

Probabilidad - Ejercitación

Conjunto Muestral y Suceso

Ejemplo 1: Hallar la probabilidad de que al levantar unas pieza de dominó, se obtenga un número de puntos mayor que 10 o que sea múltiplo de 5.

Paso 1: Hallar la probabilidad

```
In[1]:= Probability[(x + y > 10 || Divisible[x + y, 5]),  
 {x \[Distributed] DiscreteUniformDistribution[{0, 6}], y \[Distributed] DiscreteUniformDistribution[{0, 6}]}]
```

$$\text{Out}[1]= \frac{13}{49}$$

¿Error? Veamos el espacio muestral!

```
In[3]:= Tuples[Range[0, 6], 2]  
Out[3]= {{0, 0}, {0, 1}, {0, 2}, {0, 3}, {0, 4}, {0, 5}, {0, 6}, {1, 0}, {1, 1},  
 {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {2, 0}, {2, 1}, {2, 2}, {2, 3}, {2, 4},  
 {2, 5}, {2, 6}, {3, 0}, {3, 1}, {3, 2}, {3, 3}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {4, 0},  
 {4, 1}, {4, 2}, {4, 3}, {4, 4}, {4, 5}, {4, 6}, {5, 0}, {5, 1}, {5, 2}, {5, 3},  
 {5, 4}, {5, 5}, {5, 6}, {6, 0}, {6, 1}, {6, 2}, {6, 3}, {6, 4}, {6, 5}, {6, 6}}
```

Hay duplicados! Es necesario poner como restricción que $\{a, b\} = \{b, a\}$, ¿Cómo hacemos esto?

```
In[5]:= DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]]  
Out[5]= {{0, 0}, {0, 1}, {0, 2}, {0, 3}, {0, 4}, {0, 5}, {0, 6}, {1, 0}, {1, 1},  
 {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {2, 0}, {2, 1}, {2, 2}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {2, 6},  
 {3, 0}, {3, 1}, {3, 2}, {3, 3}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {4, 0}, {4, 1}, {4, 2}, {4, 3}, {4, 4}, {4, 5}, {4, 6}, {5, 0}, {5, 1}, {5, 2}, {5, 3}, {5, 4}, {5, 5}, {5, 6}, {6, 0}, {6, 1}, {6, 2}, {6, 3}, {6, 4}, {6, 5}, {6, 6}}
```

```
In[4]:= Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]
Out[4]= {{0, 0}, {0, 1}, {0, 2}, {0, 3}, {0, 4}, {0, 5}, {0, 6}, {0, 1}, {1, 1},
{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {0, 2}, {1, 2}, {2, 2}, {2, 3}, {2, 4},
{2, 5}, {2, 6}, {0, 3}, {1, 3}, {2, 3}, {3, 3}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {0, 4},
{1, 4}, {2, 4}, {3, 4}, {4, 4}, {4, 5}, {4, 6}, {0, 5}, {1, 5}, {2, 5}, {3, 5},
{4, 5}, {5, 5}, {5, 6}, {0, 6}, {1, 6}, {2, 6}, {3, 6}, {4, 6}, {5, 6}, {6, 6}}
```

Ahora, calculemos la probabilidad...

```
In[7]:= DeleteDuplicates[
Sort /@ Select[Tuples[Range[0, 6], 2], #[[1]] + #[[2]] > 10 || Divisible[#[[1]] + #[[2]], 5] &]]
Out[7]= {{0, 0}, {0, 5}, {1, 4}, {2, 3}, {4, 6}, {5, 5}, {5, 6}, {6, 6}}
```

Forma 1: Función Probability

```
In[6]:= Probability[x + y > 10 || Divisible[x + y, 5],
{x, y} \[Element] DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]]]
```

$$\text{Out}[6]= \frac{2}{7}$$

Forma 2: Definir Función Probabilidad

```
In[8]:= probability[count_, total_] := count / total; (*definimos la función*)

count1 = Length[DeleteDuplicates[Sort /@
Select[Tuples[Range[0, 6], 2], #[[1]] + #[[2]] > 10 || Divisible[#[[1]] + #[[2]], 5] &]]];
(*Número total de casos dada la restricción*);

total1 = Length[DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]]];
(*Número total de casos *);

probability[count1, total1] (*probabilidad*)
Out[11]=  $\frac{2}{7}$ 
```

Ejemplo 2: Hallar la probabilidad de que al levantar unas pieza de dominó, se obtenga un número de puntos mayor que 5 y que sea múltiplo de 2.

Forma 1: Función *Probability*

```
In[12]:= Probability[x + y > 5 && Divisible[x + y, 2],  
{x, y} \[TildeElement] DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]]]  
Out[12]= 
$$\frac{5}{14}$$

```

Forma 2 : Definir Función Probabilidad

```
In[13]:= count2 = Length[DeleteDuplicates[Sort /@  
Select[Tuples[Range[0, 6], 2], #[[1]] + #[[2]] > 5 && Divisible[#[[1]] + #[[2]], 2] &]]]  
(*Número total de casos dada la restricción*);  
  
total2 = Length[DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[Range[0, 6], 2]]]  
(*Número total de casos *);  
  
probability[count2, total2] (*probabilidad*)  
Out[15]= 
$$\frac{5}{14}$$

```

Ejemplo 3: Si se lanzan un dados al aire tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 2 en el primer lanzamiento, un múltiplo de 3 en el segundo y un múltiplo de 5 en el tercero?

Forma 1: Función *Probability*

```
In[16]:= Probability[Divisible[x, 2] && Divisible[y, 3] && Divisible[z, 5],  
{x \[TildeElement] DiscreteUniformDistribution[{1, 6}], y \[TildeElement] DiscreteUniformDistribution[{1, 6}],  
z \[TildeElement] DiscreteUniformDistribution[{1, 6}]} ]  
Out[16]= 
$$\frac{1}{36}$$

```

Forma 2 : Definir Función Probabilidad

```
In[17]:= count3 = Length[Select[Tuples[Range[1, 6], 3],
  Divisible[#[[1]], 2] && Divisible[#[[2]], 3] && Divisible[#[[3]], 5] &]];
(*Número total de casos dada la restricción*);

total3 = Length[Tuples[Range[1, 6], 3]] (*Número total de casos *);

probability[count3, total3]

Out[19]=  $\frac{1}{36}$ 
```

Ejemplo 4: Supongamos que lanzamos 5 monedas 20 veces, contemos el número de casos que salga .

Veamos para 3 monedas todos los casos...

```
In[20]:= Grid[{Tuples[{"C", "S"}, 3], Map[Count[#, "C"] &, Tuples[{"C", "S"}, 3]],
  Map[Count[#, "C"] / 3 &, Tuples[{"C", "S"}, 3]] // N} // Transpose, Frame -> All]
Out[20]=
```

{C, C, C}	3	1.
{C, C, S}	2	0.666667
{C, S, C}	2	0.666667
{C, S, S}	1	0.333333
{S, C, C}	2	0.666667
{S, C, S}	1	0.333333
{S, S, C}	1	0.333333
{S, S, S}	0	0.

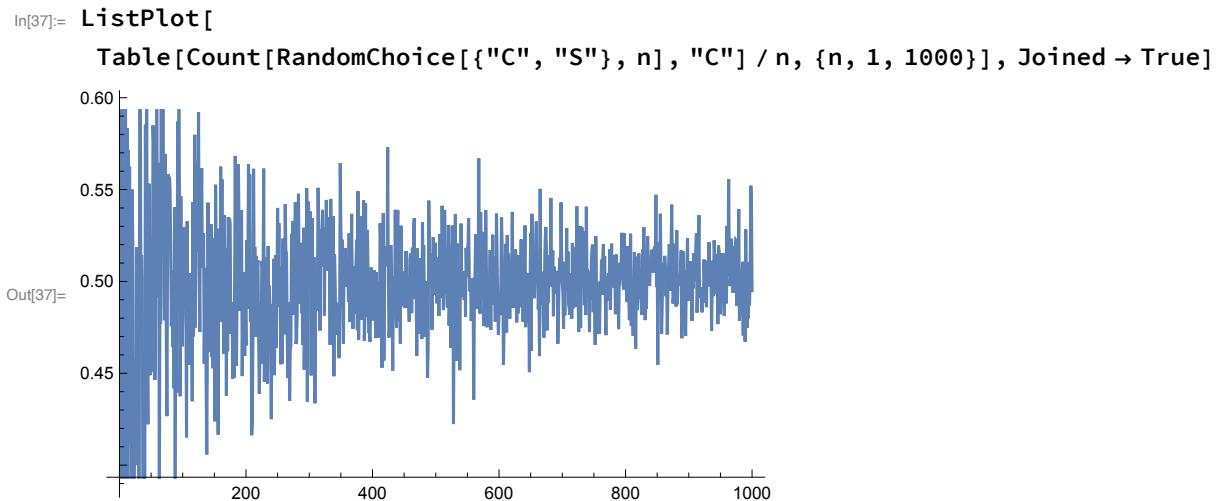
Ahora, para 5 monedas, veamos como es la probabilidad de que salga cara al lanzarlas 20 veces.

```
In[21]:= nromonedas = 5;
lanzamiento = Table[RandomChoice[{"C", "S"}, nromonedas], 20];
nrodecaras = Map[Count[#, "C"] &, lanzamiento];
probab = nrodecaras / nromonedas // N;
Grid[{lanzamiento, nrodecaras, probab} // Transpose, Frame -> All]
```

{S, S, S, S, C}	1	0.2
{S, S, C, S, S}	1	0.2
{S, C, C, S, S}	2	0.4
{S, S, S, S, C}	1	0.2
{S, S, C, C, S}	2	0.4
{C, C, C, C, S}	4	0.8
{C, S, S, C, S}	2	0.4
{S, S, S, S, C}	1	0.2
{C, C, S, C, C}	4	0.8
{C, C, S, C, C}	4	0.8
{C, C, C, C, S}	4	0.8
{C, C, S, S, S}	2	0.4
{S, S, S, C, S}	1	0.2
{S, S, C, C, S}	2	0.4
{S, S, S, S, C}	1	0.2
{C, C, S, S, C}	3	0.6
{C, S, S, C, C}	3	0.6
{C, S, S, C, S}	2	0.4
{S, C, C, C, S}	3	0.6
{S, S, S, S, S}	0	0.

Out[25]=

Notemos que podemos analizar **a qué valor converge** la probabilidad de obtener “Cara” a medida que aumentamos el número de lanzamientos. Consideremos el número de lanzamientos como “n”. Como bien sabemos, para una moneda tanto “Sello” como “Cara” tienen la misma probabilidad de aparecer, por lo que cada lado de la moneda tiene un 0,5 de probabilidad de salir, por lo que al lanzar la moneda muchas veces, la proporción de veces que sale “Cara” **debería converger a 0,5**. Revisemos esto.



Como podemos ver en el gráfico, a medida que aumentas el número de lanzamientos en el código (`{n, 1, 1000}`), la proporción de caras en la muestra tiende a acercarse a 0.5, lo que refleja la probabilidad teórica de la moneda.

In[30]:= `RandomChoice[{"C", "S"}]`
Out[30]= S

Ejemplo 5: Se tiene una caja con 5 bolitas rojas y 10 negras.

a) Si al sacar una bolita, ésta no se vuelve a reponer, calcular la probabilidad de sacar dos bolitas rojas.

Definimos,

A = Probabilidad de que la primera bolita sea roja

B = Probabilidad de que la segunda bolita sea roja

Forma 1: Probabilidad

In[38]:= $\frac{5}{15} * \frac{4}{14}$
Out[38]= $\frac{2}{21}$

Forma 2: Función Binomial

La función *Binomial* de Wolfram nos entrega el coeficiente binomial $\binom{n}{m}$, es decir, es el número de formas de escoger k elementos de un conjunto de n elementos.

Sabemos que todas las combinaciones posibles de elegir 2 bolitas rojas de un conjunto de 5 bolitas rojas es,

In[39]:= **Binomial[5, 2]**

Out[39]= 10

Es decir, significa que hay 10 formas diferentes de seleccionar 2 bolitas rojas de las 5 que hay. Y las combinaciones posibles de escoger 2 bolitas de un conjunto de 15 es

In[40]:= **Binomial[15, 2]**

Out[40]= 105

Por lo que la probabilidad de obtener 2 bolitas

In[41]:= **Binomial[5, 2] / Binomial[15, 2]**

Out[41]= $\frac{2}{21}$

Repartido de Ejercicios Nro 1

1. Se lanzan dos dados al aire. Hallar la probabilidad de que los números obtenidos sumen 9.

3. Un profesor mandó a estudiar las unidades 3 y 4 a los 25 alumnos de una clase. De ellos, 17 alumnos estudiaron la unidad tres, 14 la unidad cuatro, 4 no estudiaron ninguna.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que al llamar a un alumno a la pizarra éste haya estudiado ambas unidades?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya estudiado solamente una unidad?

5. En una caja hay 14 relojes de los cuales 4 están fallados. Sacamos dos relojes al azar.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos estén fallados?

(b) ¿y de sacar uno fallado y uno sano?

7. Tres tiradores A, B y C disparan contra un blanco. Las probabilidades de acertar son: $p(A) = 0,75$; $p(B) = 0,80$; $p(C) = 0,90$.

Hallar la probabilidad de que:

(a) Ninguno dé en el blanco.

(b) Al menos uno de ellos dé en el blanco.

(c) Dos de ellos exactamente den en el blanco.

9. Un viaje científico a la Antártida se realiza con aviones bimotores o cuadrimotores. Los bimotores pueden volar con un solo motor y los cuadrimotores con dos. La probabilidad de que un motor falle durante la travesía es 5%. ¿Cuáles aviones son más seguros? ¿y si la probabilidad de que un motor falle es p ?

11. Un meteorólogo anunció que la probabilidad de que llueva en un día cualquiera de Septiembre es $p = 1/3$ y es independiente de lo sucedido en días anteriores.

(a) Calcular la probabilidad de que en la primer semana de setiembre llueva exactamente 5 días.

(b) Calcular la probabilidad de que llueva 5 o más días.