

Ejercicios de operaciones con conjuntos

1. Sean los conjuntos:

$$A = \{1,2,3,4\} \quad B = \{2,4,6,8\} \quad C = \{3,4,5,6\}.$$

Se pedía hallar:

$$A \cup B = \{1,2,3,4,6,8\}$$

$$A \cap B = \{2,4\}$$

$$A \cap C = \{3,4\}$$

$$(A \cup B) \cap B = \{2,4,6,8\} = B$$

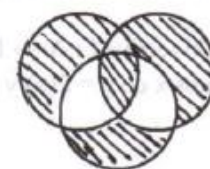
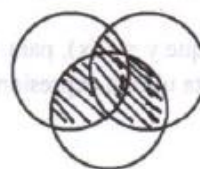
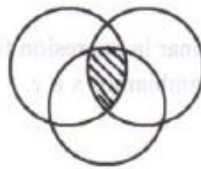
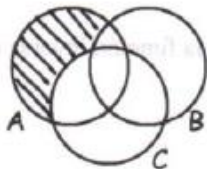
$$B \cup B = B$$

$$C \cap C = C$$

$$C \cap \phi = \phi \text{ (ya que ningún elemento pertenece a ambos conjuntos)}$$

$$(A \cap C) - B = \{3,4\} - \{2,4,6,8\} = \{3\}$$

3. Expresen con letras los conjuntos rayados:



- 1) $A - (B \cup C)$
- 2) $A \cap B \cap C$
- 3) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$ (hay otras alternativas).
- 4) $[(A \cup B \cup C) - [(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)]] \cup (A \cap B \cap C)$

4. (a) Sean $D = \{a, b, c\}$ y $E = \{0, 1\}$. Hallar $D \times E$ y $E \times D$. ¿Se cumple $D \times E = E \times D$?
(b) Hallar $P(D)$ y $P(E)$.

$$D \times E = \{(a,0), (a,1), (b,0), (b,1), (c,0), (c,1)\}$$

$$E \times D = \{(0,a), (1,a), (0,b), (1,b), (0,c), (1,c)\}$$

No se cumple que $D \times E = E \times D$ ya que son PARES ORDENADOS, $(a, 0) \neq (0, a)$

$$P(D) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$$

$$P(E) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\} \}$$

5. Dados $A = \{1,2,3,4\}$ $B = \{2,4,6,8\}$ $C = \{3,4,5,6\}$ hay que hallar:

(a) $A - B = \{1,3\}$

(b) $B - C = \{2, 8\}$

(c) $(A - B) \times (B - C) = \{(1,2), (1,8), (3,2), (3,8)\}$

(d) $(B - C) \times B = \{(2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (8,2), (8,4), (8,6), (8,8)\}$

(f) $A \times \emptyset = \emptyset$

6. Sea el conjunto universal $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ y sus subconjuntos $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6,8\}$ y $C = \{3,4,5,6\}$. Hay que hallar:

(a) $A^c = \{0,5,6,7,8,9\}$

(b) $B^c = \{0,1,3,5,7,9\}$

(c) $A - B = \{1,3\}$

(d) $(A - B)^c = \{0,2,4,5,6,7,8,9\}$

(e) $(A^c)^c = \{1,2,3,4\}$

(f) $A \cup B = \{1,2,3,4,6,8\}$

(g) $(A \cup B)^c = \{0,5,7,9\}$

(h) $A \cap C = \{3,4\}$

$$(i) (A \cap C)^c = \{0,1,2,5,6,7,8,9\}$$

$$(j) U^c = \emptyset$$

$$(k) A^c \cap B^c = \{0,5,7,9\}$$

$$(l) A^c \cup C^c = \{0,1,2,5,6,7,8,9\}$$

8. Designemos $\text{div } N$ al conjunto de divisores del número N . Ejemplo: $\text{div } 6 = \{1,2,3,6\}$

(a) Hallar $\text{div } 12$, $\text{div } 20$, $\text{div } 18$, $\text{div } 4$ e identificar cuál es subconjunto de otro.

(b) Definición: Un número natural N es primo si es divisible solamente entre 1 y sí mismo. ¿Podrías dar una nueva definición que involucre el conjunto $\text{div } N$?

(c) ¿es el conjunto $\{\text{div } 8, \{3,6\}, \{12\}\}$ una partición de $\text{div } 12$? ¿por qué?

(d) Inventa una partición de $\text{div } 20$.

$$(a) \text{div } 12 = \{1,2,3,4,6,12\}$$

$$\text{div } 20 = \{1,2,4,5,10,20\}$$

$$\text{div } 18 = \{1,2,3,6,9,18\}$$

$$\text{div } 4 = \{1,2,4\}$$

(b) Definición: Un número es primo si tiene exactamente dos divisores.

$$N \text{ es primo} \Leftrightarrow [\#(\text{div } N) = 2]$$

(c) No, ya que

$$\{1,2,4,8\} \cup \{3,6\} \cup \{12\} \neq \text{div } 12$$

(d) Hay varias. Una podría ser

$$\{\{1,2\}, \{4,5\}, \{10,20\}\}$$

9.

(a) ¿Cuáles son los elementos del conjunto que se obtiene de la expresión $2k - 3$ dándole a k los valores 2, 3, 4, 5 y 6?

(b) Escribe el conjunto de los elementos anteriores por extensión.

(c) Demostrar que siendo

$$A = \{k / k \in \mathbb{N}, 3 \leq 2 + 5k \leq 20\}$$

$$B = \{k / k \in \mathbb{N}, 3 \leq 2 + k \leq 20\}$$

se cumple $A \subset B$.

(d) Hallar el conjunto $M = \{k / k \in \mathbb{Z}, -2 \leq 2 + 7k \leq 23\}$

(a) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

(b) $\{x / (x \text{ es un número impar}) \wedge (1 \leq x \leq 9)\}$

(c) $3 \leq 2 + 5k \leq 20$

Restamos 2 ...

$$3 - 2 \leq 2 + 5k - 2 \leq 20 - 2$$

$$1 \leq 5k \leq 18$$

Dividimos entre 5 ...

$$\frac{1}{5} \leq k \leq \frac{18}{5}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

De forma similar ...

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

Todos los elementos de A son elementos de B . Si $x \in A \Rightarrow x \in B$,
por tanto $A \subseteq B$

10. Dados los conjuntos

$$A = \{x / x^2 - x - 2 = 0\}$$

$$B = \{x / x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$$

$$C = \{x / x^2 - 1 = 0\}$$

$$D = \{x / \frac{x-1}{x+1} + \frac{2x+1}{4} = -\frac{3}{4}\}$$

(a) hallar A, B, C y D por extensión,

(b) hallar $A \cup B$, $A \cap B$, $B - C$, $B \cup (C \cap A)$

(c) ¿Son iguales los conjuntos $B \cup (C \cap A)$ y $(B \cup C) \cap A$? Justifique.

Hallemos ...

$$A = \{-1, 2\}$$

$$B = \{0, 1, 2\}$$

$$C = \{-1, 1\}$$

$$D = \{0, -5\}$$

El resto queda a cargo del estudiante.