Electromagnetismo (LFIS 211)

Licenciatura en Física
Profesor: J.R. Villanueva e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 13

1. Un disco de Faraday consiste de un disco de cobre de radio a cuyo eje de simetría es paralelo a un campo magnético uniforme $\overrightarrow{B}$. Si el disco rota con una velocidad angular ω, Calcular la FEM que aparece entre los puntos A y C.

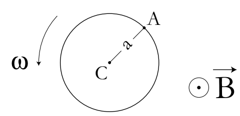

FIG. 1: Figura del problema 1. .

2. En un campo magnético homogéneo de inducción $\overrightarrow{B} = B(-\widehat{k})$ se encuentra un cable que tiene forma de la parábola $y = mx^2$. En el momento $t = 0$ desde el vértice de la parábola empieza a desplazarse progresivamente un puente de unión con una aceleración constante $\overrightarrow{a}$. Hallar, en el circuito formado, la FEM inducida en función de y.

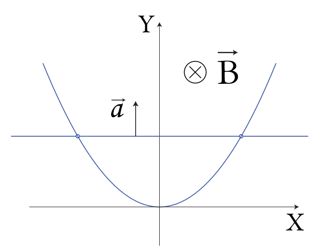

FIG. 2: Figura del problema 2. .

3. Un alternador consiste en una bobina de N vueltas, de área A, que gira con una frecuencia f en un campo B, de modo tal que el diámetro siempre se encuentra perpendicular al campo. Encuentre la FEM en la bobina. ¿Cuál es la amplitud del voltaje alternante si $N = 100$ vueltas, $A = 10^{-2}[m^2]$, $B = 0.1[T]$ y $f = 2000[rev/min]$?.

4. Una espira cuadrada de lados a se ubica en el primer cuadrante de un plano XY con uno de sus vértices en el origen. En esta región existe un campo magnético no-uniforme dependiente del tiempo

$$\overrightarrow{B}(y,t) = b\,y^3\,t^2\,\widehat{k},$$

donde b es una constante. Encuentre la FEM inducida en la espira.

5. Para un medio homogéneo isotrópico no magnético, de conductividad g en el que hay corrientes constantes, demuestre que $\vec{B}$ satisface la ecuación vectorial de laplace

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = 0.$$

6. La espira de la FIG.3a. tiene resistencia despreciable y se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme cuya magnitud varía en el tiempo como indica la FIG.3b. La espira tiene un radio $r = 50[cm]$ y se encuentra conectada a una resistencia $R = 20[\Omega]$.

   (a) Si $B(t)$ representa el campo magnético, escriba la expresión de la FEM a lo largo de la espira.

   (b) Haga un gráfico de la FEM en función del tiempo.

   (c) Haga un gráfico de la corriente a lo largo de la resistencia, en función del tiempo.

   (d) Grafique el ritmo al cual la resistencia genera energía térmica.

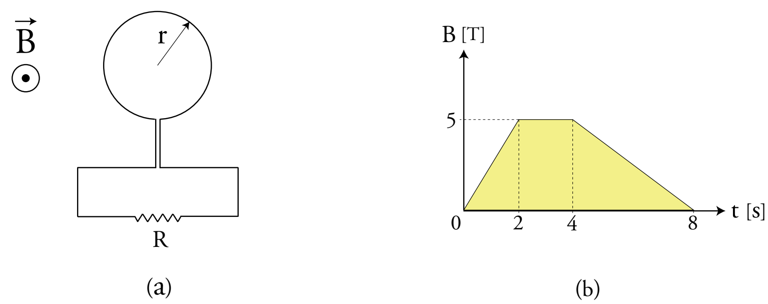

FIG. 3: Figura del problema 6. (a) Espira circular de radio r inmersa en un campo magnético espacialmente uniforme pero variable en el tiempo conectada a una resistencia externa R; (b) Relación funcional del campo magnético con el tiempo.

7. (a) Una línea de transmisión consta de dos cables de radio a separados por una distancia d, como es mostrado en la FIG.4.a. Calcule la autoinductancia del sistema por unidad de longitud ℓ.

   (b) Demuestre que si $a \ll d$, entonces

$$\ell = \frac{\mu_0}{\pi} Ln \left(\frac{d}{a} \right).$$

   (c) Se reemplaza uno de los cables utilizando la tierra como retorno, ver FIG.4.b. Suponiendola un conductor perfecto, calcule la inductancia ℓ, si el cable está a una distancia h del suelo.

   (d) Calcule la autoinductancia del sitema de la FIG.4.c, cuando se envía la mitad de la corriente por cada uno de los cables, y el retorno se efectúa por tierra.

8. (a) Calcule la inductancia mutua M del circuito mostrado en la FIG.5. La bobina 2 posee N_2 espiras enrrolladas sobre un cilindro de radio b y largo d. El solenoide tiene N_1 espiras enrrolladas sobre un cilindro de radio a y largo D ($D \gg a, b$).

   (b) Calcule el coeficiente de acoplamiento k

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

   donde L_1 y L_2 son las autoinductancias de cada bobina.

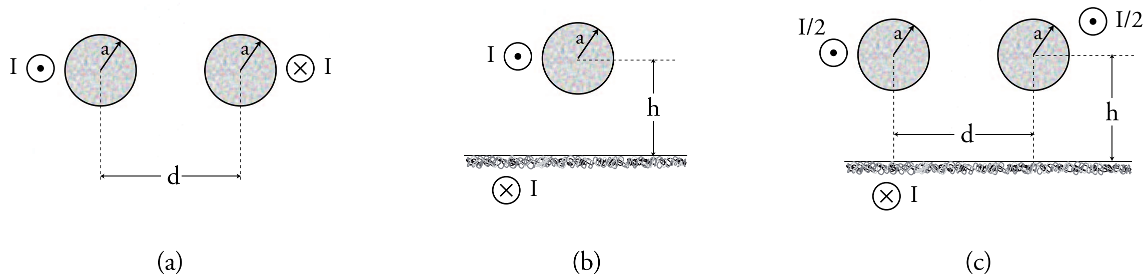

FIG. 4: Esquema del problema 7.

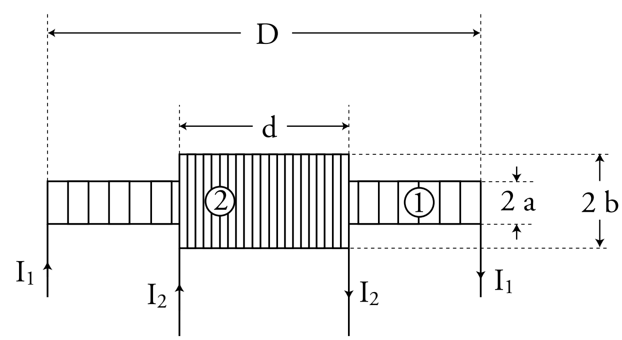

FIG. 5: Esquema del problema 8.

9. En un acelerador betatrón, un ión de carga q y masa m recorre una órbita circular a una distancia R del eje de simetría de la máquina. El campo magnético tiene una simetría ciliíndrica; es decir, su componente z es $B_z(s)$ en el plano de la órbita, donde s es la distancia al eje de simetría.

   (a) Demuestre que la velocidad del ión es $v = qB(R)R/m$.

   (b) Si la magnitud del campo magnético se incrementa lentamente, demuestre que la FEM inducida en la órbita del ión es tal que acelera al ión.

   (c) Demuestre que para que el ión permanezca en la misma órbita, la variación radial del campo B dentro de la órbita debe satisfacer la siguiente condición: el promedio espacial del incremento de $B(s)$ (promediado sobre el área encerrada por la órbita) debe ser igual al doble del incremento de $B(R)$ en el mismo intervalo tiempo.

10. Considere dos anillos conductores de radios a y b ($a > b$), cuyos planos son paralelos al plano XY, y que llevan corrientes iguales en el mismo sentido. Sus centros se encuentran separados por una distancia d a lo largo del eje Z.

   (a) Calcule el campo de inducción magnética $\vec{B}$ en el centro del anillo más chico producido sólo por la corriente que circula por el anillo más grande.

   (b) Suponiendo que el campo magnético es uniforme ($d \gg a$) en toda la sección del anillo más chico, calcule la inductancia mutua entre los circuitos.

   (c) Usando la fórmula de Neumann demuestre que

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{b}{c}\oint \mathrm{d}\vec{\ell}_1 \int_0^{2\pi} \left(2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1\right)\left(1 + \frac{2ab}{c^2}\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{6a^2b^2}{c^4}\cos^4\frac{\theta}{2} + ...\right)\mathrm{d}\theta, \qquad (1)$$

donde $c = \sqrt{(a+b)^2 + d^2}$.

11. Dos cables paralelos infinitos separados por una distancia b llevan corrientes iguales I en direcciones opuestas, con un aumento en la velocidad $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$. Una espira cuadrada de lados b se encuentra en el plano de los cables a una distancia b de uno de los cables paralelos, como se ilustra en la FIG. 6. Encuentre la FEM inducida en la espira cuadrada. ¿La corriente inducida está en sentido horario o antihorario? Justifique su respuesta.

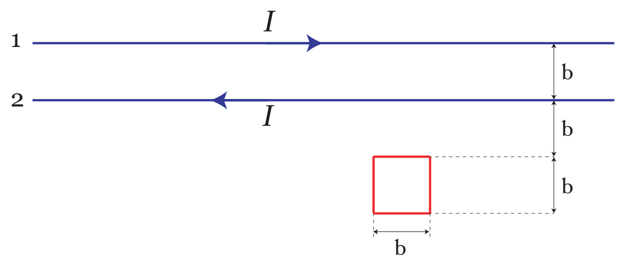

FIG. 6: Esquema del problema 11.

12. Se dispone de un conductor recto y largo por el que fluye la corriente I. A las distancias a y b de éste se hallan dos cables paralelos al mismo, conectados en uno de sus extremos a la resistencia R (FIG.7). Una barra, puente de unión, se desplaza sin rozamiento a una velocidad constante v por los cables. Despreciando las resistencias de los mismos, de la barra y de los contactos deslizantes, así como de la inducción del circuito, hallar

    (a) el valor y la dirección de la corriente de inducción en la barra;

    (b) la fuerza necesaria para mantener constante la velocidad de la barra.

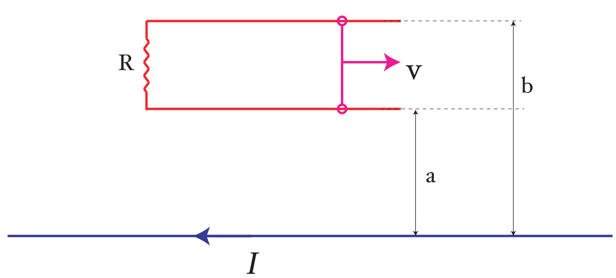

FIG. 7: Esquema del problema 12.