

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer Orden

1. $2y' + 4y = 0$ R: $y = ce^{-2x}$
2. $x^2 dy - \cos^2 y dx = 0$ R: $\operatorname{tg}(y) + \frac{1}{x} = c$
3. $y' = x^2 + x^2 y^2$ R: $y = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{3}x^3 + c\right)$
4. $y' = x\sqrt{1 - y^2}$ R: $y = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x^2 + c\right)$
5. $x^2 dy - \cos^2(y) dx = 0$ R: $\operatorname{tg}(y) + \frac{1}{x} = c$
6. $y^2 dx + 2y^2 dy = 0$ R: $x + \frac{1}{y} + 2y = c$
7. $e^y dx + x^2(2 + e^y) dy = 0$ R: $-\frac{1}{x} = 2e^{-y} - y + c$
8. $x dy = (x + y) dx$ R: $\frac{y}{x} = \ln|x| + c$
9. $e^{2x+y} dx - 2e^{x-y} dy = 0$ R: $e^x + e^{-2y} = c$
10. $xy'(y - 1) - y = 0$ R: $xy c = e^y$
11. $(xy^2 + x) dx + (x^2 y + y) dy = 0$ R: $(x^2 + 1)(y^2 + 1) = c$
12. $2y dy + 4x^3 \sqrt{4 - y^4} dx = 0$ R: $y^2 = 2\operatorname{sen}(c - x^4)$
13. $\frac{\ln(y)}{\ln(x)} dy - \frac{x^4}{y^2} dx = 0$ R: $\frac{y^3}{3} \ln(y) - \frac{y^3}{9} = \frac{x^5}{5} \ln(x) - \frac{x^5}{25} + c$
14. $y' = 1 + x$, $y(1) = -1$ R: $y = x + \frac{x^2}{2} - \frac{5}{2}$
15. $y' = \frac{x}{y}$, $y(2) = -3$ R: $y^2 = x^2 + 5$
16. $y' = \frac{1+y^2}{xy}$, $y(1) = 5$ R: $26x^2 - y^2 = 1$
17. $(x + 2y) dx + (y - 2x) dy = 0$ R: $\operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = c$
18. $(2x + y) dx - y dy = 0$ R: $(y - 2x)^2 (x + y) = c$
19. $y' = \frac{3x^2 + 6xy - y^2}{5x^2 + 2xy + y^2}$, $y(0) = 1$ R: $(y - x)(3x + y) = x + y$
20. $xy' = y - \sqrt{x^2 - y^2}$ R: $\ln|x| + \operatorname{arcsen}\left(\frac{y}{|x|}\right) = c$
21. $(x\sqrt{x^2 + y^2} - y^2) dx + xy dy = 0$ R: $x \ln|x| + \sqrt{x^2 + y^2} = cx$
22. $\left(\frac{1}{x} - \frac{y}{x^2} e^{\frac{y}{x}}\right) dx + \left(\frac{1}{x} e^{\frac{y}{x}} - \frac{1}{y}\right) dy = 0$ R: $y = cx$

23. $y' = \sqrt{y-x} + 1$ R: $2\sqrt{y-x} = x + c$
24. $(12x + 6y - 1)dx + (6x + 3y - 2)dy = 0$ R: $3(y + 2x)^2 - 4y - 2x = c$
25. $(x + 2y - 2)dx + (2x - y + 3)dy = 0$ R: $\frac{x^2}{2} - 2xy - 2x - \frac{y^2}{2} + 3y = c$
26. $(3y - 7x + 7)dx + (7y - 3x + 3)dy = 0$ R: $(y - x + 1)^2(y + x - 1)^5 = c$
27. $\text{sen}(tx) + tx \cdot \cos(tx) + t^2 \cos(tx) \cdot x' = 0$ R: $t \cdot \text{sen}(tx) = c$

Ecuaciones diferenciales homogéneas, exactas, factores integrantes y lineales

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y-3}{x+y+1}$ R: $\frac{x+4}{y-3} = \ln(y-3) + c$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x-3y-7}{x-4}$ R: $(x-4)^4 - 4(x-4)^3(y+1) = c$
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y+7}{-2x+y-9}$ R: $y^2 - 18y - 4xy - 14x - x^2 = c$
4. $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{x+y+1}{x+1}\right)^2$ R: $\frac{2}{\sqrt{3}} \arctg\left(\frac{x+2y+1}{\sqrt{3}(x+1)}\right) = \ln(x+1) + c$
5. $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+2}{x-y+3}$ R: $x = \frac{(x-y+3)^2}{2} + c$
6. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3+6xy^2-2y^3+4x+3y}{6xy^2-6x^2y+4y^3-3x+2y}$ R: $\frac{x^4}{2} + 3x^2y^2 - 2xy^3 - y^4 + 2x^2 + 3xy - y^2 = c$
7. $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x^3y^2+4x^2y+2xy^2+xy^4+2y}{2(y^3+x^2y+x)}$ R: $ce^{-x^2} = 2x^2y^2 + 4xy + y^4$
8. $\left(\frac{x^2-y^2}{x^2y} - \frac{y}{x^2+y^2}\right)dx + \left(\frac{x}{x^2+y^2} + \frac{y^2-x^2-x}{xy^2}\right)dy = 0$ R: $\arctg\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{x^2+x+y^2}{xy} = c$
9. $\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}} - y^2\right)dx + \left(\frac{2y}{\sqrt{x^2+y^2}} - 2xy\right)dy = 0$ R: $\arctg\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{x^2+x+y^2}{xy} = c$
10. $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+y^2}\right)dx + \left(\frac{1}{y-x} + \frac{y}{x^2+y^2}\right)dy = 0$ R: $(x-y)^2(x^2+y^2) = c$
11. $(3x^2 + 2xy)dx + (2x^3 + x^2 + 2x^2y)dy = 0$ R: $x^2e^{2y}(x+y) = c$
12. $\arcsen(y)dx + \frac{x+2\sqrt{1-y^2}\cos(y)}{\sqrt{1-y^2}}dy = 0$ R: $x\arcsen(y) + 2\text{sen}(y) = c$
13. $(x\ln(y) + y\ln(x) + y)dx + \left(\frac{x^2}{2y} + x\ln(x)\right)dy = 0$ R: $\frac{1}{2}x^2\ln|y| + xy\ln|x| = c$
14. $(10x^4y^2 + 4x^3y)dx - (2x^5y + 2x^4)dy = 0$ R: $2x^5y + x^4 = cy^2$
15. $x dx + (x^2 + y^2 + y)dy = 0$ R: $(x^2 + y^2)e^{y^2} = c$
16. $y dx - (x^2 + y^2 + x)dy = 0$ R: $x = y \tan(c + y)$

17. $y' - xy = 0$ R: $y = ce^{\frac{x^2}{2}}$
18. $y' + y = 3e^x$; $y(0) = \frac{5}{2}$ R: $y = e^{-x} + \frac{3}{2}e^x$
19. $y' + 2y = xe^{-2x} + 3$; $y(0) = -1$ R: $y = \frac{-2}{9}e^{3x} - \frac{x}{3} - \frac{7}{9}$
20. $y' + y\cotg(x) = 3x + 1$ R: $y = c \cdot \csc(x) - 3x\cotg(x) - \cotg(x) + 3$
21. $y' + \frac{3y}{2x-3} = \frac{x}{\sqrt{2x-3}}$ R: $y = \frac{1}{6}(2x-3)^{-\frac{3}{2}}(4x^3 - 9x^2 + 6c)$
22. $\left(y\cos(2x) + 2(\sin(2x))^{\frac{3}{2}}\right)dx + \sin(2x)dy = 0$ R: $y = \frac{\cos(2x)+c}{\sqrt{\sin(2x)}}$
23. $(a^2 - x^2)y' + 2ay = (a^2 - x^2)^2$ R: $\frac{1}{3}(a-x)(a+x)^2 + c\frac{(a-x)}{(a+x)}$
24. $y' - 3y = x + 2$, $y(0) = 1$ R: $y = -\frac{2}{9}e^{3x} - \frac{x}{3} - \frac{7}{9}$
25. $(1 + x^2)y' + y = 3$, $y(0) = 2$ R: $y = -e^{\frac{-1}{\tg(x)}} + 3$
26. $(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ R: $3x^4 + 4x^3 + 6x^2y^2 = c$
27. $(2y - x^3)dx + xdy = 0$ R: $x^2y - \frac{1}{5}x^5 = c$
28. $y' - y = xy^2$ R: $y = \frac{1}{ce^{-x}+1-x}$
29. $xdy + ydx = x^3y^6dx$ R: $\frac{5x^3+cx^5}{y^5} = 2$
30. $yy' - xy^2 + x = 0$ R: $y^2 = 1 + ce^{x^2}$
31. $(2xy^5 - y)dx + 2xdy = 0$ R: $y^4 = \frac{3x^2}{4x^3+c}$
32. Un cultivo tiene inicialmente una cantidad N de bacterias. Transcurrida una hora, el número de bacterias medido es $\frac{3}{2}N$. Sabiendo que la velocidad de multiplicación es proporcional al número de bacterias presentes en cada instante, determinar el tiempo necesario para que el número de bacterias se triplique. R: 2,7095 hrs.
33. Si la población de un país se duplica en 50 años, ¿cuánto tiempo tardará en quintuplicarse, suponiendo que la velocidad de crecimiento es proporcional al número de habitantes? R: 116,0964 años.
34. Se sabe que el radio se desintegra con una velocidad proporcional en cada instante a la cantidad de radio presente. El 1, 1% de una cierta cantidad de radio se ha desintegrado a lo largo de 25 años. Determinar aproximadamente qué tiempo debe transcurrir para que se desintegre la mitad de la cantidad que inicialmente había. R: 1566,6541 años.

35. El periodo de semidesintegración del carbono-14 es de 5.600 años. Se ha encontrado un hueso fosilizado que contiene la milésima parte del extraído de un hueso de los tiempos actuales. Determinar la edad del fósil.
R: 8,0831 años.
36. La ley de enfriamiento de Newton asegura que la velocidad a que una sustancia se enfría en el aire es proporcional a la diferencia de temperaturas entre la sustancia y el aire. Si la temperatura del aire es de 30° y la sustancia pasa de 100° a 74° en 15 minutos, ¿cuánto tardará en tener una temperatura de 40° ?
R: 62,8652 minutos.
37. Se coloca un objeto con una temperatura de 90° Fahrenheit en un medio con una temperatura de 60° . Diez minutos después, el objeto se ha enfriado a 80° Fahrenheit. ¿Cual será la temperatura del cuerpo después de estar en este ambiente durante 20 minutos? ¿En cuánto tiempo llegará a 65° Fahrenheit la temperatura del cuerpo?
R: $73,3333^\circ\text{F}$; 44,1902 minutos.
38. Un tanque de 500 galones contiene inicialmente 100 galones de solución salina en la que se ha disuelto cinco libras de sal. Se agrega solución salina que contiene dos libras/galón a razón de cinco galones/minuto y la mezcla sale del tanque a razón de tres galones/minuto. Determine cuanta sal hay en el tanque al momento que se desborda.
R: 982.5587 libras de sal
39. Un recipiente de 30 litros de capacidad contiene inicialmente 10 litros de solución salina en la que se han disuelto 100 gr. de sal. Se agrega solución salina con concentración de 20 gramos/litro a razón de 5 litros/minuto, y simultáneamente la mezcla sale del recipiente a razón de 1 litro/minuto. Determine la concentración de sal en el recipiente al momento que éste se desborda.
R: 219,8954 grs. de sal
40. $y' = \frac{1}{x^2}y^2 - \frac{1}{x}y + 1; y(1) = 3$ (considere $y_p(x) = ax + b$)
R: $y = \frac{2x\ln(x)-3x}{2\ln(x)-1}$
41. $y' = -e^{-x}y^2 + y + e^x$ (considere $y_p(x) = ae^{kx}$)
R: $y = \frac{ce^{3x}+e^x}{ce^{2x}-1}$
42. $y' = \frac{y^2}{16x^2} - y + 4x(x+4); y(-1) = 0$ (considere $y_p(x) = ax^k$)
R: $y = 16x + 16$