

# Clase nº39

## Cálculo II

Universidad de Valparaíso  
Profesor: Juan Vivanco

6 de Diciembre 2021

## Objetivo de la clase

- ▶ Determinar la serie de Taylor de una función.

# Series de Taylor

## Ejemplo 51

La serie geométrica.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} x^n, \quad |x| < 1.$$

# Series de Taylor

## Ejemplo 52

Muestre que

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}, \quad -1 < x < 1.$$

# Series de Taylor

## La serie de seno

$$\sin x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

## La serie binomial

$$(1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} x^n, \quad |x| < 1.$$

# Series de Taylor

## Ejemplo 53

Muestre que

$$\sin x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad x \in \mathbb{R}$$

# Series de Taylor

## Ejemplo 54

Sea  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ . Encuentre la serie de Maclaurin de  $f$ .

# Series de Taylor

## Ejemplo 55

Sea  $f(x) = e^{-3x}$ .

- a) Determina de forma explícita el polinomio de Taylor y la serie formal de Taylor de  $f$  centrada en  $a = 3$ .
- b) Encuentre el radio de convergencia de la serie formal de Taylor.



# Series de Taylor

## Ejemplo 56

Determine la serie de  $f(x) = \cos(3x)$  usando una sustitución apropiada.

# Series de Taylor

## Ejemplo 57

Determine la serie de  $f(x) = \ln(1 + 2x)$  usando una sustitución apropiada.

# Series de Taylor

## Ejercicios propuestos

1. Muestre que

a)

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} x^n dx = n!.$$

b)

$$\int_0^1 \ln^n x dx = (-1)^n n!.$$

2. Muestre que

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}, \quad -1 < x \leq 1,$$

utilizando el polinomio de Taylor, y comprobando que  $R_n(x, a) \rightarrow 0$ , cuando  $n \rightarrow \infty$ .

# Series de Taylor

## Ejercicios propuestos

3. Determine si la siguiente series es o no convergente

$$\int_2^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

4. Determine el radio e intervalo de convergencia de

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2(x+2)^n}{n+1}.$$

## Bibliografía

	<b>Autor</b>	<b>Título</b>	<b>Editorial</b>	<b>Año</b>
1	Stewart, James	Cálculo de varias variables: trascendentes tempranas	México: Cengage Learning	2021
2	Burgos Román, Juan de	Cálculo infinitesimal de una variable	Madrid: McGraw-Hill	1994
3	Zill Dennis G.	Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones	Thomson	2007
4	Thomas, George B.	Cálculo una variable	México: Pearson	2015

Puede encontrar bibliografía complementaria en el programa.