

KDE: Ejemplo "V sini"

```
In[ ]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]]  
[establece direct... [directorio de cuaderno]
```

```
Out[ ]:= /Users/michel/Library/CloudStorage/OneDrive-uv.cl/cursos/pregrado/Estadisticas/2024/  
Clases
```

```
In[ ]:= vsini = Import["vsini.csv"] // Flatten;  
[importa [aplana]
```

```
In[ ]:= Length@vsini  
[longitud]
```

```
Out[ ]:= 11818
```

```
In[ ]:= Select[vsini, ! NumberQ]  
[selecciona [¿número?
```

```
Out[ ]:= { }
```

```
In[ ]:= Min@vsini  
[mínimo]
```

```
Out[ ]:= 0
```

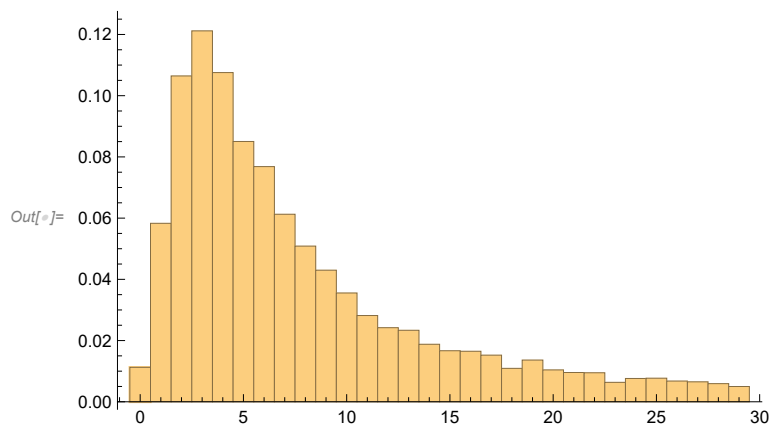
```
In[ ]:= Max@vsini  
[máximo]
```

```
Out[ ]:= 29
```

```
In[ ]:= Count[vsini, 0]  
[conteo]
```

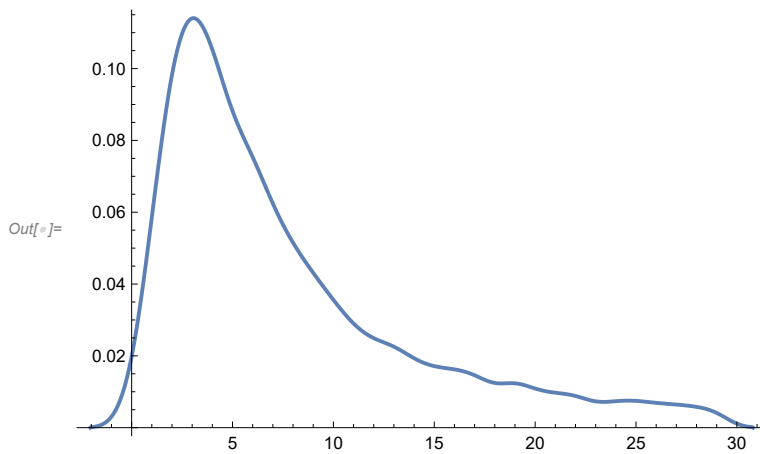
```
Out[ ]:= 133
```

```
In[ ]:= Histogram[vsini, Automatic, "PDF"]  
[histograma [automático [función]
```



In[]:= **SmoothHistogram@vsini**

[\[histograma suave\]](#)



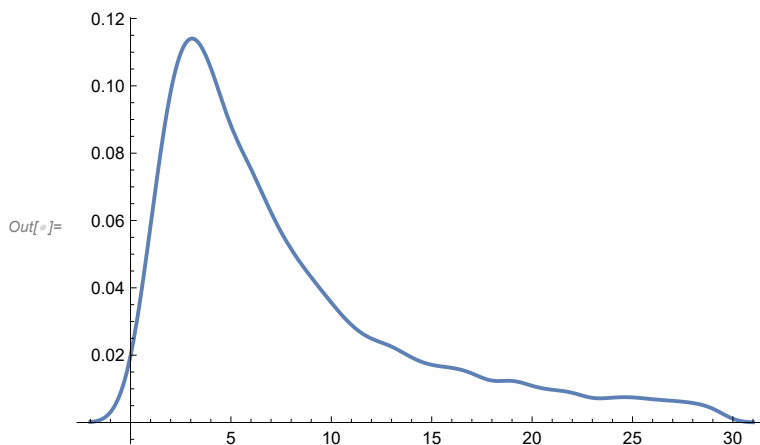
In[]:= **dist0 = SmoothKernelDistribution[vsini]**

[\[distribución de núcleo suave\]](#)

Out[]:= **DataDistribution** [ Type: SmoothKernel
Data points: 11 818]

In[]:= **grd0 = Plot[PDF[dist0, x], {x, -2, 31}]**

[\[repr...](#) [\[función de densidad de probabilidad\]](#)



In[]:= **CDF[dist0, 0]**

[\[función de distribución acumulada\]](#)

Out[]:= **0.0107542**

In[]:= **NIntegrate[PDF[dist0, x], {x, -∞, 0}]**

[\[integra numé...](#) [\[función de densidad de probabilidad\]](#)

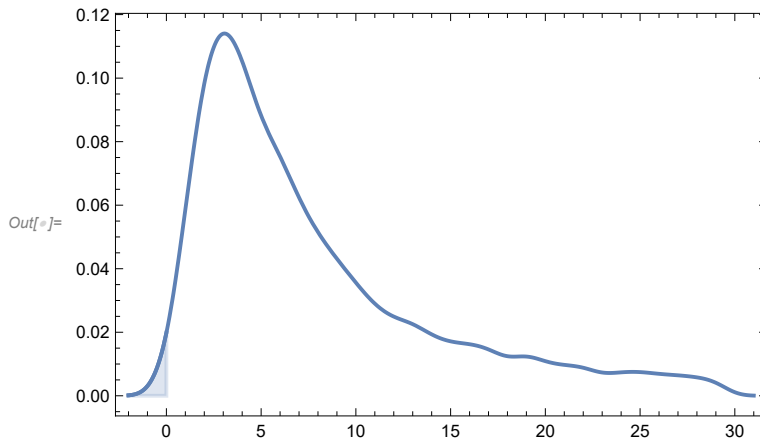
Out[]:= **0.0107542**

In[]:= **Probability[x < 0, x ≈ dist0]**

[\[probabilidad\]](#)

Out[]:= **0.0107542**

```
In[ ]:= Show[Plot[PDF[dist0, x], {x, -2, 31}],
[mue... [repr... [función de densidad de probabilidad
Plot[PDF[dist0, x], {x, -2, 0}, Filling -> Bottom], Frame -> True]
[repr... [función de densidad de probabilidad [relleno [abajo [marco [verdade
```

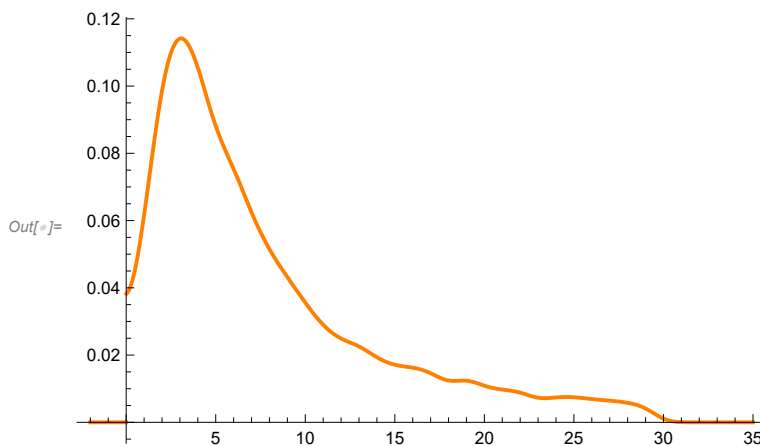


```
In[ ]:= Probability[x ≥ 0, x ≈ dist0]
[probabilidad
```

Out[]:= 0.989246

```
In[ ]:= dist1 = SmoothKernelDistribution[vsini, Automatic, {"Bounded", {0, 35}, "Gaussian"}];
[distribución de núcleo suave [automático
```

```
In[ ]:= grd1 = Plot[PDF[dist1, x], {x, -2, 35}, PlotStyle -> Orange]
[repr... [función de densidad de probabilidad [estilo de repr... [naranja
```



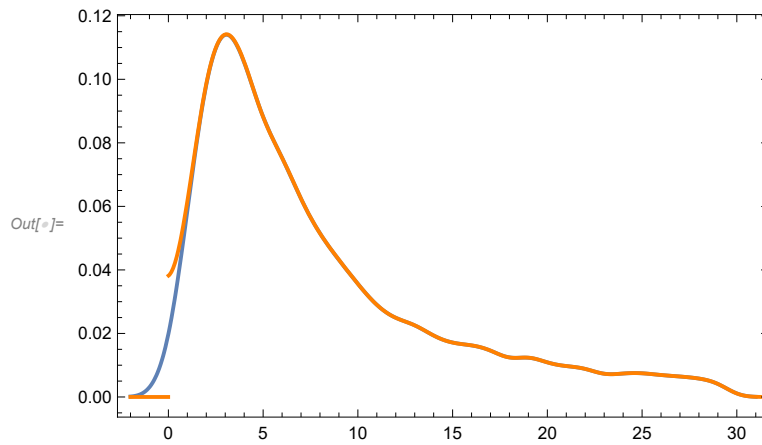
```
In[ ]:= Probability[x < 0, x ≈ dist1]
[probabilidad
```

Out[]:= 0

```
In[ ]:= Probability[x > 0, x ≈ dist1]
[probabilidad
```

Out[]:= 1.

```
In[ ]:= Show[grd0, grd1, Frame → True]
      muestra marco verdad
```

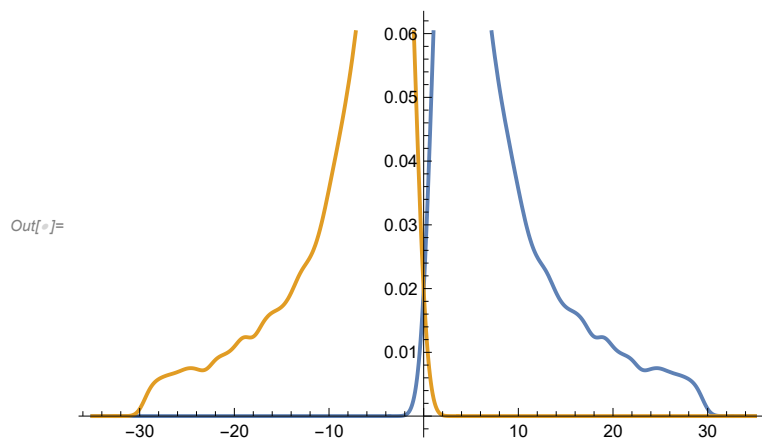


```
In[ ]:= vsini2 = -vsini;
```

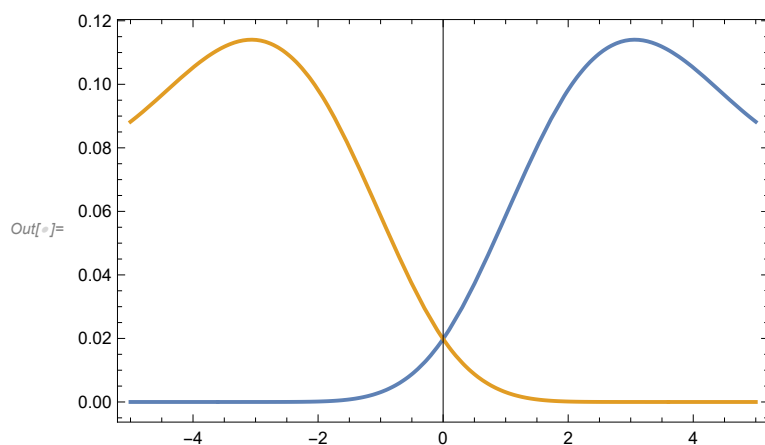
```
In[ ]:= dist2 = SmoothKernelDistribution[vsini, Automatic, "Gaussian"];
      distribución de núcleo suave automático
```

```
In[ ]:= dist3 = SmoothKernelDistribution[vsini2, Automatic, "Gaussian"];
      distribución de núcleo suave automático
```

```
In[ ]:= Plot[{PDF[dist2, x], PDF[dist3, x]}, {x, -35, 35}]
      repre... función de densi... función de densidad de probabilidad
```

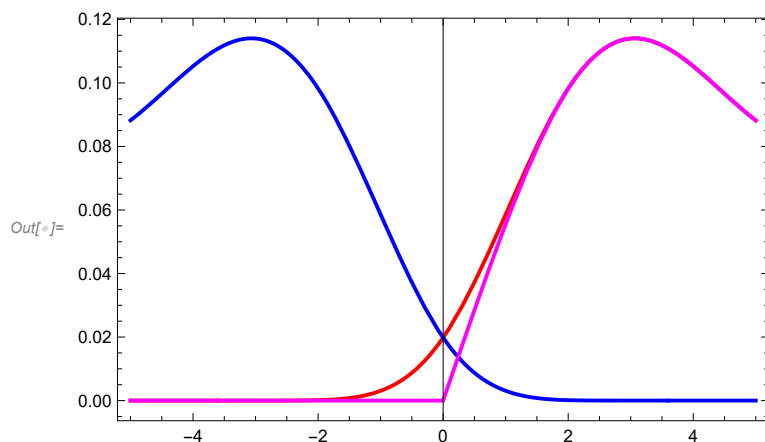


```
In[ ]:= Plot[{PDF[dist2, x], PDF[dist3, x]}, {x, -5, 5}, Frame → True]
[representación] [función de densidad de probabilidad] [marco] [verdad]
```

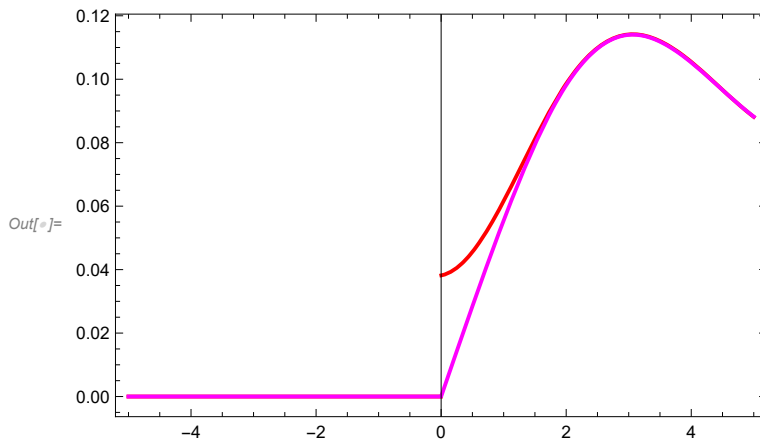


```
In[ ]:= dist4 = ProbabilityDistribution[PDF[dist2, x] - PDF[dist3, x], {x, 0, 35}];
[distribución de probabilidad] [función de densidad de probabilidad]
```

```
In[ ]:= Plot[{PDF[dist2, x], PDF[dist3, x], PDF[dist4, x]},
[representación] [función de densidad de probabilidad] [función de densidad de probabilidad] [función de densidad de probabilidad]
{x, -5, 5}, PlotStyle → {Red, Blue, Magenta}, Frame → True]
[estilo de representación] [rojo] [azul] [magenta] [marco] [verdad]
```



```
In[ ]:= Plot[{PDF[dist1, x], PDF[dist4, x]}, {x, -5, 5}, PlotStyle -> {Red, Magenta}, Frame -> True]
[representación de la función de densidad de probabilidad] [estilo de representación] [rojo] [magenta] [marco] [verdad]
```



```
In[ ]:= cte = NIntegrate[PDF[dist4, x], {x, 0, 50}]
[integración numérica] [función de densidad de probabilidad]
```

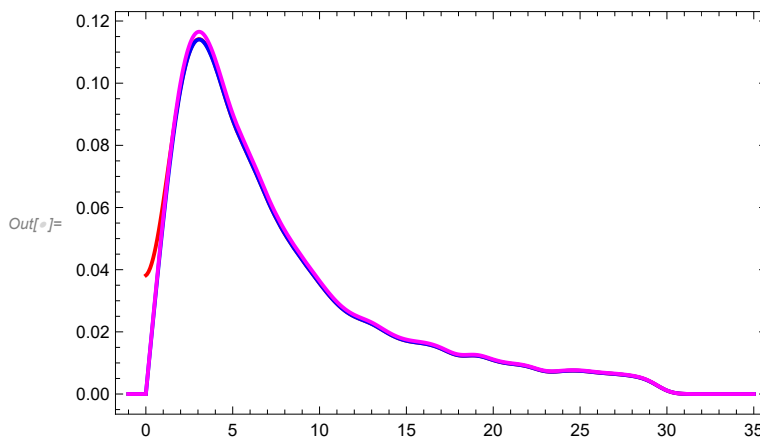
Out[]:= 0.978492

```
In[ ]:= dist5 = ProbabilityDistribution[PDF[dist4, x] / cte, {x, 0, 35}];
[distribución de probabilidad] [función de densidad de probabilidad]
```

```
In[ ]:= NIntegrate[PDF[dist5, x], {x, 0, 50}]
[integración numérica] [función de densidad de probabilidad]
```

Out[]:= 1.

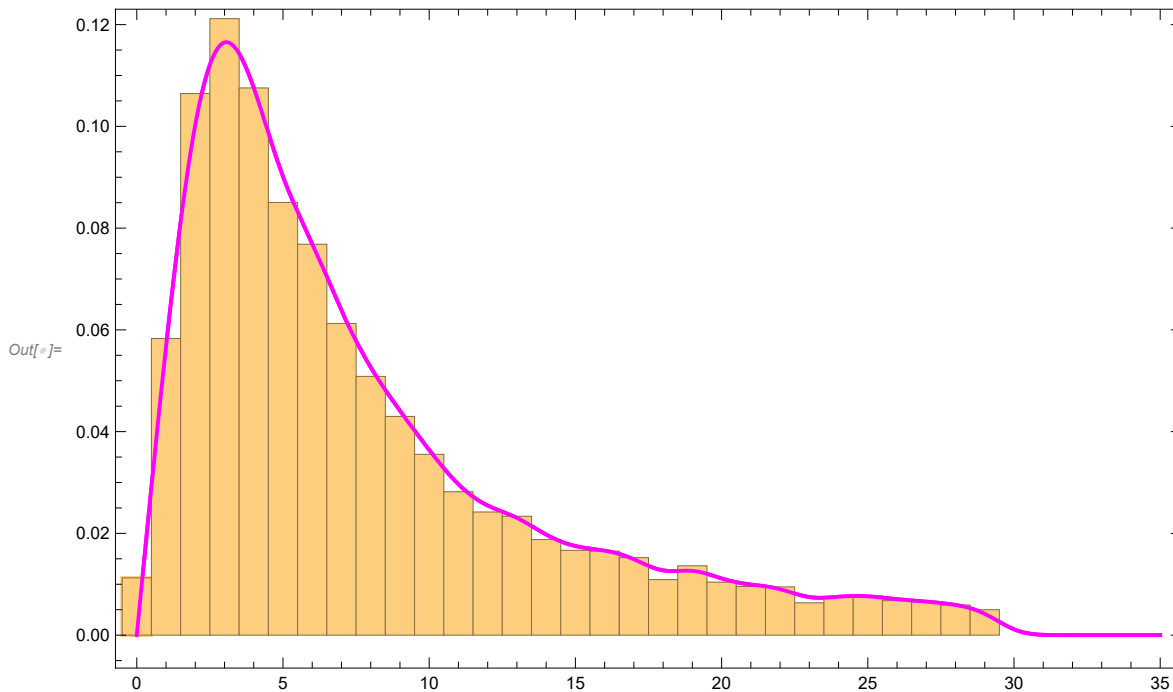
```
In[ ]:= Plot[{PDF[dist1, x], PDF[dist4, x], PDF[dist5, x]},
[representación de la función de densidad de probabilidad] [función de densidad de probabilidad] [función de densidad de probabilidad]
{x, -1, 35}, PlotStyle -> {Red, Blue, Magenta}, Frame -> True]
[estilo de representación] [rojo] [azul] [magenta] [marco] [verdad]
```



```

In[ ]:= Show[Plot[PDF[dist5, x], {x, 0, 35}, PlotStyle -> Magenta],
[mue... [repr... [función de densidad de probabili... [estilo de repr... [magenta
Histogram[vsini, Automatic, "PDF"],
[histograma [automático [función de densidad de probabilidad
Plot[PDF[dist5, x], {x, 0, 35}, PlotStyle -> Magenta], Frame -> True, ImageSize -> Large]
[repr... [función de densidad de probabili... [estilo de repr... [magenta [marco [verd... [tamaño de i... [grande

```



Ejercicio : de la seccion "A rule-of-thumb bandwidth estimator" de la pagina web
["https://en.wikipedia.org/wiki/Kernel_density_estimation"](https://en.wikipedia.org/wiki/Kernel_density_estimation)

A partir de que distribución provienen los datos de "V sini"

Minimos Cuadrados

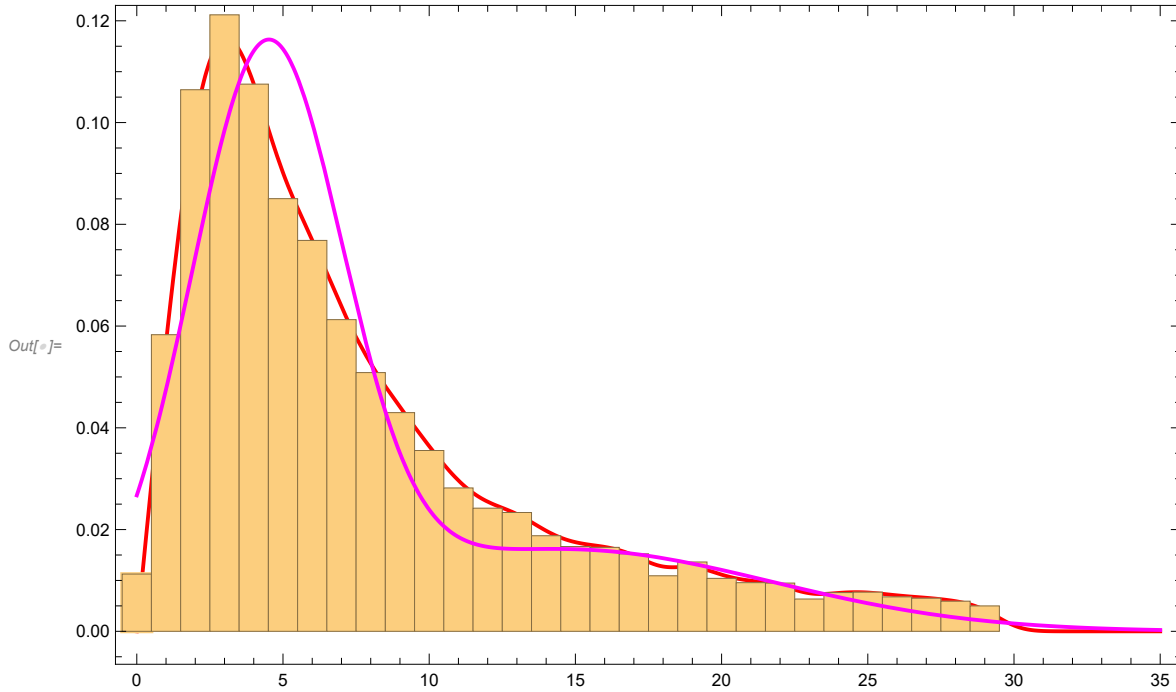
```

In[ ]:= dist2N = FindDistribution[vsini, TargetFunctions -> "Continuous"]
[encuentra distribución [funciones objetivo

Out[ ]:= MixtureDistribution[{0.712421, 0.287579},
{NormalDistribution[4.45085, 2.57368], NormalDistribution[14.5821, 7.11049]}]

```

```
In[ ]:= Show[Plot[PDF[dist5, x], {x, 0, 35}, PlotStyle -> Red], Histogram[vsini, Automatic, "PDF"],
[mue... [repr... [función de densidad de probabili... [estilo de repr... [rojo [histograma [automático [función d
Plot[PDF[dist2N, x], {x, 0, 35}, PlotStyle -> Magenta], Frame -> True, ImageSize -> Large]
[repr... [función de densidad de probabilidad [estilo de repr... [magenta [marco [verd... [tamaño de i... [grande
```



```
In[ ]:= modelo = MixtureDistribution[{a1, a2},
[distribución mezcla
{NormalDistribution[μ1, σ1], NormalDistribution[μ2, σ2]}]
[distribución normal [distribución normal
```

```
Out[ ]:= MixtureDistribution[{a1, a2}, {NormalDistribution[μ1, σ1], NormalDistribution[μ2, σ2]}]
```

```
In[ ]:= mincuad =
ParallelSum[(PDF[dist5, vsini[[k]]] - PDF[modelo, vsini[[k]])^2, {k, 1, Length@vsini}];
[suma en paralelo [función de densidad de pro... [función de densidad de probabilidad [longitud
```

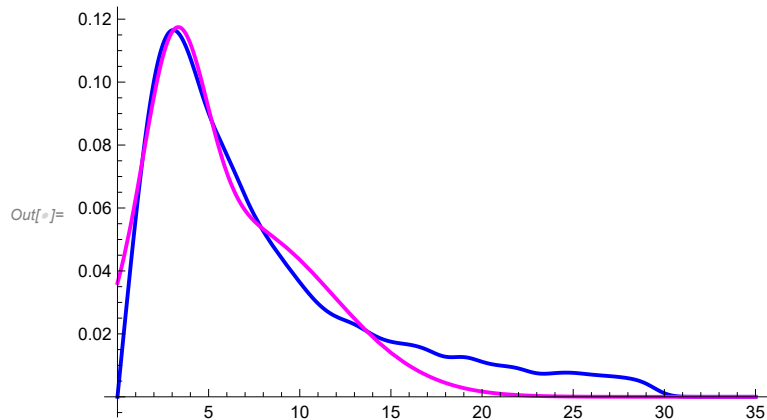
```
In[ ]:= solMC = NMinimize[mincuad, {{a1, 0.1, .9}, {a2, 0.1, .9}, {μ1, 4., 5.},
[minimiza aproximadamente
{σ1, 2., 3.}, {μ2, 12., 17.}, {σ2, 5., 9.}], Method -> "SimulatedAnnealing"]
[método
```

```
Out[ ]:= {0.470675,
{a1 -> 0.507909, a2 -> 1.061, μ1 -> 3.11463, σ1 -> 1.70988, μ2 -> 6.75482, σ2 -> 5.03249}}
```



```
Plot[{PDF[dist5, x], PDF[modelo, x] /. solMC[[2]]}, {x, 0, 35}, PlotStyle -> {Blue, Magenta}]
```

[repre... [función de densi... [función de densidad de probabilidad] [estilo de repre... [azul] [magenta]



Maxima verosimilitud

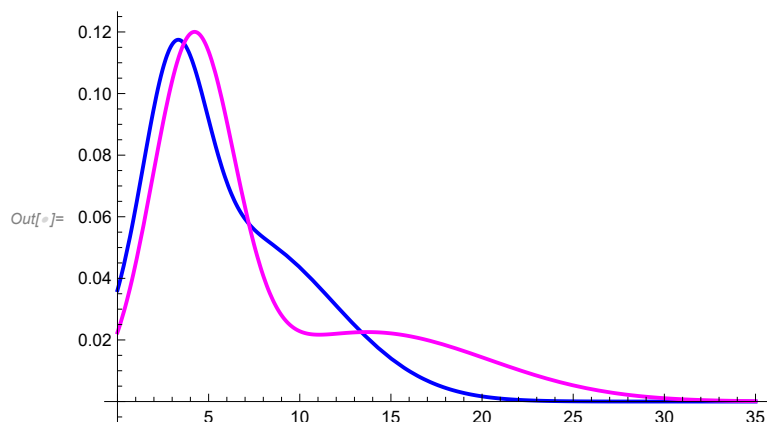
```
In[ ]:= modelo = MixtureDistribution[{a1, a2},
    {NormalDistribution[μ1, σ1], NormalDistribution[μ2, σ2]}]
In[ ]:= loglik = LogLikelihood[modelo, vsini];
In[ ]:= solML = NMaximize[{Re@loglik, a1 > 0, a2 > 0}, {{a1, 0.1, .9}, {a2, 0.1, .9}, {μ1, 4., 5.},
    {σ1, 2., 3.}, {μ2, 12., 17.}, {σ2, 5., 9.}}, Method -> "SimulatedAnnealing"]
```

[distribución mezcla] [distribución normal] [distribución normal] [verosimilitud logarítmica] [maximiza ap... [parte real] [método]

```
Out[ ]:= {-35690.2,
    {a1 -> 1.57467, a2 -> 0.937125, μ1 -> 4.1516, σ1 -> 2.23115, μ2 -> 13.7308, σ2 -> 6.60134}}
```

```
In[ ]:= Plot[{PDF[modelo, x] /. solML[[2]], PDF[modelo, x] /. solML[[2]]},
    {x, 0, 35}, PlotStyle -> {Blue, Magenta}]
```

[repre... [función de densidad de probabilidad] [función de densidad de probabilidad] [estilo de repre... [azul] [magenta]



```
In[ ]:= solML = NMaximize[{Re@loglik, a1 > 0, a2 > 0}, {{a1, 0.1, .9}, {a2, 0.1, .9},
  [maximiza ap... [parte real
    {μ1, 4., 5.}, {σ1, 2., 3.}, {μ2, 12., 17.}, {σ2, 5., 9.}}, Method → "NelderMead"]
  [método
```

```
Out[ ]:= {-35690.2,
  {a1 → 0.57266, a2 → 0.340804, μ1 → 4.1516, σ1 → 2.23115, μ2 → 13.7308, σ2 → 6.60134}}
```

```
In[ ]:= solML = NMaximize[{Re@loglik, a1 > 0, a2 > 0}, {{a1, 0.1, .9}, {a2, 0.1, .9}, {μ1, 4., 5.},
  [maximiza ap... [parte real
    {σ1, 2., 3.}, {μ2, 12., 17.}, {σ2, 5., 9.}}, Method → "DifferentialEvolution"]
  [método
```

... NMaximize: The function value Indeterminate is not a number at {a1, a2, μ1, μ2, σ1, σ2} = {0., 0., 4.2913, 13.8269, 2.24668, 6.53956}.

```
Out[ ]:= {-35691.,
  {a1 → 1.01073, a2 → 0.585392, μ1 → 4.13945, σ1 → 2.22881, μ2 → 13.8353, σ2 → 6.57494}}
```

```
In[ ]:= solML = NMaximize[{Re@loglik, a1 > 0, a2 > 0, σ1 > 0, σ2 > 0}, {{a1, 0.1, .9}, {a2, 0.1, .9},
  [maximiza ap... [parte real
    {μ1, 4., 5.}, {σ1, 2., 3.}, {μ2, 12., 17.}, {σ2, 5., 9.}}, Method → "RandomSearch"]
  [método
```

```
Out[ ]:= {-35690.2,
  {a1 → 0.76704, a2 → 0.456484, μ1 → 4.1516, σ1 → 2.23115, μ2 → 13.7308, σ2 → 6.60134}}
```