Ayudantía 3: Ondas y Óptica

1. Considere una masa de agua con una profundidad uniforme h. Se puede demostrar que la evolcuión de las ondas que viajan por el agua (*ondas de gravedad*) siguen la ecuación:

$$\nabla^2\Phi = 0$$

Donde Φ es una cantidad llamda *Potencial de Velocidad*. Proponiendo una solución ondulatoria de la forma:

$$\Phi(x,z,t) = F(z)\cos(kx - \omega t)$$

Derive la relación de dispersión para una onda de gravedad si las condiciones del problema se pueden escribir como:

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{z=-h} = 0$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}\right)_{z=0}$$

Donde g es la aceleración de gravedad.

2. Para una cuerda de largo L con los dos extremos libres, se tienen las siguientes condiciones de contorno:

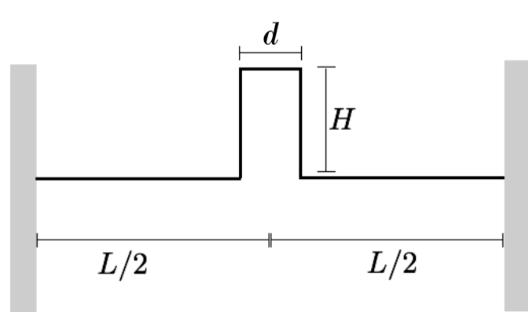
$$\frac{\partial}{\partial x}y(0,t) = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial x}y(L,t) = 0$$

(a) Encuentre la solución general de la ecuación de onda para estas condiciones de contorno.
(b) Encuentre una expresión para los coeficientes.
(c) Si se tiene que la onda parte del reposo en las posiciones:

$$y(x,0) = \begin{cases} \frac{L}{2} & \text{para } 0 \leq x < \frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \text{para } \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

Encuentre la solución general.

3. Una cuerda de longitud L está fija en ambos extremos. En $t = 0$, la cuerda está en reposo y se deforma como se muestra en la figura siguiente y luego se suelta.



(a) Dada la representación anterior, escriba $y(x,0)$.
(b) Derive una expresión para la amplitud del n-ésimo armónico de esta cuerda.
(c) Demuestre que para $L \gg d$, la amplitud de los primeros armónicos es independiente de n.