

Ejercicios de determinantes

1. Calcule el valor del determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Respuesta: -2

2. Calcular:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

Respuesta: $(x + 3)(x - 1)^3$

3. Calcular:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$$

Respuesta: $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc + 2d$

4. Demostrar sin desarrollar que:

$$\begin{vmatrix} a & 3a & 4a \\ a & 5a & 6a \\ a & 7a & 8a \end{vmatrix} = 0$$

5. Demostrar sin desarrollar que:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b + c \\ 1 & b & a + c \\ 1 & c & a + b \end{vmatrix} = 0$$

6. Demostrar sin desarrollarlo que el siguiente determinante es múltiplo de 5:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

7. Encontrar $x \in R$ que cumpla

$$\det(A - xI) = 0$$

siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Respuesta: 1, 0, -1

8. Sabiendo que $\det A = 5$, calcula el valor de los determinantes de B y C.

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2x & 2y & 2x \\ \frac{3}{2} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 3x+3 & 3y & 3x+2 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{pmatrix}$$

Respuesta: $\det B = 5, \det C = 5$

9. Demostrar sin desarrollarlo que el siguiente determinante es múltiplo de 21.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

10. Resolver la siguiente ecuación sin desarrollar el determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

Respuesta: $\{-1, +1\}$