Prueba Módulo III - Forma A/B
Mecánica Intermedia
Licenciatura en Física - 2021[1]

Obs.: Utilice la fórmula $\left|\widehat{K} - \omega^2 \widehat{M}\right| = 0$ para obtener los polinomios característicos que permiten hallar las frecuencias normales. La ventaja de esta fórmula es que mantiene la simetría de las matrices $\widehat{K}$ y $\widehat{M}$.

Problema I

Cierto sistema físico posee el siguiente lagrangiano:

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \ell^2\dot{\theta}^2 + 2\ell\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta) + mg\ell\cos\theta$$

donde las variables x y θ están medidas respecto al punto de equilibrio $x = 0$ y $\theta = 0$.

1. (20%) Determine las ecuaciones de movimiento. No debe considerar la condición de oscilaciones pequeñas en el lagrangiano.
2. (10%) A partir de las ecuaciones de movimiento halladas en el item anterior, reduzca las mismas considerando ahora la condición de pequeñas oscilaciones.
3. (20%) Integre una de las ecuaciones de movimiento y demuestre la relación siguiente:

   $$x = -\left(\frac{m\ell}{M+m}\right)\theta + At + B$$

   siendo A y B constantes de integración.
4. (20%) A partir del resultado anterior demuestre que una de las frecuencias normales es:

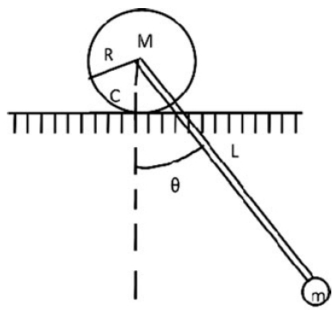
   $$\omega_1 = ALGO \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

   Determine el factor $ALGO$.
5. (30%) Demuestre con el procedimiento matricial que la otra frecuencia del sistema es $\omega_2 = 0$.

[1] **Hora de inicio:** 17:30 hrs.
Hora de término: 20:00 hrs.
Envíe el documento en formato pdf

Problema II

La masa m está unida a un extremo de una varilla rígida sin masa de longitu L, la cual está rígidamente conectada al centro de un cilindro uniforme de radio R y masa M, el sistema puede oscilar libremente.



Asumiendo que el cilindro rueda sin deslizarse, determine:

1. (25%) El lagrangiano del sistema.
2. (25%) El lagrangiano bajo la condición de pequeñas oscilaciones.
3. (25%) Las ecuaciones de movimiento del sistema.
4. (25%) Determine las frecuencias características del sistema.