Formulario

Mauro Jélvez

August 29, 2025

Campo de Radiación

$$E_\lambda\, d\lambda = I_\lambda\, d\lambda\, dt\, dA\, \cos\theta\, d\Omega = I_\lambda\, d\lambda\, dt\, dA\, \cos\theta\, \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

Intensidad Específica

$$I_\lambda = \frac{\partial I}{\partial \lambda} = \frac{E_\lambda\, d\lambda}{d\lambda\, dt\, dA\, \cos\theta\, d\Omega}$$

Intensidad Media

$$\langle I_\lambda \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_\lambda\, \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

Para un campo isotrópico (misma intensidad en todas las direcciones)

$$\langle I_\lambda \rangle = I_\lambda$$

La radiación de cuerpo negro es isotrópica:

$$\langle I_\lambda \rangle = B_\lambda$$

Densidad de Energía Específica

$$u_\lambda\, d\lambda = \frac{4\pi}{c} \langle I_\lambda \rangle\, d\lambda$$

Para cuerpo negro:

$$u = aT^4$$

Flujo radiativo Específico

$$F_\lambda d\lambda = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda d\lambda \cos\theta \sin\theta\, d\theta\, d\phi. \tag{1}$$

Para un campo isotrópico tendremos $F_\lambda = 0$

Presión de Radiación:Reflexión

$$P_{\mathrm{rad},\lambda}\, d\lambda = \frac{2}{c} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_\lambda\, d\lambda\, \cos^2\theta\, \sin\theta\, d\theta\, d\phi. \tag{2}$$

Presión de Radiación:Transmisión

$$P_{rad,\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{3c} I_\lambda d\lambda$$

Para cuerpo negro $P = \frac{1}{3}u$ **Luminosidad**

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

Temperatura de excitación

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

Temperatura de ionización

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2kTZ_{i+1}}{P_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT} \tag{3}$$

Temperatura cinética

$$n_v dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv \tag{4}$$

Opacidad

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I_\lambda ds$$

Camino libre medio

$$l = \frac{1}{\kappa_\lambda \rho}$$

Profundidad Óptica

$$d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho ds$$

Gradiente de presión de radación

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa}\rho}{c} F_{rad}$$

Función fuente

$$S_\lambda = \frac{j_\lambda}{\kappa_\lambda}$$

Ecuación de Transferencia radiativa

$$-\frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda \rho ds} = I_\lambda - S_\lambda$$

Plano-paralelas

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = I_\lambda - S_\lambda$$

$$\frac{dF_{rad}}{d\tau_v} = 4\pi(\langle I \rangle - S)$$

$$\frac{dP_{rad}}{d\tau_v} = \frac{1}{c} F_{rad}$$

$$\frac{dP_{rad}}{dr} = \frac{\bar{\kappa}\rho}{c} F_{rad}$$

Aproximación de Eddington

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2}(I_{out} + I_{in})$$

$$F_{rad} = \pi(I_{out} - I_{in})$$

$$P_{rad} = \frac{1}{c} F_{rad} \tau_v + \frac{2}{3c} F_{rad}$$

$$T^4 = \frac{3}{4} T_e^4 \left(\tau_v + \frac{2}{3} \right)$$

Ancho equivalente

$$W = \int \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda$$

Ensanchamiento Natural

$$\triangle\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\left(\frac{1}{\triangle t_i} + \frac{1}{\triangle t_f}\right)$$

Ensanchamiento Doppler

$$\frac{\triangle\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Ensanchamiento por presión

$$\triangle\lambda \approx \frac{\lambda^2}{c}\frac{n\sigma}{\pi}\sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Ecuación de Equilibrio Hidrostático

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M_r\rho}{r^2} = -\rho g$$

Integral de Presión

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty n_p p v dp$$

Ecuación de estado para Gas Ideal

$$P_g = nkT = \frac{\rho kT}{\mu m_H}$$

Ecuación de Conservación de la Masa

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2\rho$$

Peso molecular medio

$$\mu = \frac{\bar{m}}{m_H}$$

Peso molecular medio para un gas neutral

$$\frac{1}{\mu_n} = X + \frac{1}{4}Y + \left\langle\frac{1}{A}\right\rangle_n Z$$

Peso molecular medio de un gas ionizado

$$\frac{1}{\mu_i} \approx 2X + \frac{3}{4}Y + \left\langle\frac{1+z}{A}\right\rangle_i Z$$

Con

$$\left\langle\frac{1+z}{A}\right\rangle_i \approx \frac{1}{2}$$

Presión total

$$P_{tot} = \frac{\rho kT}{\mu m_H} + \frac{1}{3}aT^4$$

Gravitación Densidad constante:

$$\rho \approx \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$M_r \approx \frac{4}{3}\pi r^3\bar{\rho}$$

$$U_g \approx -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

$$E \approx -\frac{3}{10}\frac{GM^2}{R}$$

KH timescale

$$t_{KH} = \frac{\Delta E_g}{L_\odot}$$

Túnel mecánico cuántico

$$T_{classical} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{6\pi\epsilon_0 kr} \approx 10^{10} \text{ K}$$

$$T_{quantum} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4 \mu_m}{12\pi^2 \epsilon_0^2 h^2 k} \approx 10^7 \text{ K}$$

Nuclear cross section

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-bE^{-1/2}}$$

Tasa de reacciones nucleares

$$r_{ix} = \left(\frac{2}{kT}\right)^{3/2} \frac{n_i n_x}{(\mu_m \pi)^{1/2}} \int_0^\infty S(E) e^{-bE^{-1/2}} e^{-E/kT}$$

Gradiente de Luminosidad

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon$$

Energía de enlace por nucleón

$$E_b = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{núcleo}}]c^2$$

Gradiente de temperatura radiativa

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa}\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

Gradiente de temperatura adiabática

$$\frac{dT}{dr}|_{ad} = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\mu m_H}{k} \frac{GM_r}{r^2} = -\frac{g}{C_P}$$

Condición atmósfera estelar

$$\frac{d\ln P}{d\ln T} < \frac{\gamma}{\gamma - 1} \rightarrow 2.5$$

Cuando $d\ln P/d\ln T > 2.5$, la estrella es estable a la convección.

Límite de Eddington

$$L_{\text{Ed}} \approx 3.5 \times 10^6 L_{\text{SUN}}$$

Límite de Schoenberg-Chandrasekhar

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \simeq 0.37 \left(\frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}}\right)^2$$

Presión de electrones no relativistas

$$P_e = K\rho^{5/3}$$

$$P_{deg} = \frac{h^2}{20m_e}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} n_e^{5/3}$$

Decaimiento radiactivo

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Donde N_0 es el número original de átomos y $\lambda = \ln 2/\tau_{1/2}$

Presión de gas relativista degenerado

$$P_{deg} = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} hcn_e^{4/3}$$

Masa de Chandrasekhar

$$M_{Ch} = 1.44 M_{\odot}$$