# Demostración 1

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu \quad \Big/ \cdot e^{+\tau_\nu}$$

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{\tau_\nu} = -I_\nu e^{\tau_\nu} + S_\nu e^{\tau_\nu}$$

$$\underbrace{\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{\tau_\nu} + I_\nu e^{\tau_\nu}}_{\frac{d}{d\tau_\nu}\left(I_\nu e^{\tau_\nu}\right)} = S_\nu e^{\tau_\nu}$$

$$\frac{d}{d\tau_\nu}\left(I_\nu e^{\tau_\nu}\right) = S_\nu e^{\tau_\nu}$$

$$\frac{d}{d\tau_\nu}\left(I_\nu e^{\tau_\nu}\right) = S_\nu e^{\tau_\nu}$$

Puedo integrar 0 a $\tau_\nu$, cambiando la variable dentro de la integral por $\tau_\nu'$ para no confundirnos.

$$\int_0^{\tau_\nu} \frac{d}{d\tau_\nu'}\left(I_\nu(\tau_\nu')\, e^{\tau_\nu'}\right) d\tau_\nu' = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{\tau_\nu'}\, d\tau_\nu'$$

$$I_\nu(\tau_\nu)\, e^{\tau_\nu} - I_\nu(0)\, e^{0} = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{\tau_\nu'}\, d\tau_\nu' \quad \Big/ \cdot \frac{1}{e^{\tau_\nu}}$$

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu\, e^{(\tau_\nu' - \tau_\nu)}\, d\tau_\nu'$$

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-(\tau_\nu - \tau_\nu')}\, d\tau_\nu'.$$

# Demostración 2

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + S_\nu \int_0^{\tau_\nu} e^{\tau_\nu' - \tau_\nu}\, d\tau_\nu'$$

$$e^{\tau_\nu' - \tau_\nu} = e^{\tau_\nu'} \cdot e^{-\tau_\nu}$$

$$\Rightarrow I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + S_\nu e^{-\tau_\nu} \underbrace{\int_0^{\tau_\nu} e^{\tau_\nu'}\, d\tau_\nu'}_{e^{\tau_\nu'}\big|_0^{\tau_\nu}}$$

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + S_\nu e^{-\tau_\nu} \left(e^{\tau_\nu} - e^{0}\right)$$

$$= I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + S_\nu - S_\nu e^{-\tau_\nu}$$

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)\, e^{-\tau_\nu} + \mathcal{S}_\nu \left(1 - e^{-\tau_\nu}\right)$$