

---

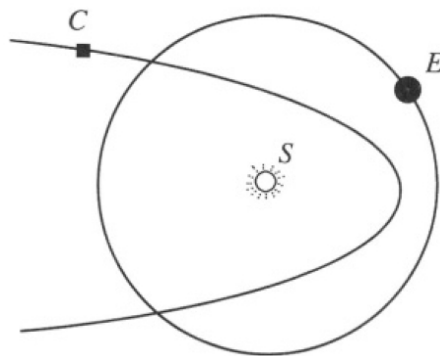
**Prueba Módulo II - Forma B**  
**Mecánica Intermedia**  
Licenciatura en Física - 2021<sup>1</sup>

---

**Problema I**

---

Encuentre el tiempo que un cometa (C) de masa  $m$  que sigue una trayectoria parabólica alrededor del Sol (S) puede pasar dentro de la órbita de la Tierra (E). Suponga que la órbita de la Tierra es circular y de radio  $R$  y está en el mismo plano que la del cometa. Se conoce además que el perihelio del cometa es  $r_{min}$  y la masa del Sol,  $M_S$ .



---

**Problema II**

---

Considere el movimiento de una partícula de masa  $m$  bajo la influencia de una fuerza central  $\vec{F} = -K\vec{r}$ , donde  $K$  es una constante positiva y  $\vec{r}$  es el vector posición de la partícula.

1. (15%) Demuestre que el movimiento de la partícula ocurre en un plano.

---

<sup>1</sup>**Hora de inicio:** 18:30 hrs.

**Hora de término:** 22:00 hrs.

Envíe el documento en formato pdf

2. (30%) Encuentre la posición de la partícula como función del tiempo asumiendo las siguientes condiciones iniciales en  $t = 0$ :

$$\begin{aligned}x(0) &= x_0 \\y(0) &= 0 \\\dot{x}(0) &= 0 \\\dot{y}(0) &= V_0\end{aligned}$$

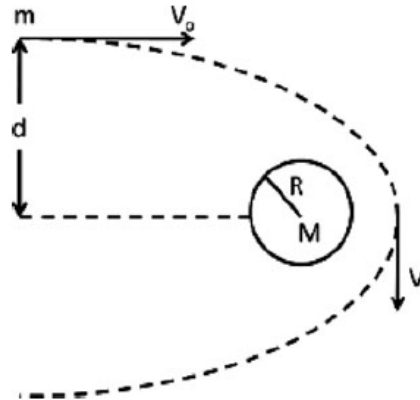
3. (20%) Muestre que la órbita es una elipse.  
4. (15%) Encuentre el período.  
5. (20%) ¿Esta interacción obedece a la tercera ley de Kepler?.

---

### Problema III

---

Un asteroide de masa  $m$  viene desde muy lejos (trayectoria parabólica) acercándose a un planeta de masa  $M$  y radio  $R$ , en cierto punto de la trayectoria tiene una velocidad  $v_0$  perpendicular a la distancia  $d$ , distancia conocida como parámetro de impacto (ver figura).



1. (15%) Determine el momentum angular del asteroide en la posición mostrada en la figura.  
2. (20%) La velocidad mínima  $v_0$  para que el asteroide no choque con el planeta.  
3. Si el asteroide estando en su punto más cercano al planeta se divide en dos partes, con una de ellas moviéndose en dirección hacia el centro del planeta con rapidez  $\frac{v_0}{2}$  y con una masa de  $\frac{m}{2}$ , entonces:  
(a) (25%) Determine la velocidad  $\vec{V}_A$  del otro trozo del asteroide y el ángulo respecto a la horizontal.

- (b) (20%) Obtenga la expresión final para la energía mecánica de este trozo en función de  $M$ ,  $m$ ,  $R$  y  $d$ .
- (c) (20%) Este trozo ¿orbitará o no al planeta?.
-