

# Primera Prueba FC

victor.cardenas

April 2021

**Instrucciones:** Lea cuidadosamente cada pregunta (se sugiere más de una vez) y responda. Argumente físicamente cada supuesto y paso matemático. La prueba estará disponible el miércoles a las 8:00 AM y puede enviar sus respuestas hasta las 23:59 PM de ese mismo miércoles (16 horas!) a mi correo: victor.cardenas@uv.cl. La segunda parte (oral) se hará de acuerdo a un calendario que publicaré en classroom donde deben inscribirse.

## Problema 1

Muestre que dos transformadas de Lorentz sucesivas – una con velocidad  $\beta_1 = v_1/c$  y la siguiente con  $\beta_2 = v_2/c$  – es equivalente a una con velocidad  $v$ .

1. Calcule  $v$  como función de  $v_1$ ,  $v_2$  y  $c$ . (Hint: escriba la secuencia de transformaciones como  $(x, t) \rightarrow (x', t')$  con  $\beta_1$  y  $\gamma_1$  y a continuación  $(x', t') \rightarrow (x'', t'')$  con  $\beta_2$  y  $\gamma_2$ ).
2. Muestre que las transformadas de Lorentz forman un grupo. ¿Es abeliano?

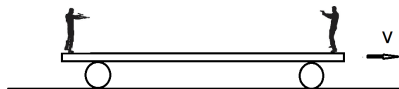
## Problema 2

Ana y Beto corren una carrera. Ambos parten de  $x = 0$  en  $t = 0$  medido en el sistema de referencia del estadio. Ana lo hace hacia la derecha, hasta la marca en  $x = L$  y Beto hacia la izquierda hasta  $x = -L$ . Suponga que ambos viajan a la misma velocidad  $v$  relativo al piso. Desde el punto de vista del público, la carrera es justa. Pero Ana ve las cosas de manera diferente. Desde su punto de vista (en su sistema de referencia) puede ver los relojes en las líneas de meta suya y de Beto.

1. Ana se queja a los encargados de la carrera que algo no justo ocurre con los relojes de los puntos de llegada. ¿Qué es lo que observa? (Sea claro, específico y cuantitativo)
2. Ana dice que ella ganó la carrera. ¿Porqué cree esto? ¿Por cuanto cree que ganó?

## Problema 3

Fito y Beto están parados en una plataforma de Merval que se mueve a velocidad  $v$  (ver figura). Están a una distancia  $L$  medido sobre la plataforma y ambos tienen pistolas de pintura. Fito está en la parte frontal mirando hacia la parte trasera y Beto está en la parte trasera mirando hacia adelante. Medido en el sistema de referencia de la plataforma, ambos jugadores se disparan mutuamente a la vez. Ambas balas de pintura se mueven a la velocidad  $u$  (medido en el sistema de la plataforma).



1. Resuelva analíticamente y a través de un diagrama de espacio tiempo ilustrando el duelo visto desde la referencia del suelo. Indique con claridad las líneas mundo de Beto y Fito, y de las dos balas. Dibuje los ejes  $(x, ct)$  del sistema de referencia del suelo y las  $(x', ct')$  de la plataforma.
2. Use su diagrama para determinar quien dispara primero y quien es herido primero desde el punto de vista del sistema del suelo. Compruebe esto mediante las transformaciones de Lorentz adecuadas. Muestre claramente estos eventos en el diagrama y explique cómo llega a la conclusión de los tiempos.
3. Indique los siguientes cuatro eventos sobre su diagrama:  
 Evento A: Beto dispara,                      Evento B: Beto es herido  
 Evento C: Fito dispara,                      Evento D: Fito es herido.  
 Que par de eventos tiene una separación tipo-tiempo? Que par de eventos tiene separación tipo-espacio? Explique sus respuestas usando el diagrama y analíticamente.

## Problema 4

Considere el conjunto de todas las matrices  $2 \times 2$ ,  $M_2$ .

1. ¿Es  $(M_2, +)$  (las matrices  $M_2$  con la suma de matrices) un grupo? Demuéstrelo.
2. ¿Es  $(M_2, \cdot)$  (las matrices  $M_2$  con la multiplicación de matrices) un grupo? Demuéstrelo.