

# Computación científica LF-214

Profesor: Julio C. Marín

Departamento de Meteorología, Universidad de Valparaíso

Primer Semestre

- Interpretación física de transformadas de Fourier
- Ejemplos y ejercicios

# Interpretación física de Transformadas Fourier

- Transformada de Fourier descompone función en grupo de ondas sinusoidales reales o complejas
- Cada término de la suma:

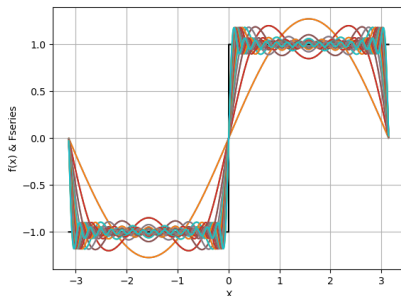
$$y_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k \exp\left(i \frac{2\pi kn}{N}\right)$$

representa una onda con su frecuencia bien definida

- Si  $f(x)$  es función del espacio, tendremos frecuencias espaciales
- si  $f(x)$  es función del tiempo, tendremos frecuencias temporales, como notas musicales

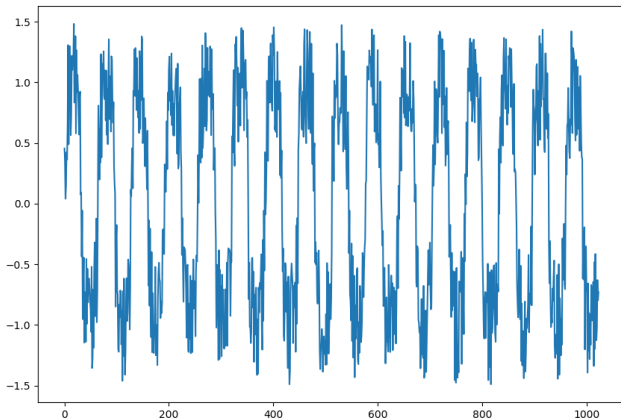
# Interpretación física de Transformadas Fourier

- Equivalente a decir que cada  $f(x)$  puede representarse como la suma de ondas de determinadas frecuencias
- Transformada Fourier nos indica como es la forma de esta suma para cada  $f(x)$
- Coeficientes de transformada nos dicen cuánto de cada frecuencia tenemos en la suma



# Interpretación física de Transformadas Fourier

- Supongamos que tenemos la siguiente señal:

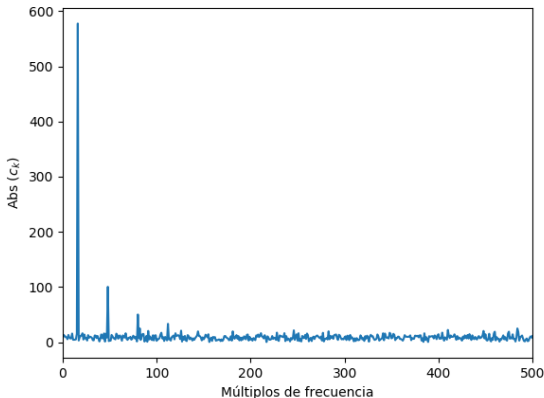


# Interpretación física de Transformadas Fourier

- Calculemos transformada de Fourier a esta señal usando función `dft`
- `import numpy as np`
- `data = np.loadtxt('pitch.txt', float)`
- `c = dft(data)`
- `plt.clf()`
- `plt.plot(abs(c))`
- `plt.xlim(0, 500)`

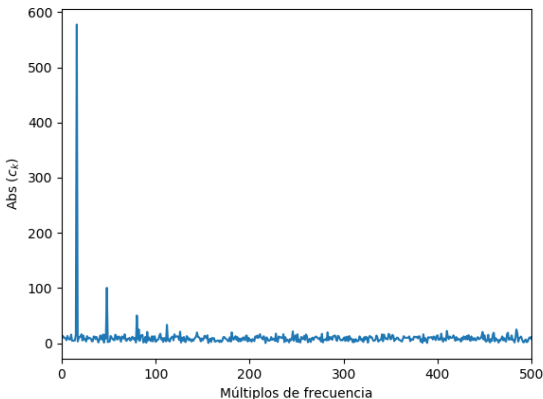
# Interpretación física de Transformadas Fourier

- Transformada entrega en general coeficientes complejos
- Plotear valores absolutos de coeficientes da medida de la amplitud de cada una de las ondas en serie de Fourier



# Interpretación física de Transformadas Fourier

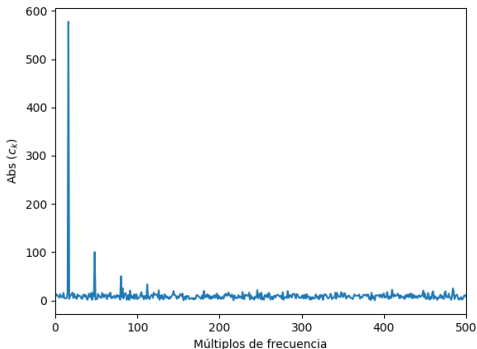
- Eje  $x$  muestra  $k$  que es proporcional a frecuencia de las ondas.
- Eje  $y$  muestra valores absolutos de coeficientes:  $|c_k|$
- Valor máx. corresponde a frecuencia de onda visible principal





# Interpretación física de Transformadas Fourier

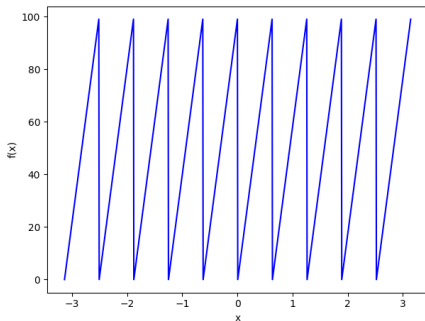
- Otros máx. son armónicos o múltiplos de frecuencia principal
- Aparecen porque señal no es una onda sinusoidal pura, requiere la suma de varias ondas para su representación.
- Máximos mucho más pequeños de  $|c_k|$  se producen por ruido de señal



**Ejercicio 7.1:** Escriba un programa que calcule los coeficientes de la transformada de Fourier discreta de un solo ciclo de la función de onda cuadrada con amplitud 2 que tiene valores en  $N = 1000$  puntos equidistantes en el espacio. Cree una figura que tenga dos paneles uno encima del otro. En el primer panel grafique la función  $f(x)$ , y en el otro panel grafique las amplitudes de los coeficientes de Fourier calculados.

## Ejercicio 7.1

- Ejercicio 7.1: Escriba un programa que calcule los coeficientes de la transformada de Fourier discreta de la función periódica diente de sierra que tiene valores en  $N = 1000$  puntos equidistantes en el espacio. Cree una figura que tenga dos paneles uno encima del otro. En el primer panel grafique la función  $f(x)$ , y en el otro panel grafique las amplitudes de los coeficientes de Fourier calculados.



**Ejercicio 7.1:** Escriba un programa que calcule los coeficientes de la transformada de Fourier discreta de la onda seno modulada  $y_n = \sin(\pi n/N) \cdot \sin(20\pi n/N)$  que tiene valores en  $N = 1000$  puntos equidistantes en el espacio. Cree una figura que tenga dos paneles uno encima del otro. En el primer panel grafique la función  $f(x)$ , y en el otro panel grafique las amplitudes de los coeficientes de Fourier calculados.

## Exercise 7.2: Detecting periodicity

In the on-line resources there is a file called `sunspots.txt`, which contains the observed number of sunspots on the Sun for each month since January 1749. The file contains two columns of numbers, the first representing the month and the second being the sunspot number.

- a) Write a program that reads the data in the file and makes a graph of sunspots as a function of time. You should see that the number of sunspots has fluctuated on a regular cycle for as long as observations have been recorded. Make an estimate of the length of the cycle in months.
- b) Modify your program to calculate the Fourier transform of the sunspot data and then make a graph of the magnitude squared  $|c_k|^2$  of the Fourier coefficients as a function of  $k$ —also called the *power spectrum* of the sunspot signal. You should see that there is a noticeable peak in the power spectrum at a nonzero value of  $k$ . The appearance of this peak tells us that there is one frequency in the Fourier series that has a higher amplitude than the others around it—meaning that there is a large sine-wave term with this frequency, which corresponds to the periodic wave you can see in the original data.