

## Tarea 1

### Progresiones Aritméticas y Geométricas

#### Instrucciones

- Esta tarea es individual y de carácter formativo.
- Debe prepararse un único documento pdf con imágenes con los desarrollos escritos a mano.
- El documento debe iniciar con el nombre y apellido del estudiante.
- Enviar el documento pdf al correo [algebra@emtttec.cl](mailto:algebra@emtttec.cl)
- El correo debe ser enviado desde el correo institucional UV y solo se corregirá el primer correo recibido.
- El plazo de entrega máximo es el martes 6 de abril a las 23:59:59.
- Los puntajes se encuentran indicados, hay 1,0 puntos base si se respeten estas instrucciones.

1) En una progresión aritmética, la suma de todos los términos es nula, el séptimo término es 15 y el vigésimo es  $-24$ . Calcular:

- A) La diferencia de la progresión. **(1,0 pts.)**
- B) El número total de términos. **(1,0 pts.)**

2) Pegando latas de bebida de 6,5 cm de ancho se monta una exposición con el patrón fractal de la figura, que contempla 3 latas para la primera estructura triangular, 9 para la segunda estructura y así sucesivamente. Si se completan 10 estructuras, calcular:

A) Número total de latas requeridas. **(1,0 pts.)**

B) Ancho en metros de la base de la estructura mayor. **(1,0 pts.)**

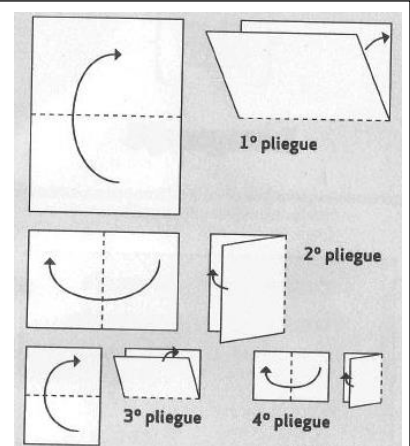


3) Una hoja de papel A4 estándar tiene 0,35 milímetros de espesor y su frente  $217 \text{ cm}^2$  de área. La hoja se pliega por la mitad, la hoja ya doblada vuelve a plegarse por la mitad y así sucesivamente.

A) Hallar el área en  $\text{cm}^2$  del frente de la hoja plegada al plegarla 5 veces. **(1,0 pts.)**

B) Demostrar que al plegar la hoja 40 veces, el espesor de la hoja plegada alcanza la distancia entre la Tierra y la Luna. **(1,0 pts.)**

Dato freak: aunque parezca poco, el récord mundial de doblado de una hoja es de solo 13 dobleces.



## Solución

1) Consideremos la PA con primer término  $a_1$ , diferencia  $d$  y número de términos  $n$ . La condición de la suma de términos nos entrega la siguiente ecuación:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + d(n-1)] = 0 \Rightarrow 2a_1 + d(n-1) = 0$$

Por otro lado, para el séptimo y vigésimo términos tenemos según la fórmula para el término general:

$$a_7 = a_1 + 6d = 15 \quad \text{y} \quad a_{20} = a_1 + 19d = -24$$

Todo lo anterior nos permite plantear un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas ( $a_1$ ,  $d$  y  $n$ ):

$$\begin{cases} 2a_1 + d(n-1) = 0 \\ a_1 + 6d = 15 \\ a_1 + 19d = -24 \end{cases}$$

A) Restando ambos lados en las 2 últimas ecuaciones se elimina  $a_1$ , obteniendo:

$$6d - 19d = 15 - (-24) \Rightarrow -13d = 39$$

$$\mathbf{d = -3}$$

$$\Rightarrow a_1 = 15 - 6d = 33$$

B) Ahora reemplazando en la primera ecuación se tiene:

$$2 \cdot 33 + (-3) \cdot (n-1) = 0$$

$$\mathbf{n = 23}$$

2A) Observamos que el número de latas de cada una de las 10 estructura sigue un patrón geométrico, pues cada una tiene el triple de latas que la estructura inmediatamente anterior, partiendo con 3 latas para la más pequeña, de esta forma la PG tiene primer término  $a_1 = 3$ , razón  $r = 3$  y número de términos  $n = 10$ . Aunque puede hacerse la suma manual, el número total de latas lo obtenemos con la ayuda de la fórmula de suma en una PG:

$$S_{10} = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{10} = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1} = 3 \cdot \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} = \mathbf{88.572}$$

2B) Con respecto al número de latas de la fila de la base, también visualizamos un patrón geométrico, con una PG que tiene primer término  $a_1 = 2$ , razón  $r = 2$  y número de términos  $n = 10$ . Para hallar el número de latas de la base de la estructura mayor usamos la fórmula de término general en una PG:

$$a_{10} = a_1 r^{n-1} = 2 \cdot 2^{10-1} = 1024$$

Como cada lata tiene diámetro 6,5 cm = 0,065 m, obtenemos el ancho:

$$\mathbf{ancho = 1024 \cdot 0,065 \text{ cm} = 66,56 \text{ m} \approx 67 \text{ m}}$$

3A) Apreciamos que, en cada pliegue, el área de la hoja se reduce a la mitad. Así tenemos una progresión geométrica con  $a_1 = 217 \text{ cm}^2/2$ , razón  $r = 1/2$  y  $n = 5$ , el área frontal de la hoja plegada al quinto dobléz es:

$$a_5 = a_1 r^{n-1} = \frac{217 \text{ cm}^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{217 \text{ cm}^2}{2^5} \approx \mathbf{6,78 \text{ cm}^2}$$

3B) Por otro lado, el ancho de la hoja doblada al primer dobléz es el doble del original y se duplica cada vez, por lo que tenemos una progresión geométrica con  $a_1 = 2 \cdot 0,35 \text{ mm} = 0,7 \text{ mm}$ , razón  $r = 2$  y  $n = 40$ , el ancho de la hoja al dobléz 40 es:

$$a_{40} = a_1 r^{n-1} = 2 \cdot 0,35 \text{ mm} \cdot 2^{39} = 0,35 \text{ mm} \cdot 2^{40} \approx \mathbf{3,85 \cdot 10^{11} \text{ mm} = 3,85 \cdot 10^5 \text{ km}}$$

Googleando, obtenemos que la distancia promedio entre la Tierra y la Luna es de  $3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$ , por lo que doblando la hoja 40 veces la alcanzamos.

Luna / Distancia a la Tierra

**384,400 km**



A menudo, cuando vemos ilustraciones de la Tierra y la Luna, parecen estar verdaderamente muy juntas. ¡No te dejes engañar! En realidad, están muy lejos una de la otra. La Luna está a una distancia promedio de 238,855 millas (**384,400 km**).

[spaceplace.nasa.gov › moon-distance](https://spaceplace.nasa.gov/moon-distance)

## Luna

**Distancia a la Tierra:** 384,400 km

**Gravedad:** 1.62 m/s<sup>2</sup>

**Radio:** 1,737.1 km

**Edad:** 4.53 miles de millones años

**Período orbital:** 27 días

**Densidad:** 3.34 g/cm<sup>3</sup>

**Órbitas:** [Tierra](#)