Tarea I
Mecánica intermedia
Licenciatura en Física - 2021[1]

Problema I

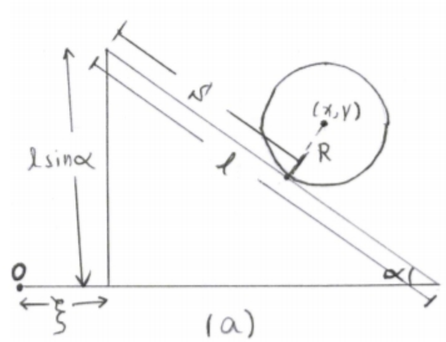
Una partícula de masa M se mueve sin rozamiento sobre el paraboloide, de eje vertical tal que $z = ax^2 + by^2$, con a y b cantidades reales positivas. Sobre la partícula actúa además un resorte ideal de constante elástica k y longitud natural despreciable, cuyo extremo está fijo al origen del sistema de coordenadas.

1. Determine el lagrangiano de la partícula y sus ecuaciones del movimiento utilizando las coordenadas x, y como coordenadas generalizadas. ¿Existe alguna cantidad conservada?.
2. Determine el respectivo hamiltoniano a partir de su definición y halle las ecuaciones de hamilton para este sistema.
3. Determine la magnitud de la fuerza normal que ejerce el paraboloide sobre la partícula en un punto arbitrario de su superficie.
4. Utilizando coordenadas cilíndricas, determine si existen cantidades conservadas, de haber, evalúelas.

Problema II

Un aro de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre un plano inclinado de masa M, el cual hace un ángulo α con la horizontal como se observa en la figura (a), además se conoce que la longitud del plano es ℓ. Encuentre el lagrangiano y las ecuaciones de Lagrange si el plano inclinado puede deslizar sin fricción a lo largo del suelo. Asuma como coordenadas generalizadas, ξ, que indica la posición del plano inclinado (desde el origen hasta el vértice en ángulo recto del plano inclinado) y una coordenada S medida desde el vértice superior del plano, hasta el punto de contacto del aro con el mismo plano.

[1]FECHA DE ENTREGA: Martes 11 de Mayo



Problema III

El lagrangiano de una partícula relativista en un campo eléctrico $\overrightarrow{E}$ y un campo magnético $\overrightarrow{B}$ viene dado por:

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} - e\left[\phi\left(\overrightarrow{r}, t\right) - \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{A}\left(\overrightarrow{r}, t\right)\right]$$

donde $\phi\left(\overrightarrow{r}, t\right)$ es el potencial eléctrico y $\overrightarrow{A}\left(\overrightarrow{r}, t\right)$ el potencial vectorial magnético. Dado que los campos electromagnéticos $\overrightarrow{E}$ y $\overrightarrow{B}$ están relacionado con los potenciales $\phi\left(\overrightarrow{r}, t\right)$ y $\overrightarrow{A}\left(\overrightarrow{r}, t\right)$ a través de las ecuaciones:

$$\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}, t\right) = -\nabla\phi\left(\overrightarrow{r}, t\right) - \frac{\partial \overrightarrow{A}\left(\overrightarrow{r}, t\right)}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{B}\left(\overrightarrow{r}, t\right) = \nabla \times \overrightarrow{A}\left(\overrightarrow{r}, t\right)$$

demuestre que la ecuación de movimiento está dada por la expresión:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \overrightarrow{v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}\right) = e\left[\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}, t\right) + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}\left(\overrightarrow{r}, t\right)\right]$$