_0$  y  $\sigma_0$  no sean valores óptimos para el coeficiente de correlación, entonces se ejecuta lo siguiente:

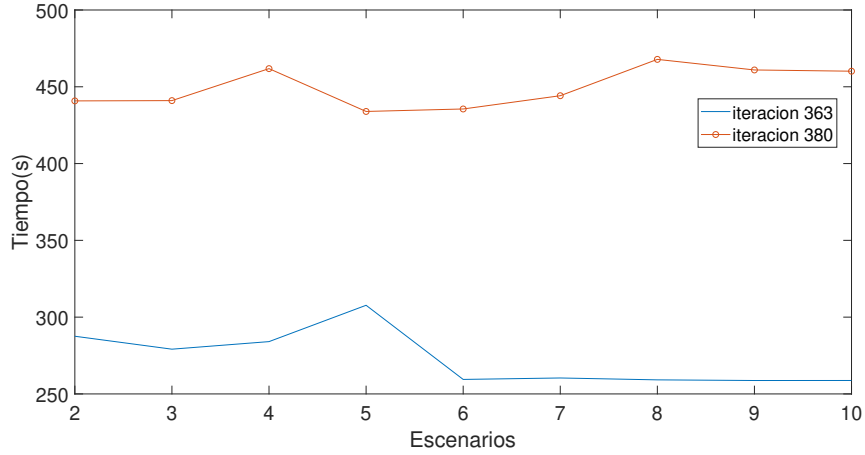
- Se hace registro y se toma el escenario con menor valor de correlación.
- Se construyen los nodos vecinos  $[\sigma_0 \pm 0.1, \rho_0, N_0]$ ,  $[\sigma_0, \rho_0 \pm 1, N_0]$ ,  $[\sigma_0, \rho_0, N_0 \pm 100]$ .
- Si  $\rho \notin \{2, 3, 4\}$  ó  $N \notin \{100, 200, 300, 400, 500\}$  ó  $\sigma \notin \{0.5, 0.6, 0.7, \dots, 2.9, 3.0\}$  ó si ya fue evaluado, entonces buscar otro valor.

Finalmente, la búsqueda retorna el valor de  $\rho$ ,  $N$  y  $\sigma$  óptimos. Así, según la Tabla 2, a partir de los valores iniciales  $N = 200$ ,  $\rho = 3$  y  $\sigma = 2.5$ , la búsqueda encuentra el valor optimo esperado con de manera más eficiente en términos de tiempo. Nótese que en todos los escenarios el valor de  $S^{corr}$  mejora notablemente.

La Tabla 2 muestra como a partir de los parámetros iniciales se obtienen mejoras mayores a 0.01 con los parámetros encontrados, lo cual es significativo para los procesos de radioterapia y análisis de imágenes ya que los voxels que se recuperan ayudan a precisar más el contorno de los órganos en cada escenario. Por otro lado la Figura 5 muestra los significativo que es para las CTs de pacientes de cáncer de hígado, el buscar parámetros que mejor se ajusten a las características de esta imágenes.



**Figura 3:** Comparación de los valores obtenidos en el algoritmo exhaustivo.



**Figura 4:** Comparación de tiempo entre. La iteración 363 tiene como parámetros  $N = 300$ ,  $\rho = 2$  y  $\sigma = 2.5$ , mientras que la iteración 380 tiene como parámetros  $N = 500$ ,  $\rho = 2$  y  $\sigma = 3.0$ .

### 3.1.3. Heurístico múltiple.

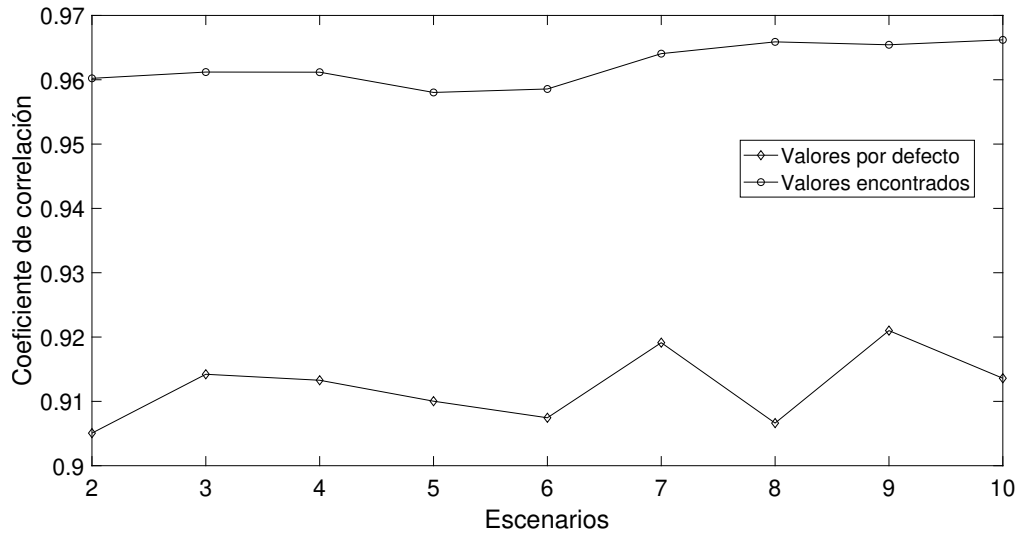
La búsqueda de un conjunto de parámetros para evaluar los 10 escenarios muestra que se alcanza un valor de  $S^{corr}$  óptimo. Ahora, dado que cada escenario muestra una forma distinta del mismo órgano, el registro no rígido puede estimar diferentes DVF en cada estimación. Por tanto, se desea encontrar un conjunto de parámetros por cada estimación y comparar el Coeficiente de Correlación y el tiempo  $t$  con respecto a los ya encontrados.

En este caso, se trata de aplicar el algoritmo heurístico basado en búsqueda local, a cada escenario. Además, se tiene en cuenta que una solución es aceptada si domina a la solución anterior ya sea en menor tiempo  $t$  o mayor Coeficiente de Correlación. Así, el algoritmo encuentra un conjunto de soluciones para cada escenario. De acuerdo a las gráficas de la figura 6, estas soluciones son crecientes y casos como los escenarios



**Tabla 2:** En esta búsqueda el escenario con menor coeficiente de correlación es 6.

Primera búsqueda		
Escenario	Parámetros iniciales	Parámetros obtenidos
	$N = 200, \rho = 3, \sigma = 2.5$	$N = 300, \rho = 2, \sigma = 2.9$
1	1.0000	1.0000
2	0.9562	0.9585
3	0.9538	0.9611
4	0.9540	0.9608
5	0.9495	0.9580
6	0.9430	0.9582
7	0.9629	0.9641
8	0.9575	0.9635
9	0.9619	0.9640
10	0.9576	0.9629

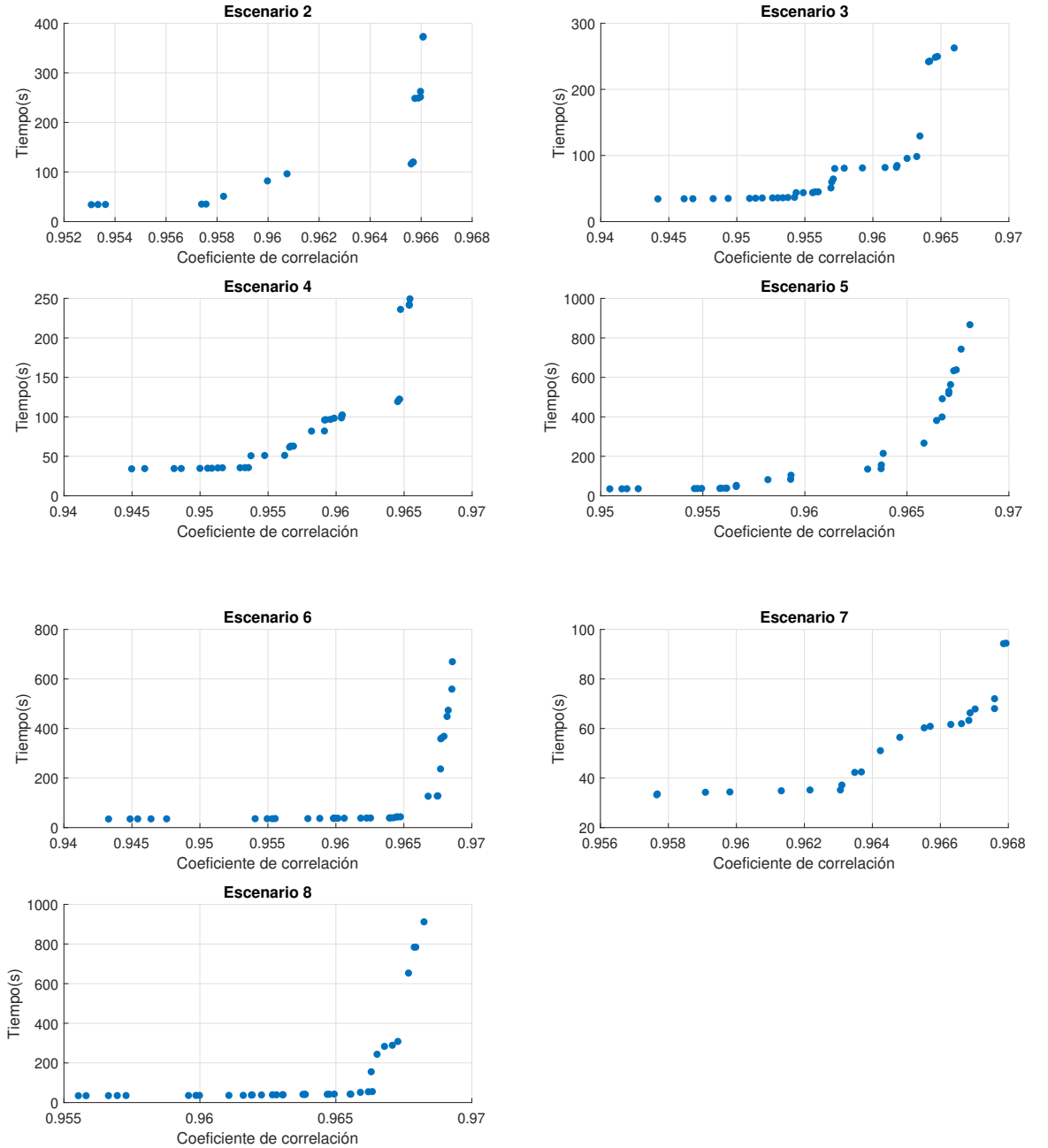


**Figura 5:** Comparación del coeficiente de correlación de los valores dados por defecto y los hallados.

2, 5, 6 y 8 los máximos valores de  $S^{corr}$  tienen un rendimiento en tiempo muy alto.

Ahora, de acuerdo a las soluciones obtenidas en cada escenario, los conjuntos de puntos con  $S^{corr} \geq 0.9600$  en cada escenario, forman intervalos de soluciones discretas que permiten analizar la solución que cumpla el criterio de minimizar el tiempo de registro y maximizar el Coeficiente de Correlación. Por tanto, si llamamos  $T_{max}$  y  $S_{max}^{corr}$  al máximo tiempo y el máximo coeficiente de correlación respectivamente obtenidos en cada escenario según los datos de las gráficas de la figura 6, podemos construir los intervalos discretos  $T_{min} \leq t \leq T_{max}$  y  $S_{min}^{corr} \leq S^{corr} \leq S_{max}^{corr}$ , donde  $S_{min}^{corr}$  es 0.9600 o el siguiente valor creciente del Coeficiente de Correlación y  $T_{min}$  es el respectivo tiempo de registro de la combinación de parámetros que da el valor de  $S_{min}^{corr}$ . De esta forma, las gráficas de la figura 7 compara la similitud mínima con la máxima y también el tiempo mínimo con el máximo respectivamente.

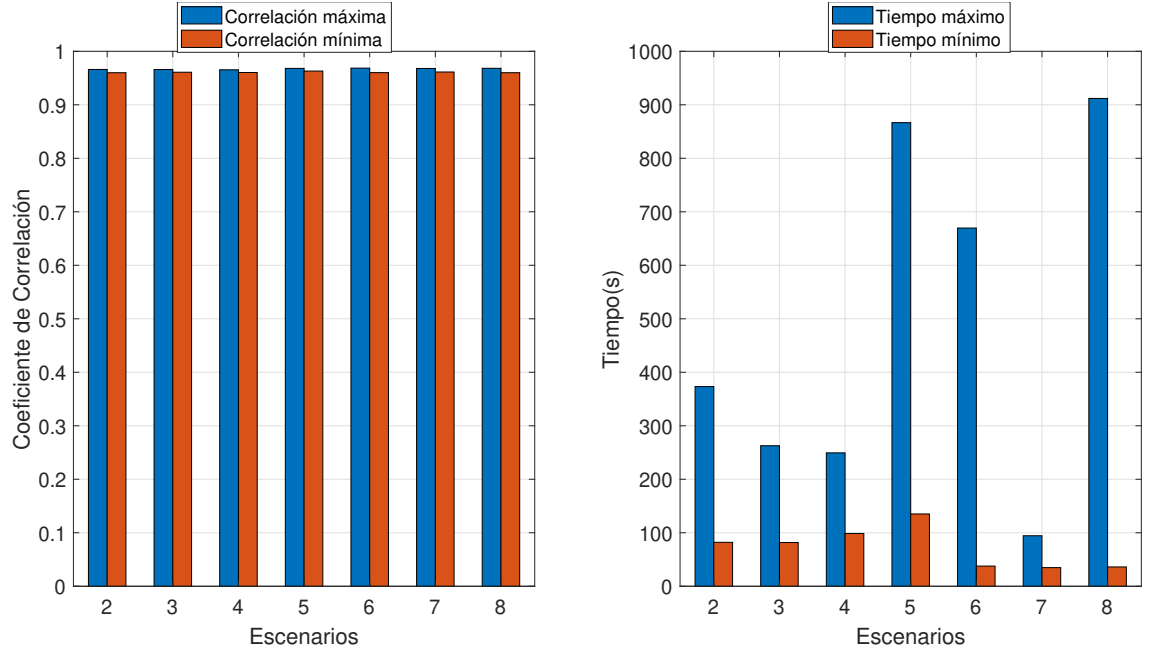
Si se genera un valor de proporcionalidad  $\frac{T_{max}-T_{min}}{T_{min}}$  para el tiempo y  $\frac{S_{max}^{corr}-S_{min}^{corr}}{S_{min}^{corr}}$  para la correlación, podemos encontrar cuánto tiempo es necesario para mejorar la similitud en el intervalo construido, según la tabla 3. Se observa que en todos los escenarios se necesita más del doble tiempo en segundos para alcanzar una mejora de similitud no mayor a 0.0085, es decir, para el caso de los escenarios 6 y 8 por ejemplo, las mejoras son de 0.0084 y 0.0083 respectivamente y para esto se tuvo que emplear 16 y 24 veces más de tiempo respectivamente. Las diferencias se pueden observar en la figura 8.



**Figura 6:** Búsqueda del conjunto de soluciones aplicando el algoritmo heurístico basado en búsqueda local para los escenarios 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y el comportamiento del coeficiente  $S^{corr}$  y el tiempo de registro en cada uno de los escenarios.

### 3.2. Comparaciones entre el algoritmo Demons y B-Spline

Las figuras (10a) y (11a), se muestra una relación de similitud mayor en términos del coeficiente de correlación más alto con el método basado en intensidades, en donde las estructuras son extraídas conservando su valor original de intensidad. Mientras que para la tomografías completas de pacientes de cáncer de hígado el valor de similitud según la gráfica (9b), muestra que los escenarios 3, 4, 5 y 7 alcanzan mayor valor con el método basado en intensidades mientras que los escenarios 2, 8, 9 y 10 alcanzan mayor valor con el método



**Figura 7:** Las gráficas muestran las comparaciones entre  $T_{min}$  y  $T_{max}$ ,  $S_{min}^{corr}$  y  $S_{max}^{corr}$  de sus respectivos escenarios y combinaciones de parámetros.

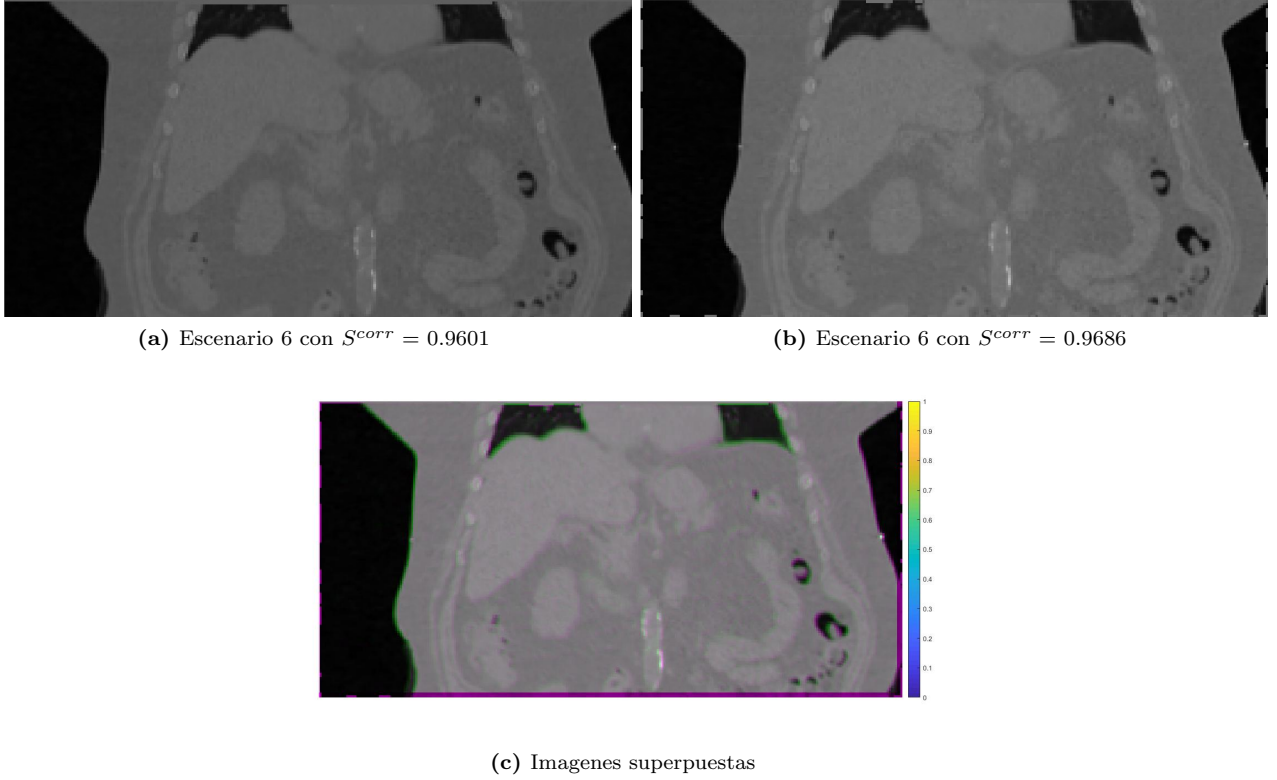
**Tabla 3:** Proporción de diferencia del tiempo en segundos y el valor de similitud para los escenarios del 2 al 8

Escenario	Proporción de tiempo	Proporción en similitud
2	3.5455	0.0061
3	2.2114	0.0051
4	1.5268	0.0050
5	5.4101	0.0050
6	16.7341	0.0084
7	1.7081	0.0066
8	24.2389	0.0083

basado en características. Cabe aclarar que las diferencias de similitud no superan un rango de 0,07 en el caso de las CT. Las diferencias notables se ven en los tiempos de demora de estimación de cada escenario. Aunque en todos los casos es computacionalmente estable y los parámetros son constantes en cada estimación, se alcanzan resultados similares en el caso de las tomografías completas.

## 4. Análisis de resultados y conclusiones

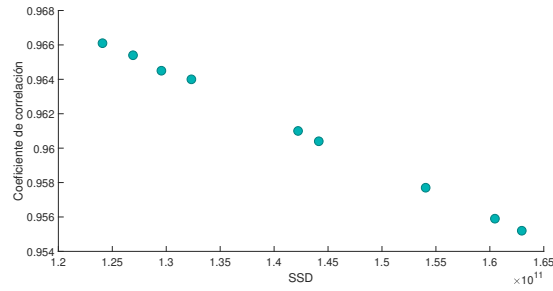
El algoritmo Demons se útil para las condiciones de las CTs. Ya que las intensidades se mantienen constantes en cada escenario. También vemos que para este tipo de imágenes, los parámetros pertenecen a un espacio de solución que converge a una solución que optimiza el criterio de similitud, permitiendo así obtener mejor DVF para cada imagen estimada. Vemos también que para valores muy altos de suavizado y valores altos de nivel de pirámide el coeficiente de correlacion no mejora, garantizando así que los valores óptimos se encuentran en el espacio de solución. Por otro lado vemos que con hay dos conjuntos de parámetros que alcanzan el nivel óptimo de similitud, pero sólo en uno se obtiene mejor rendimiento computacional.



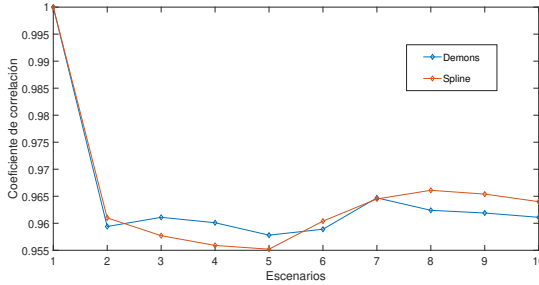
**Figura 8:** El color verde y magenta muestra las zonas donde no coinciden las imágenes.

## Referencias

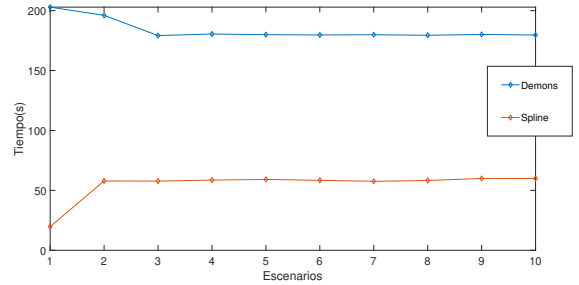
- [1] John Ashburner. A fast diffeomorphic image registration algorithm. *NeuroImage*, 38(1):95–113, 2007.
- [2] J L Barron, D J Fleet, and S S Beauchemin. Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12(1):43–77, feb 1994.
- [3] S. Benhimane and E. Malis. Real-time image-based tracking of planes using efficient second-order minimization. pages 943–948. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), apr 2005.
- [4] Fred L Bookstein. Principal warps: thin-plate splines and the decomposition of deformations. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 11(6), 1989.
- [5] Pascal Cachier, Eric Bardinet, Didier Dormont, Xavier Pennec, and Nicholas Ayache. Iconic feature based nonrigid registration: The PASHA algorithm. *Computer Vision and Image Understanding*, 89(2-3):272–298, 2003.
- [6] Sayan Chakraborty, Nilanjan Dey, Sourav Samanta, Amira S. Ashour, C. Barna, and M. M. Balas. Optimization of Non-rigid Demons Registration Using Cuckoo Search Algorithm. *Cognitive Computation*, 9(6):817–826, 2017.
- [7] Shaoyi Du, Juan Liu, Chunjia Zhang, Meifeng Xu, and Jianru Xue. Accurate non-rigid registration based on heuristic tree for registering point sets with large deformation. *Neurocomputing*, 168:681–689, 2015.
- [8] Mai Elfarnawany, S. Riyahi Alam, Sumit K. Agrawal, and Hanif M. Ladak. Evaluation of non-rigid registration parameters for atlas-based segmentation of CT images of human cochlea. *Medical Imaging 2017: Image Processing*, 10133(February 2017):101330Z, 2017.



(a) Comparación entre coeficiente de correlación y SSD.

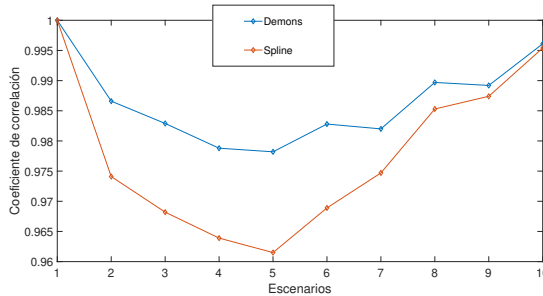


(b) Comparación de rendimiento en términos del coeficiente de correlación.

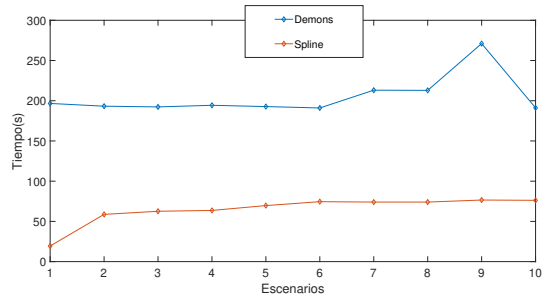


(c) Comparación de rendimiento en términos de tiempo.

**Figura 9:** Las gráficas muestran las comparaciones de de las CT. En (9a) se observa la comparación entre el coeficiente de correlación y el valor de  $S^{ssd}$  en los escenarios del 2 al 10, obtenidas con el método basado en Spline. En (9b) se compara el rendimiento de los métodos a partir de los resultados de  $S^{corr}$ , mientras que en (9c) se evalúa tiempos en segundos para correr ambos algoritmos.



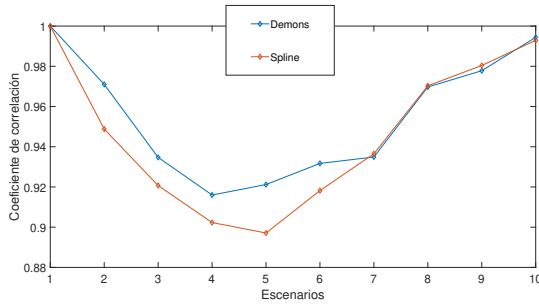
(a) Comparación del coeficiente de correlación en los 10 escenarios.



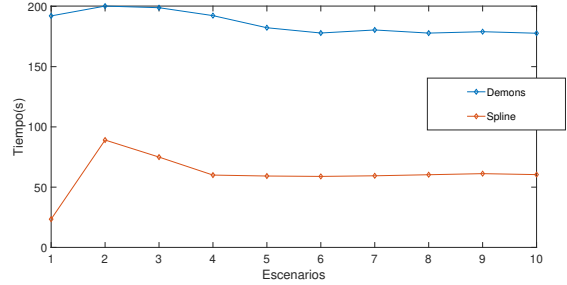
(b) Tiempo de demora en los 10 escenarios.

**Figura 10:** Estructura del hígado.

- [9] Gerardo Hermosillo and Olivier Faugeras. Variational Methods for Multimodal Image Matching. *International Journal of Computer Vision*, 50(3):329–343, 2004.
- [10] M Hernandez, M N Bossa, and S Olmos. Registration of anatomical images using geodesic paths of diffeomorphisms parameterized with stationary vector fields. *2007 IEEE 11th International Conference on Computer Vision*, pages 1–8, 2007.
- [11] Derek L G Hill, Philipp G Batchelor, Mark Holden, and David J Hawkes. Medical image registration. *Physics in Medicine and Biology*, 2001.
- [12] Berthold Horn and Brian Schunck. Determining Optical Flow, 1981.



(a) Comparación del coeficiente de correlación en los 10 escenarios.



(b) Tiempo de demora en los 10 escenarios.

**Figura 11:** Estructura del tumor.

- [13] Bernd Jähne. *Digital Image Processing*. Third edit edition, 2005.
- [14] Rakesh Kumar, J C Asmuth, K Hanna, J Bergen, C Hulka, D B Kopans, R Weisskoff, and R Moore. Application of 3D registration for detecting lesions in magnetic resonance breast scans. *SPIE Medical Imaging, 1996*, 2710:646–656, 1996.
- [15] Loïc Le Folgoc, Hervé Delingette, Antonio Criminisi, and Nicholas Ayache. Sparse Bayesian registration of medical images for self-tuning of parameters and spatially adaptive parametrization of displacements. *Medical Image Analysis*, 36:79–97, 2017.
- [16] Karen K Lindfors, John M Boone, Thomas R Nelson, Kai Yang, Alexander L C Kwan, and Dewitt F Miller. Dedicated Breast CT : Initial Clinical Methods : Results : Conclusion : . 246(3):725–733, 2008.
- [17] Robert Mahony and Jonathan H Manton. The Geometry of the Newton Method on Non-Compact Lie Groups. Technical report, 2002.
- [18] David Mattes, David R. Haynor, Hubert Vesselle, Thomas K. Lewellen, and William Eubank. PET-CT image registration in the chest using free-form deformations. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(1):120–128, 2003.
- [19] Mostefa Mesbah. Gradient-based optical flow: A critical review. In *ISSPA 1999 - Proceedings of the 5th International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, volume 1, pages 467–470, 1999.
- [20] Sonoda L I Rueckert D Hayes C, Hill DLG, Leach MO, Hawkes DJ. Nonrigid registration using free-form deformations: application to breast MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(8):18:712–21, 1999.
- [21] J. Santos, A.J. Chaudhari, A.A. Joshi, A. Ferrero, K. Yang, J.M. Boone, and R.D. Badawi. Non-rigid registration of serial dedicated breast CT, longitudinal dedicated breast CT and PET/CT images using the diffeomorphic demons method. *Physica Medica*, 30(6):713–717, 2014.
- [22] J.P. P. Thirion. Image matching as a diffusion process: An analogy with Maxwell’s demons. *Medical Image Analysis*, 2(3):243–260, 1998.
- [23] Tom Vercauteren, Xavier Pennec, Ezio Malis, Aymeric Perchant, and Nicholas Ayache. Insight into Efficient Image Registration Techniques and the Demons Algorithm. *Information Processing in Medical Imaging*, pages 495–506, 2007.
- [24] Tom Vercauteren, Xavier Pennec, Aymeric Perchant, and Nicholas Ayache. Diffeomorphic demons: efficient non-parametric image registration. *NeuroImage*, 45(1 Suppl):S61–S72, 2009.
- [25] Valery Vishnevskiy, Tobias Gass, Gabor Szekely, Christine Tanner, and Orcun Goksel. Isotropic Total Variation Regularization of Displacements in Parametric Image Registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 36(2):385–395, 2017.

- [26] Monan Wang and Pengcheng Li. A Review of Deformation Models in Medical Image Registration. *Journal of Medical and Biological Engineering*, 39(1):1–17, 2019.