

9 Multiplicidad (binarias, múltiples, cúmulos..)

1. Considere dos estrellas en órbita alrededor de un centro de masa mutuo. Si a_1 es el semieje mayor de la órbita de la estrella de masa m_1 y a_2 es el semieje mayor de la órbita de la estrella de masa m_2 , demuestre que el semieje mayor de la órbita de la masa reducida viene dado por $a = a_1 + a_2$.
2. Supongamos que dos estrellas están en órbitas circulares alrededor de un centro de masa mutuo y están separadas por una distancia a . Supongamos también que el ángulo de inclinación i y sus radios estelares son r_1 y r_2
 - a) Encuentra una expresión para el menor ángulo de inclinación que apenas produzca un eclipse.
 - b) Si $a = 2 \text{ AU}$, $r_1 = 10R_\odot$, y $r_2 = 1R_\odot$, ¿qué valor mínimo de i producirá un eclipse?
3. Sirio es una binaria visual con un período de 49.94 años. Su paralaje trigonométrico medido es de $0.37921 \text{ arcsec} \pm 0.00158 \text{ arcsec}$ y, asumiendo que el plano de la órbita está en el plano del cielo, la verdadera extensión angular del semieje mayor de la masa reducida es de 7.61 arcsec . La relación de las distancias de Sirio A y Sirio B al centro de masa es $a_A/a_B = 0.466$.
 - a) Encuentre la masa de cada miembro del sistema.
 - b) La magnitud bolométrica absoluta de Sirio A es 1.36, y Sirio B tiene una magnitud bolométrica absoluta de 8.79. Determina sus luminosidades. Expresa tus respuestas en términos de la luminosidad del Sol.
 - c) La temperatura efectiva de Sirio B es de aproximadamente $24.790 \text{ K} \pm 100 \text{ K}$. Estime su radio y compare su respuesta con los radios del Sol y de la Tierra.
4. A partir de las curvas de luz y velocidad de un sistema estelar binario eclipsante y espectroscópico, se determina que el periodo orbital es de 6.31 años, y las velocidades radiales máximas de las estrellas A y B son de 5.4 kms^{-1} y 22.4 kms^{-1} , respectivamente. Además, el periodo de tiempo entre el primer contacto y el mínimo de luz ($t_b - t_a$) es de 0.58 días, la duración del mínimo primario ($t_c - t_b$) es de 0.64 días, y las magnitudes bolométricas aparentes del máximo, el mínimo primario y el mínimo secundario son de 5.40 magnitudes, 9.20 magnitudes y 5.44 magnitudes, respectivamente. A partir de esta información, suponiendo órbitas circulares, hallar el:
 - a) Relación de las masas estelares.
 - b) Suma de las masas (suponiendo $i \cong 90^\circ$).
 - c) Masas individuales.
 - d) Radios individuales (suponiendo que las órbitas son circulares).
 - e) Relación de las temperaturas efectivas de las dos estrellas.

10.1. Ejercicios

1. Aproximadamente, ¿cuántas veces ha dado el Sol la vuelta al centro de la Galaxia desde la formación de la estrella?
2. a) Suponiendo que la ecuación:

$$\rho(r) = \frac{\rho}{1 + (r/a)^2}, \quad (10.8)$$

es válida para cualquier distancia arbitraria desde el centro de la Galaxia, demuestre que la cantidad de materia oscura interior a un radio r viene dada por la expresión:

$$M_r = 4\pi\rho a^2 \left[r - a \tan^{-1} \frac{r}{a} \right]$$

- b) Si $5.4 \times 10^{10} M_\odot$ de materia oscura se encuentran a un radio de 50 kpc del centro galáctico, determina ρ_0 en unidades de $M_\odot \text{pc}^{-3}$. Repita su cálculo si $1.9 \times 10^{12} M_\odot$ se encuentra dentro de un radio de 230 kpc del centro galáctico. Supongamos que $a = 2.8$ kpc
3. a) Demuestre que la rotación del cuerpo rígido cerca del centro galáctico es consistente con una distribución de masa esféricamente simétrica de densidad constante.
b) ¿Es la distribución de masa en el halo de materia oscura (Eq. 10.8) consistente con la rotación de un cuerpo rígido cerca del centro galáctico? ¿Por qué o por qué no?
4. Si la tasa de acreción en el centro galáctico es de $10^{-3} M_\odot \text{yr}^{-1}$ y si ha permanecido constante durante los últimos 5.000 millones de años, ¿cuánta masa ha caído en el centro durante ese periodo de tiempo? Compara tu respuesta con la masa estimada de un posible agujero negro supermasivo que resida en el centro de nuestra Galaxia.

11.1. Ejercicios

1. Las tres estrellas rojas más brillantes de la galaxia M101 (la galaxia "Molinete") tienen magnitudes visuales de $V = 20.9$. Suponiendo que hay 0.3 mag de extinción, ¿cuál es la distancia a M101? ¿Cómo se compara esto con la distancia de 7.5 Mpc encontrada usando las cefeidas clásicas?
2. Para la galaxia NGC 5585, la cantidad $2v_r/\sin i = 218 \text{ kms}^{-1}$, y su magnitud H aparente es $H = 9.55$ (ya corregida por la extinción). Utiliza el método de Tully-Fisher para determinar la distancia a esta galaxia (tome $c=3.61$).
3. Derivar la ecuación de aceleración ($\frac{d^2a}{dt^2}$)
4. Einstein introdujo originalmente la constante cosmológica Λ para estabilizar su modelo de un universo de polvo sin presión contra la expansión o contracción.
 - a) Encontrar una expresión para Λ en términos de la densidad ρ_m de un modelo estático de un universo de polvo sin presión con una constante cosmológica.
 - b) Encuentra una expresión de la curvatura k para este modelo estático. ¿Es este modelo de universo cerrado, abierto o plano?
 - c) Explique por qué el modelo estático de Einstein se encuentra en un equilibrio inestable, por lo que cualquier desviación del equilibrio (expansión o contracción) tenderá a aumentar.