

Reflexión, Refracción y Polarización

Question 1. Utilizando la ley de Snell, derive la regla de refracción para una superficie completamente esférica de radio de curvatura R muy grande :

$$(1) \quad \frac{n_2}{x_2} + \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Donde x_1 es la distancia desde la fuente de los rayos de luz a la superficie y x_2 es la distancia de la superficie al punto en el cual convergen. Considere que n_1 es el índice de refracción del exterior y n_2 es el índice de refracción del material con el que está hecha la esfera.

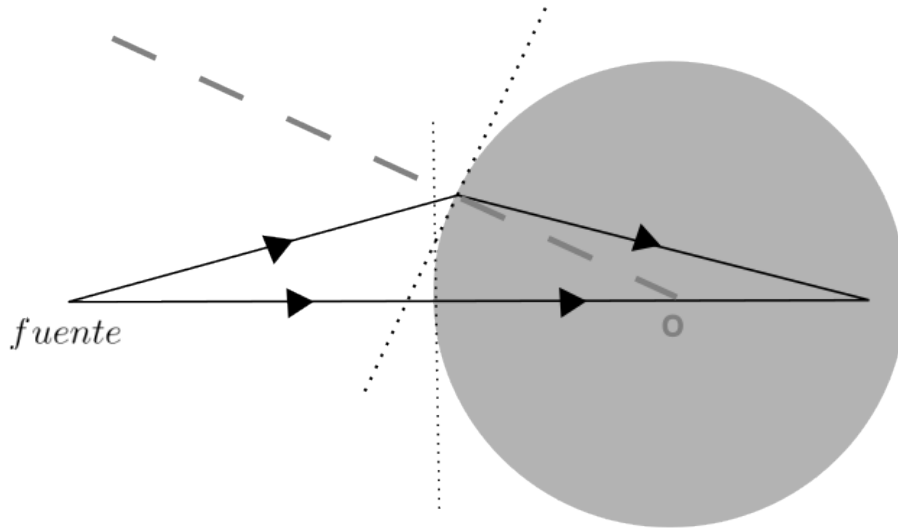


FIGURE 1. Diagrama de refracción en una superficie esférica

Question 2. Obtenga el índice de refracción de un material dieléctrico para una onda electromagnética plana monocromática de frecuencia ω , modelando la materia como un grupo de electrones oscilantes sin amortiguación con densidad N (número de electrones por volumen). Usando la ley de Snell, muestre que el ángulo de refracción depende de la frecuencia de la radiación electromagnética. Utilice esto para explicar el orden de los colores de un haz de luz blanca que se descompone en un prisma.

Question 3. Considere una onda polarizada elípticamente que penetra desde el vacío en un material de índice de refracción n con un ángulo de incidencia θ . Este campo puede ser escrito como:

$$(2) \quad \vec{E}_0(\vec{r}, t) = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \hat{s} + 2E_0 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \hat{p}$$

Donde E_0 es una constante, \hat{s} un vector unitario perpendicular al plano de incidencia y \hat{p} uno paralelo a este mismo, tal que $\hat{s} \times \hat{p} = \hat{k}$ donde \hat{k} representa la dirección hacia donde se propaga la onda. Escriba el campo electromagnético refractado en términos de los vectores \hat{p}_t y \hat{s}_t de la onda refractada. ¿Como se relacionan estos vectores \hat{p}_t y \hat{s}_t con los vectores de polarización incidentes \hat{p} y \hat{s} ?

Question 4. Para un espejo esférico de radio R como el de la figura, muestre que un rayo que llega desde muy lejos paralelo a un ángulo φ de este, convergerá a una distancia f desde la superficie igual a:

$$(3) \quad f(\varphi) = \frac{R}{2}(2 - \cos \varphi)$$

¿Qué sucede para ángulos pequeños?

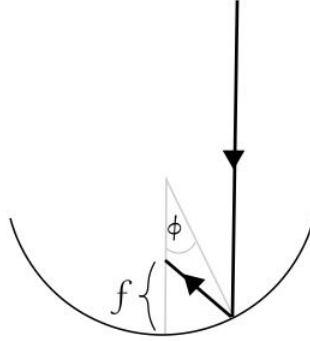


FIGURE 2. Diagrama de un espejo esférico de radio R

Question 5. Considere un espejo parabólico como el de la figura que puede ser descrito por la ecuación:

$$(4) \quad y = \frac{x^2}{4f}$$

Muestre que cualquier rayo vertical que llega a cualquier punto del espejo parabólico, se reflejará en dirección a un punto único a una distancia vertical f desde el origen. Se sugiere seguir los siguientes pasos:

- 1) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular en cualquier punto (x_0, y_0) de la parábola. Esta recta corresponde al *eje de reflexión*. Recuerde que la pendiente m_p de una recta perpendicular a otra de pendiente m está dada por:

$$(5) \quad m_p = -\frac{1}{m},$$

- 2) Recordando la fórmula del ángulo θ entre dos rectas de pendientes m_1 y m_2 :

$$(6) \quad \tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2},$$

exprese el ángulo que forma este eje de reflexión con un rayo vertical, el cual puede ser descrito por la recta $x = x_0$. Este ángulo corresponde al *ángulo de incidencia* θ_I .

- 3) Utilizando la ley de Snell para la reflexión $\theta_R = \theta_I$, encuentre la ecuación de la recta para el *rayo reflejado*. Primero encuentre su pendiente con la fórmula (7) y luego exija que esta recta pase por el punto (x_0, y_0) de la parábola.
- 4) Compruebe que la intersección de la recta del rayo reflejado y el eje $x = 0$ es igual a f , independiente de los valores de x_0 e y_0

Argumente explícitamente los pasos que siguió al desarrollar los ejercicios

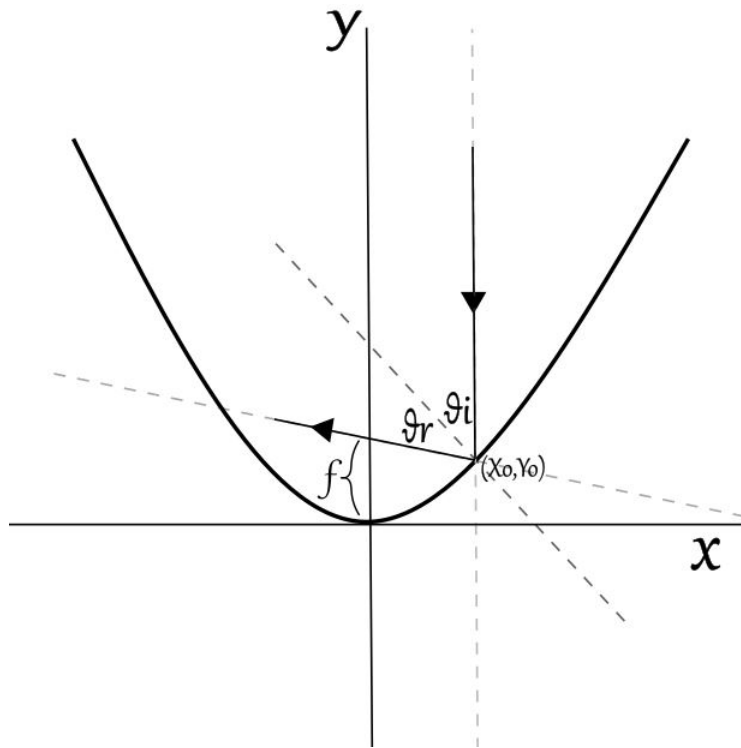


FIGURE 3. Diagrama de un espejo parabólico de foco f