

# Guía de Ejercicios III

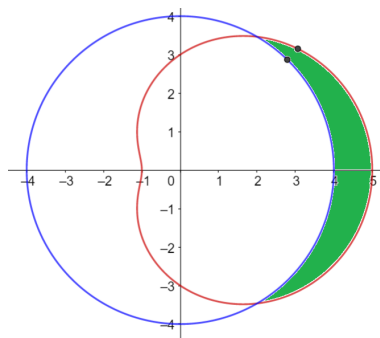
## Cálculo II

1. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - (x+2)^2}, & \text{si } x \in [-3, -2[ \\ x+3, & \text{si } x \in [-2, -1[ \\ \sqrt{1-x^2}+2, & \text{si } x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

Calcular, utilizando integrales, el área bajo la curva  $f$ .

2. Sean las coordenadas polares  $r = 4$  y  $r = 3 + 2\cos(\theta)$  de las curvas presentes en la imagen. Calcular el área y el perímetro de la región pintada.



3. Grafique y luego determine el área limitada por la curva  $r = 2 + \cos \theta$ .
4. Hallar el área común del círculo  $r = 3 \cos \theta$  y la cardioide  $r = 1 + \cos \theta$ .
5. Calcular el área de la región que se encuentra dentro del cardioide  $r = 2 + 2 \cos \theta$  y fuera de la circunferencia  $r = 3$ .
6. Hallar el área interior a  $r = \cos \theta$  y exterior a  $r = 1 - \cos \theta$ .
7. Calcule el área de la región encerrada por  $r = 4 \sin(2\theta)$ .
8. Calcule el área de la región interior a las curvas:

$$r = \sin(2\theta) \quad \text{y} \quad r = \cos(2\theta).$$

9. Calcular la longitud del cardioide  $r = 1 + \cos \theta$ .
10. Calcular la longitud de la cardioide  $r = 2(1 - \sin \theta)$ .
11. Calcular el área encerrada por las curvas  $y = x^n$  e  $y = x^m$ , con  $n, m \in \mathbb{Z}^+$ ,  $m < n$  y  $x \in [-1, 1]$ .
12. Calcular la longitud del arco de la función

$$y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin(\sqrt{x})$$

para  $x \in [0, 1]$ .

13. Sea  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq (x-3)^2 \quad \wedge \quad y \leq -x^2 + 9\}$ . Calcule

a) El perímetro de la región encerrada.

- b) El área de la región pintada.
- c) El volumen del sólido generado al rotar la región  $R$  alrededor de la recta  $y = -3$ .
- d) El volumen del sólido generado al rotar la región  $R$  alrededor de la recta  $x = 4$ .
- e) El área de la superficie generada al rotar  $R$  en torno al eje  $X$ .
14. Hallar el área de la superficie generada por la rotación de la recta  $y = mx$  (con  $m > 0$ ) alrededor del eje  $X$  en  $[1, 2]$ . ¿Qué figura forma?
15. Calcular el área y el perímetro de la región  $R$ , donde
- $$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2x \wedge y \geq -\frac{1}{2}x \wedge y \geq x^2 - 4\}.$$
16. Sean las curvas  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ . Calcule el área y el perímetro de la región que se encuentra entre ambas curvas en el intervalo  $[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$ .
17. Encuentre el volumen generado al rotar el triángulo formado por los segmentos de las rectas  $y = 2x$  con  $x \in [-5, 0]$ ,  $x = -5$  y el eje  $X$  :
- a) En torno al eje  $X$ .
- b) En torno a la recta  $x = -4$ .
- c) En torno al eje  $Y$ .
- d) En torno a la recta  $y = -10$ .
18. Calcular las longitudes de las curvas
- a)  $x = t^2$ ,  $y = t$ ,  $t \in [0, 3]$ .
- b)  $x = \cos t$ ,  $y = t + \sin t$ ,  $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .
- c)  $x = t^3$ ,  $y = t^2$ ,  $t \in [-5, -2]$ .
19. Encuentre el área de la superficie generada al rotar con respecto al eje  $X$  el triángulo formado por los segmentos de las rectas  $y = 2x$  con  $x \in [-5, 0]$ ,  $x = -5$  y el eje  $X$
20. Calcular el área de la superficie generada al girar el arco de  $f(x)$  en torno al eje  $X$ .
- a)  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ .
- b)  $f(x) = \cos x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ .
- c)  $f(x) = |\sin x|$ ,  $x \in [0, 2\pi]$
- d)  $f(x) = -\sqrt{x}$ ,  $x \in [2, 4]$