

Disco Galáctico

Mauro Jélvez

Algunos conceptos básicos del análisis del recuento de estrellas

Se presentan consideraciones elementales bajo el supuesto de que el espacio a nuestro alrededor está libre de material absorbente y que estamos rodeados de estrellas idénticas con magnitud absoluta M , distribuidas uniformemente. El objetivo es determinar el número $N(m)$ de estrellas que aparecen más brillantes que una magnitud aparente m .

Distancia en función de la magnitud aparente

Una estrella con magnitud absoluta M tendrá magnitud aparente m si está ubicada a una distancia d dada por:

$$d = (10)^{1+0.2(m-M)} \text{ pc.} \quad (6.1)$$

Número de estrellas dentro de un volumen

El número $N(m)$ de estrellas con magnitud aparente menor que m se calcula considerando que todas las estrellas dentro de una esfera de radio d aparecen más brillantes que m . Este número es proporcional a d^3 , por lo que:

$$N(m) = C_1 10^{0.6m}, \quad (6.2)$$

donde C_1 es una constante.

Conclusiones sobre la distribución estelar

- Si el $N(m)$ observado concuerda con la ecuación (6.2) hasta un valor específico de m , podemos concluir que las estrellas están distribuidas uniformemente hasta la distancia d correspondiente a ese valor de m , calculada con la ecuación (6.1).
- Si el $N(m)$ observado decrece más allá de cierto m en comparación con el valor teórico, esto indica que se está alcanzando el límite del sistema en la distancia correspondiente.

El análisis de $N(m)$ constituye una herramienta poderosa para investigar si las estrellas están distribuidas uniformemente y puede aplicarse también para estudiar la distribución de galaxias en nuestra galaxia.

Paradoja de Olbers y el conteo diferencial de estrellas

En un universo infinito poblado uniformemente con estrellas, se puede demostrar que el brillo del cielo sería infinito, lo que da lugar a la llamada *Paradoja de Olbers* (Olbers, 1826).

Conteo diferencial de estrellas

El conteo diferencial de estrellas $A(m)$, definido como el número de estrellas con magnitud aparente entre m y $m + dm$, está dado por:

$$A(m) = \frac{dN(m)}{dm} = C_2 10^{0.6m}, \quad (6.3)$$

donde $C_2 = 0.6C_1 \ln 10$.

Brillo recibido de una estrella

De la ecuación (1.6), sabemos que el brillo recibido de una estrella con magnitud aparente m se puede escribir como:

$$m_1 - m_2 = 2.5 \log_{10} \frac{l_2}{l_1}, \quad l(m) = l_0 10^{-0.4m}. \quad (6.4)$$

Luz total de estrellas en un intervalo de magnitudes

La luz total recibida de las estrellas con magnitudes aparentes entre m y $m + dm$ es:

$$l(m)A(m)dm = l_0 C_2 10^{0.2m} dm. \quad (1)$$

Este resultado conecta el brillo recibido de las estrellas con su distribución en magnitudes aparentes, proporcionando una base para analizar la Paradoja de Olbers en el contexto de un universo infinito.

Resolución de la paradoja de Olbers

Brillo total recibido de todas las estrellas más brillantes que m

Sustituyendo las ecuaciones (6.3) y (6.4), el brillo total \mathcal{L} recibido de todas las estrellas más brillantes que m se expresa como:

$$\mathcal{L} = \int_{-\infty}^m l(m')A(m') dm' = l_0 C_2 \int_{-\infty}^m 10^{0.2m'} dm' = K 10^{0.2m}, \quad (6.5)$$

donde:

$$K = \frac{l_0 C_2}{0.2 \ln 10} = 3l_0 C_1. \quad (2)$$

Interpretación de la divergencia de \mathcal{L}

De la ecuación (6.5), se observa que \mathcal{L} diverge exponencialmente con m al incluir estrellas más débiles ubicadas a mayores distancias, que corresponden a valores crecientes de m .

Resolución parcial de la paradoja

Debido al tamaño finito de nuestra galaxia, esta divergencia se evita para las estrellas dentro de la Vía Láctea. Sin embargo, la paradoja de Olbers reaparece al considerar la luz recibida de todas las galaxias fuera de nuestra galaxia.

Resolución mediante el desplazamiento al rojo

La resolución de esta paradoja para galaxias externas se debe al efecto del desplazamiento al rojo (*redshift*), que reduce el brillo aparente de objetos distantes según:

$$S \propto \frac{1}{(1+z)^4}, \quad (3)$$

donde z es el factor de desplazamiento al rojo.

Esto explica cómo la expansión del universo atenúa la luz de galaxias distantes, evitando así la divergencia infinita. El análisis elemental del conteo de estrellas se basa en la suposición de que todas las estrellas son iguales. Sin embargo, este análisis puede extenderse considerando una distribución de estrellas con diferentes propiedades intrínsecas.

Distribución de estrellas con magnitudes absolutas específicas

Se pueden contar estrellas de un tipo espectral particular que tienen magnitudes absolutas (M) en un rango estrecho. Para ello:

- Se obtiene la función de distribución $N(m)$ para estas estrellas en diferentes direcciones.
- Comparando $N(m)$ con la distribución uniforme descrita en la ecuación (6.2), es posible determinar las distancias en diferentes direcciones donde estas estrellas están subabundantes o sobre-abundantes.
- Esto permite generar un mapa de la distribución de densidad de estas estrellas.

Limitaciones del telescopio y el Sesgo de Malmquist

- Los telescopios tienen un límite de magnitud aparente (m) hasta el cual pueden observar.
- Las estrellas intrínsecamente débiles (con M grande) alcanzan m a distancias cortas, mientras que las estrellas intrínsecamente brillantes (con M pequeño) lo hacen a distancias mayores.
- Esto implica que, a grandes distancias, el telescopio solo puede detectar estrellas intrínsecamente brillantes, ya que las débiles dejan de ser visibles.

Consecuencia del sesgo

Si no se toma en cuenta esta limitación al realizar un análisis estadístico, se podría concluir erróneamente que las estrellas intrínsecamente brillantes son más abundantes a grandes distancias. Este efecto es conocido como el **sesgo de Malmquist** (*Malmquist, 1924*). Por lo tanto, cualquier análisis estadístico que involucre objetos con diferentes luminosidades intrínsecas debe considerar cuidadosamente este sesgo.

El Disco Galáctico: Distribución de Estrellas

Por medio de la medición de las distancias de estrellas en las cercanías del Sol, es posible determinar la distribución tridimensional de las estrellas. Estas investigaciones revelan la existencia de diferentes componentes estelares, descritas de la siguiente manera. Para cada componente, la densidad numérica en la dirección perpendicular al disco galáctico está aproximada por una ley exponencial:

$$n(z) \propto \exp\left(-\frac{|z|}{h}\right), \quad (4)$$

donde la *altura de escala* h especifica el grosor del componente correspondiente. Se observa que h varía entre las distintas poblaciones de estrellas, lo que define los componentes del disco galáctico:

- **Disco delgado joven:** Contiene la mayor fracción de gas y polvo de la galaxia, donde todavía ocurre formación estelar. Este disco tiene una altura de escala de $h_{\text{joven}} \sim 100$ pc.
- **Disco delgado viejo:** Es más grueso, con una altura de escala de $h_{\text{viejo}} \sim 325$ pc.
- **Disco grueso:** Tiene una altura de escala de $h_{\text{grueso}} \sim 1.5$ kpc y representa solo el 2% de la densidad másica total en el plano galáctico a $z = 0$.

La separación en tres componentes es aproximada y puede refinarse mediante clasificaciones más detalladas de las poblaciones estelares.

Parámetros y Valores Característicos

La siguiente tabla resume los parámetros principales de los componentes de la Vía Láctea:

| | Neutral gas | Thin disk | Thick disk | bulge | Stellar halo | Dm halo |
|-----------------------------------|--------------|------------------|------------------|--------------|------------------|--------------------|
| M ($10^{10} M_{\odot}$) | 0.5 | 6 | 0.2 to 0.4 | 1 | 0.1 | 55 |
| L_B ($10^{10} L_{\odot}$) | – | 1.8 | 0.02 | 0.3 | 0.1 | 0 |
| M/L_B (M_{\odot}/L_{\odot}) | – | 3 | – | 3 | ~ 1 | – |
| diam. (kpc) | 50 | 50 | 50 | 2 | 100 | > 200 |
| form | $e^{-k_z/z}$ | $e^{-k_z/z}$ | $e^{-k_z/z}$ | bar? | $r^{-3.5}$ | $(a^2 + r^2)^{-1}$ |
| scale-height (kpc) | 0.13 | 0.325 | 1.5 | 0.4 | 3 | 2.8 |
| σ_z (km s^{-1}) | 7 | 20 | 40 | 120 | 100 | – |
| [Fe/H] | > 0.1 | -0.5 to $+0.3$ | -1.6 to -0.4 | -1 to $+1$ | -4.5 to -0.5 | – |

Fig. 1.

Definición Formal de la Dispersión de Velocidades

La definición formal de los componentes de la dispersión de velocidades es la siguiente: sea $f(\mathbf{v})d^3v$ la densidad numérica de estrellas (de una población dada) en una ubicación fija, con velocidades en un elemento de volumen d^3v alrededor de \mathbf{v} en el espacio vectorial de velocidades. Si usamos coordenadas cartesianas, por ejemplo $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$, entonces $f(\mathbf{v})d^3v$ representa el número de estrellas con el componente de velocidad i -ésimo en el intervalo $[v_i, v_i + dv_i]$, y $d^3v = dv_1 dv_2 dv_3$. La velocidad promedio $\langle \mathbf{v} \rangle$ de la población se calcula a partir de esta distribución mediante:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = n^{-1} \int_{\mathbb{R}^3} d^3v f(\mathbf{v}) \mathbf{v}, \quad \text{donde} \quad n = \int_{\mathbb{R}^3} d^3v f(\mathbf{v}), \quad (5)$$

donde n denota la densidad numérica total de estrellas en la población. La dispersión de velocidades σ describe entonces las

desviaciones cuadráticas medias de las velocidades con respecto a $\langle \mathbf{v} \rangle$. Para un componente i del vector de velocidad, la dispersión σ_i se define como:

$$\sigma_i^2 = \langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle = \langle v_i^2 \rangle - \langle v_i \rangle^2, \quad (6)$$

lo que puede escribirse explícitamente como:

$$\sigma_i^2 = n^{-1} \int_{\mathbb{R}^3} d^3v f(\mathbf{v}) (v_i^2 - \langle v_i \rangle^2). \quad (7)$$

Movimiento Aleatorio y Presión Dinámica

El movimiento aleatorio de las estrellas en la dirección perpendicular al disco es la razón del grosor finito de la población; este fenómeno es similar a una distribución térmica y, por tanto, tiene un efecto de presión, conocida como la **presión dinámica** de la distribución. Esta presión determina la *altura de escala* de la distribución, en concordancia con la ley de atmósferas.

Mientras mayor sea la presión dinámica, es decir, mientras mayor sea la dispersión de velocidad σ_z perpendicular al disco, mayor será la altura de escala h . El análisis de estrellas en el vecindario solar arroja:

- Para estrellas más jóvenes que ~ 3 Gyr: $\sigma_z \sim 16$ km/s, correspondiente a una altura de escala $h \sim 250$ pc.
- Para estrellas más viejas que ~ 6 Gyr: $\sigma_z \sim 25$ km/s, con una altura de escala $h \sim 350$ pc.

Distribución de Densidad de Estrellas

La distribución de densidad de la población total de estrellas, obtenida a partir de conteos y determinaciones de distancia de las estrellas, se describe, con buena aproximación, mediante la siguiente expresión:

$$n(R, z) = n_0 \left(e^{-|z|/h_{\text{thin}}} + 0.02 e^{-|z|/h_{\text{thick}}} \right) e^{-R/h_R}, \quad (8)$$

donde:

- R y z son las coordenadas cilíndricas con el origen en el centro Galáctico.
- $h_{\text{thin}} \approx h_{\text{old}} \approx 325$ pc es la altura de escala del disco delgado.
- $h_R \approx 3.5$ kpc es la *longitud de escala* del disco galáctico.
- La normalización de la distribución está determinada por la densidad $n \approx 0.2$ estrellas/pc³ en el vecindario solar para estrellas con magnitudes absolutas en el rango $4.5 \leq M_V \leq 9.5$.

Distribución Radial y Luminosidad

La distribución en la dirección radial también se describe bien mediante una ley exponencial, donde h_R es la longitud de escala. La distribución descrita por la ecuación anterior no es suave en $z = 0$, ya que presenta un quiebre en este punto, lo cual es físicamente irreal. Para obtener una distribución suave que siga la ley exponencial para grandes valores de z y sea continua en el plano del disco, se modifica ligeramente la distribución.

Como ejemplo, para la densidad de luminosidad del disco delgado antiguo (proporcional a la densidad numérica de las estrellas), se puede escribir:

$$L(R, z) = L_0 \frac{e^{-R/h_R}}{\cosh^2(z/h_z)}, \quad (9)$$

donde:

- $h_z = 2h_{\text{thin}}$.
- $L_0 \approx 0.05 L_\odot/\text{pc}^3$.

El Sol es un miembro del disco delgado joven y está ubicado por encima del plano del disco, en $z = 30$ pc.

The Galactic Disk: Chemical Composition and Age

Stellar Populations

La composición química de las estrellas en los discos delgados (*thin disk*) y gruesos (*thick disk*) de la Vía Láctea muestra diferencias notables. Se observa que las estrellas del disco delgado poseen una metalicidad mayor en comparación con las del disco grueso. En contraste, la metalicidad de las estrellas ubicadas en el halo galáctico y en el bulbo central es significativamente menor.

Para describir estas tendencias, se clasifica a las estrellas en dos poblaciones principales:

- **Población I (Pop I):** Estas estrellas tienen una metalicidad similar al Sol ($Z \sim 0.02$) y se encuentran principalmente en el disco delgado. Son jóvenes y ricas en metales.
- **Población II (Pop II):** Estas estrellas son pobres en metales ($Z \sim 0.001$) y se encuentran predominantemente en el disco grueso, el halo y el bulbo galáctico. Son antiguas y poseen menos contenido metálico.

En realidad, las estrellas presentan un rango amplio de metalicidades (Z), y los valores dados anteriormente son solo características generales. Adicionalmente, para las poblaciones estelares, se han introducido clasificaciones intermedias como “*Población I extrema*”, “*Población II intermedia*”, entre otras.

Diferencias en Edad y Altura Escalar

- Las estrellas de la Población I son más jóvenes que las de la Población II.
- La **altura escalar** (*scale-height*) en que se encuentran varía: las estrellas de la Población II tienen mayores alturas escalares.
- También existen diferencias en la dispersión de velocidad perpendicular al disco galáctico (σ_z), siendo mayor para las estrellas de la Población II.

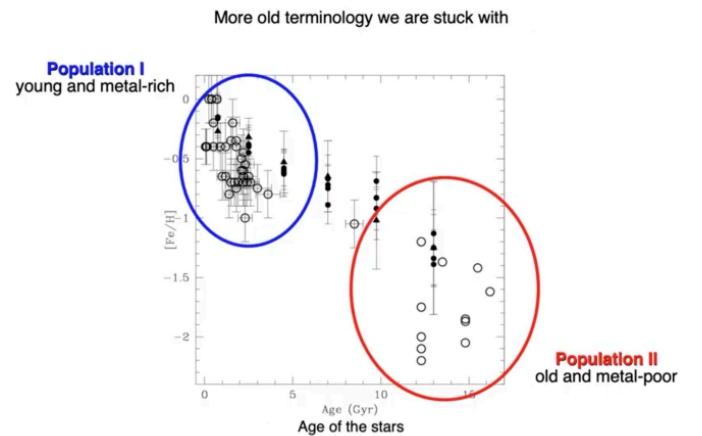


Fig. 2.

Figura: Poblaciones Estelares

En el gráfico presentado:

- Se ilustra la relación entre la **edad de las estrellas** (eje x) y su **metalicidad** ($\left[\frac{\text{Fe}}{\text{H}}\right]$, eje y).
- Las estrellas de la Población I (jóvenes y ricas en metales) están representadas en el círculo azul hacia la izquierda del gráfico.
- Las estrellas de la Población II (antiguas y pobres en metales) están contenidas en el círculo rojo hacia la derecha del gráfico.

Classification of Supernovae

Core-Collapse Supernovae

Las supernovas de colapso de núcleo (**Core-Collapse Supernovae**) incluyen los tipos **SNe II** y **SNe Ib,c**, que representan las etapas finales de la evolución de estrellas masivas ($M \gtrsim 8M_{\odot}$).

Debido a las diversas etapas de fusión nuclear en la estrella progenitora, los elementos químicos se disponen en capas concéntricas según su peso atómico:

- Los elementos ligeros (**H** y **He**) se encuentran en las capas externas.
- Los elementos más pesados (**C**, **O**, **Ne**, **Mg**, **Si**, **Ar**, **Ca**, **Fe**, **Ni**) se ubican en las capas internas.

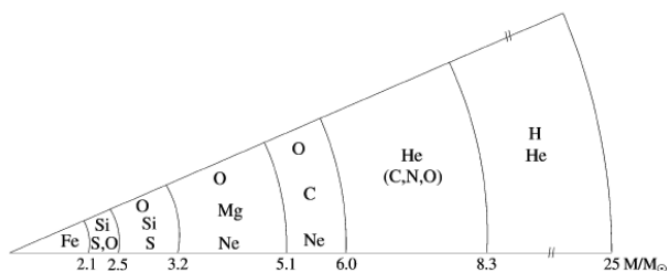


Fig. 3.

En la figura adjunta, se representa la estructura interna de una estrella masiva antes de la explosión, mostrando la distribución de los elementos químicos en función de la masa.

Supernovae Type Ia

Las supernovas de tipo Ia (**SNe Ia**) son, con alta probabilidad, explosiones de enanas blancas (*White Dwarfs*, *WDs*). Estas son estrellas compactas que representan la etapa final de evolución de estrellas menos masivas. Las enanas blancas no mantienen su presión interna mediante la fusión nuclear, sino que son estabilizadas por la presión de degeneración de los electrones, un fenómeno cuántico.

Masa límite: Una enana blanca es estable solo si su masa no excede un límite conocido como la **masa de Chandrasekhar** (M_{Ch}), cuyo valor es aproximadamente $1.44M_{\odot}$.

- Si $M > M_{\text{Ch}}$, la presión de degeneración no puede contrarrestar la fuerza gravitacional, lo que desencadena un colapso.
- Si una enana blanca con $M < M_{\text{Ch}}$ acumula masa por acreción (por ejemplo, en un sistema binario cercano), su masa puede aumentar progresivamente y alcanzar este límite.

Fusión de carbono: Cuando la masa alcanza $M \approx 1.3M_{\odot}$, se inicia la fusión de carbono en su interior, transformando aproximadamente la mitad de la estrella en elementos del grupo del hierro (como **Fe**, **Co**, **Ni**). Esta reacción lleva a una explosión violenta, enriqueciendo el medio interestelar (*ISM*) con aproximadamente $0.6M_{\odot}$ de hierro. La enana blanca se destruye por completo, dejando solo una estrella remanente.

Figura 3: Estructura de las Capas

La figura muestra las capas de elementos en una estrella masiva antes de la explosión:

- Las capas exteriores contienen hidrógeno (**H**) y helio (**He**).
- Las capas internas incluyen elementos más pesados, como oxígeno (**O**), silicio (**Si**) y finalmente hierro (**Fe**), que se acumula en el núcleo.
- Los intervalos de masa de cada capa están indicados en la base del diagrama.

Age–Metallicity Relation

Relación entre Edad y Metalicidad

Se asume que, al inicio de su evolución, la Vía Láctea tenía una composición química con bajo contenido metálico. Por lo tanto, la **metalicidad** debería estar fuertemente relacionada con la **edad** de una población estelar. A medida que nuevas generaciones de estrellas se forman, los metales son producidos y eyectados hacia el medio interestelar (*ISM*) mediante vientos estelares, pero principalmente por explosiones de supernovas (*SNe*).

Las estrellas formadas en épocas más tardías, por tanto, deberían tener un contenido metálico más alto en comparación con aquellas formadas durante las fases tempranas de la Galaxia. Esto implica que debería existir una relación entre la edad de una estrella y su metalicidad.

Indicador $[\text{Fe}/\text{H}]$

- Bajo esta suposición, la abundancia de hierro respecto al hidrógeno ($[\text{Fe}/\text{H}]$) se puede usar como un indicador de la edad de una población estelar.
- El hierro es producido predominantemente en supernovas de tipo Ia (*SNe Ia*), lo que significa que las estrellas recién formadas tienen una fracción de hierro más alta que sus predecesoras.
- Las estrellas más jóvenes, por lo tanto, deberían tener la mayor abundancia de hierro.

Por ejemplo:

- Las estrellas extremadamente antiguas tienen valores bajos de $[\text{Fe}/\text{H}] = -4.5$, lo que corresponde al 3×10^{-5} de la abundancia solar de hierro.
- Las estrellas muy jóvenes alcanzan valores de $[\text{Fe}/\text{H}] = 1$, con metalicidades que pueden superar significativamente la del Sol.

Limitaciones de la Relación Edad–Metalicidad

Esta relación no es estrictamente precisa debido a varios factores:

- Las supernovas de tipo Ia (*SNe Ia*) ocurren típicamente después de $\gtrsim 10^9$ años desde la formación de una población estelar. Este lapso exacto no es conocido con precisión, ya que depende de factores como:

- Cómo y cuándo ocurre la acreción de material en una enana blanca.
- El tiempo necesario para alcanzar la masa límite (M_{Ch}).
- Además, la mezcla de los elementos eyectados por las supernovas con el medio interestelar (*ISM*) ocurre de forma local. Esto genera inhomogeneidades significativas en la relación $[Fe/H]$, incluso para estrellas de la misma edad.

Alternativa: Indicador $[O/H]$

Un indicador alternativo de la metalicidad es $[O/H]$, debido a que el oxígeno, un elemento α , es producido y eyectado principalmente en explosiones de supernovas asociadas a estrellas masivas. Estas supernovas comienzan a ocurrir solo $\sim 10^7$ años después de la formación de una población estelar, lo que hace que este proceso sea prácticamente instantáneo en términos evolutivos.

Formación y Composición del Disco Galáctico

Metalicidad y Edad de los Discos Galácticos

- Los valores característicos de metalicidad son:

$$-0.5 \leq [Fe/H] \leq 0.3 \quad (\text{disco delgado}),$$

$$-1.0 \leq [Fe/H] \leq -0.4 \quad (\text{disco grueso}).$$

- Esto indica que las estrellas en el disco delgado son significativamente más jóvenes que las del disco grueso. - La relación edad-metalicidad permite interpretar que:

- La formación estelar comenzó y/o terminó más temprano en el disco grueso.
- Alternativamente, las estrellas del disco delgado pudieron haber migrado al disco grueso.

- La segunda hipótesis (migración) es preferida por diversas razones.

Formación del Disco Grueso: Hipótesis Alternativa

- Existe otra posibilidad en la que las estrellas del disco grueso se formaron fuera de la Vía Láctea y se incorporaron mediante acreción de galaxias satélite. - Esta teoría está respaldada por:

- La velocidad de rotación del disco grueso es ~ 50 km/s menor que la del disco delgado.
- Observaciones en otras galaxias espirales muestran discrepancias similares o mayores en las curvas de rotación entre los discos grueso y delgado.

- En un caso extremo, se ha observado que el disco grueso rota en sentido opuesto al gas galáctico, lo que refuta la teoría de calentamiento cinemático como explicación para su evolución.

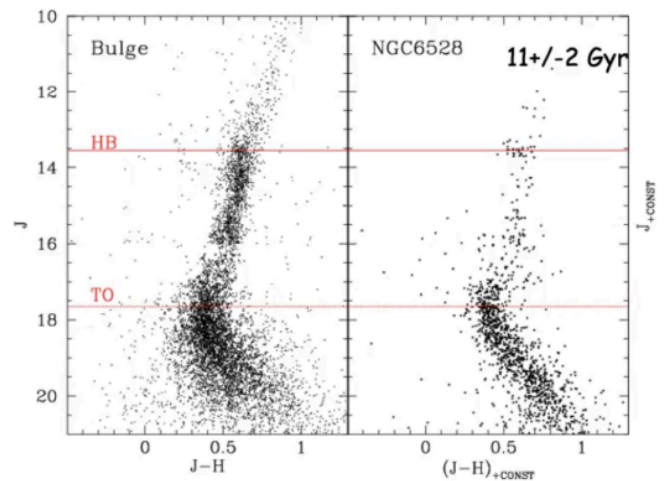
Distribución del Gas

- A diferencia de las estrellas, el gas mantiene una distribución estrecha en el plano galáctico debido a la fricción interna.

Poblaciones Estelares del Bulto Galáctico

Diagramas Color-Magnitud (CMD)

- Se presentan dos CMDs para:



Metallicity Distribution of the Bulge

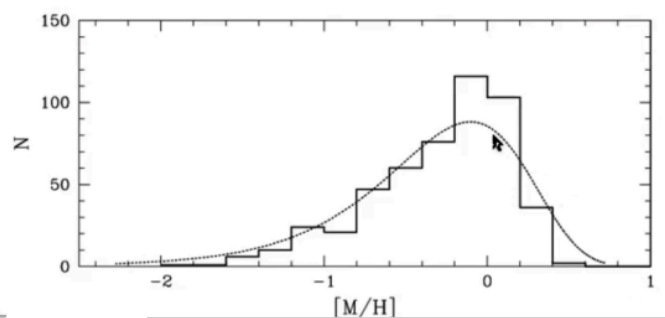


Fig. 4.

- El bulto galáctico (Bulge).
- El cúmulo globular NGC6528.

- Los ejes representan:

- Magnitud en el filtro J (eje vertical).
- Color $(J - H)$ (eje horizontal).

- Características destacadas:

- **HB (Rama Horizontal):** Indicador de la fase evolutiva de estrellas.
- **TO (Turn-Off Point):** Muestra la transición de la secuencia principal, útil para determinar la edad de la población estelar.

- Se estima una edad promedio de 11 ± 2 Gyr para las estrellas del bulto galáctico, lo que lo clasifica como una estructura antigua.

Distribución de Metalicidad

- El histograma muestra la metalicidad de las estrellas en el bulto galáctico:

$$[M/H] \approx 0 \quad (\text{rico en metales}).$$

- El rápido enriquecimiento químico se atribuye a:

- Alta densidad del bulto.
- Tasa de formación estelar (SFR) proporcional a la densidad.
- Mayor cantidad de gas disponible para formar estrellas.

Conclusiones

- Las estrellas del bulto son antiguas y ricas en metales. - El enriquecimiento químico fue acelerado debido a condiciones densas y dinámicas. - El bulto representa una estructura densa y evolucionada, con una historia de formación estelar rápida y eficiente.

Gradiente Radial de Metalicidad en la Galaxia

Relación entre Densidad y Formación Estelar

- La tasa de formación estelar (SFR) es proporcional a la densidad del gas. - En la galaxia:

- La densidad decrece con el radio galáctico.
- Por lo tanto, la SFR también disminuye con el radio.

Diferencias entre Regiones Galácticas

- Parte Central (Bulbo):

- Alta densidad de gas.
- Enriquecimiento químico rápido.

- Disco Externo:

- Baja densidad de gas.
- Enriquecimiento químico lento.

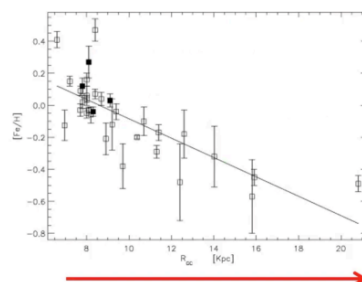


Fig. 5.

Gráfico Radial de Metalicidad

- Relación entre la metalicidad ($[Fe/H]$) y el radio galáctico (R_{GC} en kpc):

- El gráfico muestra una pendiente negativa.
- Las estrellas en el disco externo tienen menor metalicidad en comparación con las del centro.

Conclusiones

- La densidad del gas regula la tasa de formación estelar y, en consecuencia, el ritmo de enriquecimiento químico. - Las regiones centrales de la galaxia muestran un enriquecimiento químico más rápido debido a su alta densidad. - Este gradiente radial de metalicidad refleja la evolución química y dinámica de la galaxia.

Terminología de Poblaciones Estelares

Se destaca que esta clasificación es insuficiente y a veces errónea, debido a que:

- Existen **estrellas antiguas ricas en metales**, como las que se encuentran en el bulbo galáctico.
- También hay **estrellas jóvenes pobres en metales**, presentes en el disco externo de la galaxia.

El uso de la terminología de “poblaciones estelares” es **desalentado**. En su lugar, se recomienda usar descripciones basadas en:

- **Edad**: Para describir si una estrella es joven o antigua.
- **Metalicidad**: Para indicar la abundancia relativa de metales (elementos más pesados que el helio).

Poblaciones

- **Pop I**: Ricas en metal y jóvenes
- **Pop II**: Pobres en metal y viejas
- **Pop III**: Libres de metal y extintas

Las primeras estrellas eran puramente hidrógeno y helio, nada más.

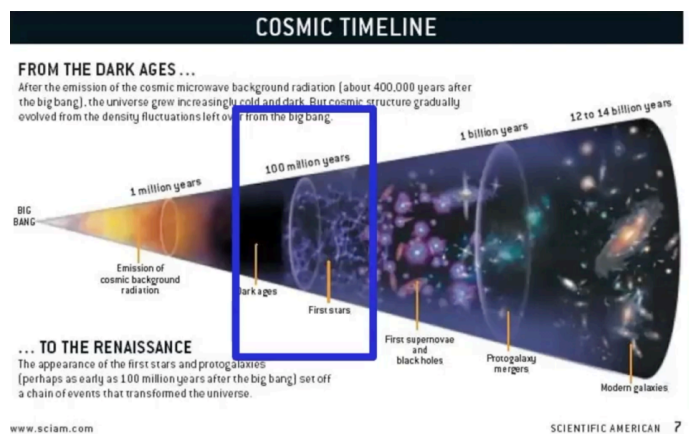


Fig. 6.

¿Por qué se forman los discos?

Consideremos una nube molecular que comienza a contraerse. A medida que la nube colapsa, cualquier pequeño movimiento de rotación inicial se amplifica debido a la conservación del momento angular. Esto significa que el material que cae hacia el centro de la nube no lo hace directamente, sino que sigue una trayectoria espiral.

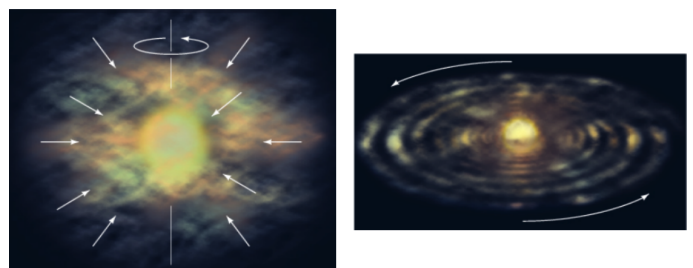


Fig. 7.

Las colisiones entre las partículas de gas y polvo dentro de la nube disipan energía, lo que permite que el material se asiente en un plano orbital común alrededor de la protoestrella. Este proceso de aplanamiento es similar a la forma en que el agua en un cubo se aplanan cuando gira.

El papel del momento angular: El momento angular, una cantidad física que describe la rotación de un objeto, juega un papel crucial en la formación de discos. A medida que la nube colapsa y se hace más pequeña, su momento de inercia disminuye. Para conservar el momento angular, la velocidad angular debe aumentar. Esto hace que el material gire cada vez más rápido, aplanándose en un disco.

¿Por qué una nube de gas que rota forma un disco delgado con rotación?

Una nube de gas con un momento angular inicial tiende a colapsar en un disco delgado debido a la combinación de dos tipos de movimientos:

1. **Movimientos aleatorios:** Caóticos y en múltiples direcciones.
2. **Movimientos ordenados:** Asociados a una rotación neta.

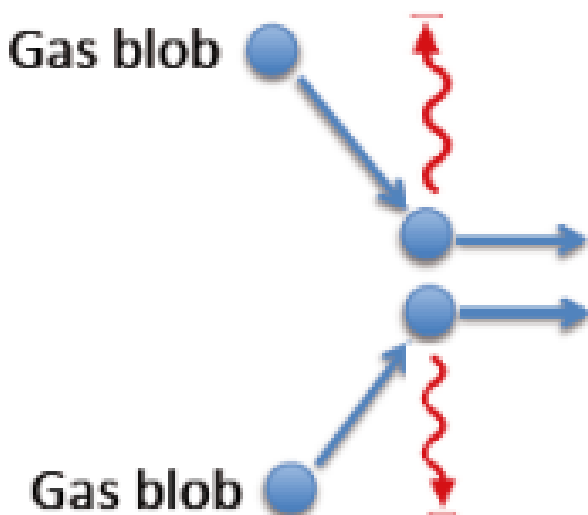


Fig. 8.

Proceso de colapso

Movimientos aleatorios

- La mayor parte de los **movimientos en azar** de las partículas del gas resultan en **choques no elásticos**.
- Durante estos choques, la energía cinética de movimientos aleatorios $E_k(\text{random})$ se transforma en **otras formas de energía** (como calor o radiación).
- Este mecanismo reduce la componente aleatoria de los movimientos de las partículas, favoreciendo la organización.

Movimientos ordenados

- Los **movimientos ordenados**, relacionados con la rotación neta de la nube, no generan colisiones significativas.
- En este caso, las órbitas de las partículas son **casi paralelas** y no se cruzan.
- La energía cinética asociada a estos movimientos, $E_k(\text{ordenado})$, permanece **constante**.

Formación del disco

- Los movimientos aleatorios en **direcciones distintas a la rotación** son disipados debido a las colisiones entre partículas.
- Como resultado, la nube colapsa en todas las direcciones excepto en la dirección perpendicular al plano de rotación.
- Esto da lugar a la formación de un **disco delgado**, donde el momento angular neto está distribuido de manera ordenada.

Distribución vertical de estrellas cerca del Sol en la Vía Láctea

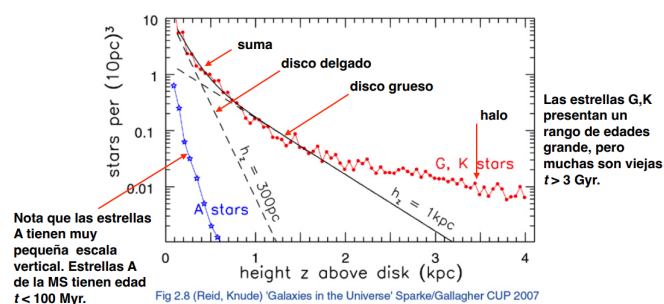


Fig. 9.

La gráfica muestra la distribución vertical de diferentes tipos de estrellas en la vecindad solar de la Vía Láctea, expresada en términos de la densidad estelar (stars per $(10 \text{ pc})^3$) frente a la altura sobre el plano galáctico (z , en kpc).

Características principales

- **Estrellas tipo A:**
 - Representadas en la gráfica con puntos azules y una curva asociada.
 - Presentan una escala vertical muy pequeña.
 - Estas estrellas están en la secuencia principal (MS) y son jóvenes, con edades $t < 100 \text{ Myr}$.
 - Su distribución vertical es más concentrada cerca del plano galáctico, con una escala de altura característica de $h_z = 300 \text{ pc}$.

– Estrellas tipo G y K:

- Representadas con puntos rojos en la gráfica.
- Estas estrellas tienen un rango amplio de edades, pero muchas son viejas, con $t > 3$ Gyr.
- Su distribución vertical incluye componentes del disco delgado ($h_z = 300$ pc), disco grueso ($h_z = 1$ kpc) y el halo.

– Componentes galácticos identificados:

- **Disco delgado:** Dominado por estrellas más jóvenes. Tiene una escala de altura más pequeña ($h_z = 300$ pc).
- **Disco grueso:** Incluye estrellas más viejas y con mayor dispersión vertical, con $h_z = 1$ kpc.
- **Halo:** Representado como una población de baja densidad extendida en grandes alturas ($z > 1$ kpc).

Explicación de la distribución vertical

Las diferentes distribuciones verticales están relacionadas con:

- **Edades estelares:** Las estrellas jóvenes, como las tipo A, tienen trayectorias más confinadas al plano galáctico debido a su menor tiempo de evolución dinámica.
- **Historia dinámica:** Las estrellas más viejas, como las tipo G y K, han experimentado interacciones gravitacionales que aumentan su dispersión vertical.
- **Estructura galáctica:** La presencia de múltiples componentes (disco delgado, disco grueso y halo) refleja la formación y evolución de la galaxia.

Velocidad vertical vs. Edad de las estrellas

La gráfica muestra la relación entre la velocidad vertical relativa ($v_z - v_{0,z}$) y la edad estelar (stellar age, en Gigaños) para estrellas cercanas a la secuencia principal de los tipos F y G.

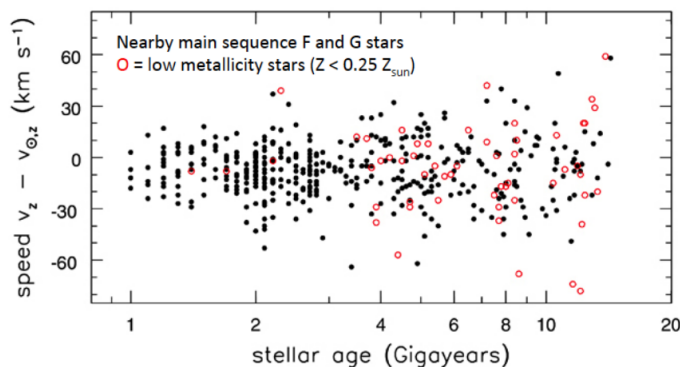


Fig. 10.

- En el eje x:
 - Se representa la edad de las estrellas en Gigaños (1 Gyr = 10^9 años).
 - El rango cubre desde aproximadamente 0 hasta 12 Gyr.
- En el eje y:
 - Se muestra la velocidad vertical relativa al Sol, $v_z - v_{0,z}$, en unidades de km/s.
 - El rango varía entre -60 km/s y $+60$ km/s.
- **Puntos negros:** Representan estrellas de la secuencia principal tipo F y G cercanas.
- **Círculos rojos:** Indican estrellas de baja metalicidad ($Z < 0.25Z_\odot$), donde Z_\odot representa la metalicidad solar.

Análisis de la distribución

- Existe una dispersión en la velocidad vertical relativa, que aumenta ligeramente con la edad estelar. Esto indica que las estrellas más antiguas tienden a tener velocidades verticales mayores debido a interacciones gravitacionales y dinámicas galácticas a lo largo del tiempo.
- Las estrellas con **baja metalicidad** (círculos rojos) se distribuyen de manera más dispersa, lo que es consistente con su origen en poblaciones estelares más antiguas, como el disco grueso o el halo galáctico.
- La mayoría de las estrellas jóvenes (edad < 2 Gyr) tienen velocidades verticales cercanas a 0 km/s, indicando un movimiento más ordenado y restringido al plano galáctico.

Contexto físico

- La dispersión en la velocidad vertical es un indicador de las interacciones gravitacionales que las estrellas han experimentado durante su historia. Las estrellas más viejas han sufrido mayores perturbaciones debido a encuentros gravitacionales con nubes moleculares, otros objetos masivos y estructuras galácticas.
- La metalicidad baja de algunas estrellas es un marcador de su formación en etapas tempranas de la galaxia, cuando los elementos pesados eran menos abundantes.

Relación Masa-Luminosidad en la Galaxia

Disco delgado (Thin Disk)

- La masa estelar total del disco delgado es $\sim 6 \times 10^{10} M_\odot$.
- A esta masa se le suma $\sim 0.5 \times 10^{10} M_\odot$ en forma de polvo y gas.
- La luminosidad de las estrellas en el disco delgado es $L_B \approx 1.8 \times 10^{10} L_\odot$.
- De esta forma, la relación masa-luminosidad (*Mass-to-Light Ratio*) para el disco delgado es:

$$\frac{M}{L_B} \sim 3 \frac{M_\odot}{L_\odot}.$$

Disco grueso (Thick Disk)

- En el disco grueso, la relación masa-luminosidad es mayor.
- Para este componente:
 - La masa es $M \sim 3 \times 10^9 M_\odot$.
 - La luminosidad es $L_B \approx 2 \times 10^8 L_\odot$.
- Por lo tanto, la relación masa-luminosidad es:

$$\frac{M}{L_B} \sim 15 \frac{M_\odot}{L_\odot}.$$

- Aunque el disco grueso no contribuye significativamente al presupuesto total de masa o luminosidad del disco galáctico, es fundamental para el estudio de la evolución dinámica de la galaxia.

Relación global para la Vía Láctea

- Si la Vía Láctea se observara desde el exterior, se encontraría una relación masa-luminosidad para el disco de aproximadamente:

$$\frac{M}{L_B} \sim 4 \frac{M_\odot}{L_\odot}.$$

- Este valor es característico para galaxias espirales.

Cinemática de la Galaxia

La Galaxia no rota como un cuerpo sólido; en su lugar, exhibe **rotación diferencial**, lo que significa que la velocidad angular depende de la distancia R desde el centro galáctico. Observada desde arriba (por ejemplo, desde el Polo Norte Galáctico, NGP), esta rotación aparece en sentido horario.

Para describir el campo de velocidad de manera cuantitativa, se introduce un sistema de coordenadas cilíndricas (R, θ, z) , como se muestra en la Figura 2.13. Un objeto con una trayectoria parametrizada por $[R(t), \theta(t), z(t)]$ tiene componentes de velocidad definidas como:

$$U := \frac{dR}{dt}, \quad V := R \frac{d\theta}{dt}, \quad W := \frac{dz}{dt}. \quad (2.45)$$

Donde:

- U representa la velocidad radial, indicando el movimiento hacia o desde el centro galáctico.
- V corresponde a la velocidad tangencial debido al movimiento angular.
- W indica la velocidad vertical, describiendo el movimiento perpendicular al plano galáctico.

Por ejemplo, el Sol no se encuentra en una órbita circular simple alrededor del centro galáctico; actualmente se mueve hacia adentro respecto al centro galáctico ($U < 0$) y alejándose del plano galáctico ($W > 0$).

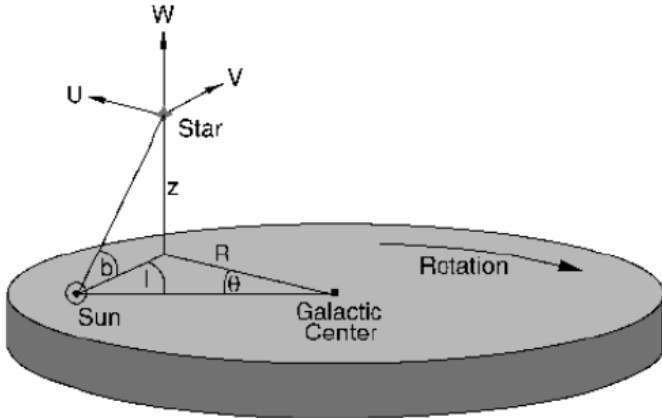


Fig. 11. Sistema de coordenadas cilíndricas (R, θ, z) con el centro galáctico en el origen. El ángulo θ aumenta en sentido horario cuando se observa desde arriba. Se muestran los componentes de velocidad (U, V, W) de una estrella.

Norma local de descanso

Para vincular las medidas locales al sistema de coordenadas galáctico (R, θ, z) , se define el *estándar local de reposo*. Se trata de un marco de reposo ficticio en el que se miden las velocidades. Para ello, consideramos un punto que se encuentra hoy en la posición del Sol y que se mueve a lo largo de un óbito perfectamente circular en el plano del disco galáctico. Los componentes de velocidad en el LSR son, por definición:

$$\begin{cases} U_{\text{LSR}} \equiv 0 \\ V_{\text{LSR}} \equiv 0 \\ W_{\text{LSR}} \equiv 0 \end{cases}$$

Siendo $V_0 \equiv V(R_0)$ la velocidad orbital en la ubicación del Sol. Aunque la LSR cambia con el tiempo, la escala de tiempo de este cambio es tan grande (el período orbital es $\approx 230 \times 10^6$ años) que este efecto es insignificante.

La velocidad de un objeto en relación con el LSR se denomina velocidad peculiar. Se denota por v , y sus componentes se dan como:

$$v \equiv (u, v, w) = (U - U_{\text{LSR}}, V - V_{\text{LSR}}, W - W_{\text{LSR}})$$

$$v = (U, V - V_0, W)$$

La velocidad del Sol con respecto a la estrella de luz se denota por v_{\odot} . Si se conoce v_{\odot} , una velocidad medida con respecto al Sol se puede convertir en una velocidad con respecto a la estrella de luz: sea Δv la velocidad de una estrella con respecto al Sol, que es directamente medible, entonces la velocidad peculiar de esta estrella es:

$$v = v_{\odot} + \Delta v$$

Velocidad Peculiar del Sol

Se considera un conjunto de estrellas en la vecindad inmediata del Sol, asumiendo que la Galaxia es simétrica axialmente y estacionaria. Bajo estas condiciones:

- El número de estrellas que se mueven hacia mayores radios R es igual al número de estrellas que se mueven hacia menores radios.
- De manera similar, tantas estrellas se mueven hacia arriba a través del plano galáctico como hacia abajo.

Si estas condiciones no se cumplen, la suposición de una distribución estacionaria del disco sería violada. Por lo tanto, los valores medios de las componentes de velocidad peculiar deben anularse:

$$\langle u \rangle = 0, \quad \langle w \rangle = 0. \quad (2.49)$$

Donde los corchetes $\langle \cdot \rangle$ denotan un promedio sobre el conjunto considerado. Sin embargo, este argumento no es válido para v , ya que el valor medio $\langle v \rangle$ depende de la distribución de las órbitas:

- Si solo existieran órbitas circulares en el disco, también tendríamos $\langle v \rangle = 0$. Sin embargo, este no es el caso.

Desde una consideración estadística de las órbitas en el marco de la dinámica estelar, se deduce que $\langle v \rangle$ está estrechamente relacionado con la dispersión de velocidad radial de las estrellas. Cuanto mayor sea ésta, más se desvía $\langle v \rangle$ de cero. Se encuentra que:

$$\langle v \rangle = -C \langle u^2 \rangle, \quad (2.50)$$

donde C es una constante positiva que depende de la densidad y de la distribución local de velocidad de las estrellas.

La ecuación (2.50) refleja que la velocidad rotacional media de una población estelar alrededor del centro galáctico difiere de la velocidad de una órbita circular correspondiente, siendo esta diferencia mayor para una mayor dispersión radial. Este fenómeno se conoce como *deriva asimétrica*.

Promediando la ecuación (2.48) sobre el conjunto considerado y usando las ecuaciones (2.49) y (2.50), se obtiene:

$$v_{\odot} = (-\langle \Delta u \rangle, -C\langle u^2 \rangle - \langle \Delta v \rangle, -\langle \Delta w \rangle). \quad (2.51)$$

La velocidad total puede expresarse como:

$$v = v_{\odot} + \Delta v. \quad (2.48)$$

La dispersión de velocidad en u se define como:

$$\sigma_u \equiv \langle u^2 \rangle^{1/2},$$

que es idéntica a la desviación estándar:

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\sum_{i=1}^N (u_i - \langle u \rangle)^2}.$$

En el caso especial donde $\langle u \rangle = 0$, entonces $\sigma_u = \langle u^2 \rangle^{1/2}$.

Cálculo del Promedio de Velocidades Peculiares y Condiciones para Órbitas

Para las componentes de velocidad peculiar u (radial) y w (vertical), el promedio sobre todas las estrellas en el conjunto considerado es:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \approx 0, \quad \langle w \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i \approx 0. \quad (27, 28)$$

Donde:

- N es el número total de estrellas en el conjunto.
- $\langle \cdot \rangle$ denota el promedio.

Sin embargo, esta suposición no puede extenderse directamente a la componente v (tangencial). Para entender esto, se considera el caso descrito en la Figura 12.

Comportamiento de las Órbitas

Las estrellas con diferentes radios orbitales promedio deben seguir trayectorias que las acerquen al *Local Standard of Rest* (LSR, estándar local de reposo) para ser consideradas como parte del vecindario solar y contribuir al cálculo de $\langle v \rangle$.

Caso especial: Si $u = 0$ y $w = 0$ para todas las estrellas del conjunto, entonces:

- Las estrellas deben encontrarse en su punto más distante del centro galáctico (*apogalacticon*) o en su punto más cercano (*perigalacticon*) cuando coinciden con el LSR.

Esto es cierto para las estrellas A y B en la Figura 12:

- A : Su semieje mayor $a_A < R_0$, con R_0 siendo el radio del LSR.
- B : Su semieje mayor $a_B > R_0$.
- C : Representa una estrella que sigue una órbita perfectamente circular con $R = R_0$.

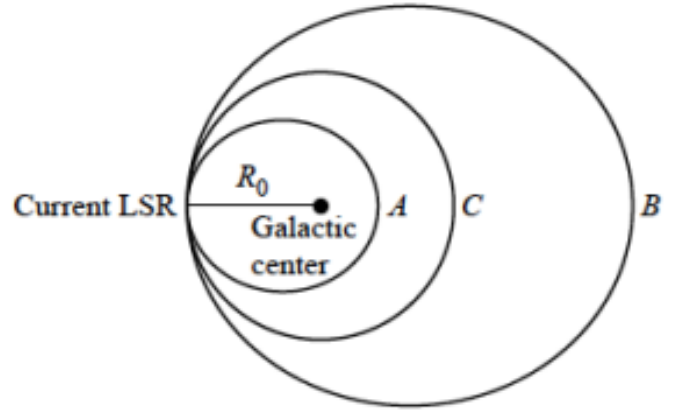


Fig. 12. Órbitas de tres estrellas hipotéticas que intersectan el LSR. A y B representan estrellas en órbitas elípticas con semiejes mayores $a_A < R_0$ y $a_B > R_0$, respectivamente. C sigue la órbita perfectamente circular del LSR.

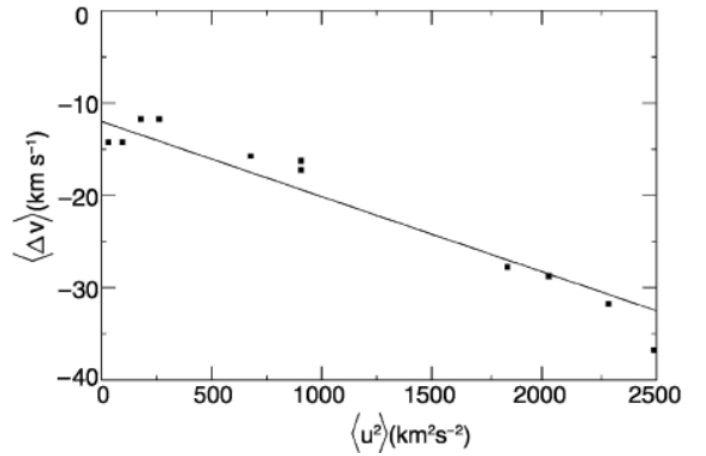


Fig. 13. Vecindario solar, del cual de la relación podemos encontrar la constante C como la pendiente de esta línea.

Para que las estrellas A y B sigan sus órbitas especificadas, es necesario que:

$$v_A(R_0) < v_0 \quad \text{y} \quad v_B(R_0) > v_0.$$

Aún necesitamos encontrar la constante C para hacer útil esta relación. Podemos hacerlo considerando diferentes poblaciones estelares y midiendo $\langle u^2 \rangle$ y $\langle \Delta v \rangle$ por separado. Lo cual puede ser visto en la figura 13. Podemos obtener que:

$$v_{\odot} = (-10,5,7) \text{ km/s}$$

Por lo tanto, el Sol se mueve actualmente hacia adentro, hacia arriba y más rápido que en una órbita circular en su ubicación. Por lo tanto, hemos determinado v_{\odot} , por lo que ahora podemos analizar cualquier velocidad estelar medida en relación con el LSR. Sin embargo, aún no hemos analizado cómo se determina V_0 , la velocidad de rotación del LSR en sí.

Dispersión de velocidades de estrellas

La dispersión de las velocidades estelares en relación con el Sistema Local de Reposo (LSR, por sus siglas en inglés) ahora

puede ser determinada. Esta dispersión está relacionada con la desviación cuadrática media de sus velocidades respecto al LSR. Para las estrellas jóvenes (como las estrellas tipo A, por ejemplo), esta dispersión es pequeña. Sin embargo, para las estrellas gigantes viejas de tipo G y K, la dispersión es mayor. Esto está relacionado con la *relación edad-metalicidad*, donde las estrellas más antiguas tienen las velocidades peculiares más altas. Este efecto se observa en las tres coordenadas (dimensiones espaciales), lo que concuerda con la relación entre la edad de una población estelar y su altura de escala, la cual está vinculada a la dispersión de velocidades a través de σ_z .

Deriva Asimétrica

Ocurre cuando se encuentran estrellas de alta velocidad con $v > 65$ km/s, las cuales se mueven mucho más rápido alrededor del centro galáctico que el LSR. Sin embargo, también se encuentran varias estrellas que tienen $v < -250$ km/s, por lo que su velocidad orbital es opuesta a la dirección de rotación del LSR. Si se considera que el halo galáctico, al que pertenecen estas estrellas de alta velocidad, no rota (o lo hace muy lentamente), esta asimetría en la distribución de v solo puede ser causada por la rotación del LSR. El centro del sobreenvolvente (que contiene estas estrellas de alta velocidad) debe estar en $v_0 = V(R_0) = 220$ km/s, lo que da la velocidad orbital del LSR.

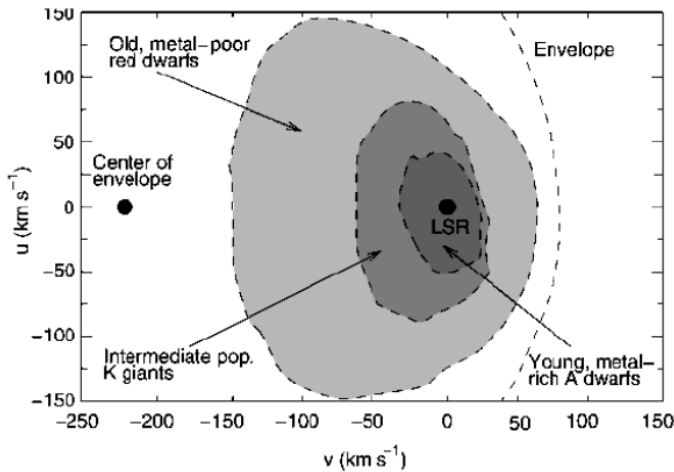


Fig. 14. Distribución de velocidades en el plano (u,v) para estrellas de alta velocidad.

Conociendo esta velocidad, podemos entonces calcular la masa de la Galaxia dentro de la órbita solar. Una órbita circular se caracteriza por un equilibrio entre la aceleración centrífuga y la aceleración gravitacional, de modo que:

$$\frac{V^2}{R} = GM(< R)/R^2, \quad (10)$$

donde V es la velocidad, R es el radio de la órbita, G es la constante de gravitación universal y $M(< R)$ es la masa de la Galaxia dentro del radio R . A partir de esta ecuación, se obtiene:

$$M(< R_0) = \frac{V_0^2 R_0}{G} = 8.8 \times 10^{10} M_\odot. \quad (11)$$

Además, para el período orbital del Sistema Solar, que es similar al del Sol, se tiene:

$$P = \frac{2\pi R_0}{V_0} = 230 \times 10^6 \text{ yr.}$$

Por lo tanto, durante la vida del Sistema Solar, estimada en aproximadamente 4.6×10^9 años, el Sistema Solar ha completado alrededor de 20 órbitas alrededor del centro galáctico.

Curva de rotación de la galaxia

La curva de rotación de la galaxia describe cómo la velocidad rotacional V varía en función de la distancia R al centro galáctico. Esto puede determinarse observando las velocidades de las estrellas o el gas alrededor del centro galáctico.

Definición del problema

Se considera un objeto ubicado a una distancia R del centro galáctico, moviéndose en un plano circular galáctico. El objeto está a una distancia D del Sol y en una longitud galáctica ℓ (ver Fig. 15).

Sistema de coordenadas

En un sistema de coordenadas cartesianas centrado en el centro galáctico, los vectores de posición y velocidad (considerando solo los dos componentes en el plano galáctico) se expresan como:

$$\mathbf{r} = R \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} = \dot{\mathbf{r}} = V(R) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix},$$

donde θ es el ángulo entre el Sol y el objeto visto desde el centro galáctico.

Relación geométrica

Según la geometría de la Fig. 15, la posición del objeto respecto al Sol se escribe como:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} D \sin \ell \\ R_0 - D \cos \ell \end{pmatrix},$$

donde R_0 es la distancia del Sol al centro galáctico. Identificando las componentes de \mathbf{r} , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\sin \theta = \frac{D}{R} \sin \ell, \quad \cos \theta = \frac{R_0}{R} - \frac{D}{R} \cos \ell.$$

Componentes de velocidad

Para las velocidades, el modelo diferencial da:

$$v_r = \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{r}} = v_\odot \sin \ell^* - v_\odot \sin \ell,$$

$$v_t = \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{t}} = v_\odot \cos \ell^* - v_\odot \cos \ell.$$

Ecuaciones finales

Estas relaciones se reorganizan para dar:

$$R \sin \ell = D \sin \ell, \quad R \cos \ell + D \cos \ell = R_0,$$

lo que implica:

$$v_r = R_0 \left(\frac{v_*}{R} - \frac{v_\odot}{R_0} \right) \sin \ell,$$

$$(12) \quad v_t = \left(R_0 \left(\frac{v_\odot}{R_0} \right) \cos \ell - D \frac{v_*}{R} \right).$$

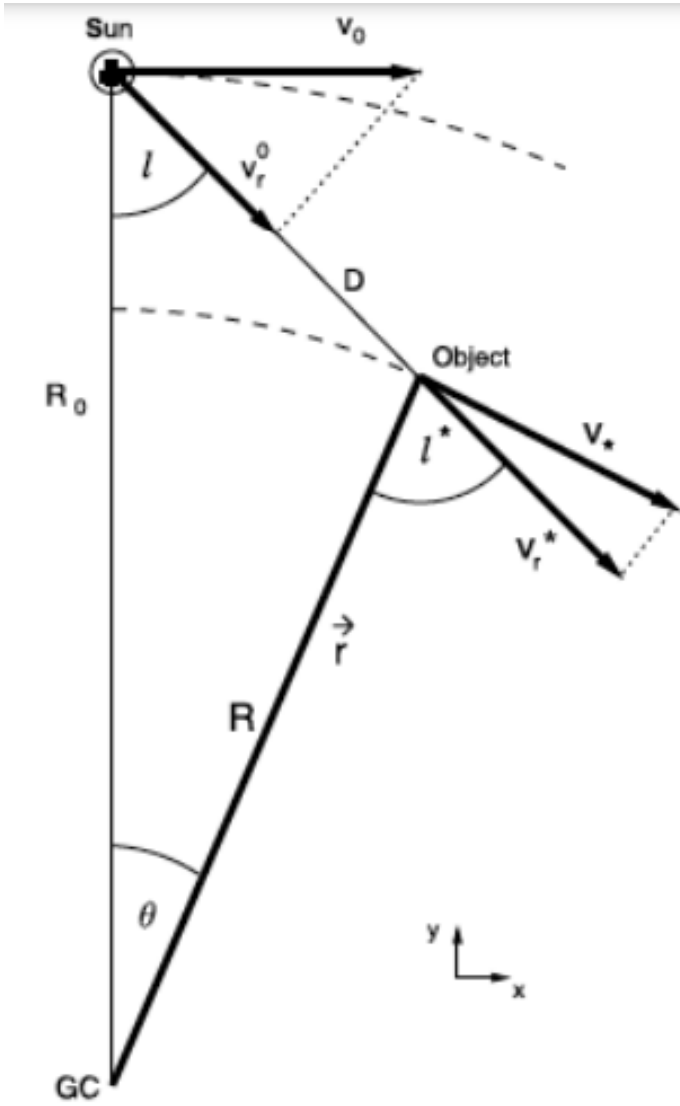


Fig. 15.

Si descartamos la diferencia entre las velocidades del Sol y del LSR obtenemos $\mathbf{V}_\odot \approx \mathbf{V}_{\text{LSR}} = (V_0, 0)$ en este sistema de coordenadas. La diferencia entre la velocidad del objeto V y la velocidad solar V_\odot se define como:

$$\Delta V = V - V_\odot.$$

Esto se expresa como:

$$\Delta V = \begin{pmatrix} V\left(\frac{R_0}{R}\right) - V\left(\frac{D}{R} \cos \ell\right) - V_\odot \\ -V\left(\frac{D}{R} \sin \ell\right) \end{pmatrix}.$$

Velocidad angular relativa

Definimos la velocidad angular como:

$$\Omega(R) = \frac{V(R)}{R}, \quad (2.56)$$

lo que nos lleva a la expresión para la velocidad relativa ΔV :

$$\Delta V = \begin{pmatrix} R_0(\Omega - \Omega_0) - \Omega D \cos \ell \\ -D\Omega \sin \ell \end{pmatrix},$$

donde $\Omega_0 = V_\odot/R_0$ es la velocidad angular del Sol.

Proyecciones radial y tangencial

Las componentes radial y tangencial de este movimiento relativo se obtienen proyectando ΔV en las direcciones paralela y perpendicular al vector de separación, respectivamente.

Componente radial:

$$v_r = \Delta V \cdot \begin{pmatrix} \sin \ell \\ -\cos \ell \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) R_0 \sin \ell.$$

Componente tangencial:

$$v_t = \Delta V \cdot \begin{pmatrix} \cos \ell \\ \sin \ell \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) R_0 \cos \ell - \Omega D.$$

Rotación cerca de R_0 : Constantes de Oort

Introducción

Usando la ecuación de la componente radial, se puede derivar la velocidad angular Ω mediante la medición de v_r , aunque no se conoce el radio R correspondiente. Si además se mide v_t y el movimiento propio $\mu = v_t/D$ de las estrellas, entonces Ω y D se pueden determinar a partir de las ecuaciones previamente definidas, obteniendo R como:

$$R = \sqrt{R_0^2 + D^2 - 2R_0 D \cos \ell}.$$

Sin embargo, para pequeñas distancias $D \ll R_0$ (es decir, $|R - R_0| \ll R_0$), se pueden usar aproximaciones locales de primer orden en $(R - R_0)/R_0$.

Aproximación lineal

Para pequeñas desviaciones, se obtiene:

$$\Omega - \Omega_0 \approx \left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} (R - R_0), \quad (2.59)$$

donde $\Omega(R) = \frac{V(R)}{R}$ (ec. 2.56).

Velocidad radial

A partir de (2.57) y usando las definiciones de Ω , se obtiene:

$$v_r = (R - R_0) \left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} R_0 \sin \ell.$$

Usando la aproximación en términos de $V(R)$:

$$\left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} R_0 \approx \frac{1}{R_0} \left(\frac{dV}{dR} \right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0^2},$$

se combina para obtener finalmente:

$$v_r = \left[\left(\frac{dV}{dR} \right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right] (R - R_0) \sin \ell. \quad (2.60)$$

Velocidad tangencial

De forma análoga, la velocidad tangencial se expresa como:

$$v_t = \left[\left(\frac{dV}{dR} \right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right] (R - R_0) \cos \ell - \Omega_0 D. \quad (2.61)$$

Aproximación final

Para $|R - R_0| \ll R_0$, se usa $R_0 - R \approx D \cos \ell$ en las ecuaciones (2.60) y (2.61), resultando en:

$$v_r \approx AD \sin \ell, \quad v_t \approx AD \cos 2\ell + BD, \quad (2.62)$$

donde las constantes de Oort se definen como:

$$A := -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_0} \left(\frac{dV}{dR} \right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0^2} \right], \quad B := -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_0} \left(\frac{dV}{dR} \right)_{R_0} + \frac{V_0}{R_0^2} \right]. \quad (2.63)$$

Explicación de las Constantes de Oort y la Cinemática Local

El análisis de las velocidades radiales (v_r) y tangenciales (v_t) relativas al Sol en la vecindad solar revela un comportamiento sinusoidal con un período de 180° . Este comportamiento, ilustrado en la Figura 16, se debe a la rotación diferencial de la Vía Láctea. Se describen las constantes de Oort y su relación con la cinemática local.

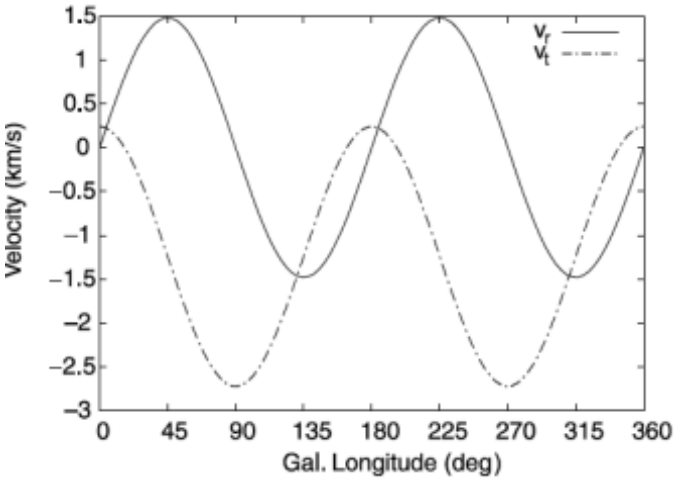


Fig. 16. Velocidades radial (v_r) y tangencial (v_t) de estrellas a una distancia fija D . v_r es proporcional a $\sin 2\ell$, mientras que v_t es una función lineal de $\cos 2\ell$. Las constantes de Oort se derivan de las amplitudes y valores medios de estas curvas.

Ecuaciones Fundamentales

Dado que v_r y v_t muestran variaciones sinusoidales con el ángulo galáctico ℓ , estas variaciones pueden describirse mediante las constantes de Oort A y B . Las ecuaciones relevantes son:

$$\Omega_0 = \frac{V_0}{R_0} = A - B, \quad (13)$$

$$\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} = -(A + B), \quad (14)$$

donde Ω_0 es la velocidad angular local, R_0 es la distancia del Sol al centro galáctico, y V_0 es la velocidad de rotación local.

Constantes de Oort

Las constantes A y B son indicadores del comportamiento de la velocidad angular de la galaxia en función del radio. Sus valores indican:

- Si la galaxia rotara rígidamente, Ω sería independiente de R , lo que implicaría $A = 0$.
- Sin embargo, como la Vía Láctea rota diferencialmente, A y B tienen valores no nulos que reflejan la dependencia radial.

Los valores obtenidos para estas constantes son:

$$A = (14.8 \pm 0.8) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \quad (15)$$

$$B = (-12.4 \pm 0.6) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}. \quad (16)$$

Resultados de Gaia

El satélite Gaia ha refinado los valores de estas constantes, obteniendo:

$$A = (15.3 \pm 0.4) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \quad (17)$$

$$B = (-11.9 \pm 0.4) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}. \quad (18)$$

La Figura 16 muestra las variaciones sinusoidales de v_r y v_t en función de ℓ . De estas variaciones se derivan los valores de A y B .

Cinemática Local

Las constantes de Oort no solo describen la rotación diferencial de la galaxia, sino que también proporcionan información clave sobre la cinemática local. La derivada de Ω con respecto al radio R está relacionada con la divergencia y el corte del campo de velocidades:

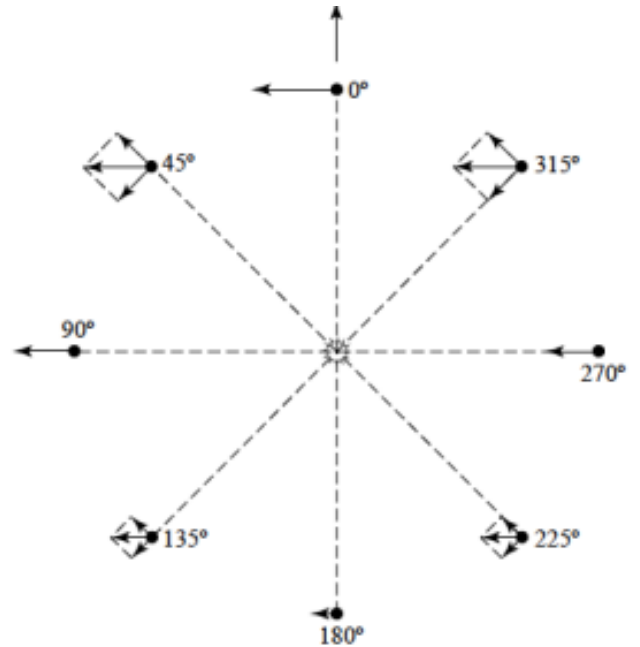


Fig. 17.

- A refleja la tasa de corte (shear rate).
- B refleja la tasa de divergencia radial.

Curva de Rotación Galáctica para $R < R_0$: Método del Punto Tangente

Método para medir la curva de rotación para radios que son significativamente más pequeños que R_0 , la distancia al centro de la Galaxia. Los puntos clave son:

1. Para medir la curva de rotación para radios $R < R_0$, hay que recurrir a longitudes de onda grandes debido a la extinción en el disco.
2. Normalmente, se utiliza la línea de emisión de 21-cm del hidrógeno neutro, que se puede observar a grandes distancias.
3. Alternativamente, se puede utilizar la emisión de CO en el gas molecular.
4. Estos componentes gaseosos se encuentran en todo el disco y están fuertemente concentrados hacia el plano.
5. La velocidad radial se puede medir fácilmente a partir del efecto Doppler. Sin embargo, como la distancia a una nube de hidrógeno no se puede determinar directamente, se necesita un método para vincular las velocidades radiales medidas a la distancia del gas desde el centro galáctico.
6. Para este propósito, se utiliza el *método del punto tangente*.

Explicación del Método Tangente y Velocidad Radial en Órbitas Circulares

El análisis de la velocidad radial (v_r) de objetos en órbitas circulares en la Galaxia es fundamental para determinar la curva de rotación. En este documento, explicamos cómo el método tangente permite derivar la curva de rotación dentro del radio solar R_0 , considerando las propiedades cinemáticas locales y las ecuaciones pertinentes.

Geometría y Velocidad Radial

Para una línea de visión en una longitud galáctica fija ℓ , con $\cos \ell > 0$ (es decir, apuntando hacia el centro galáctico), la velocidad radial v_r depende de la distancia D al objeto. Según la ecuación (2.57), v_r está definida por la función de distancia $R(D)$ al centro galáctico.

Si $V(R)$ es una función monótonamente decreciente, v_r alcanza un máximo cuando la línea de visión es tangente a la órbita local. Esto ocurre en:

$$D = R_0 \cos \ell, \quad (19)$$

$$R_{\min} = R_0 \sin \ell, \quad (2.66)$$

donde R_{\min} es la distancia mínima desde el objeto al centro galáctico.

Velocidad Radial Máxima

En este punto tangente, la velocidad radial máxima está dada por:

$$v_{r,\max} = [\Omega(R_{\min}) - \Omega_0]R_0 \sin \ell \quad (20)$$

$$= V(R_{\min}) - V_0 \sin \ell, \quad (2.67)$$

donde Ω_0 y V_0 son la velocidad angular y tangencial del Sol, respectivamente.

Determinación de la Curva de Rotación

La curva de rotación galáctica dentro de R_0 puede derivarse midiendo $v_{r,\max}$ como una función de ℓ , utilizando la relación:

$$V(R) = \left(\frac{R}{R_0}\right)V_0 + v_{r,\max} \left(\sin \ell = \frac{R}{R_0}\right). \quad (2.68)$$

Correcciones y Aproximaciones

Para ángulos pequeños donde $|\ell| \ll 1$, se puede expandir $V(R)$ en una serie de primer orden en $(R_0 - R_{\min})$:

$$V(R_{\min}) \approx V_0 + \left(-\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} (R_{\min} - R_0) \quad (21)$$

$$= V_0 - \left(-\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} R_0(1 - \sin \ell). \quad (2.69)$$

Sustituyendo en (2.67), obtenemos:

$$v_{r,\max} = \left[V_0 - \left(-\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} R_0(1 - \sin \ell)\right] \sin \ell. \quad (2.70)$$

Usando la ecuación (2.63), esta expresión se puede reescribir como:

$$v_{r,\max} = 2AR_0(1 - \sin \ell), \quad (22)$$

donde A es la constante de Oort.

Método Tangente y Observaciones

Para determinar $V(R)$ en radios más pequeños, se utiliza el ***método tangente***, que requiere observar en longitudes de onda donde el plano galáctico sea transparente. Un ejemplo típico es la línea de emisión del hidrógeno neutro (HI) a 21 cm. En la Figura ??, se muestra un perfil de intensidad típico, que se puede convertir en un perfil de velocidad radial mediante:

$$v_r = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} c, \quad (23)$$

donde λ es la longitud de onda observada, λ_0 es la longitud de onda de reposo y c es la velocidad de la luz.

Conclusión

El método tangente, combinado con las observaciones de la velocidad radial máxima, permite construir la curva de rotación galáctica dentro del radio solar R_0 , proporcionando información clave sobre la cinemática de la Vía Láctea.

La Fig 18 muestra un diagrama que representa la curva de rotación galáctica para radios $R < R_0$, donde R_0 es la distancia al centro de la Galaxia.

1. El medio interestelar es ópticamente delgado para la radiación de 21-cm, lo que permite recibir la emisión de regiones de hidrógeno neutro (HI) en toda la Galaxia.
2. Debido al movimiento de las nubes de HI relativo a nosotros, la longitud de onda de esta emisión se desplaza por efecto Doppler.

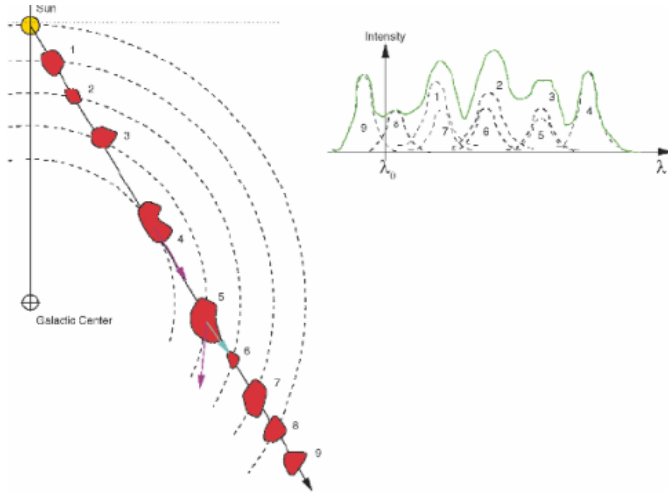


Fig. 18.

3. Se asume que las nubes de gas se mueven en órbitas circulares alrededor del centro galáctico.
4. Para la nube en el punto tangente (nube 4), se espera que la velocidad radial sea la máxima, ya que la línea de visión es tangente a la órbita circular.
5. Conociendo la distancia al centro galáctico y la velocidad radial de la nube en el punto tangente, se puede determinar la velocidad de rotación de esa región de la Galaxia.

De esta manera, mediante el *método del punto tangente*, se puede medir la curva de rotación galáctica para radios $R < R_0$, lo cual es relevante para estudiar la dinámica y estructura de nuestra Galaxia.

Método del Punto Tangente

El método del punto tangente se aplica a las líneas de emisión del hidrógeno neutro (21 cm) o a líneas de emisión molecular, como las de ^{12}CO , para medir la curva de rotación de la Galaxia dentro del radio solar R_0 . Este método se basa en que la mayor velocidad radial ocurre para el gas más cercano al punto tangente, y dicha velocidad coincide con $v_{r,\max}(\ell)$.

En la Figura 19, se muestra el perfil de intensidad observado de la línea de ^{12}CO como función de la longitud galáctica. De este perfil se puede leer la curva de rotación para $R < R_0$.

Curva de Rotación para $R > R_0$

El método del punto tangente no puede aplicarse para $R > R_0$ porque para longitudes galácticas $\pi/2 < \ell < 3\pi/2$, la velocidad radial v_r no alcanza ningún máximo; la línea de visión nunca es paralela a una órbita circular.

Para medir $V(R)$ en $R > R_0$, se requieren mediciones de objetos cuya distancia pueda determinarse directamente. Por ejemplo:

- **Cefeidas**, utilizando la relación periodo-luminosidad (ver Sección 2.2.7).
- **Estrellas tipo O y B** en regiones HI.

Conociendo ℓ y D , se puede calcular R , y usando la ecuación (2.57), se obtienen $\Omega(R)$ o $V(R)$. Así, se añade un punto a la curva de rotación galáctica. Sin embargo, las distancias estimadas de objetos individuales siempre están afectadas por incertidumbres, lo que hace que la curva de rotación para grandes valores de R sea menos precisa que dentro del radio solar.

Curva de Rotación Observada para $R > R_0$

Se ha observado que la curva de rotación para $R > R_0$ no disminuye como se esperaría de la distribución de la materia visible en la Vía Láctea.

Distribución de Materia Visible

La densidad estelar y la densidad del gas de la Galaxia disminuyen exponencialmente para grandes R . Por ejemplo:

$$\rho \propto e^{-R/h}, \quad (24)$$

donde h es una escala característica (ver ecuación 2.34). Este declive pronunciado en la densidad de masa visible implica que la masa total dentro de un radio R ($M(R)$) es aproximadamente constante para $R > R_0$. Según la Ley de Kepler, esto debería producir un perfil de velocidad:

$$V \propto R^{-1/2}. \quad (25)$$

Sin embargo, esto no se observa.

Comportamiento Observado de la Curva de Rotación

Empíricamente, $V(R)$ es prácticamente constante para $R > R_0$, lo que indica que $M(R) \propto R$. Para que la velocidad de rotación de la Galaxia sea constante, debe haber más masa presente de la que se observa en gas y estrellas.

Materia Oscura

La Vía Láctea contiene, además de estrellas y gas, un componente adicional de materia que domina la masa para $R > R_0$, pero que no ha sido observado directamente. Su presencia se infiere únicamente a través de su efecto gravitacional; por esta razón, se le llama materia oscura. La existencia de materia oscura es un fenómeno común en las galaxias espirales. Las curvas de rotación de estas galaxias son planas a grandes radios, hasta el máximo radio donde pueden medirse. Esto confirma que las galaxias espirales contienen materia oscura.

Análisis de la curva de rotación de la Vía Láctea

La figura presentada muestra la **curva de rotación de la Vía Láctea**, que describe cómo varía la velocidad de rotación de las estrellas y el gas en función del radio galáctico, medido en kilopársecs (**kpc**). A continuación, se analizan los aspectos relevantes de la figura y el texto acompañante:

Gráfica: Curva de Rotación

La gráfica representa la velocidad de rotación (en km/s) en el eje vertical y el radio galáctico (en kpc) en el eje horizontal. Algunos puntos clave sobre la gráfica son:

- **Región interna ($R < R_0$):** En esta región, dentro del llamado “círculo solar” (*Solar Circle*), las velocidades radiales están determinadas con precisión mediante el método del punto tangente.
- **Región externa ($R > R_0$):** Más allá de R_0 , las incertidumbres en las mediciones aumentan, como se observa en las barras de error más amplias. Esto dificulta una determinación precisa de la curva de rotación en las regiones externas de la galaxia.

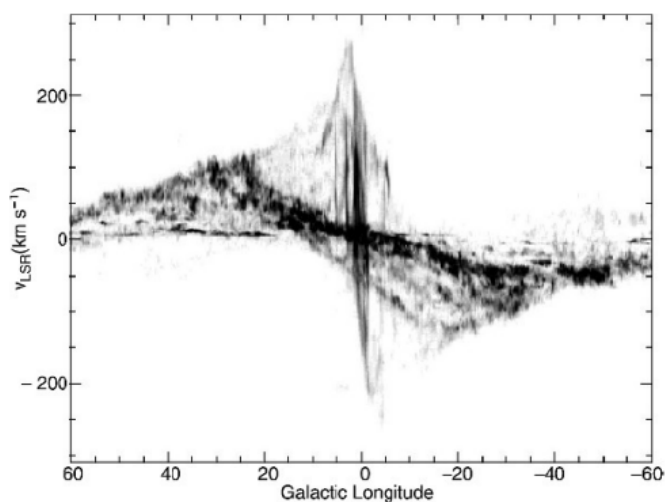


Fig. 19. Para cada l , la intensidad de la emisión en la línea $-2^\circ \leq b \leq 2^\circ$ está integrada (es decir, muy cerca del plano medio del disco). Dado que depende de la distancia a lo largo de cada línea de visión, caracterizada por l , este diagrama contiene información sobre la rotación de la Galaxia, así como sobre la distribución espacial del gas. La velocidad máxima a cada l es más bien la que define la base para el método del punto tangente.

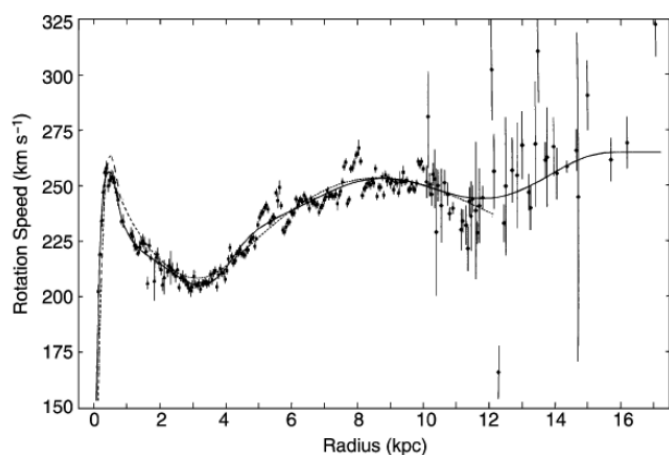


Fig. 20.

- **Comportamiento global:** A pesar de la dispersión en los datos, la curva general se mantiene aproximadamente plana a mayores distancias del centro galáctico, lo cual es una evidencia clave para la existencia de **materia oscura**.

Naturaleza de la Materia Oscura

El texto acompaña la gráfica explicando que la naturaleza de la **materia oscura** sigue siendo desconocida. Sin embargo, se presentan dos principales tipos de candidatos:

1. **Materia oscura astrofísica:** Consiste en objetos compactos como:
 - Estrellas débiles (*faint stars*) como enanas blancas o marrones.
 - Agujeros negros.

A este tipo de objetos se les denomina **MACHOs** (*Massive Compact Halo Objects*), que significa “Objetos Compactos Masivos del Halo”. Estos podrían contribuir a la masa total

de la galaxia sin emitir suficiente luz como para ser detectados directamente.

2. **Materia oscura basada en partículas:** Consiste en partículas elementales que no interactúan con la luz, lo cual las hace invisibles a los detectores convencionales. Estas partículas, predichas por teorías físicas, podrían haber escapado de la detección incluso en aceleradores de partículas.

Comportamiento de las curvas de rotación

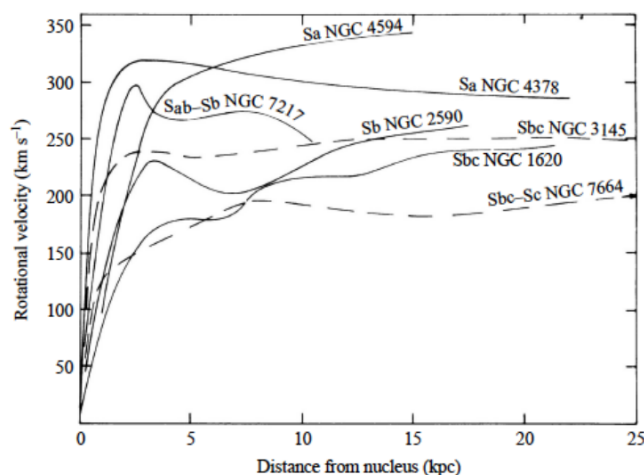


Fig. 21.

El gráfico incluye curvas de rotación para galaxias espirales clasificadas según sus tipos morfológicos (**Sa**, **Sb**, **Sbc**, **Sc**). Algunas observaciones clave incluyen:

- **Región interna:** Cerca del núcleo galáctico (radio ≤ 5 kpc), todas las curvas muestran un aumento rápido en la velocidad de rotación. Este comportamiento está dominado por la masa visible concentrada en el bulbo central.
- **Región externa:** A mayores distancias del núcleo (radio > 5 kpc), las curvas tienden a estabilizarse o mantenerse aproximadamente **planas**, en lugar de disminuir como se esperaría si solo se considerara la materia visible (estrellas y gas).
- **Diferencias entre galaxias:**
 - Galaxias de tipo **Sa** (como NGC 4594 y NGC 4378): Estas curvas tienden a alcanzar velocidades más altas en la región interna y muestran una disminución más notable en las regiones externas.
 - Galaxias de tipo **Sb a Sc** (como NGC 7217, NGC 2590 y NGC 7664): Presentan velocidades más bajas en comparación con las de tipo Sa, pero sus curvas son más planas en las regiones externas, lo que sugiere una mayor influencia de la materia oscura.

Evidencia de materia oscura

El comportamiento plano en las regiones externas de estas curvas de rotación proporciona una fuerte evidencia de la presencia de **materia oscura**. Sin la contribución gravitatoria de esta materia no visible, la velocidad de rotación disminuiría conforme aumenta la distancia al núcleo, de acuerdo con las leyes de Kepler.