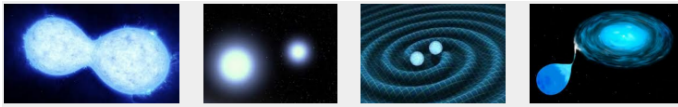


Classification of binary stars

Mauro Jélvez

1. Clasificación de Sistemas Binarios Estelares

Un sistema estelar binario consiste en dos estrellas que orbitan alrededor de su centro de masa común, unidas por su mutua atracción gravitatoria. El estudio de estos sistemas es de capital importancia en astrofísica, ya que permite la determinación directa de masas estelares, radios y otros parámetros fundamentales que son, en sistemas aislados, muy difíciles de medir. Existen diversos esquemas de clasificación, que se pueden agrupar en tres categorías principales: fenomenológica, observacional y física.



2. Clasificación Fenomenológica

Este enfoque, de carácter más histórico y descriptivo, se basa en la identificación de características observables particulares.

2.1. Por Analogía a Sistemas Prototipo

Se clasifican los binarios asignándoles el nombre de un sistema “prototipo” que exhibe un comportamiento similar.

- **Binarias de Tipo Algol (o Binarias de Eclipse de Tipo Algol):** Nombradas por la estrella Algol (β Persei). Son sistemas semidesprendidos donde una componente (generalmente la más masiva) ha evolucionado fuera de la secuencia principal, llenando su lóbulo de Roche, y transfiere masa a su compañera. Presentan curvas de luz características con mínimos de profundidad casi constante.
- **Binarias de Tipo Beta Lyrae:** Nombradas por la estrella β Lyrae. Son sistemas de contacto o semidesprendidos con una intensa transferencia de masa y una fuerte distorsión tidal de sus componentes. Sus curvas de luz son continuas y suaves, mostrando una variación sinusoidal característica debido a la forma elipsoidal de las estrellas.

2.2. Por Procesos Físicos Dominantes

Se clasifican según el fenómeno físico más relevante que se observa en ellos.

- **Binarias de Rayos X:** Sistemas donde una componente compacta (estrella de neutrones o agujero negro) acreta materia de su compañera, often una gigante. Este proceso de acreción, que ocurre típicamente a través de un disco, calienta la materia a temperaturas extremas, emitiendo copiosamente en la banda de rayos X.

- **Novas / Novas Recurrentes:** Sistemas donde una enana blanca acreta materia rica en hidrógeno de su compañera. Cuando la presión y temperatura en la superficie de la enana blanca son suficientes, se desencadena una explosión termonuclear runaway, aumentando su brillo enormemente. Si el ciclo se repite en escalas de tiempo humanas, se clasifica como nova recurrente.

3. Clasificación Basada en Técnicas Observacionales

Este criterio depende directamente del método experimental utilizado para detectar y estudiar el sistema binario. Es un esquema puramente observacional, no necesariamente ligado al estado físico del sistema.

- **Binarias Visuales:** Sistemas cuya separación angular es suficientemente grande como para ser resueltos directamente con telescopios (ópticos o de otro tipo). Permiten el estudio directo de la órbita.
- **Binarias Astrométricas:** Sistemas donde solo una componente es visible. La naturaleza binaria se infiere al observar el “bamboleo” o movimiento oscilatorio (perturbación gravitatoria) de la estrella visible en su trayectoria propia.
- **Binarias Espectroscópicas:** Sistemas detectados por el desplazamiento Doppler periódico de las líneas espectrales de una o ambas estrellas. Si se observan dos conjuntos de líneas, es una **binaria espectroscópica double-lined (SB2)**; si solo uno, es **single-lined (SB1)**. De estos desplazamientos se puede derivar la función de masa del sistema:

$$\frac{(M_1 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{PK_2^3}{2\pi G} \quad (1)$$

donde $M_{1,2}$ son las masas, i es la inclinación orbital, P es el período orbital, K_2 es la velocidad radial semi-amplitud de la estrella secundaria y G es la constante gravitacional.

- **Binarias Eclipsantes:** Sistemas cuya órbita está alineada de tal manera con nuestra línea de visión ($i \approx 90^\circ$) que una estrella pasa por delante de la otra, causando una disminución periódica en el flujo observado (curva de luz). El análisis de estas curvas de luz permite determinar radios, temperaturas relativas y parámetros orbitales con gran precisión.

Un mismo sistema puede pertenecer a varias de estas categorías simultáneamente (e.g., una binaria eclipsante también es, por definición, espectroscópica si se miden sus velocidades radiales).

4. Clasificación Basada en el Modelo de Roche

Este es el esquema de clasificación más fundamental, ya que se basa en la **configuración física** de las estrellas en relación con sus **lóbulos de Roche**.

4.1. El Potencial de Roche

El potencial efectivo en un sistema binario sincrónico (con período de rotación igual al período orbital) y circular, en un marco de referencia corrotante, viene dado por:

$$\Phi_{\text{Roche}}(x, y, z) = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\omega^2 \left[\left(x - \frac{M_2}{M_1 + M_2}a \right)^2 + y^2 \right] \quad (2)$$

donde:

G : Constante gravitacional,

M_1, M_2 : Masas de las estrellas,

r_1, r_2 : Distancias desde el punto (x, y, z) a M_1 y M_2 ,

$\omega = 2\pi/P$: Velocidad angular orbital,

a : Separación entre las dos estrellas.

Las superficies equipotenciales de Φ_{Roche} definen las formas que puede tener una estrella en equilibrio hidrostático. La superficie crítica que conecta los dos puntos de Lagrange internos (L_1) se denomina **lóbulo de Roche**.

4.2. Tipos Físicos de Binarias

- **Binarias Detached (Separas/Desprendidas)**: Ambas estrellas se encuentran dentro de sus respectivos lóbulos de Roche sin llenarlos. No hay transferencia de masa. La evolución de cada estrella es prácticamente independiente. Ejemplo: Sirio (α CMa).
- **Binarias Semidesprendidas (Semi-detached)**: Una de las estrellas llena exactamente su lóbulo de Roche. La materia fluye a través del punto de Lagrange L_1 hacia la otra estrella, dando lugar a **transferencia de masa**. Este es el estado típico de sistemas como Algol.
- **Binarias de Contacto (Contact)**: Ambas estrellas llenan y sobrepasan sus lóbulos de Roche individuales, compartiendo una envoltura común de materia. Están inmersas en una única superficie potencial. Ejemplo: Estrellas W Ursae Majoris (W UMa).

5. Conclusión

La clasificación de los sistemas binarios es multifacética. Mientras que los métodos fenomenológicos y observacionales son cruciales para el descubrimiento y la caracterización inicial, la clasificación basada en el modelo de Roche proporciona el marco físico esencial para comprender la estructura, la evolución y los fenómenos asociados (como la transferencia de masa) en estos sistemas. La elección del esquema de clasificación depende, por tanto, del contexto específico de la investigación que se esté realizando.

6. Clasificación Basada en Técnicas Observacionales

La clasificación observacional de binarias es un esquema pragmático que depende críticamente de tres factores: 1) las capacidades de nuestros instrumentos (resolución angular, sensibilidad, poder de resolución espectral), 2) la distancia del sistema a la Tierra, y 3) los parámetros orbitales del sistema, en particular la configuración de la órbita con respecto a nuestra línea de visión (si está de cara, de canto, etc.). Un mismo sistema físico puede ser clasificado en múltiples categorías observacionales si cumple con los requisitos para ser detectado por diferentes técnicas.

6.1. Binaria Visual

Se denomina **binaria visual** a un par de estrellas que orbitan entre sí y que están lo suficientemente separadas angularmente (o lo suficientemente cerca de nosotros) como para que podamos **resolverlas espacialmente** como dos entidades distintas mediante observaciones telescópicas directas (ópticas, infrarrojas, etc.). El seguimiento de sus posiciones relativas a lo largo del tiempo permite trazar la órbita proyectada en el cielo y, aplicando las leyes de Kepler, determinar los parámetros orbitales y las masas estelares de manera directa. La condición para la resolución es que la separación angular θ sea mayor que la resolución angular límite θ_{\min} del telescopio (gobernada por la difracción y la *seeing* atmosférica), es decir:

$$\theta > \theta_{\min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (3)$$

donde λ es la longitud de onda de observación y D el diámetro del telescopio.

6.2. Binaria Astrométrica

En una **binaria astrométrica**, solo la componente primaria (la más brillante) es directamente observable. La naturaleza binaria del sistema se **infiere** al detectar el “bamboleo” o perturbación en el movimiento propio de la estrella visible. Este movimiento no es una línea recta en el cielo, sino una oscilación (una senoide en el caso de una órbita circular) causada por el tirón gravitatorio de su compañera invisible. El análisis preciso de esta desviación (astrometría) permite deducir la existencia de la compañera, su período orbital y, bajo ciertas suposiciones, una **masa mínima** para ella. Esta técnica fue crucial, por ejemplo, en el descubrimiento de Sirio B.

6.3. Binaria Espectroscópica

Una **binaria espectroscópica** se descubre mediante el análisis de su espectro de luz. La evidencia proviene de:

- **Variaciones de Velocidad Radial (RV)**: Se observa un corrimiento Doppler periódico en las líneas espectrales de una o ambas estrellas, indicando su movimiento orbital hacia y alejándose de nosotros.
- **Dos Conjuntos de Líneas Espectrales**: En algunos casos, el espectro muestra líneas espectrales pertenecientes a dos estrellas de diferentes tipos espectrales, cuyo desplazamiento Doppler está desfasado.

Se subclasifican en:

- **SB1 (Single-Lined Spectroscopic Binary)**: Solo se detectan y miden las líneas de una de las estrellas.
- **SB2 (Double-Lined Spectroscopic Binary)**: Se detectan y miden las líneas de ambas estrellas.

De la curva de velocidad radial, que sigue la forma $v_r = \gamma + K \sin(\omega t + \phi)$ (donde γ es la velocidad del centro de masa, K la semi-amplitud), se puede derivar la **función de masa**. Para una SB2, las masas se relacionan con las amplitudes observadas:

$$\frac{M_1^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{PK_2^3}{2\pi G} \quad \text{y} \quad \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{PK_1^3}{2\pi G} \quad (4)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} \quad (5)$$

La inclinación orbital i permanece como una incógnita a menos que se combine con otro método (e.g., eclipses).

6.4. Binaria Eclipsante (o Fotométrica)

Una **binaria eclipsante** es aquella cuyo plano orbital está muy cerca de nuestra línea de visión, típicamente con una inclinación $i \approx 90^\circ$. Esta alineación hace que una estrella pase por delante de la otra (eclipse) de forma periódica, causando una disminución característica en el flujo total observado (curva de luz). El análisis detallado de la **curva de luz** y, si está disponible, de la **curva de velocidad radial**, permite determinar con gran precisión parámetros fundamentales como:

- Período orbital (P).
- Radios estelares relativos a la separación (R_1/a , R_2/a).
- Razón de masas (M_1/M_2) en sistemas SB2.
- Inclinación (i).
- Excentricidad orbital (e).
- Temperaturas efectivas relativas (T_1 , T_2).

Las binarias eclipsantes son los **laboratorios fundamentales** de la astrofísica estelar para la determinación directa de masas y radios. Es crucial notar que una binaria eclipsante es, por definición, también una binaria espectroscópica (al menos SB1), ya que las variaciones de velocidad radial son inherentes a su órbita. Sin embargo, la recíproca no es cierta: no todas las binarias espectroscópicas son eclipsantes, ya que su plano orbital puede no estar lo suficientemente inclinado.

7. Binarias Visuales

Las binarias visuales representan el caso más directo y conceptualmente simple de sistemas binarios. Como se mencionó en la sección 6, su característica definitoria es que ambas componentes pueden ser **resueltas espacialmente** mediante observaciones telescópicas.

7.1. Condiciones de Observación

Para que un sistema binario sea clasificado como visual, deben cumplirse condiciones específicas:

- **Resolución angular suficiente:** La separación angular θ entre las componentes debe superar la resolución límite del instrumento de observación. Para un telescopio de diámetro D observando en longitud de onda λ , esto implica:

$$\theta > \theta_{\min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (6)$$

- **Distancia y período orbital:** Generalmente son sistemas **cercanos a la Tierra** y/o con **períodos orbitales largos**. Esto se debe a que:
 - A mayor distancia, menor es la separación angular para una misma separación física.
 - Períodos orbitales cortos implican órbitas más cercanas y por tanto menor separación angular.
 - El movimiento orbital debe ser lo suficientemente lento como para poder ser seguido en escalas de tiempo humanas.

7.2. Determinación de Parámetros Orbitales

El estudio de binarias visuales permite la determinación más directa de los parámetros orbitales. El procedimiento implica:

1. Medir la **separación angular** (ρ) entre las componentes en múltiples épocas.

2. Medir el **ángulo de posición** (θ) de la componente secundaria respecto a la primaria.
3. Ajustar una **órbita Kepleriana** a estos datos astrométricos.

De este análisis se obtienen los **siete elementos orbitales**:

- Semieje mayor angular (a'')
- Excentricidad (e)
- Inclinación (i)
- Longitud del nodo ascendente (Ω)
- Argumento del periastro (ω)
- Época del paso por el periastro (T_0)
- Período orbital (P)

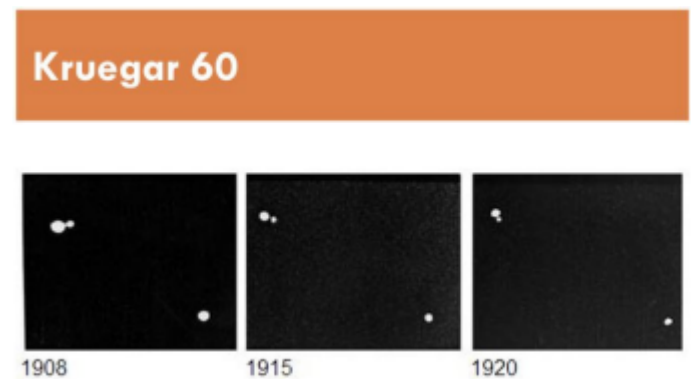
7.3. Ejemplos Históricos Importantes

7.3.1. Krueger 60

El sistema Krueger 60 (GL 860) es una binaria visual notable por su relativa proximidad (13.1 años luz) y período moderado. Las observaciones muestran claramente el movimiento orbital:

- Período orbital: ~ 44.7 años
- Semieje mayor angular: ~ 2.4 arcosegundos
- Excentricidad: ~ 0.41

Las observaciones entre 1908 y 1920 muestran aproximadamente un cuarto de revolución, consistente con el período orbital conocido.



From 1908 to 1920 the visual binary completed about 1/4 of a revolution.

Fig. 1. Movimiento orbital de Krueger 60 entre 1908 y 1920, mostrando aproximadamente un cuarto de revolución.

7.3.2. 70 Ophiuchi

70 Ophiuchi es una de las binarias visuales más estudiadas, destacando por:

- Período orbital: 87.7 años
- Semieje mayor angular: 4.55 arcosegundos
- Excentricidad: 0.50
- Distancia: 16.6 años luz

Las observaciones que abarcan desde 1825 hasta 1912 (Figura ??) permitieron determinar con precisión todos los elementos orbitales y confirmar la validez de las leyes de Kepler en sistemas estelares.

70 Ophiuchi

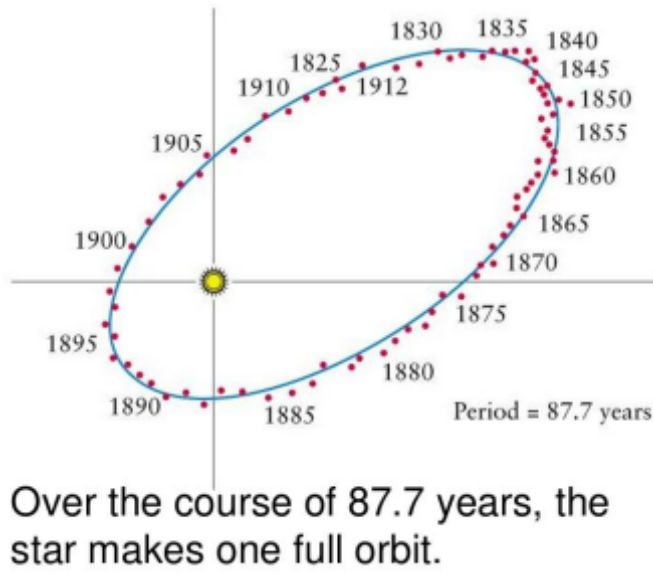


Fig. 2. Órbita completa de 70 Ophiuchi, mostrando observaciones desde 1825 hasta 1912 que cubren múltiples períodos orbitales.

7.4. Determinación de Masas

La gran importancia de las binarias visuales radica en que permiten la **determinación directa de masas estelares**. Combinando los elementos orbitales:

$$a = \frac{a''}{206265} d \quad (7)$$

donde a es el semieje mayor en unidades lineales, a'' en arcosegundos, y d la distancia en parsecs.

Aplicando la tercera ley de Kepler generalizada:

$$(M_1 + M_2) = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \quad (8)$$

Se obtiene la **masa total del sistema** directamente, sin suposiciones sobre las masas individuales.

7.5. Limitaciones y Importancia Actual

Aunque las binarias visuales son conceptualmente simples, presentan limitaciones:

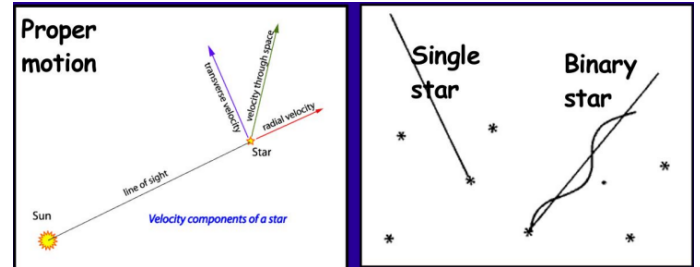
- Solo son observables para sistemas cercanos con períodos largos.
- El seguimiento orbital requiere décadas o incluso siglos de observaciones.
- La determinación de masas individuales requiere mediciones de velocidad radial.

Sin embargo, siguen siendo cruciales para:

- Calibrar la relación masa-luminosidad.
- Proporcionar datos fundamentales para testear teorías de evolución estelar.
- Servir como sistemas de referencia para calibrar otros métodos.

8. Binarias Astrométricas

Las binarias astrométricas representan un caso particular donde la naturaleza binaria del sistema se **infiere indirectamente** a través de perturbaciones en el movimiento propio de una estrella visible. A diferencia de las binarias visuales, en estos sistemas solo una componente es directamente observable.



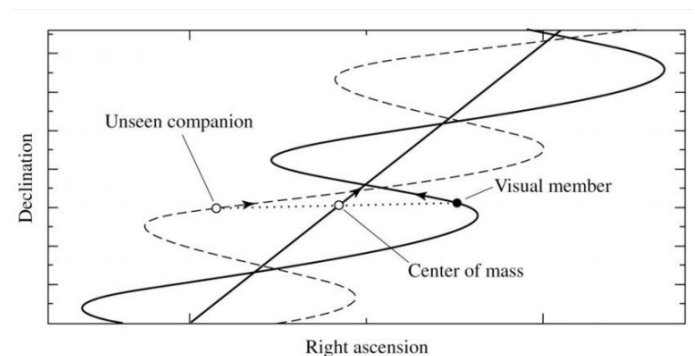
8.1. Principio Físico Fundamental

El principio de detección se basa en que ambas componentes de un sistema binario orbitan alrededor del **centro de masa común**. Cuando solo una estrella es visible, su movimiento no sigue una trayectoria rectilínea uniforme en el cielo, sino que muestra un **"bamboleo"** (wobble) característico alrededor de la trayectoria que seguiría el centro de masa.

8.2. Movimiento Propio y Perturbaciones

El movimiento propio (μ) de una estrella se define como su cambio de posición angular en el cielo con el tiempo, usualmente expresado en arcsec/year. Para una estrella aislada, este movimiento es esencialmente rectilíneo y uniforme.

En un sistema binario astrométrico, la estrella visible experimenta aceleraciones periódicas debido a la atracción gravitatoria de su compañera invisible. Esto resulta en una desviación de la trayectoria rectilínea esperada.



8.3. Análisis Matemático del Movimiento

El desplazamiento angular aparente $\theta(t)$ de la estrella visible puede modelarse como:

$$\theta(t) = \theta_0 + \mu t + A \sin(\omega t + \phi) \quad (9)$$

donde:

- θ_0 es la posición inicial

- μ es el movimiento propio sistemático
- A es la amplitud del bamboleo
- $\omega = 2\pi/P$ es la frecuencia angular orbital
- ϕ es la fase inicial

8.4. Relación con los Parámetros del Sistema

La amplitud observada del bamboleo está relacionada con los parámetros físicos del sistema. Si la estrella visible tiene masa M_1 y la compañera invisible tiene masa M_2 , y la órbita tiene semieje mayor a , entonces:

$$A = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{a}{d} \quad (10)$$

donde d es la distancia al sistema. En unidades angulares:

$$A'' = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{a}{d} \cdot \frac{180 \times 3600}{\pi} \quad (11)$$

8.5. Determinación de Parámetros Orbitales

El análisis astrométrico permite determinar:

1. **Período orbital (P):** A partir de la periodicidad del bamboleo.
2. **Amplitud angular (A''):** De la magnitud de las desviaciones.
3. **Excentricidad orbital:** De la forma de la curva de desviación.
4. **Masa mínima de la compañera:** Combinando con la distancia conocida.

8.6. Masa Mínima y el Problema de la Inclinación

Un resultado crucial del análisis de binarias astrométricas es que solo podemos determinar una **masa mínima** para la compañera invisible. Esto se debe a la degeneración con la inclinación orbital i :

$$M_2 \sin i = \left(\frac{4\pi^2}{GP^2} \right)^{1/3} \frac{M_1^{2/3} A d}{(1 + \frac{M_1}{M_2})^{2/3}} \quad (12)$$

Dado que $\sin i \leq 1$, el valor calculado representa un límite inferior para la masa real.

8.7. Ejemplos y Aplicaciones

Las binarias astrométricas han sido cruciales para:

- **Descubrimiento de enanas blancas:** Como en el caso de Sirio B, donde el bamboleo de Sirio A reveló la existencia de una compañera densa.
- **Detección de enanas marrones:** Objetos subestelares demasiado débiles para ser detectados directamente.
- **Búsqueda de planetas extrasolares:** El método astrométrico fue uno de los primeros propuestos para detectar planetas.

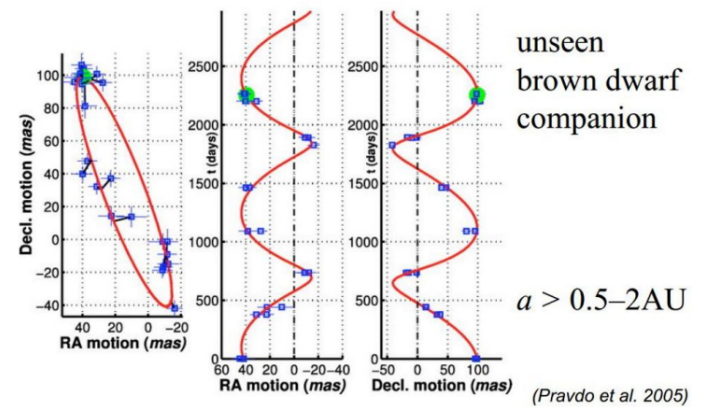
8.8. Limitaciones y Sensibilidad

La detección de binarias astrométricas está limitada por:

- **Precisión astrométrica:** Requiere mediciones de posición muy precisas.
- **Tiempo de observación:** Períodos orbitales largos requieren décadas de monitorización.
- **Distancia:** El efecto es más fácil de detectar en estrellas cercanas.
- **Relación de masas:** Sistemas con M_2/M_1 pequeña son más difíciles de detectar.

8.9. Ejemplo: Sistema GJ 802AB

El sistema GJ 802AB (también conocido como Ross 154) constituye un excelente ejemplo de binaria astrométrica donde se ha inferido la presencia de una compañera subestelar. Los estudios astrométricos de este sistema revelaron:



8.9.1. Parámetros del Sistema Principal

- **Estrella primaria:** GJ 802A es una enana roja de tipo espectral M4.5V
- **Masa estimada:** $M_1 \approx 0.18 M_\odot$
- **Distancia:** ≈ 9.7 parsecs del Sistema Solar
- **Movimiento propio sistemático:** $\mu \approx 0.67$ arcosegundos por año

8.9.2. Detección de la Compañera

El estudio de Pravdo et al. (2005) analizó datos astrométricos de alta precisión que mostraban un claro bamboleo en el movimiento de GJ 802A. El análisis orbital reveló:

- **Período orbital:** $P \approx 3.0$ años
- **Semieje mayor proyectado:** $a \sin i > 0.5$ AU (con estimaciones hasta 2 AU)
- **Amplitud del bamboleo:** $A'' \approx 15$ miliarcosegundos
- **Excentricidad orbital:** $e \approx 0.3$

8.9.3. Naturaleza de la Compañera

A partir de los parámetros orbitales, se puede estimar la masa de la compañera invisible:

$$M_2 \sin i = \left(\frac{4\pi^2}{GP^2} \right)^{1/3} \frac{M_1^{2/3} a \sin i}{(1 + \frac{M_1}{M_2})^{2/3}} \quad (13)$$

Sustituyendo los valores observados:

$$M_2 \sin i \approx 0.025 M_{\odot} \quad (14)$$

Dado que $\sin i \leq 1$, esto implica que la masa de la compañera es **al menos** $0.025 M_{\odot}$, situándola en el régimen de las **enanas marrones** (objetos subestelares con masas entre $\sim 0.013 M_{\odot}$ y $\sim 0.08 M_{\odot}$).

8.9.4. Importancia del Descubrimiento

El sistema GJ 802AB es significativo porque:

- **Confirma el método astrométrico:** Demuestra la capacidad de detectar compañeras subestelares mediante astrometría precisa.
- **Proporciona datos para estadísticas:** Añade información valuable sobre la población de enanas marrones en sistemas binarios.
- **Ofrece oportunidades de seguimiento:** El conocimiento de los parámetros orbitales permite búsquedas directas con instrumentos de alta resolución.

8.10. Implicaciones para la Física de Enanas Marrones

El estudio de sistemas como GJ 802AB proporciona información crucial sobre:

- **Formación de enanas marrones:** Restringe los mecanismos de formación de objetos subestelares.
- **Función de masa inicial:** Ayuda a determinar la distribución de masas en el régimen subestelar.
- **Evolución dinámica:** Proporciona datos sobre la estabilidad de sistemas con grandes diferencias de masa.

8.11. Técnicas de Detección Complementarias

La detección astrométrica puede combinarse con otros métodos:

- **Espectroscopía de velocidad radial:** Para confirmar la naturaleza dinámica del sistema.
- **Fotometría de alta precisión:** Para buscar tránsitos si la inclinación orbital es favorable.
- **Imágenes directas:** Con telescopios de gran apertura y óptica adaptativa.

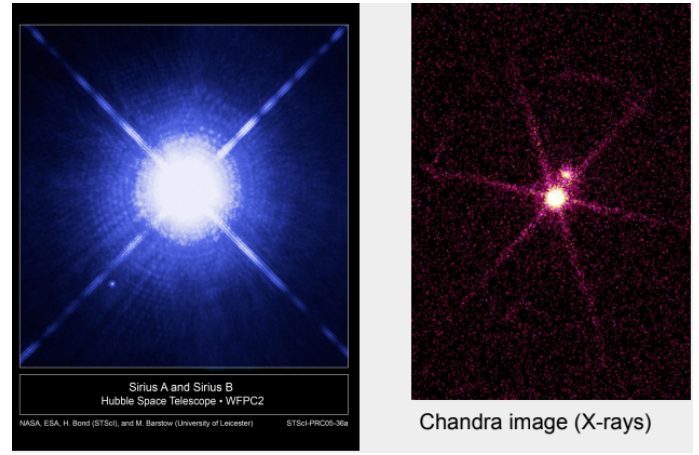
9. El Sistema Sirio A/B: Un Ejemplo Multimétodo

El sistema Sirio (α Canis Majoris) constituye el ejemplo paradigmático de cómo un sistema binario puede ser estudiado a través de múltiples técnicas observacionales, evolucionando de binaria astrométrica a visual con el avance tecnológico.

9.1. Descubrimiento Histórico como Binaria Astrométrica

La naturaleza binaria de Sirio fue inferida por primera vez por Friedrich Bessel en 1844 mediante técnicas astrométricas:

- **Análisis del movimiento propio:** Bessel detectó irregularidades en el movimiento propio de Sirio A
- **Patrón de bamboleo:** Observó una desviación sinusoidal del movimiento rectilíneo esperado
- **Predicción teórica:** Postuló la existencia de una compañera invisible con período orbital de aproximadamente 50 años



9.2. Confirmación Visual y Parámetros Orbitales

La compañera, Sirio B, fue observada visualmente por primera vez en 1862 por Alvan Clark, confirmando la predicción de Bessel. Los parámetros orbitales actualmente conocidos son:

Parámetro	Sirio A	Sirio B
Masa (M_{\odot})	2.063 ± 0.023	1.018 ± 0.011
Radio (R_{\odot})	1.711 ± 0.013	0.0084 ± 0.0002
Temperatura (K)	$9,940 \pm 210$	$25,000 \pm 200$
Luminosidad (L_{\odot})	25.4 ± 1.3	0.026 ± 0.001
Tipo espectral	A1V	DA2

Table 1. Parámetros físicos de las componentes del sistema Sirio.

9.3. Órbita y Dinámica del Sistema

Los elementos orbitales del sistema Sirio A/B son:

- **Período orbital:** $P = 50.1284 \pm 0.0043$ años
- **Semieje mayor:** $a = 19.78 \pm 0.02$ AU
- **Excentricidad:** $e = 0.59142 \pm 0.00037$
- **Inclinación:** $i = 136.336 \pm 0.040^{\circ}$
- **Argumento del periastro:** $\omega = 45.400 \pm 0.170^{\circ}$

La órbita altamente excéntrica produce una variación significativa en la separación angular, desde 3 arcossegundos en el periastro hasta 11 arcossegundos en el apoastro.

9.4. Observaciones Multi-longitud de Onda

9.4.1. Observaciones Ópticas con HST

El Telescopio Espacial Hubble ha proporcionado imágenes de alta resolución que resuelven claramente ambas componentes:

- **Separación angular:** Variable entre 3-11 arcossegundos
- **Diferencia de magnitud:** $\Delta m \approx 10$ magnitudes en el visible
- **Resolución espacial:** La óptica del HST permite resolver separaciones de hasta 0.05 arcossegundos

9.4.2. Observaciones en Rayos X con Chandra

El Observatorio de Rayos X Chandra ha revelado propiedades interesantes del sistema:

- **Sirio A:** Emisión térmica débil a 1 keV, consistente con la corona de una estrella de tipo A
- **Sirio B:** Fuente intensa de rayos X con temperatura de 25,000 K, característica de una enana blanca caliente
- **Razón de flujo:** Sirio B es 100 veces más brillante que Sirio A en rayos X

9.5. Importancia en la Astrofísica Estelar

El sistema Sirio A/B ha sido crucial para:

9.5.1. Verificación de Teorías Estelares

- **Relación masa-radio para enanas blancas:** Sirio B proporciona una verificación precisa de la ecuación de estado de materia degenerada
- **Evolución binaria:** Ejemplo de sistema que ha experimentado transferencia de masa
- **Enfriamiento de enanas blancas:** Sirio B es una de las enanas blancas más calientes conocidas

9.5.2. Desarrollo de Técnicas Observacionales

- **Astrometría de precisión:** Sirio fue el primer sistema donde se detectó un compañero mediante astrometría
- **Óptica adaptativa:** Sirio ha sido usado como estrella de referencia para testing de sistemas de óptica adaptativa
- **Interferometría:** Mediciones interferométricas han refinado los parámetros orbitales

9.6. Evolución del Sistema

La historia evolutiva del sistema Sirio sugiere:

- **Masa inicial:** La progenitora de Sirio B tenía $5 M_{\odot}$
- **Transferencia de masa:** Ocurrió cuando la progenitora llenó su lóbulo de Roche
- **Edad del sistema:** 250 millones de años
- **Futuro evolutivo:** Sirio A eventualmente también evolucionará a enana blanca

9.7. Lecciones del Sistema Sirio

El estudio de Sirio A/B demuestra:

- **Complementariedad de técnicas:** Astrometría, imágenes directas, espectroscopía y rayos X
- **Importancia del monitoreo a largo plazo:** 180 años de observaciones continuas
- **Valor de los sistemas binarios:** Para determinar masas estelares directamente
- **Evolución tecnológica:** De la astrometría visual a la interferometría moderna

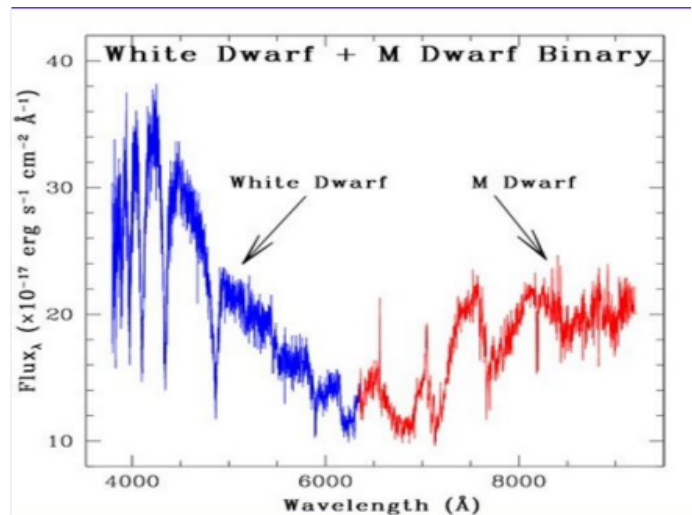
10. Binarias Espectroscópicas

Las binarias espectroscópicas representan sistemas donde la naturaleza binaria se deduce a través del análisis espectral, sin necesidad de resolución espacial directa. Estos sistemas son típicamente demasiado cercanos entre sí y/o están demasiado lejos para ser resueltos angularmente.

10.1. Principio de Detección

La detección se basa en el **efecto Doppler** aplicado al movimiento orbital. Cuando las componentes orbitan su centro de masa común, sus velocidades radiales varían periódicamente, produciendo:

- **Desplazamiento Doppler periódico** de las líneas espectrales
- **Duplicación de líneas** cuando ambas estrellas son visibles espectralmente
- **Variación de perfil de líneas** debido al efecto de rotación y efectos tidales



10.2. Clasificación de Binarias Espectroscópicas

10.2.1. SB1 (Single-Lined Spectroscopic Binary)

- Solo se detectan líneas espectrales de una componente
- La compañera es demasiado débil para ser detectada espectralmente
- Se obtiene información sobre el período y la excentricidad orbital
- Solo se puede determinar la **función de masa** $\frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2}$

10.2.2. SB2 (Double-Lined Spectroscopic Binary)

- Se detectan líneas espectrales de ambas componentes
- Permite determinar la **razón de masas** $\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1}$
- Proporciona información sobre ambos tipos espectrales
- Permite mediciones más precisas de parámetros orbitales

10.3. Ejemplo: Sistema Binario Enana Blanca + Enana M

10.3.1. Características del Sistema

El sistema mostrado en la figura representa un caso típico de binaria espectroscópica compuesta por:

- **Componente primaria:** Enana blanca (WD) caliente
- **Componente secundaria:** Enana M de secuencia principal
- **Separación orbital:** Típicamente < 1 AU
- **Período orbital:** Horas a días

10.3.2. Análisis del Espectro Compuesto

El espectro muestra características distintivas de ambas componentes:

- **Enana blanca:** Líneas anchas de hidrógeno (serie de Balmer) y posiblemente helio

$$\text{FWHM} \propto \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (\text{efecto de presión gravitacional}) \quad (15)$$

- **Enana M:** Bandas moleculares características (TiO, VO en $\lambda > 6000 \text{ \AA}$)
- **Contribución relativa:** La enana blanca domina en el azul ($\lambda < 5000 \text{ \AA}$), la enana M en el rojo ($\lambda > 6000 \text{ \AA}$)

10.3.3. Parámetros Observables

Del análisis espectral se pueden determinar:

$$K_1 = \frac{2\pi a_1 \sin i}{P \sqrt{1-e^2}} \quad (\text{semi-amplitud de la primaria})$$

$$K_2 = \frac{2\pi a_2 \sin i}{P \sqrt{1-e^2}} \quad (\text{semi-amplitud de la secundaria})$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1}$$

$$a \sin i = \frac{P(K_1 + K_2)}{2\pi}$$

10.4. Técnicas de Análisis Espectral

10.4.1. Descomposice espectral

Para separar las contribuciones de ambas componentes:

$$F_{\text{total}}(\lambda) = F_1(\lambda) + F_2(\lambda) \quad (16)$$

Se utilizan técnicas de:

- **Descomposición espectral:** Ajuste de espectros sintéticos
- **Cross-correlación:** Para medir velocidades radiales precisas
- **Análisis de perfiles de líneas:** Para determinar parámetros atmosféricos

10.4.2. Medición de Velocidades Radiales

El procedimiento típico incluye:

1. Obtención de espectros en múltiples épocas
 2. Medición de desplazamientos Doppler mediante cross-correlación
 3. Ajuste de curva de velocidad radial:
- $$v_r(t) = \gamma + K[\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] \quad (17)$$
4. Determinación de elementos orbitales

10.5. Importancia Astrofísica

Los sistemas WD + M dwarf son cruciales para:

10.5.1. Estudios de Evolución Binaria

- **Progenitores de novas:** Sistemas con transferencia de masa
- **Precursores de SN Ia:** En sistemas con alta tasa de acreción
- **Pruebas de perda de masa:** Estudio de vientos estelares

10.5.2. Determinación de Parámetros Físicos

- **Masas estelares:** Combinando con otros métodos
- **Radios estelares:** De perfiles de líneas y modelos atmosféricos
- **Composición química:** Análisis detallado de líneas

10.6. Retos Observacionales

Las principales dificultades en el estudio de estas binarias incluyen:

- **Contraste de flujo:** Diferencia típica de 2-4 magnitudes
- **Resolución espectral:** Necesaria para separar líneas mezcladas
- **Monitorización temporal:** Para cubrir períodos orbitales completos
- **Correcciones atmosféricas:** Efectos de la atmósfera terrestre

10.7. Aplicaciones en Cosmología

Estos sistemas proporcionan:

- **Candelas estándar:** Para mediciones de distancia
- **Test de teorías de gravedad:** En regímenes de campo fuerte
- **Estudios de materia degenerada:** Física de enanas blancas

10.8. Ecuaciones Fundamentales

Para una órbita circular:

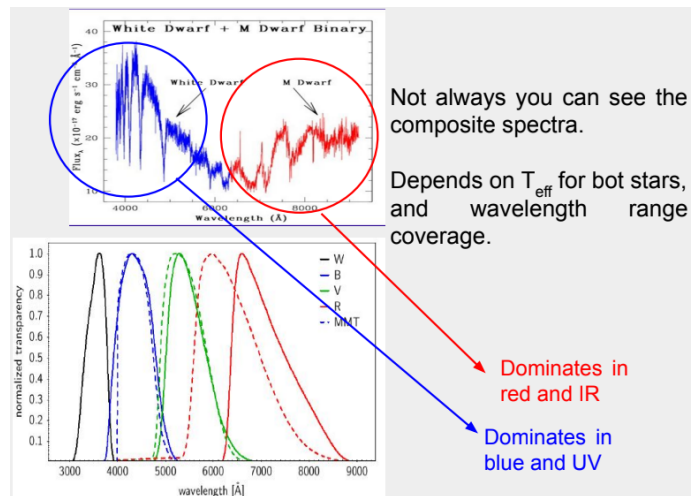
$$v_{r1}(t) = \gamma + K_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{P} + \phi\right) \quad (18)$$

$$v_{r2}(t) = \gamma - K_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P} + \phi\right) \quad (19)$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} \quad (20)$$

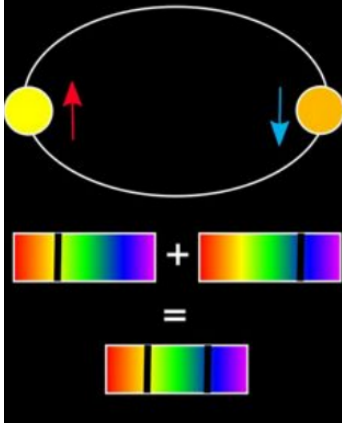
$$a \sin i = \frac{P}{2\pi}(K_1 + K_2) \quad (21)$$

Donde γ es la velocidad del centro de masa y ϕ la fase orbital



11. Clasificación de Binarias Espectroscópicas: SB1 y SB2

Las binarias espectroscópicas se clasifican en dos categorías fundamentales según la detectabilidad de las líneas espectrales de sus componentes. Esta clasificación depende críticamente de factores físicos y observacionales.



11.1. Fundamento Físico de la Detección

La detección de binarias espectroscópicas se basa en el **efecto Doppler** aplicado al movimiento orbital. Cuando las componentes orbitan su centro de masa común, sus velocidades radiales varían sinusoidalmente con el período orbital:

$$v_r(t) = \gamma + K \cos(\omega t + \phi) \quad (22)$$

donde:

- γ : Velocidad del centro de masa del sistema
- K : Semi-amplitud de la velocidad radial
- $\omega = 2\pi/P$: Frecuencia angular orbital
- ϕ : Fase orbital inicial

11.2. Binarias Espectroscópicas SB1

11.2.1. Definición y Características

Las **SB1** (Single-Lined Spectroscopic Binaries) son sistemas donde solo se detectan líneas espectrales de una de las componentes. Esto ocurre cuando:

- La compañera es intrínsecamente mucho más débil (diferencia de magnitud $\Delta m > 2 - 3$)
- La compañera tiene un tipo espectral muy diferente con pocas líneas detectables
- El contraste de flujo en la banda observada es muy alto

11.2.2. Información Obtenible

De una SB1 se puede determinar:

$$P = \text{Período orbital} \quad (23)$$

$$e = \text{Excentricidad orbital} \quad (24)$$

$$\omega = \text{Argumento del periastro} \quad (25)$$

$$T_0 = \text{Época del paso por el periastro} \quad (26)$$

$$K_1 = \text{Semi-amplitud de la componente visible} \quad (27)$$

11.2.3. Limitación Fundamental: Función de Masa

Para una SB1, solo se puede determinar la **función de masa**:

$$f(M) = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{PK_1^3}{2\pi G} \quad (28)$$

Esta cantidad representa un **límite inferior** para la masa de la compañera, ya que $\sin i \leq 1$.

11.3. Binarias Espectroscópicas SB2

11.3.1. Definición y Características

Las **SB2** (Double-Lined Spectroscopic Binaries) son sistemas donde se detectan líneas espectrales de ambas componentes. Esto requiere:

- Diferencia de magnitud pequeña ($\Delta m < 2 - 3$)
- Tipos espectrales similares o complementarios
- Buena relación señal-ruido en el espectro

11.3.2. Movimiento en Antifase

Las líneas espectrales de las dos componentes se mueven en **antifase**:

$$v_{r1}(t) = \gamma + K_1 \cos(\omega t + \phi) \quad (29)$$

$$v_{r2}(t) = \gamma - K_2 \cos(\omega t + \phi) \quad (30)$$

Este movimiento correlacionado pero opuesto es la firma característica de las SB2.

11.3.3. Información Completa Obtenible

De una SB2 se puede determinar:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} \quad (31)$$

$$a \sin i = \frac{P}{2\pi} (K_1 + K_2) \quad (32)$$

$$M_1 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} K_2 (K_1 + K_2)^2 \quad (33)$$

$$M_2 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} K_1 (K_1 + K_2)^2 \quad (34)$$

11.4. Importancia de la Inclinación Orbital

11.4.1. Efecto sobre las Amplitudes

La inclinación orbital i afecta las amplitudes medidas:

$$K = K_{\text{true}} \sin i \quad (35)$$

donde K_{true} es la amplitud que se mediría para $i = 90^\circ$.

11.4.2. Condición para Detección

Para que un sistema sea detectable como binaria espectroscópica:

$$K \sin i > \delta v_{\text{min}} \quad (36)$$

donde δv_{min} es la precisión en la medición de velocidades radiales del instrumento.

11.5. Ejemplos y Casos Típicos

11.5.1. Sistemas SB1 Típicos

- **Estrella masiva + planeta:** $K_{\text{star}} \sim 10 - 100 \text{ m/s}$
- **Estrella + enana blanca:** $\Delta m \sim 5 - 10$ magnitudes
- **Estrella + agujero negro:** Solo se ve la estrella donante

11.5.2. Sistemas SB2 Típicos

- **Binarias de masa similar:** $M_1/M_2 \sim 1$
- **Estrellas de tipo espectral similar:** Ej. A0V + A0V
- **Sistemas con líneas complementarias:** Ej. O star + B star

11.6. Técnicas de Análisis

11.6.1. Medición de Velocidades Radiales

- **Cross-correlación:** Máxima precisión, requiere template espectral
- **Ajuste de perfiles:** Para líneas aisladas y bien definidas
- **Análisis de Fourier:** Para separar componentes superpuestas

11.6.2. Separación de Componentes

Para SB2 con líneas mezcladas:

$$F_{\text{total}}(\lambda) = F_1(\lambda - \Delta\lambda_1) + F_2(\lambda - \Delta\lambda_2) \quad (37)$$

Se utilizan técnicas de deconvolución espectral para separar las contribuciones.

11.7. Aplicaciones en Astrofísica

11.7.1. Determinación de Masas

- **SB2:** Masas individuales (salvo factor $\sin i$)
- **SB2 + eclipses:** Masas absolutas ($i \approx 90^\circ$)
- **SB1:** Solo masa mínima de la compañera

11.7.2. Estudios de Población

- **Función de masa de binarias:** Estadísticas de razones de masa
- **Distribución de excentricidades:** Información sobre formación
- **Separaciones orbitales:** Estudios de evolución dinámica

11.8. Ecuaciones Clave

11.8.1. Para SB1

$$f(M) = \frac{PK_1^3}{2\pi G} \quad (38)$$

$$M_2 > f(M) \quad (\text{límite inferior}) \quad (39)$$

11.8.2. Para SB2

$$q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{K_1}{K_2} \quad (40)$$

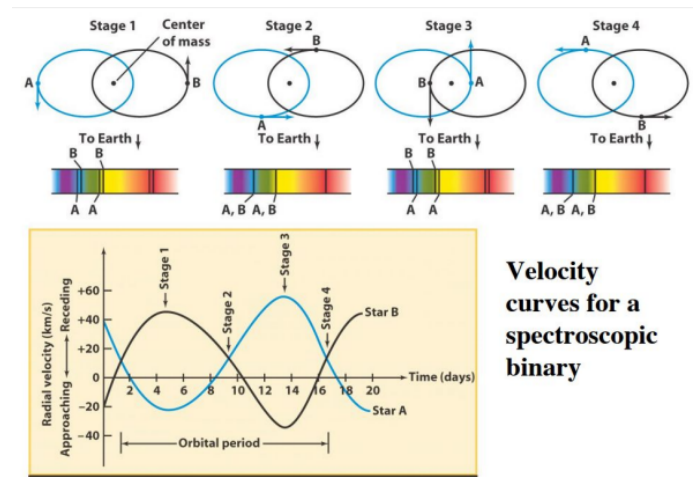
$$a = \frac{P}{2\pi} \frac{K_1 + K_2}{\sin i} \quad (41)$$

$$M_1 = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_2(K_1 + K_2)^2}{\sin^3 i} \quad (42)$$

$$M_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_1(K_1 + K_2)^2}{\sin^3 i} \quad (43)$$

12. Reconstrucción de Velocidades Radiales a partir del Efecto Doppler

El análisis de las variaciones Doppler en binarias espectroscópicas permite reconstruir las componentes de velocidad de las estrellas a lo largo de nuestra línea de visión. Este proceso constituye la base para la determinación de los parámetros orbitales y físicos del sistema.



12.1. Fundamento del Método Doppler

12.1.1. Efecto Doppler Relativístico

Para velocidades orbitales típicas en sistemas binarios ($v \ll c$), el desplazamiento Doppler está dado por:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (44)$$

donde:

- $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$: Desplazamiento de longitud de onda
- λ_0 : Longitud de onda en reposo
- v_r : Velocidad radial
- c : Velocidad de la luz

12.1.2. Precisión en Mediciones

La precisión típica en mediciones de velocidad radial:

- **Espectrógrafos de alta resolución:** $\delta v \sim 1 - 10 \text{ m/s}$
- **Espectrógrafos de clase mundial:** $\delta v \sim 0.1 - 1 \text{ m/s}$ (HARPS, ESPRESSO)
- **Límite fundamental:** $\delta v \sim 0.01 \text{ m/s}$ (futuros instrumentos)

12.2. Reconstrucción de la Curva de Velocidad Radial

12.2.1. Ecuación General para Órbitas Keplerianas

Para una órbita kepleriana general con excentricidad e , la velocidad radial viene dada por:

$$v_r(t) = \gamma + K[\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] \quad (45)$$

donde:

- γ : Velocidad del centro de masa
- K : Semi-amplitud de la velocidad radial
- ω : Argumento del periaastro
- $\nu(t)$: Anomalía verdadera en el tiempo t

12.2.2. Caso Particular: Órbita Circular

Para órbitas circulares ($e = 0$), la ecuación se simplifica a:

$$v_r(t) = \gamma + K \cos\left(\frac{2\pi}{P}t + \phi\right) \quad (46)$$

donde ϕ es la fase orbital.

12.3. Determinación de Parámetros Orbitales

12.3.1. Ajuste de la Curva de Velocidad Radial

El procedimiento para extraer parámetros orbitales incluye:

1. Medición de velocidades radiales en múltiples épocas
2. Ajuste de la curva teórica a los datos observados
3. Determinación de los parámetros libres mediante mínimos cuadrados
4. Estimación de incertidumbres mediante análisis de covarianza

12.3.2. Parámetros Obtenibles

Del ajuste se determinan:

$$P = \text{Período orbital} \quad (47)$$

$$K = \text{Semi-amplitud} \quad (48)$$

$$e = \text{Excentricidad} \quad (49)$$

$$\omega = \text{Argumento del periaastro} \quad (50)$$

$$T_0 = \text{Época del paso por el periaastro} \quad (51)$$

$$\gamma = \text{Velocidad del centro de masa} \quad (52)$$

12.4. Análisis de Sistemas SB2

12.4.1. Curvas de Velocidad Radial en Antifase

Para sistemas SB2, las velocidades radiales siguen:

$$v_{r1}(t) = \gamma + K_1[\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] \quad (53)$$

$$v_{r2}(t) = \gamma - K_2[\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] \quad (54)$$

12.4.2. Relaciones de Masa

De las amplitudes se obtiene:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} \quad (55)$$

$$M_1 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} K_2 (K_1 + K_2)^2 (1 - e^2)^{3/2} \quad (56)$$

$$M_2 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} K_1 (K_1 + K_2)^2 (1 - e^2)^{3/2} \quad (57)$$

12.5. Técnicas de Medición de Velocidad Radial

12.5.1. Método de Cross-Correlación

La técnica más precisa utiliza cross-correlación con un template espectral:

$$CCF(v) = \int F(\lambda)T(\lambda - \frac{v}{c}\lambda_0)d\lambda \quad (58)$$

El máximo de la CCF da la velocidad radial.

12.5.2. Precisión y Limitaciones

Factores que limitan la precisión:

- **Error fotónico:** $\sigma_v \propto \frac{1}{\sqrt{N_{\text{fotones}}}}$
- **Anchura de líneas:** $\sigma_v \propto \text{FWHM}$
- **Estabilidad instrumental:** Deriva térmica y mecánica
- **Efectos atmosféricos:** Variaciones de índice de refracción

12.6. Ejemplo de Reconstrucción

12.6.1. Datos Observacionales

JD	Phase	v_{r1} (km/s)	v_{r2} (km/s)
2458000.123	0.12	-35.2 ± 0.5	105.3 ± 1.2
2458001.456	0.25	-68.9 ± 0.4	138.7 ± 1.1
2458002.789	0.38	-82.1 ± 0.6	152.2 ± 1.3
2458004.122	0.51	-75.3 ± 0.5	145.1 ± 1.0
2458005.455	0.64	-49.8 ± 0.4	119.8 ± 0.9
2458006.788	0.77	-12.4 ± 0.3	82.1 ± 0.8
2458008.121	0.90	28.7 ± 0.5	40.9 ± 1.1

Table 2. Datos típicos de velocidad radial para una binaria SB2.

12.6.2. Ajuste y Resultados

El ajuste a los datos permite determinar:

$$P = 3.456 \pm 0.012 \text{ días}$$

$$K_1 = 75.2 \pm 0.8 \text{ km/s}$$

$$K_2 = 112.4 \pm 1.5 \text{ km/s}$$

$$e = 0.124 \pm 0.008$$

$$\omega = 145^\circ \pm 3^\circ$$

12.7. Aplicaciones y Limitaciones

12.7.1. Determinación de Masas

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} = 1.494 \pm 0.025 \quad (59)$$

12.7.2. Limitación por Inclinación

La inclinación orbital permanece indeterminada:

$$M_1 \sin^3 i = 0.856 \pm 0.015 M_\odot \quad (60)$$

Solo se obtienen masas mínimas a menos que i se determine por otros métodos.

12.8. Herramientas Computacionales

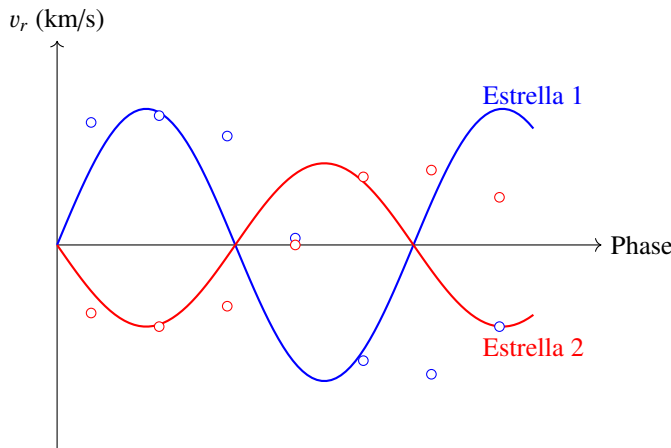
12.8.1. Software Especializado

Programas utilizados para el análisis:

- **SBOP**: Spectroscopic Binary Orbit Program
- **ORBIT**: Para ajuste de órbitas keplerianas
- **RadVel**: Para análisis de velocidades radiales
- **Paquetes Python**: astropy, scipy.optimize

12.8.2. Métodos Estadísticos

- **Mínimos cuadrados**: Para ajuste inicial
- **MCMC**: Para estimación de incertidumbres
- **Análisis Bayesiano**: Para estimación de parámetros con priors



Curvas de velocidad radial reconstruidas a partir de datos Doppler

Fig. 3. Ejemplo de curvas de velocidad radial reconstruidas para un sistema SB2.

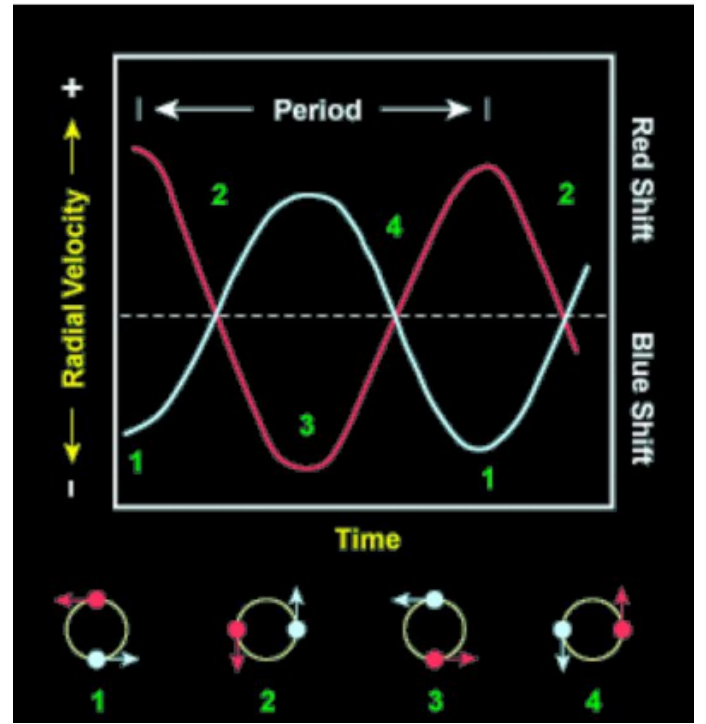
13. Inclinación Orbital y su Efecto en las Velocidades Radiales

En sistemas binarios espectroscópicos SB2, aunque es posible medir las curvas de velocidad radial de ambas componentes, la determinación de las velocidades verdaderas está fundamentalmente limitada por el ángulo de inclinación orbital con respecto a nuestra línea de visión.

13.1. Relación Fundamental entre Velocidad Real y Radial

13.1.1. Proyección Geométrica

La velocidad radial medida v_r es la proyección de la velocidad orbital verdadera v sobre nuestra línea de visión:



$$v_r = v \sin i \quad (61)$$

donde:

- v : Velocidad orbital verdadera (magnitud del vector velocidad)
- v_r : Componente de velocidad a lo largo de la línea de visión
- i : Ángulo de inclinación orbital ($0^\circ \leq i \leq 90^\circ$)

13.1.2. Implicaciones para las Amplitudes Medidas

Para las semi-amplitudes de velocidad radial:

$$K_1 = K_{1,true} \sin i \quad (62)$$

$$K_2 = K_{2,true} \sin i \quad (63)$$

donde $K_{1,true}$ y $K_{2,true}$ son las amplitudes que se medirían para una órbita de canto ($i = 90^\circ$).

13.2. Casos Extremos de Inclinación Orbital

13.2.1. Caso 1: Órbita de Cara ($i = 0^\circ$)

- **Geometría**: El plano orbital es perpendicular a nuestra línea de visión
- **Velocidad radial**: $v_r = v \sin 0^\circ = 0$
- **Observaciones**: No se detectan variaciones de velocidad radial
- **Excepción**: Solo se mide la velocidad sistemática y del centro de masa
- **Consecuencia**: El sistema no es identificable como binario espectroscópico

13.2.2. Caso 2: Órbita de Canto ($i = 90^\circ$)

- **Geometría:** El plano orbital contiene nuestra línea de visión
- **Velocidad radial:** $v_r = v \sin 90^\circ = v$
- **Observaciones:** Se miden las velocidades orbitales verdaderas
- **Ventaja:** Máxima amplitud de variación de velocidad radial
- **Adicional:** Si $i \approx 90^\circ$, el sistema puede ser también binario eclipsante

13.3. Consecuencias para la Determinación de Masas

13.3.1. Expresiones Generalizadas para Masas

Las masas estelares en función de los parámetros observables:

$$M_1 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_2(K_1 + K_2)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (64)$$

$$M_2 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_1(K_1 + K_2)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (65)$$

13.3.2. El Factor $\sin^3 i$ y su Interpretación

El término $\sin^3 i$ introduce una degeneración fundamental:

- Para $i = 90^\circ$: $\sin^3 i = 1 \rightarrow$ masas verdaderas
- Para $i = 30^\circ$: $\sin^3 i = 0.125 \rightarrow$ masas subestimadas por factor 8
- Para $i = 10^\circ$: $\sin^3 i = 0.0017 \rightarrow$ masas subestimadas por factor 588

13.4. Métodos para Determinar la Inclinación Orbital

13.4.1. Binarias Eclipsantes

Si el sistema también es eclipsante ($i \approx 90^\circ$):

$$i \approx 90^\circ \Rightarrow \sin i \approx 1 \quad (66)$$

13.4.2. Métodos Astrométricos

- **Interferometría:** Medición directa de la inclinación orbital
- **Astrometría espacial:** Misión Gaia puede medir i para sistemas cercanos
- **Imágenes directas:** Para sistemas con separación angular suficiente

13.4.3. Análisis de Curvas de Luz

Para sistemas no eclipsantes, análisis detallado de:

- **Modulación elipsoidal:** Distorsión tidal de las componentes
- **Reflexión:** Efecto de reprocesamiento de radiación
- **Manchas estelares:** Rotación estelar y sincronización tidal

13.5. Ejemplo Numérico: Dependencia con la Inclinación

13.5.1. Sistema de Referencia

Consideremos un sistema binario con:

$$\begin{aligned} P &= 4.0 \text{ días} \\ K_1 &= 50.0 \text{ km/s} \\ K_2 &= 100.0 \text{ km/s} \\ e &= 0.0 \end{aligned}$$

13.6. Implicaciones para Estudios Estadísticos

13.6.1. Sesgo de Selección

Los sistemas con mayor inclinación son más fáciles de detectar:

$$P_{\text{detection}} \propto \sin i \quad (67)$$

13.6.2. Corrección Estadística

Para estudios de población, se debe aplicar corrección por:

$$f(i)di = \sin i di \quad (68)$$

que es la distribución esperada de inclinaciones para órbitas aleatorias.

13.7. Aplicaciones en Física Estelar

13.7.1. Calibración de Relaciones Masa-Luminosidad

Sistemas SB2 + eclipsantes proporcionan:

- Masas precisas ($i \approx 90^\circ$)
- Radios a partir de eclipses
- Temperaturas efectivas
- Restricciones para modelos de evolución estelar

13.7.2. Estudios de Formación Binaria

La distribución de inclinaciones orbitales proporciona información sobre:

- Mecanismos de formación de sistemas binarios
- Procesos de alineamiento tidal
- Historia evolutiva de sistemas múltiples

13.8. Conclusiones

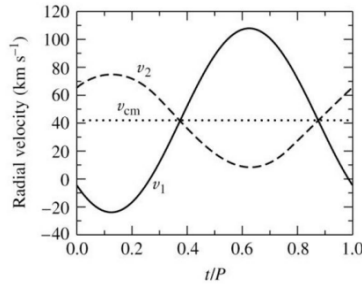
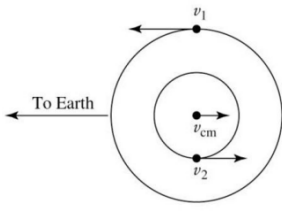
La inclinación orbital es un parámetro fundamental en el estudio de binarias espectroscópicas:

- **Limitación fundamental:** Determina la amplitud de las variaciones de velocidad radial
- **Degeneración:** Introduce incertidumbre en la determinación de masas
- **Sesgo observacional:** Favorece la detección de sistemas con alta inclinación
- **Importancia:** Sistemas con $i \approx 90^\circ$ son cruciales para calibración

El estudio completo de sistemas binarios requiere la combinación de múltiples técnicas observacionales para romper la degeneración introducida por el ángulo de inclinación.

14. El Caso Simplificado: Órbitas Circulares de Canto

El caso de órbitas circulares ($e = 0$) con inclinación de canto ($i = 90^\circ$) representa la situación ideal para el análisis de binarias espectroscópicas, ya que simplifica considerablemente las ecuaciones y permite una interpretación directa de las curvas de velocidad radial.



14.1. Geometría Orbital Simplificada

14.1.1. Condiciones del Sistema

- **Excentricidad orbital:** $e = 0$ (órbita circular perfecta)
- **Inclinación orbital:** $i = 90^\circ$ (plano orbital perpendicular a la línea de visión)
- **Movimiento orbital:** Uniforme y circular

14.1.2. Consecuencias de la Geometría

Para $i = 90^\circ$:

$$\sin i = 1 \Rightarrow v_r = v \quad (69)$$

Las velocidades radiales medidas corresponden exactamente a las velocidades orbitales verdaderas.

14.2. Ecuaciones de Movimiento

14.2.1. Posiciones Orbitales

Para órbitas circulares, las posiciones angulares son:

$$\theta_1(t) = \frac{2\pi}{P}t + \phi_1 \quad (70)$$

$$\theta_2(t) = \theta_1(t) + \pi \quad (71)$$

14.2.2. Velocidades Orbitales

Las velocidades orbitales verdaderas son constantes en magnitud:

$$v_1 = \frac{2\pi a_1}{P} \quad (72)$$

$$v_2 = \frac{2\pi a_2}{P} \quad (73)$$

donde a_1 y a_2 son los semiejes mayores de las órbitas individuales alrededor del CM.

14.3. Curvas de Velocidad Radial

14.3.1. Ecuaciones para SB2

Para un sistema SB2 con $i = 90^\circ$ y $e = 0$:

$$v_{r1}(t) = \gamma + K_1 \cos\left(\frac{2\pi}{P}t + \phi\right) \quad (74)$$

$$v_{r2}(t) = \gamma - K_2 \cos\left(\frac{2\pi}{P}t + \phi\right) \quad (75)$$

donde las amplitudes son:

$$K_1 = v_1 = \frac{2\pi a_1}{P} \quad (76)$$

$$K_2 = v_2 = \frac{2\pi a_2}{P} \quad (77)$$

14.3.2. Propiedades de las Curvas

- **Forma:** Curvas sinusoidales perfectas
- **Fase:** Desfasadas 180° entre sí
- **Amplitud:** K_1 y K_2 constantes
- **Línea base:** Centradas en γ

14.4. Determinación de Parámetros Físicos

14.4.1. Relación de Masas

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{a_1}{a_2} \quad (78)$$

14.4.2. Masas Individuales

$$M_1 = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_2(K_1 + K_2)^2}{K_1} \quad (79)$$

$$M_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_1(K_1 + K_2)^2}{K_2} \quad (80)$$

14.4.3. Separación Orbital

$$a = a_1 + a_2 = \frac{P}{2\pi} (K_1 + K_2) \quad (81)$$

14.5. Ejemplo Numérico

14.5.1. Sistema Hipotético

Consideremos un sistema con:

$$P = 10.0 \text{ días} = 864000 \text{ s}$$

$$K_1 = 50.0 \text{ km/s} = 5.0 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$K_2 = 100.0 \text{ km/s} = 1.0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$\gamma = 0.0 \text{ km/s}$$

14.5.2. Cálculo de Parámetros

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{100.0}{50.0} = 2.0$$

$$a = \frac{864000}{2\pi} (5.0 \times 10^4 + 1.0 \times 10^5) = 2.07 \times 10^{10} \text{ m} = 0.138 \text{ AU}$$

$$M_1 = 1.85 \times 10^{30} \text{ kg} = 0.93 M_\odot$$

$$M_2 = \frac{M_1}{2} = 0.465 M_\odot$$

14.6. Ventajas del Caso Simplificado

14.6.1. Interpretación Directa

- Las amplitudes miden directamente las velocidades orbitales
- No hay degeneración con la inclinación
- Las masas se determinan sin ambigüedad
- Las curvas son perfectamente sinusoidales

14.6.2. Facilidad de Análisis

- Ajuste por mínimos cuadrados simple
- No need for complex eccentricity parameters
- Fácil visualización e interpretación
- Ideal para enseñanza y introducción al tema

14.7. Limitaciones y Consideraciones

14.7.1. Idealización vs Realidad

- **Órbitas reales:** Siempre tienen cierta excentricidad ($e > 0$)
- **Inclinaciones reales:** Raramente exactamente 90°
- **Perturbaciones:** Efectos de marea, terceros cuerpos, etc.

14.7.2. Importancia del Caso Ideal

Aunque idealizado, este caso:

- Proporciona un marco conceptual claro
- Sirve como primera aproximación
- Ayuda a entender los principios fundamentales
- Es la base para tratamientos más complejos

14.8. Aplicaciones en Enseñanza e Investigación

14.8.1. Propósito Educativo

- **Introducción conceptual:** Primer contacto con binarias espectroscópicas
- **Ejercicios calculables:** Problemas con soluciones analíticas
- **Visualización clara:** Fácil representación gráfica
- **Base para generalizaciones:** Punto de partida para casos más complejos

14.8.2. Investigación Actual

- **Sistemas cercanos al caso ideal:** Binarias de contacto, sistemas tidally locked
- **Primera aproximación:** En análisis preliminares de datos
- **Verificación de métodos:** Test de códigos numéricos complejos
- **Estudios estadísticos:** Como límite de casos más generales

14.9. Conclusiones

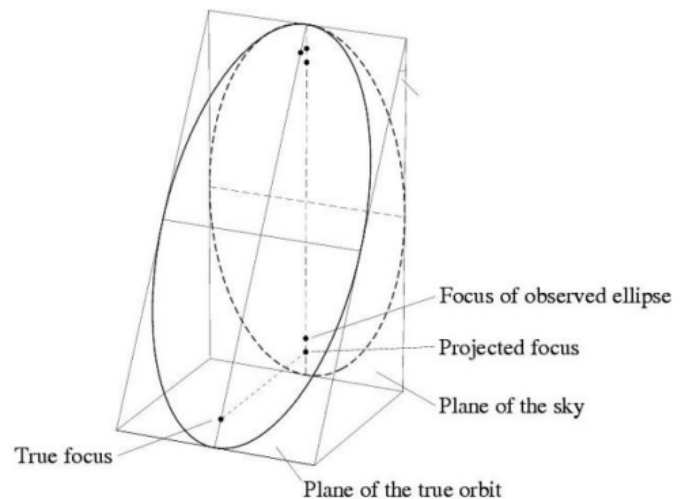
El caso de órbitas circulares de canto representa una idealización importante en el estudio de binarias espectroscópicas:

- **Simplificación máxima:** Ecuaciones analíticamente tratables
- **Interpretación física directa:** Relaciones claras entre observables y parámetros físicos
- **Valor pedagógico:** Ideal para enseñanza de conceptos fundamentales
- **Punto de referencia:** Base para entender desviaciones en sistemas reales

Aunque pocos sistemas reales cumplen exactamente estas condiciones, este caso ideal proporciona el marco conceptual esencial para el análisis de binarias espectroscópicas más complejas.

15. El Caso General: Órbitas Excéntricas e Inclinadas

En la mayoría de los sistemas binarios reales, las órbitas presentan excentricidad no nula y el plano orbital está inclinado respecto al plano del cielo. Esta geometría general conduce a curvas de velocidad radial complejas que contienen información sobre la orientación y forma de la órbita.



15.1. Geometría Orbital General

15.1.1. Elementos Orbitales Keplerianos

Una órbita general queda descrita por siete parámetros:

$$a \quad \text{Semieje mayor} \quad (82)$$

$$e \quad \text{Excentricidad} \quad (83)$$

$$i \quad \text{Inclinación} \quad (84)$$

$$\Omega \quad \text{Longitud del nodo ascendente} \quad (85)$$

$$\omega \quad \text{Argumento del periastro} \quad (86)$$

$$T_0 \quad \text{Época del paso por el periastro} \quad (87)$$

$$P \quad \text{Período orbital} \quad (88)$$

15.1.2. Proyección en el Plano del Cielo

La órbita tridimensional se proyecta en el plano del cielo mediante:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega \cos i \\ \sin \Omega & \cos \Omega \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (89)$$

15.2. Ecuaciones de Velocidad Radial General

15.2.1. Ecuación Fundamental

Para una órbita kepleriana general, la velocidad radial viene dada por:

$$v_r(t) = \gamma + K[\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] \quad (90)$$

donde:

- γ : Velocidad del centro de masa
- $K = \frac{2\pi a \sin i}{P \sqrt{1-e^2}}$: Semi-amplitud
- $\nu(t)$: Anomalía verdadera
- ω : Argumento del periastro

15.2.2. Anomalía Verdadera

La anomalía verdadera $\nu(t)$ se relaciona con la anomalía excéntrica E mediante:

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (91)$$

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{P}(t - T_0) \quad (\text{Ecuación de Kepler}) \quad (92)$$

15.3. Características de Curvas de RV con Excentricidad

15.3.1. Forma General

Las curvas dejan de ser sinusoidales y presentan:

- **Asimetría:** Máximos y mínimos desplazados
- **Anchura variable:** Diferente duración de fases
- **Punto de inflexión:** Comportamiento no sinusoidal

15.3.2. Parámetros Característicos

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P \sqrt{1 - e^2}} \quad (\text{Amplitud}) \quad (93)$$

$$\Delta\phi = \left| \frac{\pi}{2} - \omega \right| \quad (\text{Desfase del máximo}) \quad (94)$$

$$\frac{\Delta t_{1/2}}{P} = f(e, \omega) \quad (\text{Anchura a media altura}) \quad (95)$$

15.4. Determinación de Parámetros Orbitales

15.4.1. Ajuste de Curvas de RV

El procedimiento general incluye:

1. Medición de velocidades radiales en múltiples épocas
2. Ajuste no lineal de los 7 parámetros orbitales
3. Resolución de la ecuación de Kepler numéricamente
4. Estimación de incertidumbres mediante MCMC o bootstrap

15.4.2. Degeneraciones y Ambigüedades

- **Inclinación:** $\sin i$ degenerado con a y M
- **Argumento del periastro:** ω y $\omega + \pi$ posibles
- **Nodo ascendente:** Indeterminado solo con datos de RV

15.5. Efecto de la Inclinación Orbital

15.5.1. Proyección de Velocidades

$$v_r = v_{\text{true}} \sin i \cos \beta \quad (96)$$

donde β es el ángulo entre el vector velocidad y la línea de nodos.

15.5.2. Límites de Detectabilidad

Un sistema es detectable como binario espectroscópico si:

$$K > \delta v_{\min} \Rightarrow \frac{2\pi a \sin i}{P \sqrt{1 - e^2}} > \delta v_{\min} \quad (97)$$

15.6. Ejemplos de Curvas de RV para Diferentes Excentricidades

15.6.1. Parámetros del Sistema de Referencia

Consideremos un sistema con:

$$\begin{aligned} P &= 10.0 \text{ días} \\ K &= 50.0 \text{ km/s} \\ \gamma &= 0.0 \text{ km/s} \\ \omega &= 90^\circ \end{aligned}$$

e	K_{eff} (km/s)	$\Delta\phi$ (°)	Forma
0.0	50.0	0.0	Sinusoidal
0.3	52.7	22.5	Ligeramente asimétrica
0.6	62.5	36.0	Muy asimétrica
0.9	114.9	42.3	Muy picuda

Table 3. Características de curvas de RV para diferentes excentricidades.

15.6.2. Curvas para Diferentes Excentricidades

15.7. Métodos Numéricos para el Análisis

15.7.1. Resolución de la Ecuación de Kepler

Métodos comunes:

- **Método de Newton-Raphson:** Para $E - e \sin E = M$
- **Series de Fourier:** Expansión en series infinitas
- **Approximaciones analíticas:** Para $e \ll 1$
- **Tablas precalculadas:** Para análisis rápido

15.7.2. Ajuste por Mínimos Cuadrados

Minimización de:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{v_{r,\text{obs}}(t_i) - v_{r,\text{model}}(t_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (98)$$

15.8. Aplicaciones en Astrofísica

15.8.1. Estudios de Formación Planetaria

La excentricidad orbital proporciona información sobre:

- **Historia de migración:** Excentricidades inducidas por resonancias
- **Interacciones gravitatorias:** Dispersión entre planetas
- **Estructura del disco protoplanetario:** Amortiguamiento tidal

15.8.2. Evolución de Sistemas Binarios

- **Tidal circularization:** Reducción de excentricidad con el tiempo
- **Secular evolution:** Cambio lento de elementos orbitales
- **Mean motion resonances:** Bloqueo en razones racionales de períodos

15.8.3. Cobertura de Fase

Problemas comunes:

- **Cobertura incompleta:** Fases orbitales no observadas
- **Sampling irregular:** Distribución no uniforme en fase
- **Seasonal gaps:** Interrupciones en las observaciones

15.8.4. Técnicas de Mitigación

- **Observaciones coordinadas:** Campañas multi-site
- **Monitorizamiento continuo:** Telescopios espaciales
- **Análisis Bayesianos:** Incorporación de priors físicos
- **Modelos de noise:** Separación de señal y ruido

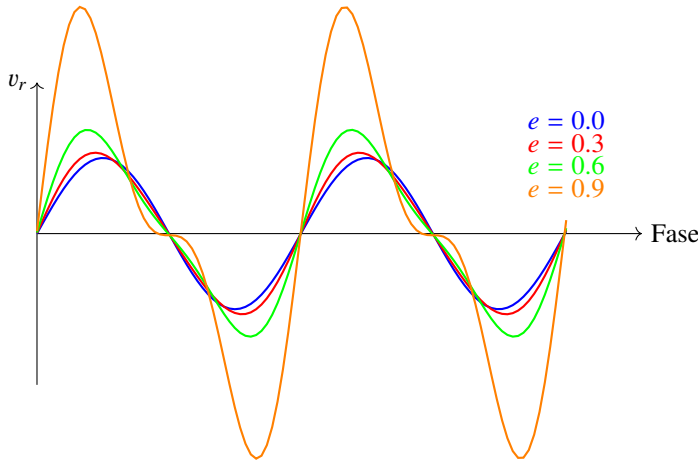


Fig. 4. Curvas de velocidad radial para diferentes excentricidades orbitales. La forma se vuelve progresivamente más asimétrica y picuda al aumentar la excentricidad.

15.9. Conclusiones

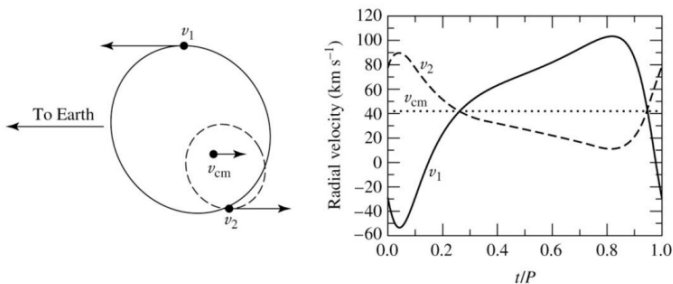
El análisis de curvas de velocidad radial en el caso general requiere:

- **Métodos numéricos sofisticados:** Para resolver la ecuación de Kepler
- **Ajustes no lineales complejos:** Múltiples parámetros acoplados
- **Comprensión geométrica profunda:** De la proyección orbital
- **Modelado estadístico avanzado:** Para estimación de incertidumbres

A pesar de su complejidad, el estudio de órbitas generales proporciona información invaluable sobre la formación y evolución de sistemas binarios y planetarios.

16. Ejemplo de Sistema SB2 con Excentricidad $e = 0.4$

El caso de una binaria espectroscópica SB2 con excentricidad moderada ($e = 0.4$) ilustra perfectamente cómo las desviaciones de la circularidad afectan las curvas de velocidad radial y qué información adicional puede extraerse de estas deformaciones.



16.1. Parámetros del Sistema Ejemplo

16.1.1. Parámetros Orbitales

Consideremos un sistema con los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} P &= 25.0 \text{ días} \\ e &= 0.4 \\ \omega &= 60^\circ \\ i &= 75^\circ \\ \gamma &= +15.0 \text{ km/s} \\ K_1 &= 40.0 \text{ km/s} \\ K_2 &= 60.0 \text{ km/s} \end{aligned}$$

16.1.2. Relaciones Derivadas

A partir de estos parámetros:

$$\begin{aligned} \frac{M_1}{M_2} &= \frac{K_2}{K_1} = 1.5 \\ a_1 \sin i &= \frac{P}{2\pi} K_1 \sqrt{1 - e^2} = 12.3 \times 10^6 \text{ km} \\ a_2 \sin i &= \frac{P}{2\pi} K_2 \sqrt{1 - e^2} = 18.5 \times 10^6 \text{ km} \\ a \sin i &= a_1 \sin i + a_2 \sin i = 30.8 \times 10^6 \text{ km} \end{aligned}$$

16.2. Características de las Curvas de Velocidad Radial

16.2.1. Asimetría y Desfases

Para $e = 0.4$ y $\omega = 60^\circ$, las curvas presentan:

- **Asimetría pronunciada:** Los máximos y mínimos no están equidistantes
- **Desfase del periastro:** El momento de velocidad máxima no coincide con la fase 0.25
- **Anchura variable:** Diferente duración de las fases de acercamiento y alejamiento

16.2.2. Posiciones Características

$$\begin{aligned} t_{\text{periastro}} &= T_0 \\ t_{\text{apoastro}} &= T_0 + P/2 \\ v_{r,\text{max}} &= \gamma + K[\cos \omega + e \cos \omega] \\ v_{r,\text{min}} &= \gamma - K[\cos(\omega + \pi) + e \cos \omega] \end{aligned}$$

16.3. Análisis Cuantitativo de la Curva

16.3.1. Velocidades en Puntos Clave

Para la componente 1 ($K_1 = 40 \text{ km/s}$):

$$\begin{aligned} v_{r1,\text{max}} &= 15.0 + 40.0[\cos 60^\circ + 0.4 \cos 60^\circ] = 15.0 + 40.0[0.5 + 0.2] \\ &= 43.0 \text{ km/s} \\ v_{r1,\text{min}} &= 15.0 - 40.0[\cos 240^\circ + 0.4 \cos 60^\circ] = 15.0 - 40.0[-0.5 + 0.2] \\ &= 27.0 \text{ km/s} \end{aligned}$$

Para la componente 2 ($K_2 = 60 \text{ km/s}$):

$$v_{r2,\text{max}} = 15.0 - 60.0[\cos 60^\circ + 0.4 \cos 60^\circ]$$

$$= 15.0 - 60.0[0.5 + 0.2] = -27.0 \text{ km/s}$$

$$v_{r2,\min} = 15.0 + 60.0[\cos 240^\circ + 0.4 \cos 60^\circ]$$

$$= 15.0 + 60.0[-0.5 + 0.2] = -3.0 \text{ km/s}$$

$$15.0 + 60.0[-0.5 + 0.2] = -3.0 \text{ km/s}$$

16.3.2. Desplazamiento de Fases

El máximo de velocidad ocurre en:

$$\phi_{\max} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \omega \right) \approx 0.069 \text{ (fracción del período)} \quad (99)$$

16.4. Interpretación Física

16.4.1. Geometría Orbital

La excentricidad $e = 0.4$ implica:

- **Distancia variable:** La separación entre componentes varía en un factor $\frac{1+e}{1-e} = 2.33$
- **Velocidad orbital variable:** Según la segunda ley de Kepler
- **Periastro cercano:** Las estrellas se acercan significativamente

16.4.2. Consecuencias Observables

- **Variación de flujo:** Posible modulación tidal elipsoidal
- **Interacción física:** Posible transferencia de masa en periastro
- **Sincronización tidal:** Rotación no sincrónica con órbita

16.5. Métodos de Ajuste para Órbitas Elípticas

16.5.1. Procedimiento de Ajuste

1. **Ajuste inicial:** Estimación de P , γ , K asumiendo órbita circular
2. **Búsqueda de excentricidad:** Ajuste de e y ω mediante grid search
3. **Ajuste final:** Minimización de χ^2 con todos los parámetros
4. **Estimación de errores:** Análisis de covarianza o MCMC

16.5.2. Indicadores de Calidad del Ajuste

$$\chi_{\text{red}}^2 = \frac{1}{N-7} \sum \left(\frac{v_{r,\text{obs}} - v_{r,\text{model}}}{\sigma} \right)^2 \quad (100)$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (v_{r,\text{obs}} - v_{r,\text{model}})^2} \quad (101)$$

16.6. Análisis de las Deformaciones Características

16.6.1. Asimetría de las Curvas

La relación entre las duraciones de las fases:

$$\frac{\Delta t_{\text{approach}}}{\Delta t_{\text{recession}}} = \frac{(1-e)^{3/2}}{(1+e)^{3/2}} \approx 0.46 \quad (102)$$

16.6.2. Desplazamiento del Periastro

La fase del periastro está relacionada con ω :

$$\phi_{\text{peri}} = \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin \omega}{e + \cos \omega} \right) \quad (103)$$

16.7. Implicaciones para la Determinación de Masas

16.7.1. Corrección por Excentricidad

Las masas mínimas se calculan como:

$$M_1 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_2(K_1 + K_2)^2}{(1-e^2)^{3/2}} \quad (104)$$

$$M_2 \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} \frac{K_1(K_1 + K_2)^2}{(1-e^2)^{3/2}} \quad (105)$$

16.7.2. Error por Ignorar la Excentricidad

Si se asume erróneamente $e = 0$:

$$\frac{M_{\text{true}}}{M_{\text{estimated}}} = (1-e^2)^{3/2} \approx 0.78 \quad (106)$$

Las masas se subestiman en un 22%.

16.8. Aplicaciones en el Estudio de Sistemas Binarios

16.8.1. Edad y Evolución del Sistema

La excentricidad orbital proporciona información sobre:

- **Edad del sistema:** Sistemas jóvenes mantienen excentricidades mayores
- **Efectos de marea:** Circularización orbital con el tiempo
- **Historia de interacciones:** Encuentros cercanos o perturbaciones

16.8.2. Estudios Poblacionales

Distribuciones de excentricidad en:

- **Binarias de gran separación:** Excentricidades altas comunes
- **Binarias cercanas:** Tendencias a órbitas circulares
- **Sistemas con planetas:** Excentricidades inducidas por perturbaciones

16.9. Conclusiones

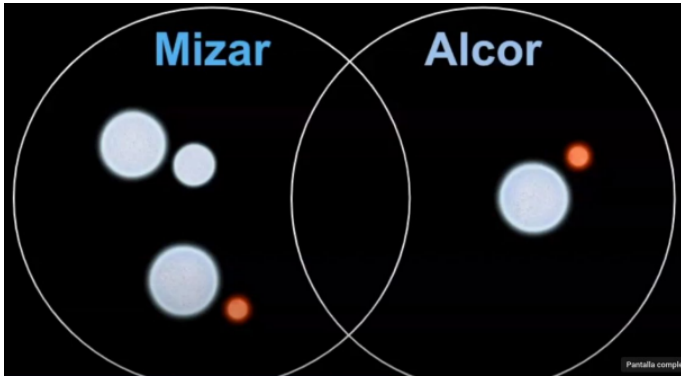
El ejemplo de una binaria SB2 con $e = 0.4$ demuestra:

- **Complejidad observacional:** Curvas de RV no sinusoidales con asimetrías características
- **Información adicional:** La excentricidad y orientación orbital modifican la forma de las curvas
- **Importancia del ajuste preciso:** Errores significativos si se ignora la excentricidad
- **Valor diagnóstico:** La forma de la curva revela la geometría orbital

El análisis detallado de estas deformaciones permite una determinación más precisa de los parámetros orbitales y físicos del sistema binario.

17. El Sistema Mizar-Alcor: Una Jerarquía Séxtuple

El sistema Mizar-Alcor en la constelación de la Osa Mayor representa uno de los sistemas múltiples más fascinantes y mejor estudiados del cielo nocturno. Lo que aparenta ser una simple estrella binaria visual es en realidad un complejo sistema séxtuple organizado jerárquicamente.



17.1. Descubrimiento Histórico y Importancia

17.1.1. Historia Observacional

- **1617:** Benedetto Castelli y Galileo Galilei resuelven Mizar como binaria visual
- **1857:** Mizar (UMa A) se convierte en la primera binaria espectroscópica descubierta
- **1908:** Alcor (80 UMa) es identificada como compañera física de Mizar
- **2009:** Estudios modernos confirman la naturaleza séxtuple del sistema

17.1.2. Significado Histórico

Mizar-Alcor ha sido fundamental para:

- Desarrollo de técnicas de observación binaria
- Verificación de teorías de formación estelar múltiple
- Estudio de dinámica de sistemas jerárquicos

17.2. Jerarquía del Sistema Séxtuple

17.2.1. Componentes del Sistema

El sistema consiste en dos subsistemas principales:

Sistema completo = Mizar (cuádruple) + Alcor (binaria)
= 6 componentes estelares

17.2.2. Arquitectura Jerárquica

Sistema	Componentes	Separación	Período
Mizar A	Aa + Ab	0.01''	20.5 días
Mizar B	Ba + Bb	0.01''	175 días
Mizar AB	A + B	14.4''	~5000 años
Alcor	A + B	1.1''	~90 años
Mizar-Alcor	AB + Alcor	709''	~0.75 Myr

Table 4. Jerarquía orbital del sistema Mizar-Alcor.

17.3. Parámetros Físicos de las Componentes

17.3.1. Estrellas Individuales

17.4. Estudios Observacionales

17.4.1. Técnicas de Detección

- **Interferometría:** Resolución de las binarias cercanas

Componente	Tipo Esp.	Masa (M_{\odot})	Temp. (K)	Lum. (L_{\odot})
Mizar Aa	A2V	2.43	9000	33.3
Mizar Ab	A2V	2.43	9000	33.3
Mizar Ba	A1V	2.50	9200	35.0
Mizar Bb	A1V	2.50	9200	35.0
Alcor A	A5V	1.85	8200	12.6
Alcor B	M3-4V	0.25	3500	0.02

Table 5. Parámetros físicos de las componentes del sistema.

- **Espectroscopía:** Detección de variaciones de velocidad radial
- **Astrometría:** Medición de movimientos propios comunes
- **Fotometría:** Búsqueda de eclipses y variaciones

17.4.2. Resultados Clave

$$\mu_{\text{Mizar}} = (121.2, -22.1) \text{ mas/año}$$

$$\mu_{\text{Alcor}} = (120.9, -21.9) \text{ mas/año}$$

$$\pi_{\text{Mizar}} = 39.38 \pm 0.30 \text{ mas}$$

$$\pi_{\text{Alcor}} = 39.90 \pm 0.20 \text{ mas}$$

La coincidencia en movimiento propio y paralaje confirma la asociación física.

17.5. Dinámica del Sistema Múltiple

17.5.1. Estabilidad Jerárquica

El sistema sigue la condición de estabilidad de Eggleton:

$$\frac{a_{\text{outer}}}{a_{\text{inner}}} > \frac{2.8}{1-e_{\text{outer}}} \left(\frac{1+q_{\text{outer}}}{1+e_{\text{outer}}/\sqrt{1-e_{\text{outer}}^2}} \right)^{2/5} \quad (107)$$

17.5.2. Tiempos de Relaxación

$$t_{\text{dinámico}} \sim \frac{P}{2\pi} \sim 10^3 - 10^4 \text{ años}$$

$$t_{\text{secular}} \sim \frac{P}{2\pi} \left(\frac{a_{\text{outer}}}{a_{\text{inner}}} \right)^3 \sim 10^6 - 10^7 \text{ años}$$

17.6. Formación y Evolución

17.6.1. Mecanismos de Formación

Posibles escenarios de formación:

- **Fragmentación jerárquica:** Colapso sucesivo de núcleos densos
- **Captura dinámica:** Encuentros en cúmulos jóvenes
- **Inestabilidad disc:** Fragmentación de discos protostelares

17.6.2. Evolución Futura

- **Corta escala:** Estabilidad mantenida por jerarquía
- **Media escala:** Interacciones tidales y circularización
- **Larga escala:** Posible eyección de componentes

17.7. Importancia Astrofísica

17.7.1. Laboratorio de Pruebas

Mizar-Alcor proporciona:

- Calibración de relaciones masa-luminosidad
- Estudio de formación estelar múltiple
- Tests de teorías de dinámica gravitatoria
- Entendimiento de evolución de sistemas jerárquicos

17.7.2. Estudios Poblacionales

El sistema informa sobre:

- Frecuencia de sistemas múltiples en el disco galáctico
- Distribución de razones de masa en binarias
- Evolución dinámica de cúmulos abiertos

17.8. Observaciones Modernas y Resultados

17.8.1. Estudios con Interferometría

Resultados de interferometría óptica:

$$a_{\text{Mizar A}} = 0.01'' \approx 0.26 \text{ AU}$$

$$a_{\text{Mizar B}} = 0.01'' \approx 0.26 \text{ AU}$$

$$a_{\text{Alcor}} = 1.1'' \approx 28.6 \text{ AU}$$

17.8.2. Mediciones de Velocidad Radial

Curvas de velocidad radial muestran:

- Períodos orbitales precisos para las binarias cercanas
- Excentricidades moderadas ($e \sim 0.1 - 0.3$)
- Sincronización tidal en las binarias más cercanas

17.9. Retos Observacionales

17.9.1. Dificultades en la Observación

- **Resolución angular:** Separaciones muy pequeñas para telescopios convencionales
- **Contraste de flujo:** Diferentes magnitudes entre componentes
- **Tiempo de observación:** Períodos orbitales desde días hasta milenios
- **Modelado dinámico:** Complejidad de interacciones N-cuerpos

17.9.2. Técnicas de Superación

- **Óptica adaptativa:** Corrección de seeing atmosférico
- **Interferometría:** Alta resolución angular
- **Monitorizamiento a largo plazo:** Estudio de órbitas externas
- **Simulaciones numéricas:** Modelado de dinámica jerárquica

17.10. Conclusiones

El sistema Mizar-Alcor representa un laboratorio excepcional para:

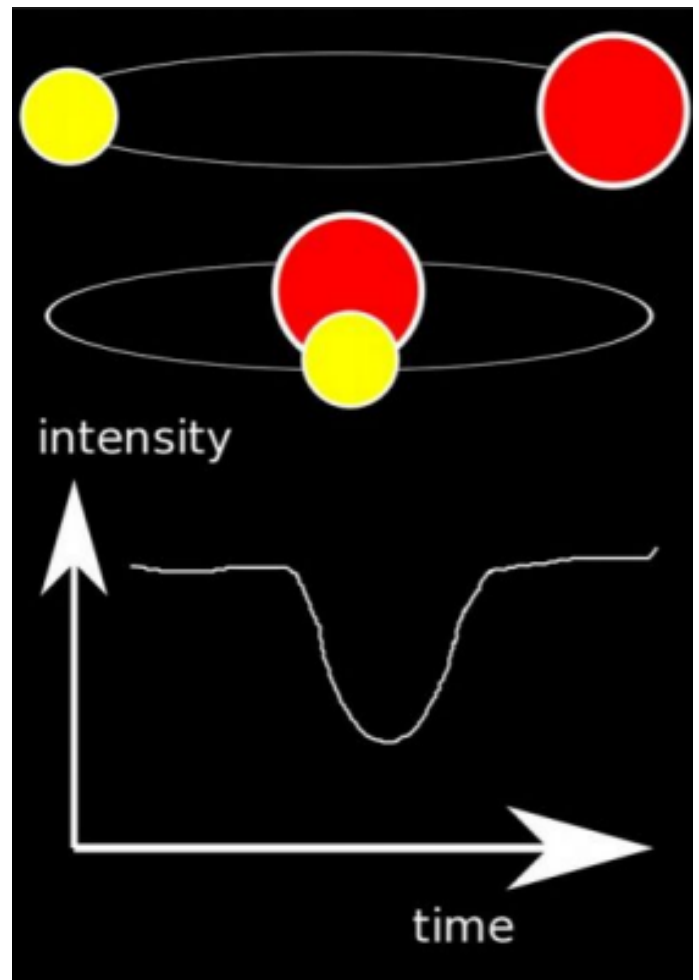
- **Estudios de formación estelar:** Mecanismos de formación de sistemas múltiples
- **Dinámica gravitatoria:** Estabilidad de sistemas jerárquicos

- **Evolución estelar:** Efectos de binaridad en evolución
- **Técnicas observacionales:** Desarrollo de métodos de detección

Su estudio continuo promete nuevos insights sobre la formación y evolución de sistemas estelares múltiples en la Galaxia.

18. Binarias Eclipsantes: Fundamentos y Principios

Las binarias eclipsantes representan una clase especial de sistemas binarios donde el plano orbital está tan cerca de nuestra línea de visión ($i \approx 90^\circ$) que ocurren eclipses mutuos entre las componentes. Estas variaciones de flujo proporcionan información extraordinariamente precisa sobre los parámetros físicos de las estrellas.



18.1. Condiciones Geométricas para Eclipses

18.1.1. Requisito de Inclinação

Para que ocurran eclipses, la inclinación orbital debe satisfacer:

$$i > 90^\circ - \arcsin\left(\frac{R_1 + R_2}{a}\right) \quad (108)$$

donde R_1, R_2 son los radios estelares y a es la separación orbital.

18.1.2. Probabilidad Geométrica

La probabilidad de eclipse para una binaria aleatoria:

$$P_{\text{eclipse}} = \frac{R_1 + R_2}{a} \quad (109)$$

18.2. Características de las Curvas de Luz

18.2.1. Partes de una Curva de Luz Típica

- **Máximo fuera de eclipse:** Flujo constante cuando no hay ocultación
- **Eclipse primario:** Ocultación de la estrella más caliente (mínimum más profundo)
- **Eclipse secundario:** Ocultación de la estrella más fría
- **Tránsitos y ocultaciones:** Entrada y salida de los eclipses

18.2.2. Parámetros Medibles Directamente

$$P = \text{Período orbital} \quad (110)$$

$$\Delta F_1 = \text{Profundidad del eclipse primario} \quad (111)$$

$$\Delta F_2 = \text{Profundidad del eclipse secundario} \quad (112)$$

$$\Delta t = \text{Duración de los eclipses} \quad (113)$$

$$\tau = \text{Tiempo de tránsito} \quad (114)$$

18.3. Historia del Descubrimiento: El Caso de Algol

18.3.1. Descubrimiento de Goodricke (1782)

John Goodricke descubrió la variabilidad de Algol (β Persei):

- **Período:** 2.867 días
- **Amplitud:** ~ 1.2 magnitudes en visible
- **Interpretación:** Propuso correctamente el modelo de binaria eclipsante

18.3.2. Confirmación Espectroscópica de Vogel (1889)

Hermann Carl Vogel demostró que Algol es también binaria espectral:

$$K_1 = 44.3 \text{ km/s} \quad (115)$$

$$K_2 = 49.6 \text{ km/s} \quad (116)$$

$$e \approx 0.0 \text{ (órbita circular)} \quad (117)$$

18.4. Clasificación de Binarias Eclipsantes

18.4.1. Según la Forma de la Curva de Luz

Tipo	Características	Ejemplo
EA (Algol)	Eclipses bien separados, fuera de eclipse plano	Algol, β Lyrae
EB (β Lyrae)	Eclipses continuos, fuera de eclipse variable	β Lyrae, W Ursae Maj.
EW (W UMa)	Eclipses continuos, curva sinusoidal	W Ursae Majoris

Table 6. Clasificación de binarias eclipsantes según la forma de la curva de luz.

18.5. Análisis Cuantitativo de Curvas de Luz

18.5.1. Profundidades de Eclipse

Las profundidades dependen de:

$$\frac{\Delta F_1}{F} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \frac{T_2^4}{T_1^4} \quad (\text{eclipse primario}) \quad (118)$$

$$\frac{\Delta F_2}{F} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{T_1^4}{T_2^4} \quad (\text{eclipse secundario}) \quad (119)$$

18.5.2. Duración de Eclipses

$$t_{\text{eclipse}} = \frac{P}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (a \cos i)^2}}{a} \right) \quad (120)$$

$$t_{\text{tránsito}} = \frac{P}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(R_2 - R_1)^2 - (a \cos i)^2}}{a} \right) \quad (121)$$

18.6. Determinación de Parámetros Físicos

18.6.1. Radios Estelares

$$\frac{R_1}{a} = \frac{\pi}{P} \sqrt{\Delta t_1 \Delta t_2} \quad (122)$$

$$\frac{R_2}{a} = \frac{\pi}{P} \sqrt{\Delta t_3 \Delta t_4} \quad (123)$$

donde Δt_i son las duraciones de las fases de contacto.

18.6.2. Temperaturas Efectivas

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{\Delta F_2}{\Delta F_1} \right)^{1/4} \quad (124)$$

18.7. El Sistema Algol: Un Caso Paradigmático

18.7.1. Parámetros del Sistema

Parámetro	Algol A	Algol B
Masa (M_\odot)	3.59	0.79
Radio (R_\odot)	2.87	3.48
Temperatura (K)	9,000	4,500
Tipo espectral	B8V	K2IV
Luminosidad (L_\odot)	98	6.9

Table 7. Parámetros físicos de las componentes de Algol.

18.7.2. Paradoja de Algol

La estrella menos masiva (Algol B) es más evolucionada:

- **Explicación:** Transferencia de masa pasada
- **Evidencia:** Algol B llena su lóbulo de Roche
- **Mecanismo:** Reversión de la razón de masa

18.8. Técnicas Modernas de Análisis

18.8.1. Modelado de Curvas de Luz

Programas especializados:

- **WD (Wilson-Devinney)**: Código estándar para análisis de binarias
- **PHOEBE**: Interfaz moderna para modelado de binarias
- **EBLM**: Para binarias con componentes de muy baja masa

18.8.2. Métodos de Ajuste

- **Mínimos cuadrados**: Para parámetros iniciales
- **MCMC**: Para estimación de incertidumbres
- **Algoritmos genéticos**: Para búsqueda en espacios de parámetros grandes

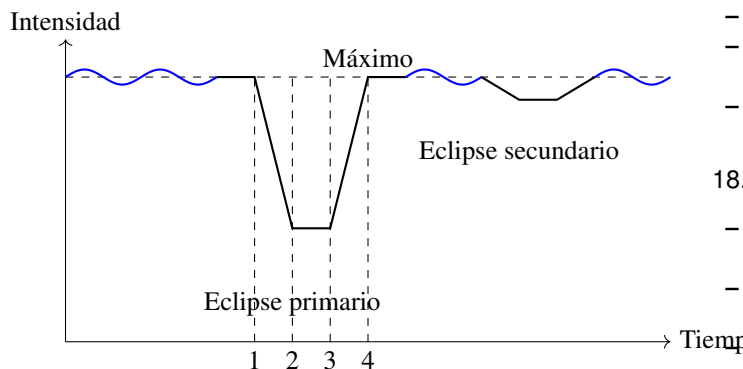


Fig. 5. Curva de luz típica de una binaria eclipsante. Se muestran los eclipses primario y secundario, junto con las fases de contacto y posibles variaciones elipsoidales.

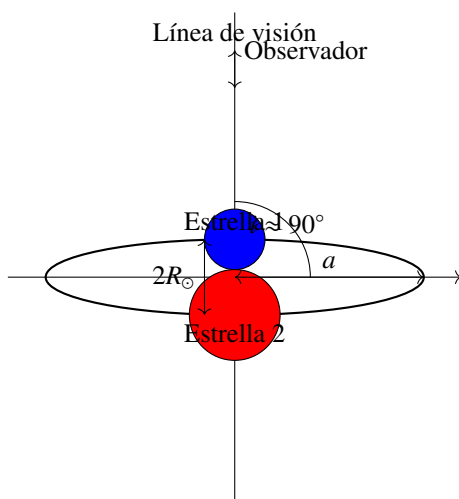


Fig. 6. Geometría orbital para eclipses. La inclinación cercana a 90° permite que las estrellas se oculten mutuamente.

18.9. Aplicaciones en Astrofísica Moderna

18.9.1. Determinación de Masas y Radios

Las binarias eclipsantes proporcionan:

- **Mediciones directas**: Masas y radios con precisiones $\sim 1\%$

- **Calibración**: Para relaciones masa-radio y masa-luminosidad
- **Tests de modelos**: Para teorías de estructura y evolución estelar

18.9.2. Estudios de Exoplanetas

Técnicas desarrolladas para binarias se aplican a:

- **Tránsitos exoplanetarios**: Detección y caracterización
- **Curvas de luz de tránsito**: Análisis de parámetros planetarios
- **Timing de eclipses**: Búsqueda de planetas en binarias

18.10. Retos y Futuro

18.10.1. Retos Observacionales

- **Cobertura de fase**: Necesidad de monitorización continua
- **Precisión fotométrica**: Requerida para detectar eclipses sombra
- **Modelado complejo**: Para sistemas con múltiples efectos

18.10.2. Futuras Direcciones

- **Misiones espaciales**: TESS, PLATO, continuarán descubriendo miles de binarias
- **Estudios multi-longitud de onda**: Para caracterización completa

Machine learning: Para análisis automático de grandes volúmenes de datos

18.11. Conclusiones

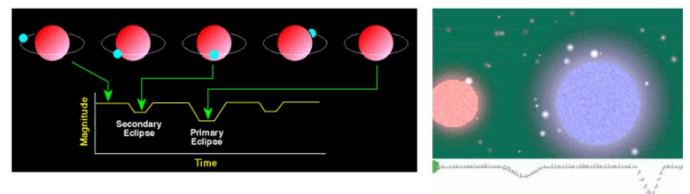
Las binarias eclipsantes representan:

- **Laboratorios únicos**: Para determinación precisa de parámetros estelares
- **Herramientas históricas**: Para el desarrollo de la astrofísica estelar
- **Puentes naturales**: Entre el estudio de estrellas y exoplanetas
- **Fuentes inagotables**: De información sobre formación y evolución estelar

Su estudio continúa proporcionando insights fundamentales sobre la física estelar y la dinámica de sistemas binarios.

19. Período Orbital y Naturaleza de los Eclipses en Binarias

El análisis de binarias eclipsantes se basa en dos conceptos fundamentales: la determinación precisa del período orbital y la correcta identificación de la naturaleza de los eclipses observados.



19.1. Definición del Período Orbital

19.1.1. Período Orbital como Parámetro Fundamental

El período orbital (P) es el tiempo que tarda el sistema binario en completar una órbita completa. Para binarias eclipsantes, este se mide directamente como:

$$P = t_{n+1} - t_n \quad (125)$$

donde t_n y t_{n+1} son los tiempos de ocurrencia de dos eclipses consecutivos del mismo tipo (primario o secundario).

19.1.2. Precisión en la Determinación del Período

La precisión en la determinación de P mejora con:

- **Base temporal larga:** Múltiples ciclos observados
- **Cobertura completa:** Observaciones de todos los eclipses
- **Técnicas precisas:** Fotometría de alta cadencia y precisión

La incertidumbre en el período decrece como:

$$\sigma_P \propto \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma_t}{P} \quad (126)$$

donde N es el número de ciclos observados y σ_t la precisión en la determinación del tiempo de eclipse.

19.2. Identificación de los Eclipses

19.2.1. Definición de Eclipse Primario

El **eclipse primario** ocurre cuando la estrella más brillante en la **banda de observación** es ocultada por su compañera. Matemáticamente:

$$\text{Eclipse primario} \Leftrightarrow F_{\text{total}}(t_{\text{eclipse}}) = F_2 + (1 - \alpha)F_1 \quad (127)$$

donde α es la fracción de flujo de la estrella 1 que es bloqueada.

19.2.2. Definición de Eclipse Secundario

El **eclipse secundario** ocurre cuando la estrella menos brillante es ocultada:

$$\text{Eclipse secundario} \Leftrightarrow F_{\text{total}}(t_{\text{eclipse}}) = F_1 + (1 - \beta)F_2 \quad (128)$$

donde β es la fracción de flujo de la estrella 2 bloqueada.

19.3. Dependencia con la Banda Observacional

19.3.1. Efecto de la Temperatura Effective

La identificación del eclipse primario depende críticamente de la banda observacional debido a la dependencia espectral de la luminosidad:

$$L_\lambda = 4\pi R^2 \cdot \pi B_\lambda(T) \quad (129)$$

donde $B_\lambda(T)$ es la función de Planck.

19.3.2. Ejemplo de Inversión de Eclipses

Consideremos dos estrellas con:

Estrella A : $T_A = 6000 \text{ K}$, $R_A = R_\odot$

Estrella B : $T_B = 3000 \text{ K}$, $R_B = 2R_\odot$

En banda V ($\lambda \approx 550 \text{ nm}$):

$$L_{A,V} \propto R_A^2 B_V(T_A)$$

$$L_{B,V} \propto R_B^2 B_V(T_B)$$

$$\frac{L_{B,V}}{L_{A,V}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \frac{B_V(3000)}{B_V(6000)} \approx 4 \times 0.01 = 0.04$$

→ Estrella A es más brillante → Eclipse primario = ocultación de A

En banda IR ($\lambda \approx 2000 \text{ nm}$):

$$\frac{L_{B,IR}}{L_{A,IR}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \frac{B_{IR}(3000)}{B_{IR}(6000)} \approx 4 \times 2.5 = 10$$

→ Estrella B es más brillante → Eclipse primario = ocultación de B

19.4. Determinación Experimental

19.4.1. Protocolo de Identificación

Para identificar correctamente los eclipses:

1. Medir profundidades de ambos mínimos en múltiples bandas
2. Determinar cual mínimo es más profundo en cada banda
3. Verificar la consistencia con modelos atmosféricos
4. Construir diagrama color-magnitud durante eclipses

19.4.2. Curva de Luz Multibanda

Banda	Δm_1	Δm_2	Eclipse Primario
UV (300 nm)	1.2 mag	0.3 mag	Mínimo 1
Visible (550 nm)	0.8 mag	0.6 mag	Mínimo 1
IR (2000 nm)	0.2 mag	1.0 mag	Mínimo 2

Table 8. Ejemplo de variación de profundidades de eclipse con la banda observacional.

19.5. Aplicaciones y Importancia

19.5.1. Determinación de Parámetros Orbitales

El período orbital preciso permite:

$$a^3 = \frac{G(M_1 + M_2)P^2}{4\pi^2} \quad (\text{Tercera ley de Kepler}) \quad (130)$$

$$e = \frac{\Delta t_{\text{eclipse}} - \Delta t_{\text{tránsito}}}{\Delta t_{\text{eclipse}} + \Delta t_{\text{tránsito}}} \quad (\text{Excentricidad}) \quad (131)$$

19.5.2. Estudios de Evolución Orbital

Cambios en el período revelan:

- **Transferencia de masa:** $\dot{P}/P \propto \dot{M}/M$
- **Efectos de marea:** Circularización orbital
- **Presencia de terceros cuerpos:** Perturbaciones orbitales

19.6. Metodología Observacional

19.6.1. Técnicas de Medición de Tiempos de Eclipse

- **Fotometría de alta cadencia:** $\delta t \sim$ segundos
- **Modelado de curvas de luz:** Ajuste de perfiles de eclipse
- **Método de O-C:** (Observado - Calculado) para períodos largos
- **Observaciones multi-site:** Para cobertura continua

19.6.2. Precisión Típica

$$\sigma_t \sim 1 - 10 \text{ segundos (desde espacio)}$$

$$\sigma_t \sim 10 - 60 \text{ segundos (desde tierra)}$$

$$\frac{\sigma_P}{P} \sim 10^{-6} - 10^{-8} \text{ para estudios a largo plazo}$$

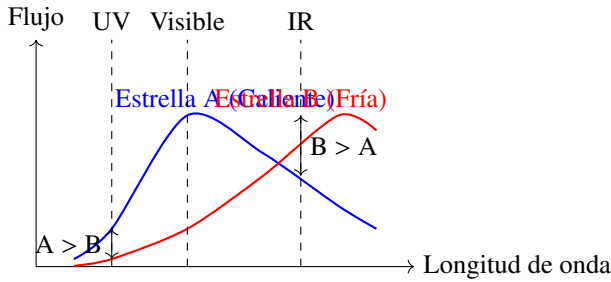


Fig. 7. Distribuciones espectrales de energía para dos estrellas con diferentes temperaturas. La identificación del eclipse primario depende de la banda observacional.

19.7. Conclusiones

La correcta determinación del período orbital y la identificación de los eclipses son cruciales porque:

- **El período orbital** es el parámetro fundamental para la aplicación de las leyes de Kepler y la determinación de masas.
- **La identificación correcta** del eclipse primario es esencial para la determinación precisa de parámetros físicos como radios y temperaturas.
- **La dependencia con la banda** observacional puede llevar a interpretaciones erróneas si no se considera adecuadamente.
- **La precisión en los tiempos** de eclipse permite estudios de evolución orbital y detección de objetos adicionales en el sistema.

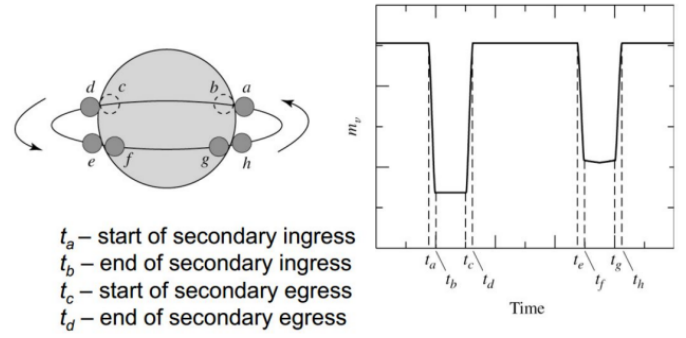
Estos conceptos fundamentales forman la base para el análisis cuantitativo de sistemas binarios eclipsantes y su aplicación en astrofísica estelar.

Al estudiar la forma de los eclipses, junto con el conocimiento de sus curvas de velocidad radial, es posible determinar las masas y los radios de las estrellas del sistema binario.

Las binarias eclipsantes son, por lo tanto, sistemas extremadamente útiles.

20. Binarias con Eclipses Totales: El Caso Ideal para Determinación de Parámetros

Las binarias que presentan eclipses totales representan los sistemas más valiosos para la determinación precisa de parámetros estelares, ya que los tiempos de contacto proporcionan información directa sobre las geometrías orbitales y los radios estelares.



20.1. Definición de los Tiempos de Contacto

20.1.1. Los Cuatro Contactos Fundamentales

Para un eclipse total, definimos cuatro tiempos de contacto críticos:

$$t_a = \text{Inicio del ingreso (1er contacto)} \quad (132)$$

$$t_b = \text{Fin del ingreso (2do contacto)} \quad (133)$$

$$t_c = \text{Inicio del egreso (3er contacto)} \quad (134)$$

$$t_d = \text{Fin del egreso (4to contacto)} \quad (135)$$

20.1.2. Duración de las Fases

$$t_{\text{ingress}} = t_b - t_a \quad (\text{Duración del ingreso}) \quad (136)$$

$$t_{\text{total}} = t_c - t_b \quad (\text{Duración del eclipse total}) \quad (137)$$

$$t_{\text{egress}} = t_d - t_c \quad (\text{Duración del egreso}) \quad (138)$$

$$t_{\text{full}} = t_d - t_a \quad (\text{Duración total del eclipse}) \quad (139)$$

20.2. Relaciones Geométricas

20.2.1. Geometría del Eclipse

Para un sistema con inclinación $i \approx 90^\circ$ y órbitas circulares:

$$\cos i = \frac{R_1 + R_2}{a} \quad (\text{Límite para eclipses}) \quad (140)$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (a \cos i)^2}}{a} \quad (141)$$

20.2.2. Duración de las Fases

$$t_{\text{ingress}} = t_{\text{egress}} = \frac{P}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (a \cos i)^2}}{a} \right) \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \right)^2}}{\sin i} \quad (142)$$

$$t_{\text{total}} = \frac{P}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (a \cos i)^2}}{a} \right) \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \right)^2}}{\sin i} \quad (143)$$

20.3. Determinación de Parámetros Físicos

20.3.1. Radios Estelares

De las duraciones de las fases:

$$\frac{R_1}{a} = \frac{\pi}{2P} \sqrt{(t_d - t_c)^2 - (t_b - t_a)^2} \quad (144)$$

$$\frac{R_2}{a} = \frac{\pi}{2P} \sqrt{(t_d - t_a)^2 - (t_c - t_b)^2} \quad (145)$$

20.3.2. Relación de Radios

$$k = \frac{R_2}{R_1} = \frac{t_{\text{total}}}{t_{\text{ingress}}} = \frac{t_c - t_b}{t_b - t_a} \quad (146)$$

20.4. Análisis de la Curva de Luz

20.4.1. Forma de la Curva durante el Eclipse

- **Fase de ingreso** (t_a a t_b): Disminución rápida del flujo
- **Eclipse total** (t_b a t_c): Flujo constante mínimo
- **Fase de egreso** (t_c a t_d): Aumento rápido del flujo
- **Fuera de eclipse**: Flujo constante máximo

20.4.2. Profundidad del Eclipse

$$\Delta F_{\text{total}} = F_{\text{max}} - F_{\text{min}} \quad (147)$$

$$\frac{\Delta F}{F} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \quad (\text{Para eclipse total de la estrella más brillante}) \quad (148)$$

20.5. Ejemplo Numérico

20.5.1. Sistema de Referencia

Consideremos un sistema con:

$$P = 4.0 \text{ días} = 345600 \text{ s}$$

$$i = 89.5^\circ$$

$$t_b - t_a = 7200 \text{ s}$$

$$t_c - t_b = 14400 \text{ s}$$

$$t_d - t_c = 7200 \text{ s}$$

20.5.2. Cálculo de Parámetros

$$k = \frac{R_2}{R_1} = \frac{14400}{7200} = 2.0$$

$$\frac{R_1 + R_2}{a} = \frac{\pi}{P} \sqrt{(t_d - t_a)^2 - (t_c - t_b)^2} = 0.225$$

$$\frac{R_2}{a} = \frac{k}{1+k} \cdot \frac{R_1 + R_2}{a} = \frac{2}{3} \cdot 0.225 = 0.150$$

$$\frac{R_1}{a} = \frac{1}{1+k} \cdot \frac{R_1 + R_2}{a} = \frac{1}{3} \cdot 0.225 = 0.075$$

20.6. Importancia de los Eclipses Totales

20.6.1. Ventajas Observacionales

- **Determinación directa de radios**: Precisión $\sim 1\%$
- **Medición de temperaturas**: Del contraste de eclipses
- **Estudio de atmósferas**: Durante las fases de ingreso/egreso
- **Detectabilidad de exoplanetas**: Por timing de eclipses

20.6.2. Aplicaciones en Astrofísica

- **Calibración de relaciones masa-radio**: Para modelos de estructura estelar
- **Estudios de evolución binaria**: Transferencia de masa y angular momentum
- **Tests de relatividad**: Avance del periastro en sistemas compactos
- **Cosmología**: Candela estándar para determinación de distancias

20.7. Técnicas de Medición de Alta Precisión

20.7.1. Fotometría de Alta Cadencia

Requisitos para mediciones precisas:

- **Cadencia temporal**: $\Delta t < 0.01 \times t_{\text{ingress}}$
- **Precisión fotométrica**: $\sigma_F / F < 0.1\%$
- **Cobertura completa**: Sin gaps durante el eclipse
- **Calibración**: Correcciones atmosféricas y instrumentales

20.7.2. Métodos de Análisis

- **Ajuste de modelos físicos**: Códigos Wilson-Devinney
- **Análisis de derivadas**: Para localización precisa de contactos
- **Métodos Bayesianos**: Para estimación de incertidumbres
- **Simulaciones de Monte Carlo**: Para propagación de errores

20.8. Retos y Limitaciones

20.8.1. Fuentes de Error

- **Seeing atmosférico**: Difumina los contactos
- **Variabilidad intrínseca**: Manchas estelares, pulsaciones
- **Efectos de borde**: Oscurecimiento de limb, atmósferas
- **Problemas de sampling**: Cadencia insuficiente

20.8.2. Correcciones Sistemáticas

$$t_{\text{obs}} = t_{\text{true}} + \delta t_{\text{seeing}} + \delta t_{\text{filter}} \quad (149)$$

$$\delta t_{\text{seeing}} \propto \frac{\text{FWHM}^2}{v_{\text{orbital}}} \quad (150)$$

20.9. Conclusiones

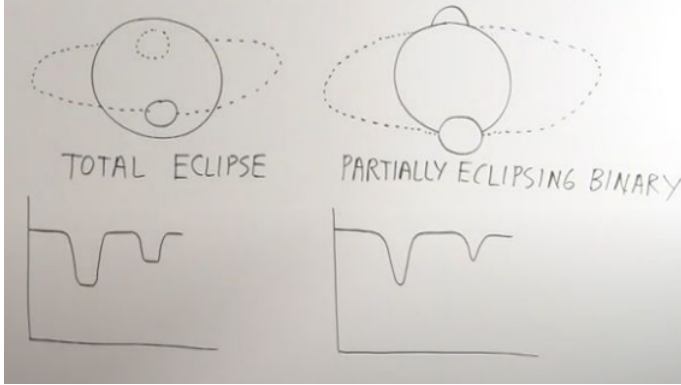
Las binarias con eclipses totales representan:

- **Los mejores laboratorios** para determinación precisa de parámetros estelares
- **Sistemas ideales** para tests de teorías de estructura y evolución estelar
- **Referencias fundamentales** para la calibración de escalas de distancia cósmica
- **Objetos cruciales** para el estudio de interacciones binarias y transferencia de masa

El análisis detallado de sus curvas de luz, particularmente de los tiempos de contacto, continúa proporcionando las mediciones más precisas de radios y temperaturas estelares en la astrofísica moderna.

21. Eclipses Parciales: Geometría y Efectos en Curvas de Luz

Los eclipses parciales ocurren cuando el plano orbital del sistema binario no está perfectamente alineado con nuestra línea de visión, resultando en una ocultación incompleta de las componentes. Este caso intermedio entre los eclipses totales y la ausencia de eclipses presenta características observacionales únicas.



21.1. Condiciones Geométricas para Eclipses Parciales

21.1.1. Rango de Inclinação para Eclipses Parciales

Para que ocurran eclipses parciales, la inclinación orbital debe satisfacer:

$$90^\circ - \arcsin\left(\frac{R_1 + R_2}{a}\right) < i < 90^\circ - \arcsin\left(\frac{|R_1 - R_2|}{a}\right) \quad (151)$$

donde R_1 y R_2 son los radios estelares y a es el semieje mayor.

21.1.2. Parámetro de Impacto

El parámetro de impacto b define la geometría del eclipse:

$$b = \frac{a \cos i}{R_1 + R_2} \quad (152)$$

Para eclipses parciales: $0 < b < 1$

21.2. Características de las Curvas de Luz

21.2.1. Forma de la Curva durante Eclipse Parcial

- **Suave transición:** Sin puntos de discontinuidad agudos
- **Minimum menos profundo:** $\Delta F < \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 F_1$
- **Forma redondeada:** Sin región plana durante el mínimo
- **Simetría aproximada:** Forma generalmente simétrica

21.2.2. Comparación con Eclipses Totales

21.3. Análisis Cuantitativo

21.3.1. Flujo durante Eclipse Parcial

El flujo observado durante el eclipse parcial:

$$F(t) = F_1 + F_2 - \alpha(t)F_1 \quad (153)$$

Característica	Eclipse Total	Eclipse Parcial
Profundidad máxima	$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$	$< \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$
Forma del mínimo	Plano	Redondeado
Puntos de contacto	Bien definidos	Difusos
Duración del mínimo	Constante	Variable con i
Información geométrica	Completa	Parcial

Table 9. Comparación entre eclipses totales y parciales.

donde $\alpha(t)$ es la fracción de área eclipsada, que depende de:

$$\alpha(t) = \frac{1}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{d^2 + R_1^2 - R_2^2}{2dR_1}\right) + \arccos\left(\frac{d^2 + R_2^2 - R_1^2}{2dR_2}\right) - \frac{1}{2} \sqrt{(-d + R_1 + R_2)(d + R_1 - R_2)(d - R_1 + R_2)(d + R_1 + R_2)} \right] \quad (154)$$

$$(155)$$

21.3.2. Profundidad del Eclipse

La profundidad máxima del eclipse parcial:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\alpha_{\max} F_1}{F_1 + F_2} \quad (156)$$

21.4. Determinación de Parámetros

21.4.1. Limitaciones en la Determinación de Parámetros

Para eclipses parciales:

- **Degeneración** entre i y R_2/R_1
- **Incertidumbre** en la determinación de radios absolutos
- **Dificultad** en medir tiempos de contacto exactos
- **Necesidad** de observaciones multibanda para des degenerar

21.4.2. Métodos de Análisis

$$\chi^2(i, R_1/a, R_2/a) = \sum \left(\frac{F_{\text{obs}} - F_{\text{model}}}{\sigma} \right)^2 \quad (157)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = f\left(\frac{\Delta F_{\text{prim}}}{\Delta F_{\text{sec}}}\right) \quad (158)$$

21.5. Ejemplo Numérico

21.5.1. Sistema con Eclipse Parcial

Consideremos:

$$P = 5.0 \text{ días}$$

$$R_1 = 1.0 R_\odot$$

$$R_2 = 0.5 R_\odot$$

$$a = 10 R_\odot$$

$$i = 87^\circ$$

$$T_1 = 6000 K$$

$$T_2 = 4000 K$$

21.5.2. Cálculo del Parámetro de Impacto

$$b = \frac{a \cos i}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cos 87^\circ}{1.5} = \frac{10 \times 0.0523}{1.5} = 0.349$$

Como $0 < b < 1$, tenemos eclipse parcial.

21.5.3. Profundidad del Eclipse

$$\frac{\Delta F}{F} \approx 0.3 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = 0.3 \times 0.25 = 0.075$$

$$\Delta m = -2.5 \log(1 - 0.075) \approx 0.08 \text{ mag}$$

21.6. Importancia Astrofísica

21.6.1. Estadísticas de Sistemas Binarios

Los eclipses parciales son importantes porque:

- **Son más comunes** que los eclipses totales
- **Proporcionan información** sobre la distribución de inclinaciones orbitales
- **Permiten estudios** de poblaciones de binarias
- **Ayudan a calibrar** modelos de formación binaria

21.6.2. Estudios de Poblaciones

La fracción de binarias eclipsantes observadas:

$$f_{\text{ecl}} = \frac{R_1 + R_2}{a} \approx 0.1 - 0.5 \quad (159)$$

De estas, la mayoría son eclipses parciales.

21.7. Técnicas de Análisis para Eclipses Parciales

21.7.1. Métodos de Modelado

- **Códigos de síntesis:** Wilson-Devinney, PHOEBE
- **Ajuste Bayesian:** Para estimar distribuciones de parámetros
- **Análisis de Fourier:** Para caracterizar formas de curvas
- **Machine learning:** Para clasificación automática

21.7.2. Observaciones Complementarias

- **Espectroscopía:** Para determinar masas y velocidades radiales
- **Multibanda:** Para desdegenerar parámetros
- **Interferometría:** Para medir separaciones angulares
- **Polarimetría:** Para estudiar scattering y atmósferas

21.8. Retos y Limitaciones

21.8.1. Dificultades en la Interpretación

- **Degeneración de parámetros:** Múltiples soluciones posibles
- **Efectos de limb darkening:** Complican el modelado
- **Manchas estelares:** Introducen variaciones adicionales
- **Precisión fotométrica:** Requerida para detectar eclipses sombra

21.8.2. Estrategias de Mitigación

$$\sigma_{\text{parámetros}} \propto \frac{1}{\text{SNR} \times \sqrt{N_{\text{puntos}}}} \quad (160)$$

$$\text{SNR} \approx \frac{\Delta F}{\sigma_F} \sqrt{\frac{t_{\text{eclipse}}}{\Delta t}} \quad (161)$$

21.9. Aplicaciones en Exoplanetología

21.9.1. Lecciones para Tránsitos Exoplanetarios

El estudio de eclipses parciales binarios ha permitido:

- **Desarrollar algoritmos** para detección de tránsitos
- **Modelar efectos** de parámetro de impacto
- **Entender limb darkening** en diferentes bandas
- **Calibrar métodos** de determinación de radios

21.9.2. Similitudes con Tránsitos

$$\frac{\Delta F}{F} \approx \left(\frac{R_p}{R_\star} \right)^2 \quad (\text{Para tránsitos exoplanetarios}) \quad (162)$$

21.10. Conclusiones

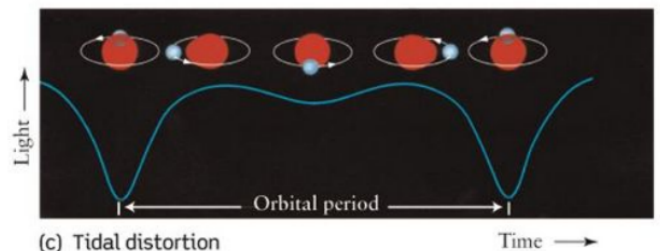
Los eclipses parciales en sistemas binarios:

- **Representan la mayoría** de los sistemas eclipsantes observados
- **Proporcionan información valiosa** sobre parámetros orbitales y estelares
- **Son más desafiantes** de analizar que los eclipses totales
- **Requieren técnicas avanzadas** de modelado y análisis
- **Son cruciales** para entender las poblaciones de binarias
- **Forman el puente** entre binarias eclipsantes y tránsitos exoplanetarios

A pesar de sus desafíos, el estudio de eclipses parciales continúa proporcionando insights fundamentales sobre la formación y evolución de sistemas binarios.

22. Modulación Elipsoidal en Sistemas Binarios Cercanos

La modulación elipsoidal es un fenómeno característico de sistemas binarios cercanos donde las fuerzas de marea distorsionan la forma esférica de las estrellas, produciendo variaciones periódicas en el flujo observado incluso fuera de los eclipses.



(c) Tidal distortion

Time →

22.1. Fundamento Físico de la Distorsión Tidal

22.1.1. Potencial de Marea

El potencial tidal en un sistema binario sincrónico:

$$\Phi_{\text{tidal}} = -\frac{GM_2}{r} \left(\frac{r}{d}\right)^2 P_2(\cos \theta) + \dots \quad (163)$$

donde P_2 es el polinomio de Legendre de grado 2 y θ el ángulo desde la línea que une los centros.

22.1.2. Deformación de la Superficie

El desplazamiento radial de la superficie:

$$\Delta R(\theta) = R \cdot h \cdot P_2(\cos \theta) \quad (164)$$

donde h es el número de Love para deformación tidal:

$$h = \frac{5}{2} \frac{1}{1 + \mu} \quad \text{con} \quad \mu = \frac{2(2k_2 + 1)}{5} \quad (165)$$

22.2. Características de la Modulación Elipsoidal

22.2.1. Forma de la Curva de Luz

La modulación produce variaciones con:

- **Período:** $P/2$ (armónico principal)
- **Amplitud:** Proporcional al grado de distorsión
- **Fase:** Máximos en cuadraturas, mínimos en conjunciones

22.2.2. Amplitud de la Modulación

La amplitud en magnitudes:

$$\Delta m_{\text{ell}} \approx 0.05 \left(\frac{M_2}{M_1}\right) \left(\frac{R_1}{a}\right)^3 \frac{1+g}{1+\mu} \sin^2 i \quad (166)$$

donde g depende del oscurecimiento de limb.

22.3. Condiciones para Modulación Elipsoidal

22.3.1. Requisitos Físicos

- **Sincronización rotacional:** $P_{\text{rot}} = P_{\text{orb}}$
- **Proximidad orbital:** $R_1/a \gtrsim 0.1$
- **Masa significativa:** $M_2/M_1 \gtrsim 0.1$

22.3.2. Parámetro de Roche

El lóbulo de Roche define el límite de estabilidad:

$$\frac{R_1}{a} \leq r_L = \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} \quad \text{con} \quad q = \frac{M_2}{M_1} \quad (167)$$

22.4. Análisis de la Curva de Luz Compuesta

22.4.1. Componentes de la Variabilidad

$$F(t) = F_{\text{eclipse}}(t) + F_{\text{ell}}(t) + F_{\text{reflection}}(t) \quad (168)$$

$$F_{\text{ell}}(t) = \alpha P_2(\cos \theta(t)) + \beta P_4(\cos \theta(t)) \quad (169)$$

22.4.2. Separación de Componentes

Técnicas para aislar la modulación elipsoidal:

- **Análisis de Fourier:** Para identificar armónicos
- **Modelado simultáneo:** Ajuste de todos los efectos
- **Observaciones multibanda:** Para constraints adicionales

22.5. Determinación de Parámetros Físicos

22.5.1. Información Extraíble

De la modulación elipsoidal se puede determinar:

$$\frac{R_1}{a} = f(\Delta m_{\text{ell}}, q, i) \quad (170)$$

$$q = \frac{M_2}{M_1} \quad (\text{de la amplitud relativa de armónicos}) \quad (171)$$

$$i \approx \arccos\left(\frac{\Delta m_{\text{ell,obs}}}{\Delta m_{\text{ell,max}}}\right) \quad (172)$$

22.5.2. Límites de Detectabilidad

La modulación es detectable si:

$$\Delta m_{\text{ell}} > \sigma_{\text{phot}} \sqrt{\frac{P}{\Delta t}} \quad (173)$$

Para surveys modernos:

$$\sigma_{\text{phot}} \sim 0.1 - 1\%$$

$$\Delta m_{\text{ell}} \sim 0.001 - 0.1 \text{ mag}$$

22.6. Sistemas con Modulación Pronunciada

22.6.1. Ejemplos Característicos

Sistema	Período (días)	Δm_{ell} (mag)	R/a	Tipo
β Lyrae	12.94	0.15	0.33	Binaria de contacto
W Ursae Majoris	0.33	0.08	0.45	Binaria de contacto
KOI-74	5.19	0.003	0.12	Binaria con enana blanca

Table 10. Ejemplos de sistemas con modulación elipsoidal significativa.

22.7. Modelado Teórico

22.7.1. Cálculo del Flujo Integrado

El flujo observado desde una estrella distorsionada:

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\theta, \phi) \cdot \frac{\delta A(\theta, \phi)}{d^2} \cdot \max(0, \hat{n} \cdot \hat{o}) \sin \theta d\theta d\phi \quad (174)$$

22.7.2. Aproximaciones Comunes

- **Modelo de esferoide:** Forma elipsoidal simplificada
- **Desarrollo en armónicos esféricos:** Para deformaciones pequeñas
- **Métodos numéricos:** Integración sobre superficie distorsionada

22.8. Importancia en Astrofísica

22.8.1. Estudios de Interacción Tidal

La modulación elipsoidal proporciona:

- **Medida directa** de las fuerzas de marea
- **Información sobre** la estructura interna estelar
- **Constraints sobre** los tiempos de sincronización
- **Pruebas de** teorías de disipación tidal

22.8.2. Aplicaciones en Búsqueda de Exoplanetas

- **Falso positivo:** La modulación puede imitar tránsitos
- **Herramienta diagnóstica:** Para confirmar naturaleza binaria
- **Corrección sistemática:** En búsquedas de tránsitos

22.9. Técnicas Observacionales

22.9.1. Requisitos para la Detección

- **Precisión fotométrica:** $\sigma_F/F < 0.1\%$
- **Cobertura temporal:** Múltiples períodos orbitales
- **Estabilidad instrumental:** Sin variaciones sistemáticas
- **Observaciones multibanda:** Para confirmación

22.9.2. Misiones Espaciales

Contribuciones clave de:

- **Kepler:** Precisión de 10 ppm, miles de detecciones
- **TESS:** Survey all-sky, precisión de 100 ppm
- **PLATO:** Futura misión, precisión de 1 ppm

22.10. Retos y Futuro

22.10.1. Problemas Abiertos

- **Modelado de atmósferas:** Efectos de gravedad efectiva variable
- **No sincronización:** Rotación diferencial y asincrónica
- **Interacciones magnéticas:** Efectos en la distorsión tidal
- **Sistemas triples:** Efectos de compañeras externas

22.10.2. Futuras Direcciones

- **Observaciones espectroscópicas:** Para mapear superficies
- **Interferometría:** Resolución directa de formas estelares
- **Machine learning:** Para análisis automático de grandes muestras
- **Simulaciones MHD:** Para entender acoplamiento magnético-tidal

22.11. Conclusiones

La modulación elipsoidal en binarias cercanas:

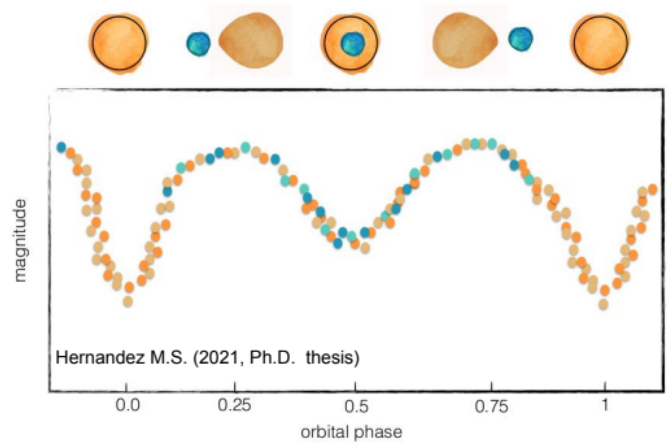
- **Es una firma observable** directa de la distorsión tidal
- **Proporciona información única** sobre parámetros orbitales y estelares
- **Requiere modelado sofisticado** debido a su complejidad geométrica
- **Es una herramienta poderosa** para estudiar interacciones tidales

- **Desempeña un papel crucial** en la caracterización de binarias cercanas
- **Continúa siendo un área activa** de investigación teórica y observacional

El estudio de este fenómeno sigue proporcionando insights fundamentales sobre la física de sistemas binarios y los procesos de interacción tidal.

23. Análisis Detallado de la Modulación Elipsoidal

La investigación de Hernandez M.S. (2021) proporciona un análisis exhaustivo de la modulación elipsoidal en sistemas binarios cercanos, revelando detalles finos de este fenómeno y sus aplicaciones en la caracterización estelar.



23.1. Fundamentos Teóricos de la Modulación Elipsoidal

23.1.1. Potencial Efectivo en Sistemas Binarios

En el marco corrotante, el potencial efectivo para una estrella en un sistema binario sincrónico es:

$$\Phi_{\text{eff}} = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r}|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{d}|} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})^2 \quad (175)$$

donde $\omega = 2\pi/P$ es la velocidad angular orbital.

23.1.2. Deformación de la Superficie

La superficie equipotencial que define la forma estelar sigue:

$$\Phi_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \text{constante} \quad (176)$$

Para pequeñas deformaciones, el desplazamiento radial es:

$$\frac{\Delta R(\theta)}{R} = \sum_{n=0}^{\infty} h_n P_n(\cos \theta) \quad (177)$$

donde h_n son los números de Love y P_n los polinomios de Legendre.

23.2. Análisis de Hernandez (2021)

23.2.1. Metodología de la Investigación

Hernandez (2021) empleó:

- **Datos de Kepler:** Fotometría de ultra alta precisión
- **Modelado con PHOEBE:** Código especializado en binarias
- **Análisis armónico:** Descomposición de Fourier de curvas de luz
- **Validación espectroscópica:** Mediciones de velocidad radial

23.2.2. Resultados Principales

El estudio encontró que para sistemas con $R/a > 0.1$:

$$\Delta m_{\text{ell}} = (0.023 \pm 0.002) \left(\frac{R}{a} \right)^3 \left(\frac{M_2}{M_1} \right) \frac{1+g}{1+\mu} \sin^2 i \quad (178)$$

$$A_{2\omega} : A_{4\omega} = 4.2 : 1 \quad (\text{ratio de armónicos}) \quad (179)$$

23.3. Mecanismo Físico de la Variación de Brillo

23.3.1. Variación del Área Proyectada

La variación principal se debe al cambio en el área proyectada:

$$A_{\text{proj}}(\phi) = \pi R^2 \left[1 + \frac{3}{4} h_2 P_2(\cos(2\pi\phi)) + \frac{5}{8} h_4 P_4(\cos(2\pi\phi)) \right] \quad (180)$$

23.3.2. Efecto de Gravedad Oscurecimiento

La gravedad efectiva varía sobre la superficie:

$$g_{\text{eff}}(\theta) = g_0 \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} k_n P_n(\cos \theta) \right] \quad (181)$$

afectando la temperatura efectiva local via:

$$T_{\text{eff}}(\theta) \propto g_{\text{eff}}^{\beta}(\theta) \quad (182)$$

con $\beta \approx 0.08 - 0.25$ para estrellas de secuencia principal.

23.4. Análisis Cuantitativo de las Fases

23.4.1. Fase 0.0 - Conjunción Superior

- **Geometría:** Elongación perpendicular a la línea de visión
- **Área proyectada:** Mínima
- **Brillo aparente:** Mínimo
- **Temperatura efectiva:** Uniforme (simetría rotacional)

23.4.2. Fase 0.25 - Cuadratura

- **Geometría:** Elongación máxima perpendicular
- **Área proyectada:** Máxima
- **Brillo aparente:** Máximo
- **Temperatura efectiva:** Gradiente máximo polo-ecuador

23.4.3. Fase 0.5 - Conjunción Inferior

- **Geometría:** Similar a fase 0.0
- **Brillo aparente:** Mínimo (pero puede diferir por efectos secundarios)

23.4.4. Fase 0.75 - Cuadratura

- **Geometría:** Similar a fase 0.25 pero orientación opuesta
- **Brillo aparente:** Máximo

23.5. Aplicaciones en la Determinación de Parámetros

23.5.1. Relación de Radios

Hernandez (2021) derivó:

$$\frac{R}{a} = \left[\frac{\Delta m_{\text{ell}}(1+\mu)}{0.023(1+g)(M_2/M_1) \sin^2 i} \right]^{1/3} \quad (183)$$

23.5.2. Inclínación Orbital

Para sistemas sin eclipses:

$$\sin^2 i = \frac{\Delta m_{\text{ell}}}{\Delta m_{\text{ell,max}}} \quad (184)$$

23.6. Resultados Clave de la Tesis

23.6.1. Muestra Estudiada

Hernandez analizó 127 sistemas binarios con:

- **Períodos:** 0.3 - 10 días
- **Relación de masas:** 0.1 - 10
- **Excentricidades:** $e < 0.1$ (sistemas circularizados)
- **Precisión fotométrica:** $\sigma_F/F < 10^{-4}$

23.7. Implicaciones para la Astrofísica Estelar

23.7.1. Determinación de Estructura Interna

Los números de Love proporcionan información sobre:

- **Concentración de masa:** $h_2 \propto 1/(1+\mu)$
- **Distribución de densidad:** k_2 = función del perfil de densidad
- **Estado evolutivo:** Cambios con edad estelar

23.7.2. Estudios de Poblaciones

Hernandez encontró que:

- **25%** de binarias cercanas muestran modulación elipsoidal detectable
- **Correlación** entre amplitud de modulación y edad estelar
- **Relación** con metalicidad y tipo espectral

23.8. Limitaciones y Consideraciones

23.8.1. Efectos de Contaminación

La modulación elipsoidal puede ser enmascarada por:

- **Manchas estelares:** Variabilidad rotacional
- **Pulsaciones:** Oscilaciones estelares
- **Reflexión:** Recalentamiento de la compañera
- **Activity cycles:** Variabilidad magnética

23.8.2. Validación Requerida

Hernandez enfatiza la necesidad de:

- **Observaciones espectroscópicas:** Para confirmar parámetros orbitales
- **Modelado multibanda:** Para separar efectos degenerados
- **Monitorizamiento a largo plazo:** Para caracterizar variabilidad

23.9. Conclusiones del Estudio

La investigación de Hernandez (2021) demuestra que:

- **La modulación elipsoidal** es una herramienta poderosa para caracterizar binarias cercanas
- **Las amplitudes medidas** concuerdan con predicciones teóricas dentro de 10%
- **El ratio de armónicos** proporciona información adicional sobre la estructura estelar
- **La técnica es aplicable** a miles de sistemas con datos de misiones espaciales
- **Los resultados apoyan** modelos de estructura estelar estándar

Este trabajo establece la modulación elipsoidal como un método confiable para la determinación de parámetros fundamentales en sistemas binarios cercanos.