

Atmósferas Estelares

Mauro Jélvez

June 2024

Campos de Radiación

La luz que vemos emerger de una estrella proviene de las capas externas. La temperatura, densidad y composición de las capas externas determinan las características del espectro estelar.

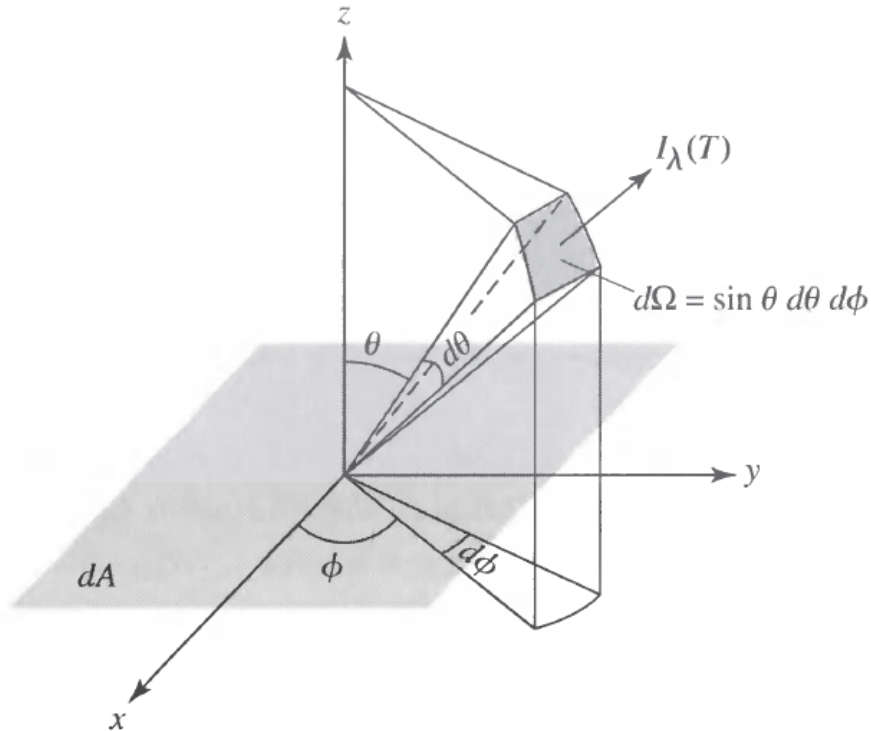
$$E_\lambda = I_\lambda dt dA \cos \theta d\Omega$$

$$E_\lambda d\lambda = I_\lambda d\lambda dt dA \cos \theta d\Omega = I_\lambda d\lambda dt dA \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

Intensidad Específica

$E_\lambda d\lambda$: Energía que pasa a través de un ángulo sólido desde un punto en la superficie, en un momento dado, en una dirección θ , con longitud de onda entre λ y $\lambda + d\lambda$.

$$I_\lambda = \frac{\partial I}{\partial \lambda} = \frac{E_\lambda d\lambda}{d\lambda dt dA \cos \theta d\Omega}$$



La intensidad específica varía con la dirección.

Intensidad media

La encontramos al integrar la intensidad específica en todas las direcciones (ángulo sólido), y dividiendola por 4π

$$\langle I_\lambda \rangle = \frac{1}{4\pi} \int I_\lambda d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\lambda \sin \theta d\theta d\phi$$

Para un campo isotrópico (misma intensidad en todas las direcciones)

$$\langle I_\lambda \rangle = I_\lambda$$

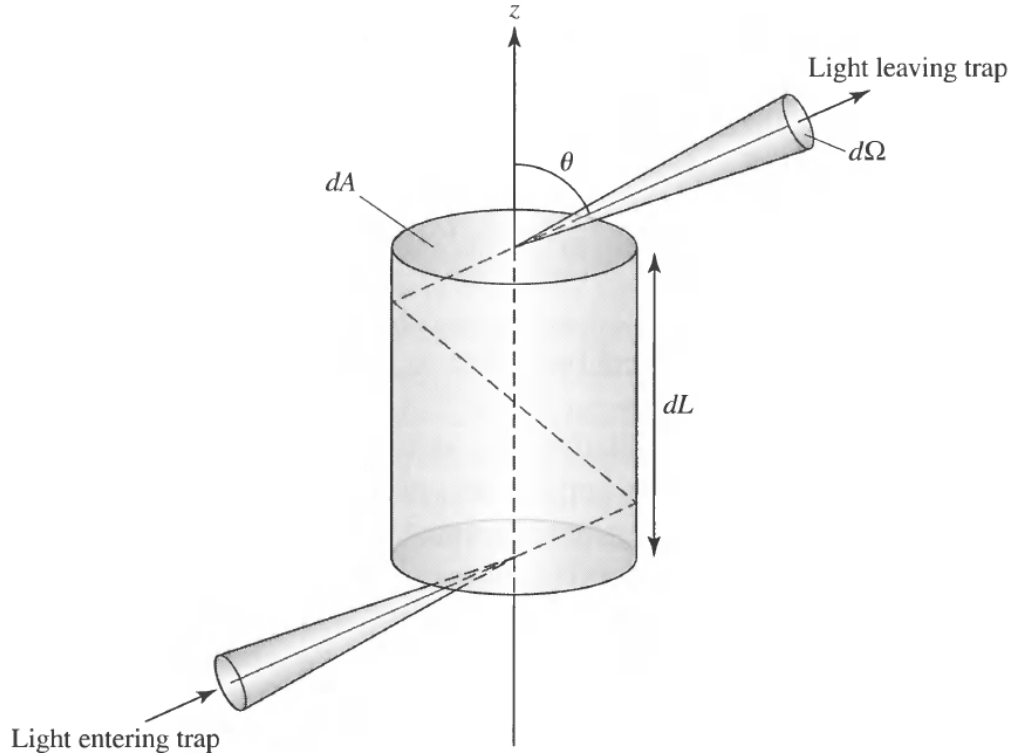
La radiación de cuerpo negro es isotrópica:

$$\langle I_\lambda \rangle = B_\lambda$$

Densidad de Energía Específica

La definimos como la energía por unidad de volumen teniendo una longitud de onda entre λ y $\lambda + d\lambda$. Podemos encontrarla dividiendo $E_\lambda d\lambda$ por $dV = dL dA$ e integrando sobre todas las direcciones, obtenemos:

$$u_\lambda d\lambda = \frac{1}{c} \int I_\lambda d\lambda d\Omega = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\lambda d\lambda \sin \theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{c} \langle I_\lambda \rangle d\lambda$$



Para un campo de radiación isotrópica, $u_\lambda d\lambda = \left(\frac{4\pi}{c}\right) I_\lambda d\lambda$, y para la radiación de cuerpo negro,

$$u_\lambda d\lambda = \frac{4\pi}{c} B_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda.$$

Para la radiación de cuerpo negro ($I_\lambda = B_\lambda$), la Ec. de Energía de Planck muestra que

$$u = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \frac{4\sigma T^4}{c} = aT^4$$

Donde:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Flujo Radiativo Específico

Tendremos que $F_\lambda d\lambda$ es la energía neta que pasa a través de un área cada segundo en dirección al eje z.

$$F_\lambda d\lambda = \int I_\lambda d\lambda \cos \theta d\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda d\lambda \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi. \quad (1)$$

Para un campo isotrópico tendremos $F_\lambda = 0$

Presión de Radiación

Como sabemos un fotón lleva una energía E_λ , según la relatividad sabemos que aunque no tenga masa, puede llevar un momentum $p = E/c$ lo cual puede ejercer una **presión de radiación** la cual será:

Relfexión

$$P_{\text{rad},\lambda} d\lambda = \frac{2}{c} \int_{\text{sphere}} I_\lambda d\lambda \cos^2 \theta d\Omega = \frac{2}{c} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_\lambda d\lambda \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2)$$

Transmisión

$$P_{\text{rad},\lambda} d\lambda = \frac{1}{c} \int_{\text{sphere}} I_\lambda d\lambda \cos^2 \theta d\Omega = \frac{1}{c} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda d\lambda \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi. \quad (3)$$

Tendremos que para un campo isotrópico de radiación:

$$P_{\text{rad},\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{3c} I_\lambda d\lambda$$

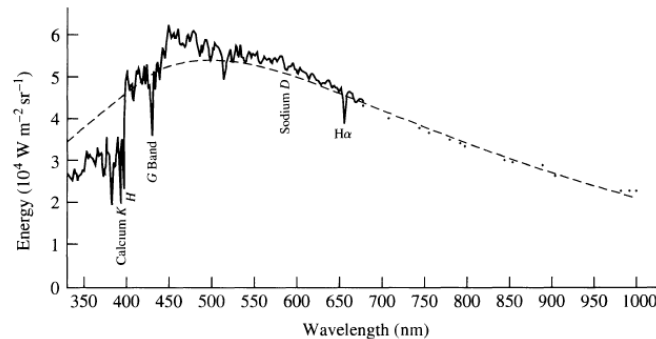
Para la radiación de cuerpo negro:

$$P_{\text{rad}} = \frac{4\pi}{3c} \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \frac{4\sigma T^4}{3c} = \frac{1}{3} aT^4 = \frac{1}{3} u. \quad (4)$$

Por lo tanto, la presión de radiación del cuerpo negro es un tercio de la densidad de energía. (Para comparar, la presión de un gas ideal monoatómico es dos tercios de su densidad de energía.)

Opacidad Estelar

Aproximamos atmósferas estelares como cuerpos negros, pero la radiación se desvía debido a las líneas de absorción removidas del espectro continuo. La disminución de intensidad producida por la densa serie de líneas de absorción metálicas es llamada efecto **line blanketing**, en algunas longitudes de onda específicas puede incluso haber contribución al flujo.



Temperatura Efectiva

Se obtiene de la ley de Stefan-Boltzmann, es la temperatura a una altura particular en la estrella, suele ser usada para una descripción global de la temperatura:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Temperatura de Excitación

Definido por la ecuación de Boltzmann. la cual describe el comportamiento de un sistema fuera de equilibrio termodinámico, en el cual un gas caliente y denso, sus átomos experimentan constantemente colisiones entre sí, lo que lleva a la excitación a los diferentes niveles de energía posibles.

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

Temperatura de Ionización

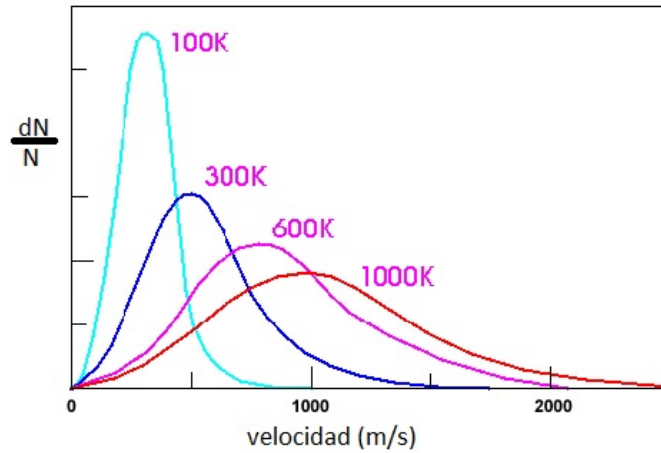
Definida por la ecuación de Saha, la cual describe el grado de ionización de cualquier gas en equilibrio termodinámico. La cual nos dice que a medida que aumenta la temperatura, también lo hace la probabilidad de que los átomos se ionizen, a altas temperaturas la mayoría de los átomos puede estar ionizados.

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2kT Z_{i+1}}{P_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT} \quad (5)$$

Temperatura cinética

La encontramos de la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann

$$n_v dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv \quad (6)$$



Color Temperature

Se obtiene ajustando la forma del espectro continuo de una estrella a la función de Planck

Equilibrio Termodinámico

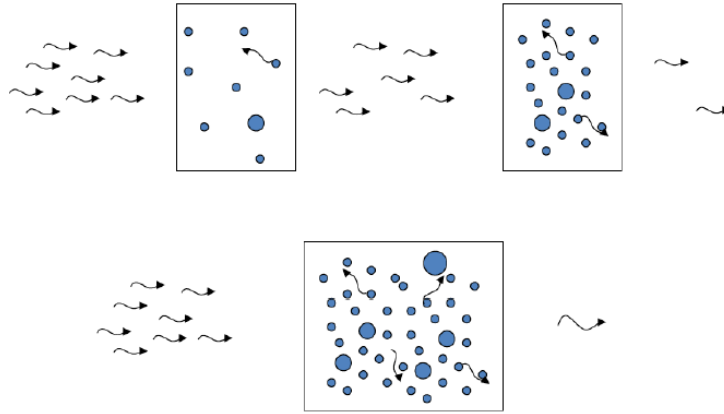
Cada proceso como la absorción de fotones está equilibrado por un proceso inverso como la emisión de fotones.

Equilibrio Termodinámico Local (LTE)

Una estrella difícilmente puede estar en equilibrio termodinámico. Hay un flujo de energía hacia afuera con temperatura $T = T(R)$. Sin embargo, si la distancia donde la temperatura cambia es grande en comparación con los caminos libres medios de partículas y fotones, entonces hay LTE en esa región.

Fotósfera: Capa del sol donde los fotones pueden escapar libremente al espacio.

¿De qué depende la cantidad de fotones que logran atravesar un gas?: Distancia viajada, densidad del gas y el área donde interaccionan las partículas.



Opacidad

Cualquier proceso que remueva fotones será incluido en la definición de **absorción**, tales como absorción atómica, efecto Compton, transiciones moleculares. El cambio en la intensidad dI_λ es proporcional a su intensidad I_λ , la distancia viajada ds y la densidad del gas ρ :

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I_\lambda ds$$

Esta relación nos dice que la intensidad decrece con la distancia debido a la absorción de fotones.

La cantidad κ_λ es llamada opacidad o coeficiente de absorción. Se define como la sección transversal por fotones de longitud de onda λ por unidad de masa, tiene unidades de $m^2 kg^{-1}$. Generalmente la opacidad de un gas suele ser función de su composición, densidad y temperatura.

Camino libre medio

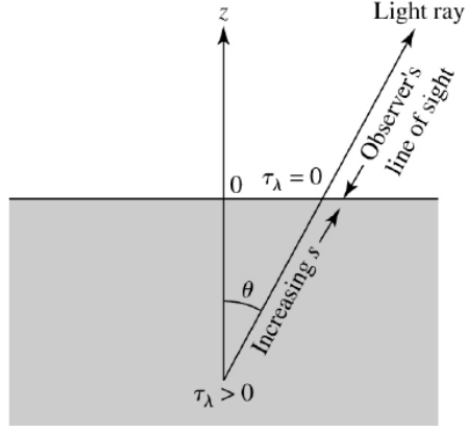
Para fotones dispersados su distancia característica l es su camino libre medio.

$$l = \frac{1}{\kappa_\lambda \rho}$$

Profundidad Óptica

Diferencia de profundidad óptica a través de un camino de longitud ds

$$d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho ds$$



$$\Delta\tau_\lambda = \tau_{\lambda,\text{final}} - \tau_{\lambda,\text{init}} = - \int_0^s \kappa_\lambda \rho ds \quad (7)$$

Las capas exteriores de la estrella tienen $\tau_\lambda = 0$.

Después de salir de la estrella, la luz viaja sin impedimentos hacia el observador.

Por lo tanto, $\tau_\lambda = 0$ da la profundidad óptica inicial de un rayo de luz que ha viajado una distancia s para alcanzar la parte superior de la fotosfera.

$$0 - \tau_{\lambda,0} = - \int_0^s \kappa_\lambda \rho ds \quad \Rightarrow \quad \tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda \rho ds \quad (8)$$

$$I_\lambda = I_{\lambda,\text{init}} e^{-\kappa_\lambda \rho s} = I_{\lambda,\text{init}} e^{-\tau_\lambda} \quad (9)$$

Para $\tau_\lambda \gg 1$ un haz de luz pasando a través de un volumen de gas pierde casi toda su intensidad inicial.



Para $\tau_\lambda \ll 1$ un haz de luz pasando a través de un volumen de gas logra llegar con casi toda su intensidad inicial.



Un gas puede ser ópticamente grueso para ciertas longitudes de onda y ópticamente delgada para otras longitudes de onda. Por ejemplo la atmósfera de la Tierra es ópticamente delgada a longitudes de onda de luz visible, pero ópticamente gruesa para longitudes de onda ultravioleta.

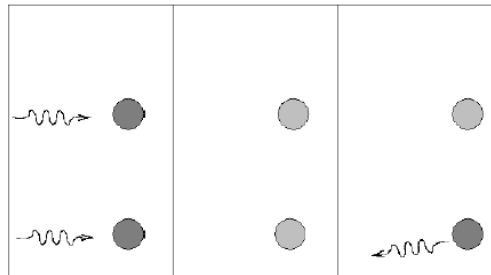
Fuentes de Opacidad

Puede surgir de interacciones de fotones con partículas (átomos, iones, electrones libres).

- Si la opacidad cambia lentamente con la longitud de onda, crea una forma de espectro continuo.
- Si hay cambios rápidos de opacidad debido a absorciones atómicas y crea líneas espectrales.

Bound-bound transitions

Ocurren cuando un electrón o ión hace una transición desde un orbital a otro (Excitación). Estas transiciones ocurren cuando un electrón logra capturar un fotón de una energía específica para subir de nivel orbital creando así líneas de absorción, y las líneas de emisión se crean cuando después de un tiempo de decaimiento el electrón decae a un orbital menor.

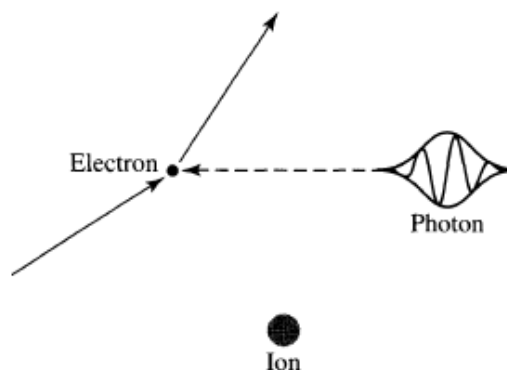


Bound-free absorption

También conocida como fotoionización, ocurre cuando un fotón incidente tiene suficiente energía para ionizar un átomo, esto quiere decir que el fotón logra remover un electrón de un átomo y dejándolo libre, esta es una fuente de opacidad continua.

Free-free absorption: Scattering

Es un proceso de dispersión, esto toma lugar cuando un electrón libre en la vecindad de un ión absorbe un fotón, causando que la velocidad del electrón aumente. Este mecanismo puede ocurrir para rangos continuos de longitudes de onda.

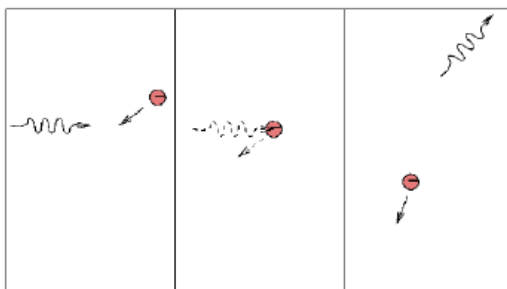


Free-free emission: Braking Radiation

Esto es lo inverso a ff absorption. Ocurre cuando un electrón pasa cerca de un ión, este puede perder energía cinética y emitir fotones, esto contribuirá al espectro continuo.

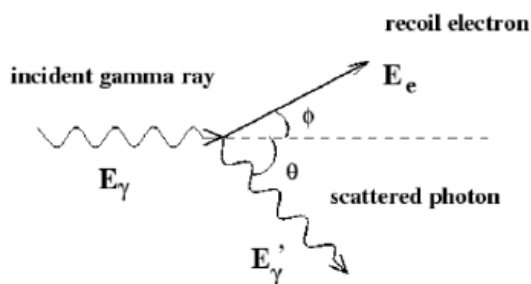
Electron scattering: Thompson scattering

Cuando un fotón pasa cerca de un electrón, el electrón puede absorber energía y oscilar en el campo electromagnético del fotón.



Compton Scattering

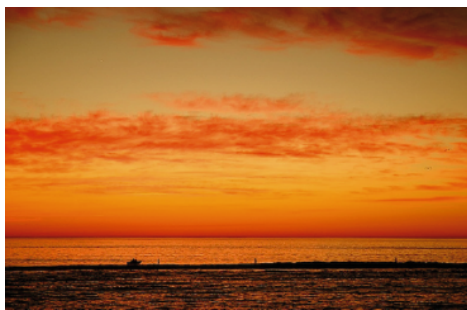
Un fotón puede ser dispersado cuando pasa cerca de un electrón débilmente unido a un átomo. Esto ocurre cuando un haz de radiación con alta energía donde la longitud de onda del fotón es mucho más pequeña que el tamaño del átomo.



El cambio en la energía del fotón es muy pequeña, pero la dirección también ha cambiado, reduciendo el número de fotones en el haz.

Rayleigh scattering

Cuando un fotón con longitud de onda mucho más grande que el tamaño del átomo, los fotones se someten a Rayleigh scattering. El área transversal para Rayleigh scattering es mucho más pequeña que Thompson scattering y proporcional a $1/\lambda^4$, así que decrece con el aumento de la longitud de onda de los fotones.

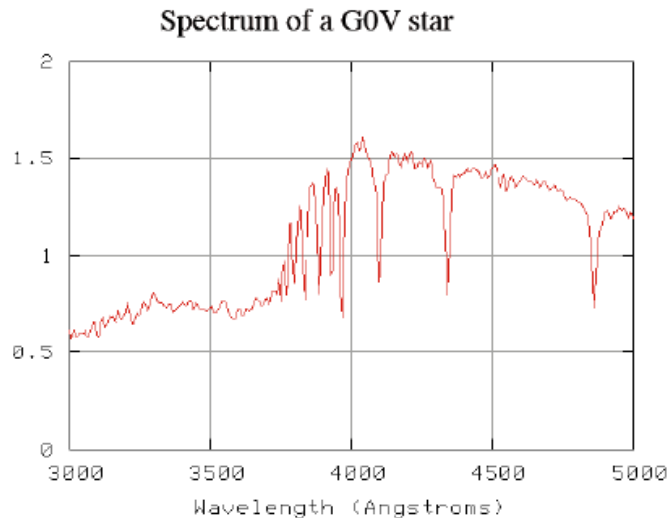


La luz azul se dispersa más eficientemente que la luz roja, Vemos el cielo azul cuando el Sol está sobre nosotros, pero se requiere una gran profundidad óptica para ver dispersarse la luz roja.

Balmer Jump

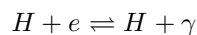
El Balmer jump se refiere a un aumento abrupto en la opacidad y la absorción del continuo espectral alrededor de una longitud de onda específica, cerca de 364.6 nanómetros (nm), que es el límite de la serie de Balmer.

La serie de Balmer corresponde a transiciones de electrones en el átomo de hidrógeno desde niveles de energía más altos ($n \geq 3$) al segundo nivel de energía ($n = 2$). Estas transiciones producen líneas espectrales en el rango visible del espectro electromagnético.



A longitudes de onda justo más cortas que 364.6 nm, los fotones tienen suficiente energía para ionizar el hidrógeno neutral, es decir, pueden excitar electrones desde el nivel $n = 2$ del hidrógeno a un estado no ligado (ionización). Esta ionización aumenta la opacidad porque hay más absorción de fotones en esa región del espectro. Este incremento en la absorción provoca un "salto" en el continuo espectral.

La principal fuente de opacidad continua en las atmósferas de estrellas más tardías a $F0V$ es la fotoionización de H



En estrellas tipo A y B, la fotoionización del hidrógeno (b-f) y f-f absorption son las fuentes principales de opacidad.

En estrellas tipo O, la mayoría del hidrógeno es ionizado, por lo tanto el electron scattering se vuelve más importante, y la fotoionización del helio contribuye a la opacidad.

$$\kappa_{\lambda} = \kappa_{\lambda,bb} + \kappa_{\lambda,bf} + \kappa_{\lambda,ff} + \kappa_{\lambda,es} + \kappa_{\lambda,H^-}$$

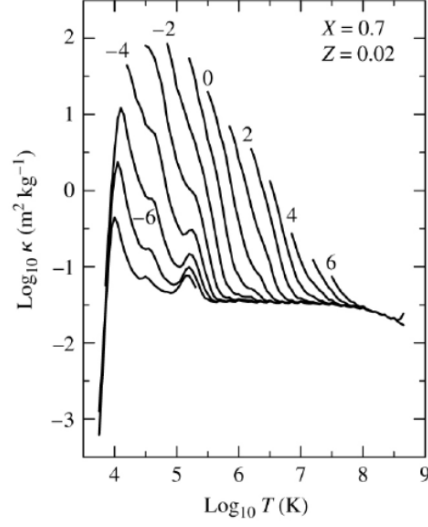
La opacidad total es la suma de las opacidades individuales, algunos aportando más que otros dependiendo del tipo de estrella. No depende solo de la longitud de onda, también de la composición, densidad y temperatura.

Opacidad media de Rosseland

Es la opacidad promediada de todas las longitudes de onda, incluye composición, densidad y temperatura.

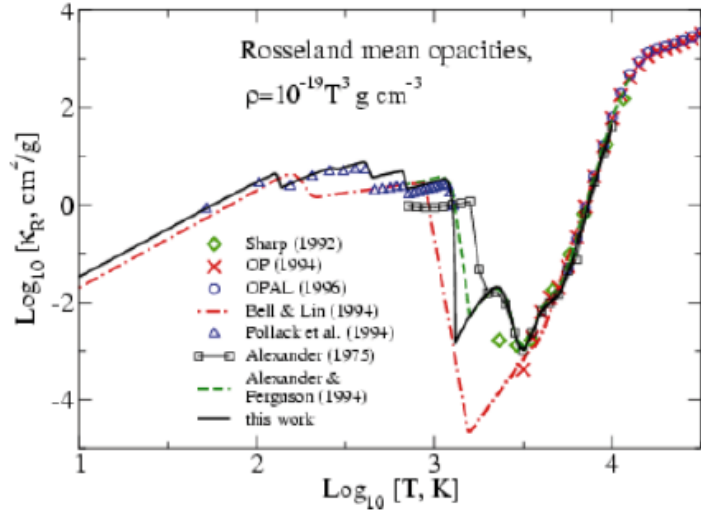
$$\frac{1}{\langle k \rangle} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\nu}} \frac{\partial B_{\nu}(T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{\partial B_{\nu}(T)}{\partial T} d\nu}$$

A densidad constante, aumenta bruscamente de 5000K a 10,000K a medida que aumenta el número de electrones (ionización de H).



Pasado el peak de los 10000K, el declive de la opacidad es debido a las absorciones b-f y f-f.

A temperaturas más frías, la fuente de opacidad es dominada por moléculas.



Transferencia Radiativa en Estrellas

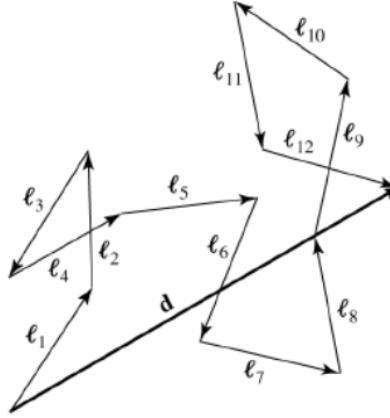
Este tipo de transferencia en una estrella es relativamente ineficiente. Para un camino aleatorio, el desplazamiento viene descrito por el tamaño de los pasos (mfp) y el número de pasos.

$$d = l\sqrt{N}$$

$$d = \tau l = l\sqrt{N}$$

$$\tau^2 = N$$

Para $\tau_\lambda \gg 1$, el número promedio de pasos es aproximadamente τ_λ^2 . Cerca de la superficie, $\tau_\lambda = 2/3$, el número promedio de pasos es 1. Esta es la definición de la fotosfera.



Cuando miramos una estrella, siempre la vemos con una profundidad óptica de $\tau_\lambda \approx 2/3$. La profundidad óptica es proporcional a la longitud del camino.

Gradiente de presión de radiación

La presión de radiación en la atmósfera de una estrella es la presión ejercida por la radiación emitida desde el interior de la estrella hacia el exterior. En una atmósfera estelar, el gradiente de presión de radiación se refiere a la variación de esta presión con la altura o la profundidad en la atmósfera.

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa}\rho}{c}F_{rad}$$

La opacidad del material en la atmósfera estelar (cómo el material absorbe y dispersa la radiación) también juega un papel importante en el gradiente de presión de radiación. La cantidad de energía que se transporta por radiación depende de la opacidad, y esto afecta el gradiente de presión de radiación.

Coefficiente de Emisión: j_λ

Para solamente la emisión, el incremento en la intensidad de un haz es proporcional a la longitud del camino ds y la densidad del gas:

$$dI_\lambda = j_\lambda \rho ds$$

j_λ tiene unidades de $m^{-3}sr^{-1}$ El cambio total en la intensidad es :

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I ds + j_\lambda \rho ds$$

El primer término es para la absorción y el segundo para la emisión. Este proceso completo determina cómo rápido cambia la intensidad de la luz.

Definiremos una nueva función llamada función fuente:

$$S_\lambda = \frac{j_\lambda}{\kappa_\lambda}$$

La función fuente es el ratio de los coeficientes de absorción y emisión. Describe como los fotones viajan entre los removidados y reemplazados, tiene las mismas unidades que la intensidad.

Ecuación de transferencia radiativa

$$-\frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda \rho ds} = I_\lambda - S_\lambda$$

Si la intensidad de la luz no varía $\rightarrow I_\lambda = S_\lambda$

Si la intensidad de la luz es más grande que la función fuente, entonces $I_\lambda > S_\lambda$ y dI/ds es negativo. Los fotones emitidos no pueden seguir el ritmo de los fotones absorbidos.

Si la intensidad de la luz es menor a la función fuente entonces $I_\lambda < S_\lambda$ y dI/ds es positivo y hay más fotones emitiéndose.

Caso especial de radiación de cuerpo negro

Sabemos que el campo de radiación puede ser descrito por la función de Planck:

$$I_\lambda = B_\lambda$$

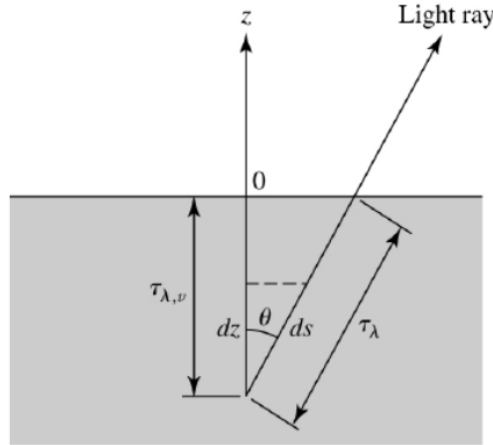
Debido a $dI_\lambda/ds = 0 \rightarrow S_\lambda = B_\lambda$ Por lo que la función fuente también puede ser descrita por la función de Planck pero solamente para cuando hay equilibrio termodinámico.

Tendremos que profundo en la atmósfera donde $\tau_\lambda \gg 1$ el camino medio de un fotón será tomado como mínimo τ_λ^2 pasos para llegar a la superficie.

$$I = I_0 e^{-\kappa \rho s} + S(1 - e^{-\kappa \rho s})$$

La suposición de una atmósfera de planos paralelos.

Debemos reescribir la ecuación de transferencia en términos de profundidad óptica τ_λ



Tendremos que:

$$\tau_\lambda = \frac{\tau_{\lambda,vert}(z)}{\cos \theta}$$

Lo que nos lleva a:

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = I_\lambda - S_\lambda \Rightarrow \cos \theta \frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda,vert}} = I_\lambda - S_\lambda$$

Para atmósferas grises: λ es independiente de la opacidad $\kappa_\lambda \rightarrow \bar{\kappa}$ y planos paralelos tendremos:

$$\frac{dF_{rad}}{d\tau_v} = 4\pi(\langle I \rangle - S)$$

Otra relación de utilidad puede ser:

$$\frac{dP_{rad}}{d\tau_v} = \frac{1}{c} F_{rad}$$

Y en coordenadas esféricas:

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = \frac{\bar{\kappa}\rho}{c} F_{rad}$$

Equilibrio: No hay flujo neto en el campo de radiación. El flujo radiativo debe tener el mismo valor en cada nivel de la atmósfera, incluyendo la superficie.

$$F_{rad} = \sigma T^4 \rightarrow \frac{dF_{rad}}{d\tau_v} = 0$$

Por lo que tendremos que para una atmósfera gris y plano-paralela:

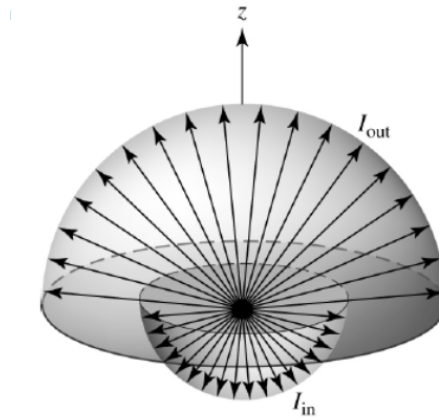
$$\langle I \rangle = S$$

Podemos obtener una relación para la presión de radiación en función de la profundidad óptica vertical.

$$P_{rad} = \frac{1}{c} F_{rad} \tau_v + C$$

Aproximación de Eddington

En todo punto de la atmósfera existe una intensidad dentro y otra intensidad afuera. Tendremos que I_{in} y I_{out} varían con la profundidad en la atmósfera y $I_{in} = 0$ en la cima de la atmósfera.



$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} (I_{out} + I_{in})$$

$$F_{rad} = \pi (I_{out} - I_{in})$$

$$P_{rad} = \frac{2\pi}{3c} (I_{out} + I_{in}) = \frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{1}{c} F_{rad} \tau_v + \frac{2}{3c} F_{rad}$$

El último término es debido a la condición de contorno $I_{in} = 0$

Tendremos la temperatura en función de la profundidad óptica vertical en una atmósfera plano-paralela gris:

$$T^4 = \frac{3}{4} T_e^4 \left(\tau_v + \frac{2}{3} \right)$$

¿Cuándo $T = T_e$? Para $\tau_v = 2/3$

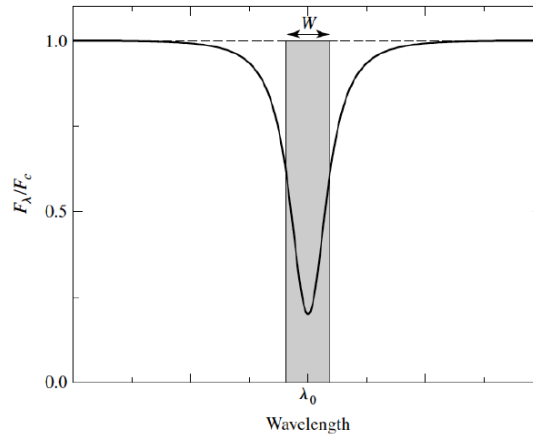
Perfiles de líneas espectrales

Definiremos la profundidad de una línea como:

$$\frac{F_c - F_\lambda}{F_c}$$

Una característica de las líneas es el ancho equivalente:

$$W = \int \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda$$



Las líneas espectrales pueden ser ópticamente gruesas o delgadas. En el caso mostrado aquí son ópticamente delgadas porque el flujo no ha sido completamente bloqueado en ninguna longitud de onda.

La opacidad κ_λ es más grande en el centro de la línea. Las líneas del centro se forman en las regiones más frías como las exteriores, y las alas de la línea se forman en las regiones más profundas y calientes.

¿A qué profundidad óptica se forma el continuo? $\rightarrow \tau_\lambda = 2/3$

Procesos que ensanchan las líneas espectrales

Ensanchamiento Natural

Debido al principio de incertidumbre de Heisenberg, una órbita no puede tener una longitud de onda específica.

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \left(\frac{1}{\Delta t_i} + \frac{1}{\Delta t_f} \right)$$

Ensanchamiento Doppler

Los átomos en un gas tienen una distribución Maxwell-Boltzmann para sus velocidades, dependiendo de su temperatura, de forma que a mayor temperatura mayor ensanchamiento:

Ecuación no relativista

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Velocidad más probable según MB

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Ensanchamiento por presión y colisiones

Perturbaciones en los orbitales atómicos durante las colisiones o por campos eléctricos o un gran numero de de encuentros cercanos.

$$\Delta t_0 \approx \frac{l}{v} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2kT/m}}$$

Y finalmente:

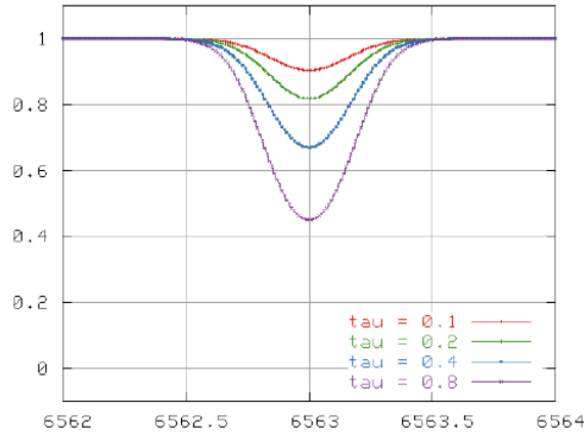
$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\pi \Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Las líneas espectrales son ensanchadas por varios mecanismo. El total de todo el perfil de líneas se llama perfil de Voigt. Para calcular el perfil de líneas descrito por una curva de crecimiento depende de:

- Temperatura
- Densidad
- Opacidad

Caso I: Ensanchamiento Doppler

A $\tau = 0.1$ la mayoría de los fotones escapan después de ser dispersados o absorbidos. ($\tau = -\kappa\rho ds$)

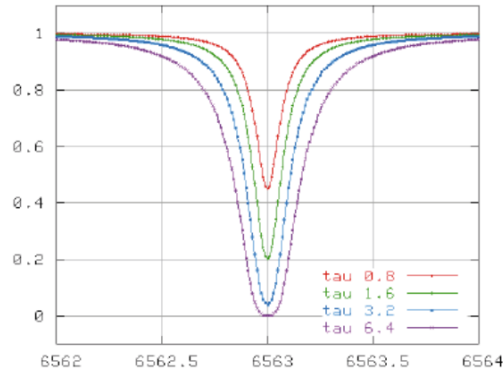


Aumentando la profundidad óptica, más fotones son absorbidos.

Caso II: Ensanchamiento por presión

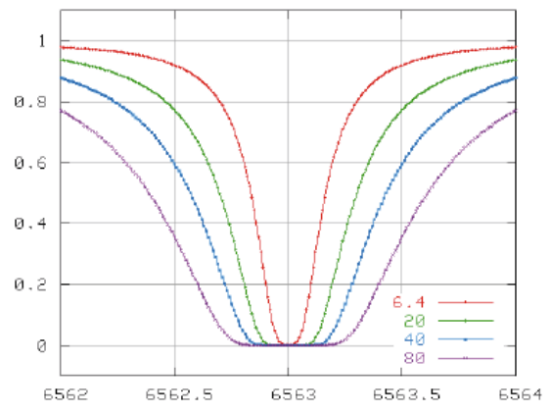
Tendremos que a largas distancias del centro de la línea:

$$\tau \propto \frac{1}{(\lambda - \lambda_0)^2}$$

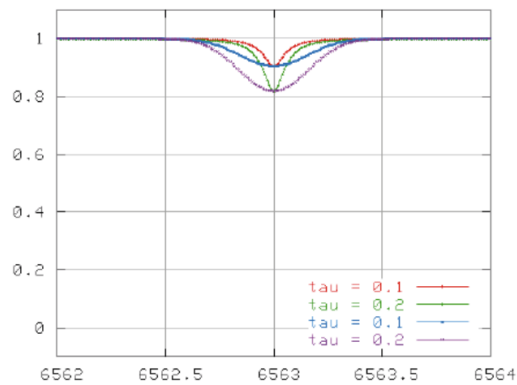


Al no ser exponencial, las líneas crecen más lentamente que en comparación a ensanchamiento termal (Doppler) y tiene alas más amplias.

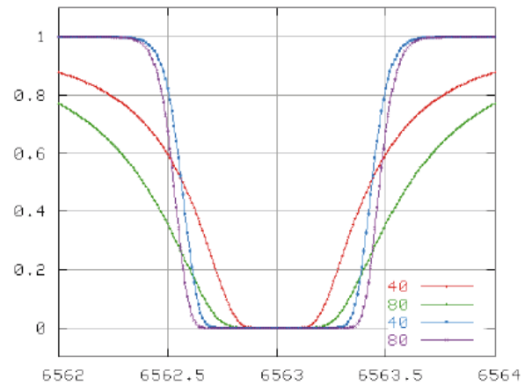
Para profundidades ópticas muy grandes tendremos:



Comparemos los ensanchamientos termales (azul, púrpura) con ensanchamiento por presión (verdes, roja) en pequeñas profundidades ópticas.



Ahora para profundidades ópticas grandes:



Curva de crecimiento

Cuando hay pocos absorbentes, la profundidad óptica es pequeña $\rightarrow W \propto N$

Después de la línea se satura (cuando $\tau > 5$ o igual), las alas producidas por ensanchamiento Doppler cambian de a poco mientras el número de átomos crece $\rightarrow W \propto \sqrt{\ln N}$

Las alas debido al ensanchamiento por colisiones abruman las alas Doppler, aunque el término de colisión es mucho más pequeño cerca del centro de la línea $\rightarrow W \propto \sqrt{N}$

