



Métodos Matemáticos para la Física II (LFIS 311)

Licenciatura en Física

Profesor: Graeme Candlish Semestre I 2025

Tarea 4

1. Considerar el problema del valor límite

$$y'' + \lambda y = 0 \quad y(0) = 0, \quad y(1) + y'(1) = 0$$

Mostrar que el valor propio λ puede tomar un número infinito de valores $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \dots$.
Indicar el comportamiento de λ_n cuando $n \rightarrow \infty$.

2. Expresar las siguientes ecuaciones en forma Sturm-Liouville:

(a) $(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$

(b) $xy'' + (b - x)y' - ay = 0$ donde a, b, n son constantes.

(c) Encontrar los valores propios y las funciones propias para

$$y'' + 4y' + 4y = -\lambda y$$

donde $y(0) = y(1) = 0$. ¿Qué es la relación de ortogonalidad para estas funciones propias?

3. Demostrar que la fórmula de Rodrigues

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$

da la solución a la ecuación de Hermite.

4. Demostrar que el producto escalar de dos polinomios de Hermite es

$$(H_m, H_n)_{e^{-x^2}} = \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) e^{-x^2} dx = \delta_{mn} 2^n \sqrt{\pi} n!$$