

Relación Tully-Fisher

Mauro Jélvez

Relación Tully-Fisher

La relación Tully-Fisher (TF) es una relación empírica importante en astrofísica que establece una correlación entre la **luminosidad de una galaxia espiral** (representada por su magnitud absoluta) y su **velocidad máxima de rotación** (derivada del ancho de sus líneas espectrales). Esta relación es una herramienta crucial para:

1. Determinar distancias extragalácticas.
2. Estudiar la formación y evolución de las galaxias, al revelar una conexión entre la materia oscura y la materia bariónica.

Relación Tully-Fisher Tradicional

La relación se expresa típicamente como:

$$M_{B,i} = a \log \Delta v_i + b$$

donde:

- $M_{B,i}$: Magnitud absoluta de la galaxia en la banda B (luminosidad intrínseca).
- $\log \Delta v_i$: Logaritmo del ancho de la línea espectral (en km/s), corregido por la inclinación de la galaxia, relacionado con la velocidad de rotación.
- a : Pendiente de la relación.
- b : Ordenada al origen (constante de calibración).

Importancia de la Relación Tully-Fisher

1. Es un método robusto para medir **distancias extragalácticas**, útil en escalas cosmológicas.
2. La correlación entre luminosidad y velocidad de rotación revela **implicaciones fundamentales** para la estructura y formación de las galaxias, lo que sugiere una coordinación poco comprendida entre la materia bariónica y la materia oscura.

- El eje vertical representa la magnitud absoluta ($M_{B,i}$).
- El eje horizontal representa el logaritmo del ancho de línea espectral ($\log \Delta v_i$).
- Los puntos negros corresponden a calibradores locales.
- Los puntos blancos corresponden a galaxias del cúmulo Virgo ($\mu_0 = 30^m.6$).

Uso de TF para obtener L y la distancia

La **Relación Tully-Fisher** permite determinar la luminosidad intrínseca de una galaxia espiral a partir de su velocidad de rotación y, en consecuencia, estimar su distancia. Este método se basa en correlaciones empíricas bien establecidas.

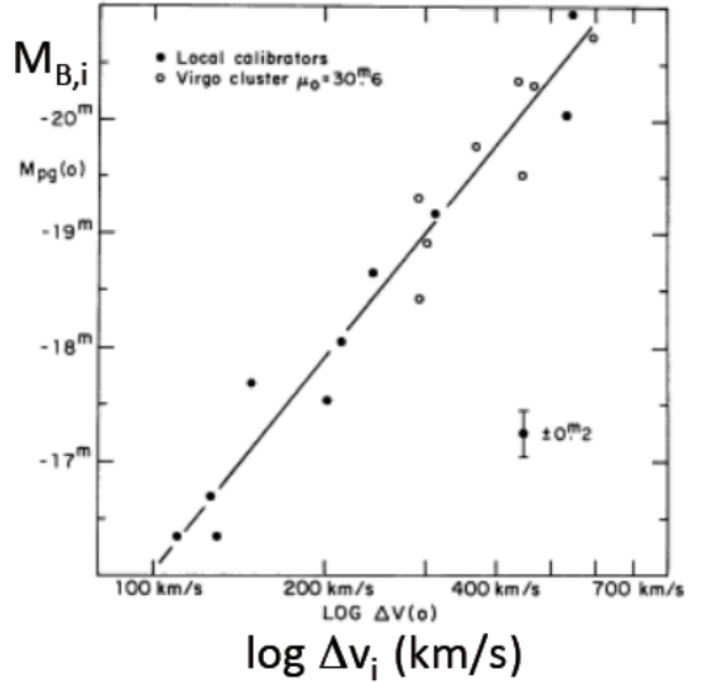


Fig. 1.

Pasos para Obtener L y d

1. **Medir la máxima velocidad de rotación (v_{\max})**: Esto se hace a partir del ancho global de las líneas de emisión del hidrógeno neutro (HI), como Δv o W_{20} .
2. **Medir la inclinación (i)**: La velocidad observada debe corregirse por la inclinación de la galaxia para obtener la velocidad galactocéntrica de rotación:

$$v_{\max, i} = \frac{v_{\max}}{\sin i}.$$

3. **Predecir la magnitud absoluta (M) o la luminosidad (L)**: Utilizando la relación Tully-Fisher conocida:

$$M \propto \log v_{\max, i} \quad (\text{en términos de magnitud}),$$

o

$$L \propto v_{\max, i}^4 \quad (\text{en términos de luminosidad}).$$

4. **Medir la magnitud aparente (m)**: También conocida como flujo f , que puede medirse desde observaciones fotométricas.
5. **Determinar la distancia (d)**: La distancia se calcula mediante dos métodos:

- (a) Utilizando la diferencia entre magnitud absoluta (M) y magnitud aparente (m):

$$d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{m-M}{5} + 1\right)}.$$

(b) A partir de la relación entre la luminosidad y el flujo observado (f):

$$d = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

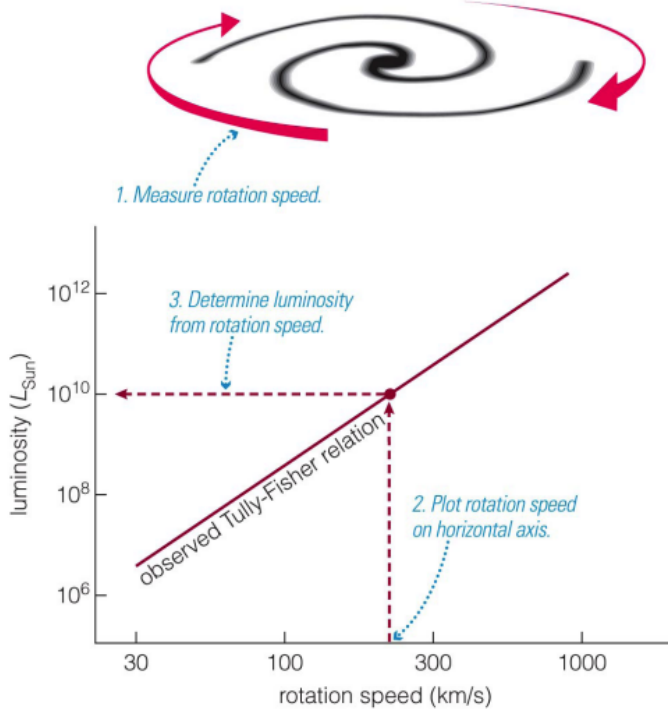


Fig. 2.

A continuación en la Fig. 2 se ilustra el proceso descrito:

- Se mide la velocidad de rotación a partir de las líneas espectrales.
- Se grafican los datos sobre el eje horizontal (v_{\max}) y se determina la luminosidad (L) en el eje vertical, utilizando la relación Tully-Fisher observada.
- Esto permite estimar L y, posteriormente, calcular d .

Diagrama velocidad espacial de HI & curva de rotación de la galaxia espiral NGC 3198

HI gas con velocidades más grandes de la velocidad de rotación V_{rot} debido a turbulencias (dispersión) flujos en los brazos espirales “outflows”.

Medición del ancho del perfil HI

La mayoría de los perfiles HI son de “dobles cuernos” ya que las curvas de rotación son aproximadamente planas y generalmente hay mucho gas HI en las partes externas de las galaxias.

- **W20:** Ancho de línea HI medida a 20% de la intensidad máxima HI
- **W50:** Ancho de línea HI medida a 50% de la intensidad máxima HI

W20 sólo un poco mayor que W50 pero generalmente mejor indicador de V_{\max}

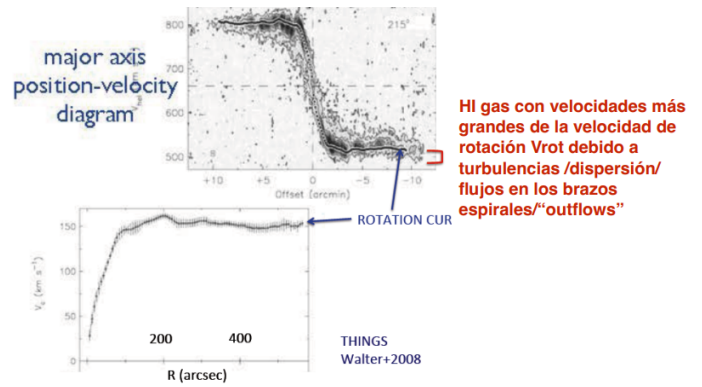


Fig. 3.

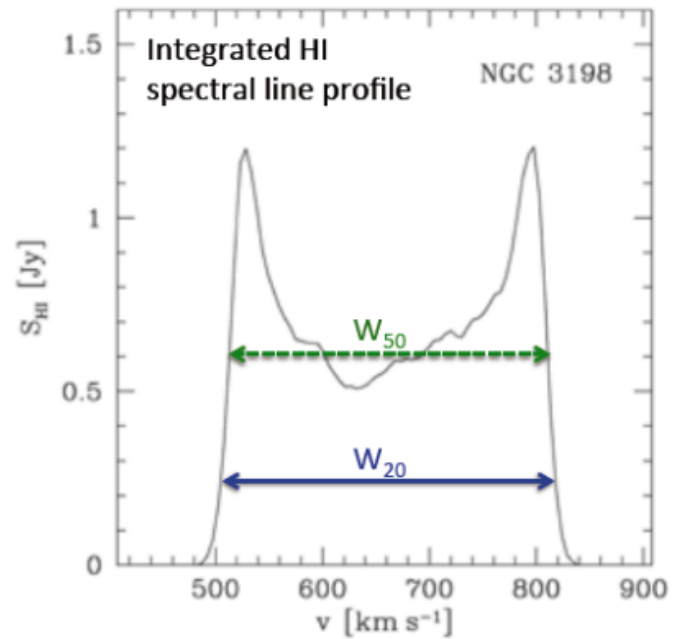


Fig. 4.

Medir el ancho de línea global (normalmente HI) o la máxima velocidad de rotación (a partir de las curvas de rotación ópticas $H\alpha$, CO, HI)

¿Cómo se relaciona el ancho de la línea de HI con la velocidad de rotación máxima?

$$\Delta v_i = \frac{W_{20} - v'_{\text{corr}}}{\sin i} = \frac{2v_{\max}}{\sin i} = 2v_{\max,i}$$

Todas estas cantidades son independientes de la distancia

- W20 HI medido a 20% de la intensidad máxima de HI
- V'_{corr} - para movimientos no circulares (por ejemplo, turbulencia, movimiento en brazo espiral); $V'_{\text{corr}} \approx 3,6 \sigma = 3,6 (10 \text{ km/s}) \approx 36 \text{ km/s}$
- V_{\max} - velocidad de rotación máxima observada (sin corregir para la inclinación)
- $V_{\max,i}$ - velocidad de rotación máxima observada (coregada para la inclinación)

Medir la inclinación de la galaxia

La inclinación (i) de una galaxia es un parámetro clave en el análisis dinámico de galaxias espirales. Se puede determinar utilizando modelos del campo de velocidad y mediciones de la morfología observable, como la razón axial (b/a).

1. Modelo del Campo de Velocidad:

- Se ajusta un modelo del campo de velocidad observado a partir de las líneas espectrales.
- Este modelo se compara con el campo de velocidad esperado para diferentes inclinaciones, considerando desviaciones observadas ($v_{\text{observed}} - v_{\text{model}}$).

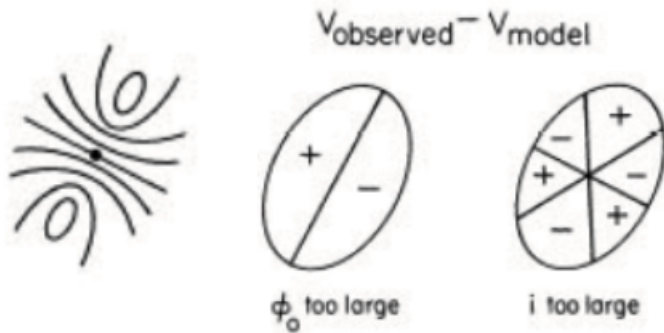


Fig. 5.

2. Medir la Razón Axial:

- La razón axial b/a se mide a partir de las isofotas exteriores de la galaxia, observadas en imágenes obtenidas en el rango óptico o infrarrojo cercano (NIR).
- Aquí, b es el eje menor y a es el eje mayor de la galaxia proyectada.

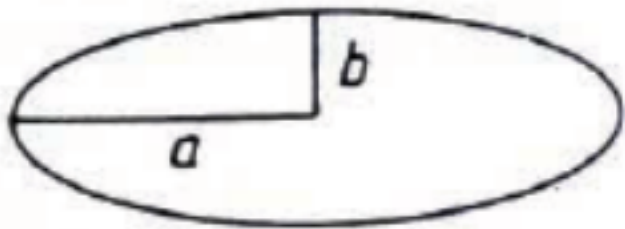


Fig. 6.

3. Relación entre Razón Axial y Inclinación:

- Para un disco delgado (sin considerar espesor):

$$\cos i = \frac{b}{a}.$$

- Si se considera un espesor intrínseco (q), la relación es:

$$\cos i = \sqrt{\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - q^2}{1 - q^2}},$$

donde q representa la razón axial intrínseca ($q = \frac{y}{x}$).

Medir la magnitud aparente (flujo)

Corregido para la extinción del polvo dentro de la galaxia y de la Vía Láctea (más pequeñas correcciones en el NIR que para el óptico)

La dispersión y la pendiente de TF son de gran interés

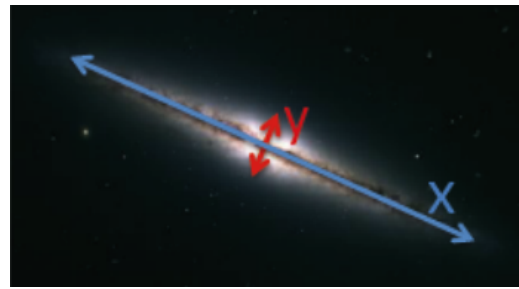


Fig. 7.

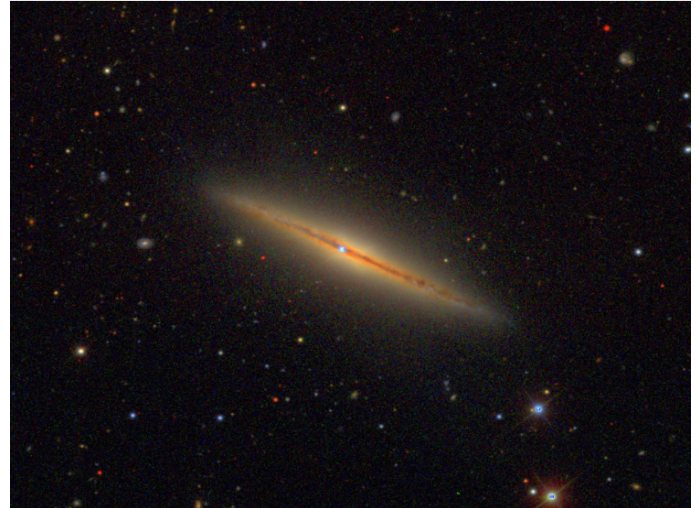


Fig. 8.

¿Qué tan bueno es un indicador de distancia TF?

La relación Tully-Fisher (TF) es ampliamente utilizada como un método para estimar distancias a galaxias, pero presenta limitaciones que dependen de la banda espectral en la que se mide la luminosidad. A continuación, se resumen las principales características y limitaciones:

Dispersión y Errores en la Distancia

- En la **banda B** ($0.4 - 0.5 \mu m$), la dispersión típica es de ~ 0.6 mag, lo que corresponde a un error en la distancia de aproximadamente un **30%**.
- En la **banda I** ($0.8 - 0.9 \mu m$), la dispersión típica se reduce a ~ 0.3 mag, lo que equivale a un error en la distancia de aproximadamente un **15%**.
- La menor dispersión se encuentra en el **infrarrojo cercano (NIR)** ($0.9 - 2 \mu m$), mientras que la peor dispersión ocurre en:
 - **Óptico** ($0.4 - 0.7 \mu m$): debido a variaciones significativas en la relación M_*/L (masa estelar sobre luminosidad).
 - **Infrarrojo medio (mid-IR)** ($3 - 5 \mu m$): debido a las mayores variaciones en las contribuciones de poblaciones estelares avanzadas.

Influencia de las Poblaciones Estelares

- La **banda I** ($0.9 \mu m$) es ideal para minimizar los efectos de las poblaciones de estrellas jóvenes:
 - Estrellas OBA de la secuencia principal (*Main Sequence, MS*) emiten mucha luz en el rango óptico, pero su con-

tribución disminuye significativamente en el NIR y mid-IR.

- En el rango **mid-IR** ($3 - 5 \mu\text{m}$):
 - Estrellas de la **rama gigante asintótica con pulsaciones térmicas (TP-AGB)** tienen una mayor influencia, lo que introduce variaciones adicionales.
 - Su importancia disminuye en el rango del NIR ($\sim 1 \mu\text{m}$).

Limitaciones del Método TF

- Un error del **15% en la distancia** ($\sim 0.3 \text{ mag}$) no es suficiente para medir distancias relativas con alta precisión entre galaxias que pertenecen a un mismo grupo o cúmulo.
- Las variaciones en las propiedades estelares y la composición del sistema galáctico pueden introducir incertidumbres adicionales que afectan la interpretación de los resultados.

Desplazamiento entre espirales y S0s en la relación TF tradicional

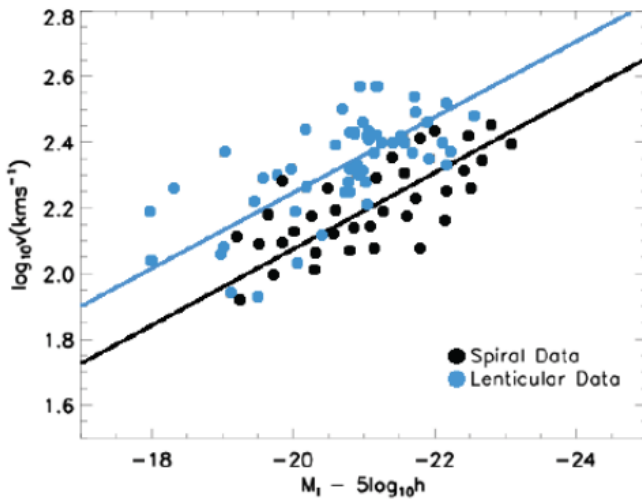


Fig. 9.

La relación Tully-Fisher (TF) es válida tanto para galaxias espirales como para galaxias lenticulares (S0), aunque con diferencias en sus constantes (puntos cero). A continuación, se detallan los aspectos más importantes:

Similitudes entre Espirales y S0s

- Ambas clases de galaxias siguen una relación de Tully-Fisher con la **misma pendiente**.
- En el caso del **TF bariónico**, no hay desplazamiento entre las dos poblaciones, lo que implica que ambas galaxias siguen una relación consistente en términos de la masa bariónica total.

Diferencias entre Espirales y S0s

- Existe una separación en la magnitud absoluta de $\Delta I \approx 1.5 \text{ mag}$ entre las líneas de mejor ajuste para espirales y S0s.
- Este desplazamiento en ΔI corresponde a un **factor de 4 en luminosidad** entre las dos clases de galaxias.
- Las galaxias S0 tienen un mayor **M/L** (masa sobre luminosidad):
 - Para galaxias espirales: $M/L \sim 1.5$.
 - Para galaxias S0: $M/L \sim 6$.

Implicaciones para la Estimación de Distancias

- Es posible usar la relación Tully-Fisher para estimar distancias tanto a galaxias espirales como a S0s, siempre y cuando se conozcan los puntos cero (*zero points*) para cada clase de galaxia.
- Aunque las constantes sean diferentes, la validez de la relación para ambas poblaciones permite comparar y analizar distancias de manera consistente.

Evolución de las Galaxias S0

- Las diferencias en M/L y luminosidad sugieren que las galaxias **S0** probablemente fueron **espirales** en el pasado.
- Actualmente, las S0 están dominadas por **poblaciones estelares rojas y viejas**, en contraste con las espirales, que tienen poblaciones más jóvenes y activas.

Misterios de Tully-Fisher

¿Por qué $v_{\text{max}}^4 \approx L$? ¿Por qué las galaxias LSB obedecen a la relación TF?

Vamos a predecir qué relación podríamos esperar Entre L , v_{max} para galaxias de discos ...

Explicación de la relación TF

Las formas de las curvas de rotación de las espirales son muy similares entre sí, en particular con respecto a su comportamiento plano en la parte externa. La curva de rotación plana implica que:

$$M = \frac{v_{\text{max}}^2 R}{G} \quad (1)$$

Donde d es la distancia R desde el centro de la galaxia y se refiere a la parte plana de la curva de rotación. El valor exacto no es importante, aunque solo si $v(R) \approx \text{constante}$. Reescribiendo:

$$L = \left(\frac{M}{L}\right)^{-1} \frac{v_{\text{max}}^2 R}{G} \quad (2)$$

Y reemplazando R por el brillo superficial medio (I) = L/R^2 , obtenemos:

$$L = \left(\frac{M}{L}\right)^{-2} \left(\frac{1}{G^2 I}\right)^{-1} v_{\text{max}}^4 \quad (3)$$

Esta es la relación de Tully-Fisher si M/L e I son los mismos para todas las espirales. Esto último es de hecho sugerido por la ley de Freeman. Dado que las formas de las curvas de rotación de las espirales parecen ser muy similares, la dependencia radial de la proporción de materia luminosa a materia oscura también puede ser bastante similar entre las espirales. Además, dado que las relaciones masa-luminosidad en el rojo o infrarrojo de una población estelar no dependen fuertemente de su edad, la constancia de M/L también podría ser válida si se incluye la materia oscura.

La Relación de Tully-Fisher Bariónica

La relación de Tully-Fisher clásica se deriva bajo la suposición de un valor constante de la razón masa-luminosidad (M/L), donde M representa la masa total, incluyendo la materia oscura. Ahora consideremos las siguientes hipótesis:

1. La proporción de bariones a materia oscura es constante.
2. Las poblaciones estelares en galaxias espirales son similares, de modo que la relación entre masa estelar y luminosidad también es constante.

Incluso bajo estas hipótesis, se espera que la relación de Tully-Fisher sea válida solo si el gas no contribuye, o lo hace marginalmente, a la masa bariónica. Sin embargo, las galaxias espirales de baja masa contienen una fracción significativa de gas, por lo que es de esperar que estas galaxias no sigan la relación de Tully-Fisher.

De hecho, se observa que las galaxias con una velocidad máxima $v_{\max} \lesssim 100$ km/s se desvían significativamente de la relación de Tully-Fisher, como se muestra en la Fig. 10.

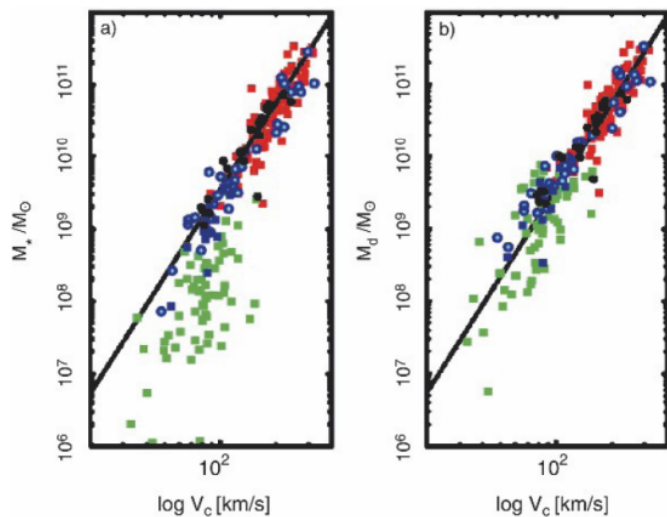


Fig. 10. Panel izquierdo: La masa contenida en estrellas (M_*) en función de la velocidad de rotación (V_c) para galaxias espirales. La masa estelar se calcula a partir de la luminosidad multiplicada por una razón masa-luminosidad, la cual depende del filtro utilizado y se puede estimar a partir de modelos de poblaciones estelares. Esta relación representa la relación de Tully-Fisher "clásica". Los cuadrados y círculos representan galaxias cuya velocidad V_c se determinó a partir de la línea de 21 cm o de una curva de rotación resuelta espacialmente, respectivamente. Los colores de los símbolos indican el filtro en el que se midió la luminosidad: H (rojo), K' (negro), I (verde) y B (azul). **Panel derecho:** En lugar de la masa estelar, aquí se grafica la suma de la masa estelar y gaseosa. La masa de gas (M_{gas}) se calcula a partir del flujo en la línea de 21 cm, $M_{\text{gas}} = 1.4M_{\text{HI}}$, donde el factor 1.4 corrige por helio y metales. El gas molecular no contribuye de manera significativa a la masa bariónica. La línea en ambos gráficos representa la relación de Tully-Fisher con una pendiente $\alpha = 4$.

La relación de Tully-Fisher bariónica (BTFR) se representa en el panel derecho, donde se tiene en cuenta no solo la masa estelar, sino también la masa gaseosa. Esto corrige las desviaciones observadas en galaxias con bajas velocidades de rotación ($v_{\max} \lesssim 100$ km/s) en el panel izquierdo, destacando la importancia de incluir el gas en la estimación de la masa bariónica total.

La Relación de Tully-Fisher (TF): $L \sim v_{\max}^4$

La relación Tully-Fisher (TF) describe cómo la luminosidad de una galaxia espiral está relacionada con su velocidad de rotación máxima (v_{\max}). A continuación, se detalla el desarrollo matemático y físico de esta relación.

Expresión Matemática de la Relación TF

$$M_H = c - s \log v_{\max} \rightarrow (\text{Relación en magnitudes})$$

$$2.5 \log L_H = c_1 + s \log v_{\max} \rightarrow (\text{Usando } M_H = -2.5 \log L_H)$$

$$\log L_H^{2.5} = c_1 + \log v_{\max}^s \rightarrow (\text{Reescribiendo en términos de } L)$$

$$L_H^{2.5} = 10^{c_1} v_{\max}^s \rightarrow (\text{Forma exponencial})$$

$$L_H \sim v_{\max}^{s/2.5} \rightarrow (\text{Relación final en términos de } L_H)$$

Donde:

- c es la intersección (o "zero-point") en la relación de Tully-Fisher en magnitudes.
- s es la pendiente para la relación TF en magnitudes.
- b es la pendiente para la relación TF en luminosidad, definida como $b = s/2.5$.

Pendientes para Diferentes Bandas

La pendiente b toma diferentes valores dependiendo de la banda de luz en la que se mide la luminosidad:

- $b = 3.5$ en la banda B .
- $b = 4.0$ en las bandas I , J , y H .

Por lo tanto, para bandas infrarrojas (I , J , H), la relación de Tully-Fisher toma la forma:

$$L \sim v_{\max}^4$$

Dependencia de la Pendiente con el Color

La diferencia en las pendientes entre diferentes bandas se origina en la relación color-luminosidad o color-masa. En la banda B , la relación TF es menos pronunciada debido a las siguientes razones:

- Las galaxias con baja masa/luminosidad tienden a ser más azules en promedio.
- Estas galaxias son pobres en metales y contienen poblaciones estelares más jóvenes.
- Las estrellas jóvenes emiten mucha luz en el rango óptico (banda B), afectando la pendiente observada.

La relación TF en las bandas infrarrojas (como H) es más robusta y sigue la forma $L \sim v_{\max}^4$, mientras que en bandas ópticas (como B) la pendiente disminuye debido a los efectos de población estelar y composición química de las galaxias.

La relación Tully-Fisher (TF) y curvas de rotación vs. brillo superficial

La relación Tully-Fisher (TF) describe la conexión entre la velocidad de rotación máxima (v_{\max}) de una galaxia espiral y su luminosidad total. Este análisis examina cómo dicha relación es independiente del brillo superficial central de las galaxias.

Curvas de Rotación de Galaxias HSB y LSB

- Se presentan las curvas de rotación de dos tipos de galaxias espirales:
 - **HSB (High Surface Brightness, alto brillo superficial):** Galaxias con un brillo central más alto.
 - **LSB (Low Surface Brightness, bajo brillo superficial):** Galaxias con un brillo central más bajo.
- Las galaxias analizadas tienen:
 - **La misma luminosidad estelar.**
 - **La misma velocidad de rotación máxima (v_{\max}).**

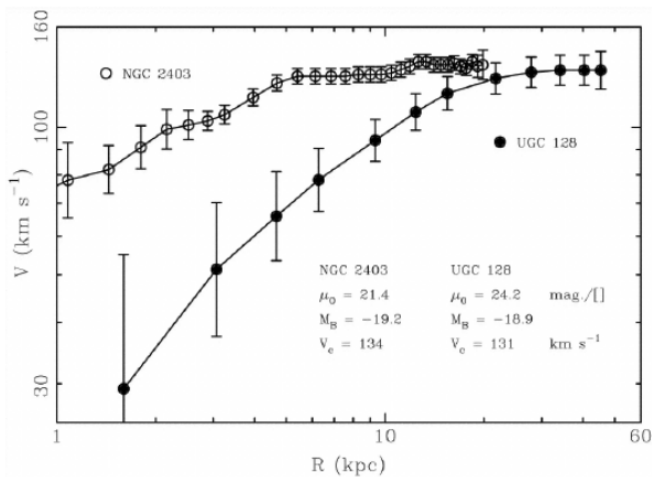


Fig. 11.

El gráfico compara las curvas de rotación de dos galaxias:

- **NGC 2403 (HSB):**
 - $\mu_0 = 21.4 \text{ mag/arcsec}^2$.
 - $M_B = -19.2$.
 - $v_e = 134 \text{ km/s}$.
- **UGC 128 (LSB):**
 - $\mu_0 = 24.2 \text{ mag/arcsec}^2$.
 - $M_B = -18.9$.
 - $v_e = 131 \text{ km/s}$.
- **La relación Tully-Fisher no depende del brillo superficial central:**
 - Las galaxias HSB y LSB con la misma luminosidad estelar y v_{\max} muestran que el brillo superficial no afecta la relación.
- Esto refuerza que la TF se basa principalmente en la masa dinámica y la distribución de materia, en lugar de los detalles del perfil de brillo.