Ayundatía Electro 2023

Jorge López R.

September 2023

Ayudantía sept - 12

Problema 1

Calcule el flujo eléctrico debido a una carga puntual Q en el origen, sobre una placa cuadrada de lado a, paralela al plano XY, situada en $z = a$.

Problema 2

Dado un armazón típico de 3 esferas concéntricas (Ver **Fig. 1**), hallar el potencial y el campo eléctrico en todo el espacio y las densidades de carga inducidas en cada superficie. Considere $R_3 = 3R_1 = (3/2)R_2 = 3R$ y $\rho(r) = -\epsilon_0 a/r$

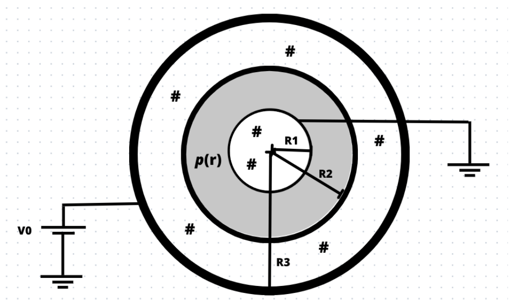

Figure 1: *Esfera conductora (R_1), cascarón grueso con densidad volumétrica ($R_2 - R_1$) y cascarón grueso conductor ($R_3 - R_2$).*

Problema 3

Cuando calculamos el campo de un condensador de placas paralelas (**Fig. 2**), solemos asumir placas de tamaño infinito, pero en la realidad esto es imposible. Demuestre que el campo fuera del condensador debe tener un valor distinto de $\vec{0}$. Hint: usar teorema de Stokes y ley de Faraday en el caso electrostático.

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{c(S)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

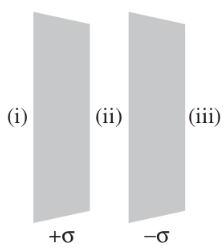

Figure 2: *Condensador de placas paralelas.*

Problema 4.1

Calcular la diferencia de potencial entre el eje de los cilindros y el cilindro exterior, donde el interior encierra una densidad de carga constante $\rho > 0$ y el exterior tiene un $\sigma < 0$ también constante. Ver **Fig. 3**

Problema 4.2

Dada la configuración de la **Fig. 4**, suponga un $\rho = k/r^2$ entre las esferas. Hallar el potencial en el origen de coordenadas. Hint: la distribución es finita.

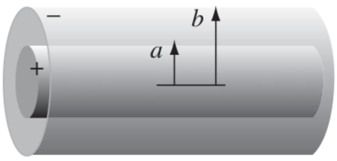

Figure 3: Cilindros coaxiales.

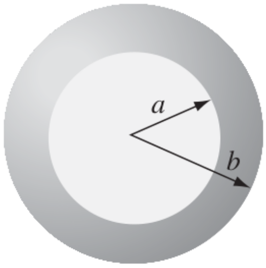

Figure 4: Esferas concéntricas.

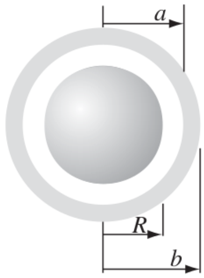

Figure 5: *Esfera conductora al interior y un cascarón grueso al exterior.*

Problema 4.3

Calcular el potencial de un hilo recto infinito con $\lambda = \lambda_0$, en todo el espacio. Hint: notar que la distribución es infinita.

$$\phi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}_o) - \int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Problema 5

Suponga una esfera metálica de radio R y carga q, y un cascarón metálico (neutro) concéntrico, de radio interior a y radio exterior b, como se muestra en la **Fig. 5**. Hallar (a) la densidad superficial de carga en $r = R$, $r = a$ y $r = b$; (b) el potencial en el centro de la esfera conductora; (c) imagine que el cascarón se conecta a tierra, cómo cambian sus respuestas en (a) y (b)?

Ideas clave

Para el Problema 1, usar cálculo directo nos lleva a una integral un tanto difícil, por lo tanto se plantea un truco para resolver el problema. Se calcula el flujo en una superficie gaussiana cúbica, de lado $2a$ centrada en la carga. Qué proporción de la superficie total representa la placa del problema 1?

Para el problema 2, se resuelven las ecuaciones de Laplace y Poisson según corresponda, ambas con simetría esférica. Recuerde la continuidad del potencial y sus características en presencia y ausencia de carga.

En el problema 3, debemos buscar alguna trayectoria cerrada que de algún modo involucre el campo interior al condensador (el cual sabemos que es distinto de $\vec{0}$) y al campo exterior a este. Luego, utilizando la reducción al absurdo, partimos asumiendo que no hay campo fuera del condensador y llegaremos, luego de plantear la integral, a que el campo dentro del condensador es nulo, lo cual es una contradicción. Véase **Fig. 6**

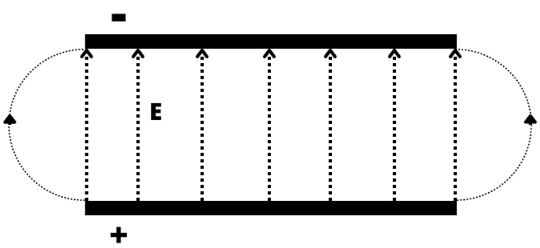

Figure 6: *Campo eléctrico en un condensador de placas paralelas.*

Para los problemas 4.1, 4.2 y 4.3, se requiere en primera instancia calcular el campo eléctrico en todo el espacio (aprovechando las simetrías) y luego obtener el potencial a través de la integral del campo sobre alguna trayectoria.

Para el problema 5, se deben identificar las propiedades de los conductores para obtener el campo eléctrico en todo el espacio y las cargas inducidas. Luego, se integra, desde el infinito (distribución finita) para obtener el potencial en el origen.