



Electromagnetismo (LFIS 211)

Licenciatura en Física menciones

Profesor: J.R. Villanueva

e-mail: jose.villanueva@uv.cl

Tarea 3

I. FLUJO ELÉCTRICO, LEY DE GAUSS, TRABAJO Y ENERGÍA.

1. La intensidad de un campo eléctrico depende sólo de las coordenadas x e y según la ley

$$\vec{E} = \frac{a(x\hat{i} + y\hat{j})}{x^2 + y^2}, \quad (1)$$

donde a es una constante. Hallar el flujo de \vec{E} a través de una esfera de radio R con el centro en el origen de coordenadas.

2. Un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$ intersecta a una superficie de área A . ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de esta área si la superficie se ubica (dibuje cada una de las situaciones propuestas)
 - (a) en el plano XY
 - (b) en el plano XZ
 - (c) en el plano YZ
 - (d) si el vector normal al área forma un ángulo α con el plano XY ?
3. Encuentre el flujo eléctrico a través de un círculo de radio R debido a una carga q situada sobre el eje del círculo y a una distancia L de su centro.
4. Un cilindro circular de radio R y altura h tiene una carga q en su centro. Encuentre el flujo lateral.
5. Una esfera de radio R con centro en el origen posee una densidad volumétrica de carga dada por $\rho_q = Ar^2$, donde A es una constante positiva. Otra esfera de radio $2R$ es concéntrica con la primera. Encontrar el flujo eléctrico Φ_e a través de la superficie de la esfera mayor.
6. Considere un alambre recto de largo $2R$ cargado con densidad lineal uniforme λ , y que se encuentra en el interior de una esfera de radio R . Encuentre el flujo a través de la superficie esférica.
7. Un hilo muy largo cargado uniformemente y situado en el eje de un círculo de radio R se apoyo con uno de sus extremos en el centro del círculo. La carga del hilo por unidad de longitud es λ . Hallar el flujo del vector \vec{E} a través del área del círculo.
8. Un globo de radio R tiene una carga uniforme, cuya densidad volumétrica es ρ_q . Hallar el flujo del vector de la intensidad del campo eléctrico a través de la sección del globo, formada por el plano distante $r_0 < R$ de su centro.

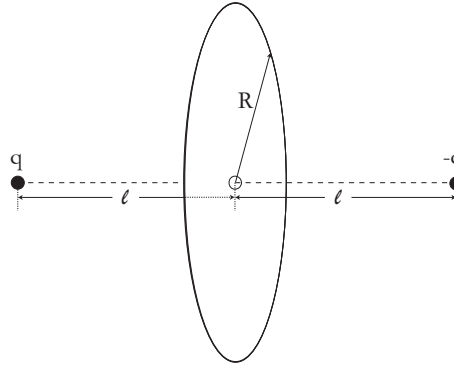
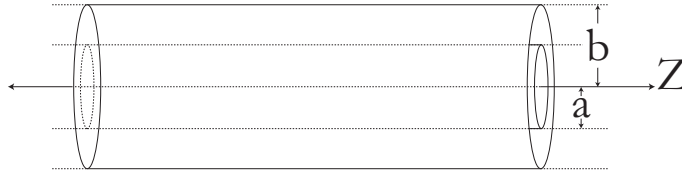


FIG. 1: Esquema para el problema 9.

9. Las cargas puntuales q y $-q$ se sitúan a la distancia de 2ℓ una de otra (figura 1). Determinar el flujo del vector de la intensidad del campo eléctrico a través de un círculo de radio R .
10. Dos esferas concéntricas tienen radios a y b tales que $b > a$. La región entre ellas, es decir, $a \leq r \leq b$, se rellena con carga de densidad constante. La densidad de carga es igual a cero en cualquier otro punto. Encontrar \vec{E} para todos los puntos y expresarlo en función de la carga total Q . ¿Se reducen sus resultados a los valores correctos cuando $a \rightarrow 0$?
11. Dos cilindros coaxiales infinitamente largos tienen radios a y b tales que $b > a$, como se muestra en la figura 2. La región entre ellos se rellena con cargas de densidad volumétrica dada por $\rho_q = A \rho^n$, en coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) , siendo A y n constantes. La densidad de cargas es cero en cualquier otra parte. Encontrar \vec{E} para todos los puntos del espacio.

FIG. 2: Dos cilindros coaxiales de radios a y b tales que $b > a$.

12. En la región entre los cilindros coaxiales infinitamente largos de la figura 2 se rellenan con una carga cuya densidad volumétrica es, en coordenadas cilíndricas, $\rho_q = A e^{-\alpha \rho}$. Encontrar \vec{E} para todos los puntos del espacio. ¿Bajo qué circunstancias simples se deberían reducir sus resultados?
13. Si el campo eléctrico en alguna región es dada (en coordenadas esféricas) por la expresión

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{A \hat{r} + B \sin \theta \cos \phi \hat{\phi}}{r}, \quad (2)$$

donde A y B son constantes, ¿Cuál es la densidad de carga?

14. Un campo eléctrico en la región $r > a$ está dado por

$$E_r = \frac{2A \cos \theta}{r^3}, \quad E_\theta = \frac{A \sin \theta}{r^3}, \quad E_\phi = 0,$$

donde A es una constante positiva. Encontrar la densidad volumétrica de carga en esta región.

15. Cierta campo eléctrico está dado por $\vec{E} = E_0(\rho/a)^3 \hat{\rho}$ para $0 < \rho < a$, y $\vec{E} = \vec{0}$ en cualquier otro caso. Encontrar la densidad volumétrica de cargas ρ_q .
16. El campo eléctrico en la atmósfera sobre la superficie terrestre es aproximadamente $200[V/m]$, dirigido hacia abajo. A $1400[m]$ por encima de la superficie terrestre, el campo eléctrico de la atmósfera es sólo de $20[V/m]$, dirigido hacia abajo también. ¿Cuál es la densidad media de carga en la atmósfera por debajo de los $1400[m]$? ¿Consiste predominantemente en iones *positivos* o *negativos*?
17. Encuentre las densidades de cargas que producen los siguientes campos eléctricos, luego integre en los volúmenes indicados para encontrar la carga total
- (a) $\vec{E}(x, y, z) = \frac{A}{4\pi\epsilon_0}(x^3 z \hat{i} + y^3 z \hat{j} + x y^2 \hat{k})$; $V = \{x \in [-1, 1], y \in [-1, 1], z \in [0, 1]\}$
- (b) $\vec{E}(r, \theta, \phi) = \frac{A}{4\pi\epsilon_0}(r^2 \hat{r} + r^2 \sin \theta \sin \phi \hat{\phi})$; $V = \{r \in [0, 2], \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi]\}$
- (c) $\vec{E}(r, \phi, z) = \frac{A}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^3} \hat{r} + \frac{\cos \phi}{r^3} \hat{\phi} + \frac{(2+\sin \phi)}{3z^3} \hat{z} \right)$; $V = \{r \in [1, 2], \phi \in [0, \pi], z \in [0, r]\}$
18. ¿Qué trabajo será necesario realizar para que dos cargas de $3 \times 10^{-6} [C]$ cada una, dispuestas en el aire a la distancia de $0.6 [m]$, se aproximen hasta $0.2[m]$?
19. Se tienen tres cargas puntuales iguales de $3 \times 10^{-7} [C]$ colocadas en los vértices de un triángulo equilátero con $1[m]$ de lado. ¿Cuál es la energía del sistema?
20. Encuentre la energía de un cascarón esférico uniformemente cargado con carga total q y de radio R .
21. Considere dos cascarones esféricos concéntricos, de radios a y b . Suponga que el cascarón interior tiene una carga q , y que el exterior una carga $-q$ (ambas distribuidas uniformemente sobre la superficie). Calcule la energía de esta configuración.