

# **Astronomía estelar**

2024

prof Radostin Kurtev

Clase 5

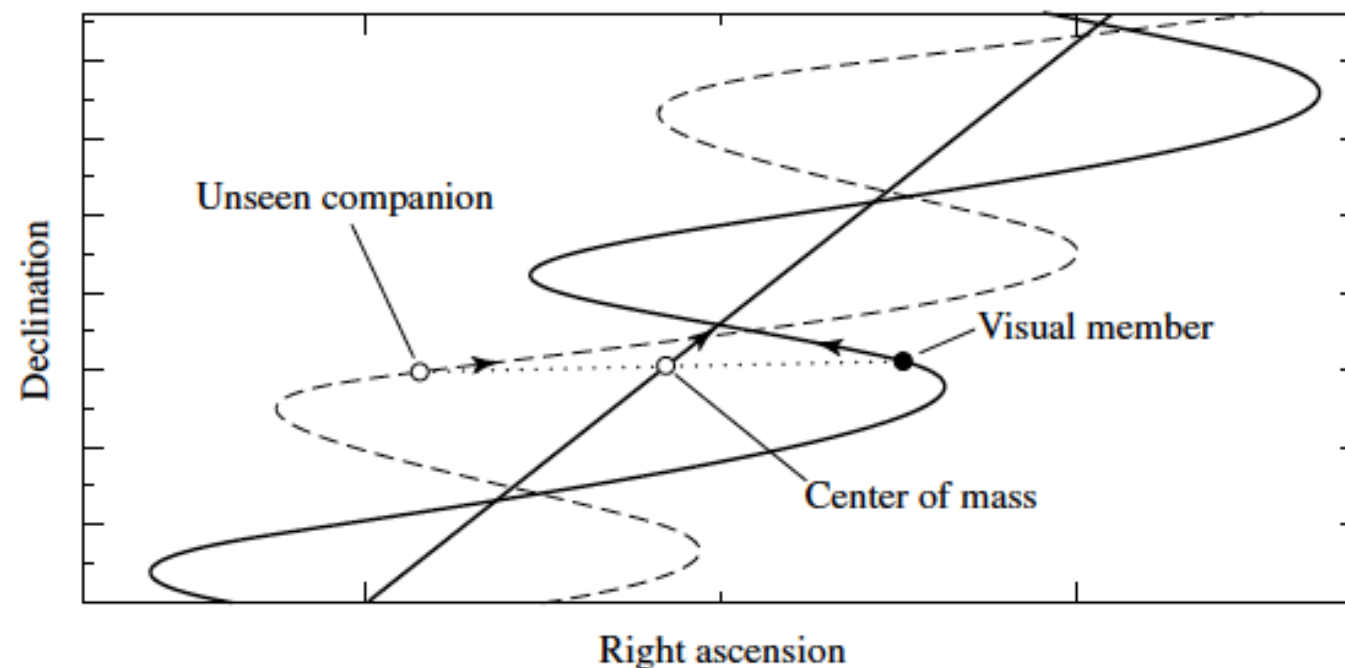
Sistemas binarios y parámetros estelares.

# Clasificación de las binarias

- Radiación de cuerpo negro, espectros, paralajes  $\Rightarrow T_{\text{eff}}$ ,  $L$ ,  $R$ , XYZ, etc. Para la masa -  $M$  necesitamos estudiar la interacción gravitacional con otros cuerpos celestes.
- La III-ra ley de Kepler  $\Rightarrow$  la masa de los planetas del Sistema solar
- La III-ra ley de Kepler generalizada  $\Rightarrow$  órbitas de estrellas binarias, galaxias, etc. alrededor del centro de masa.
- La naturaleza da esta oportunidad - la mitad de las estrellas son binarias o en sistemas múltiples.
- El método de estudio depende de la naturaleza de la binaria: distancia entre las componentes, distancia del observador, las masas y luminosidades relativas de las componentes.

## Según sus características observaciones las binarias son:

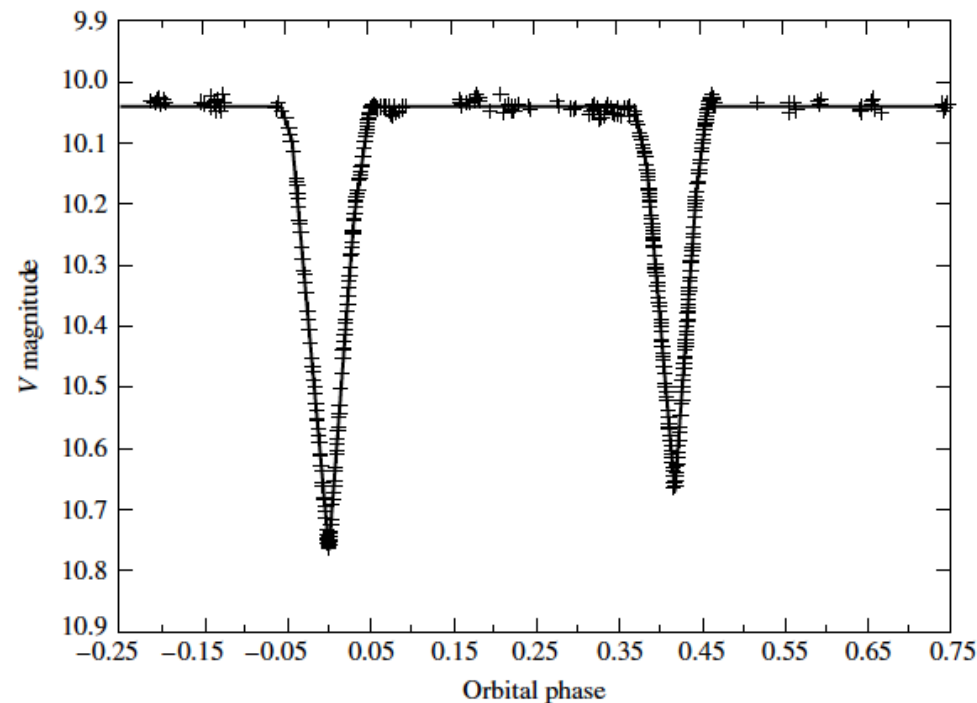
- **Ópticas** no son gravitacionalmente unidas, resultado de proyección
- **Visuales** ambas estrellas se pueden resolver independientemente, los períodos no son muy largos y se pueden medir. Distancia conocida => medir separación entre las componentes
- **Astrométricas** se observa solo la componente brillante => movimiento oscilatorio



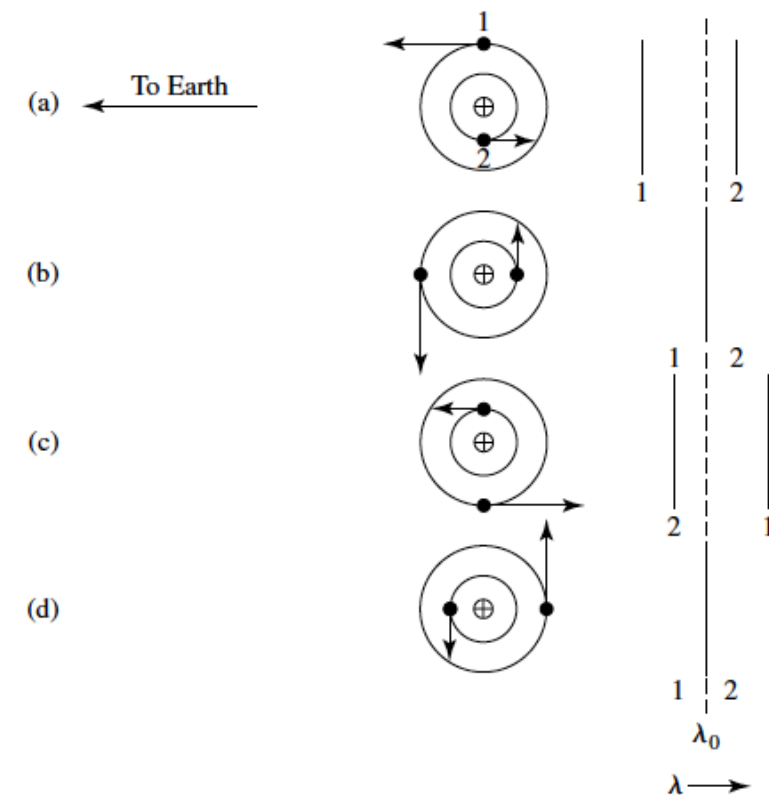
**FIGURE 1** An astrometric binary, which contains one visible member. The unseen component is implied by the oscillatory motion of the observable star in the system. The proper motion of the entire system is reflected in the straight-line motion of the center of mass.

## Según sus características observaciones las binarias son:

- **Eclipsantes** plano de la órbita en (cerca) la línea de vista => eclipses y variabilidades, curva de luz
- **Espectrales y espectroscópicas** debido al efecto Doppler las líneas en el espectro (de las dos o solo una de las componentes) se mueven periódicamente



**FIGURE 2** The  $V$  magnitude light curve of YY Sagittarii, an eclipsing binary star. The data from many orbital periods have been plotted on this light curve as a function of phase, where the phase is defined to be 0.0 at the primary minimum. This system has an orbital period  $P = 2.6284734$  d, an eccentricity  $e = 0.1573$ , and orbital inclination  $i = 88.89^\circ$  (see Section 2). (Figure adopted from Lacy, C. H. S., *Astron. J.*, 105, 637, 1993.)

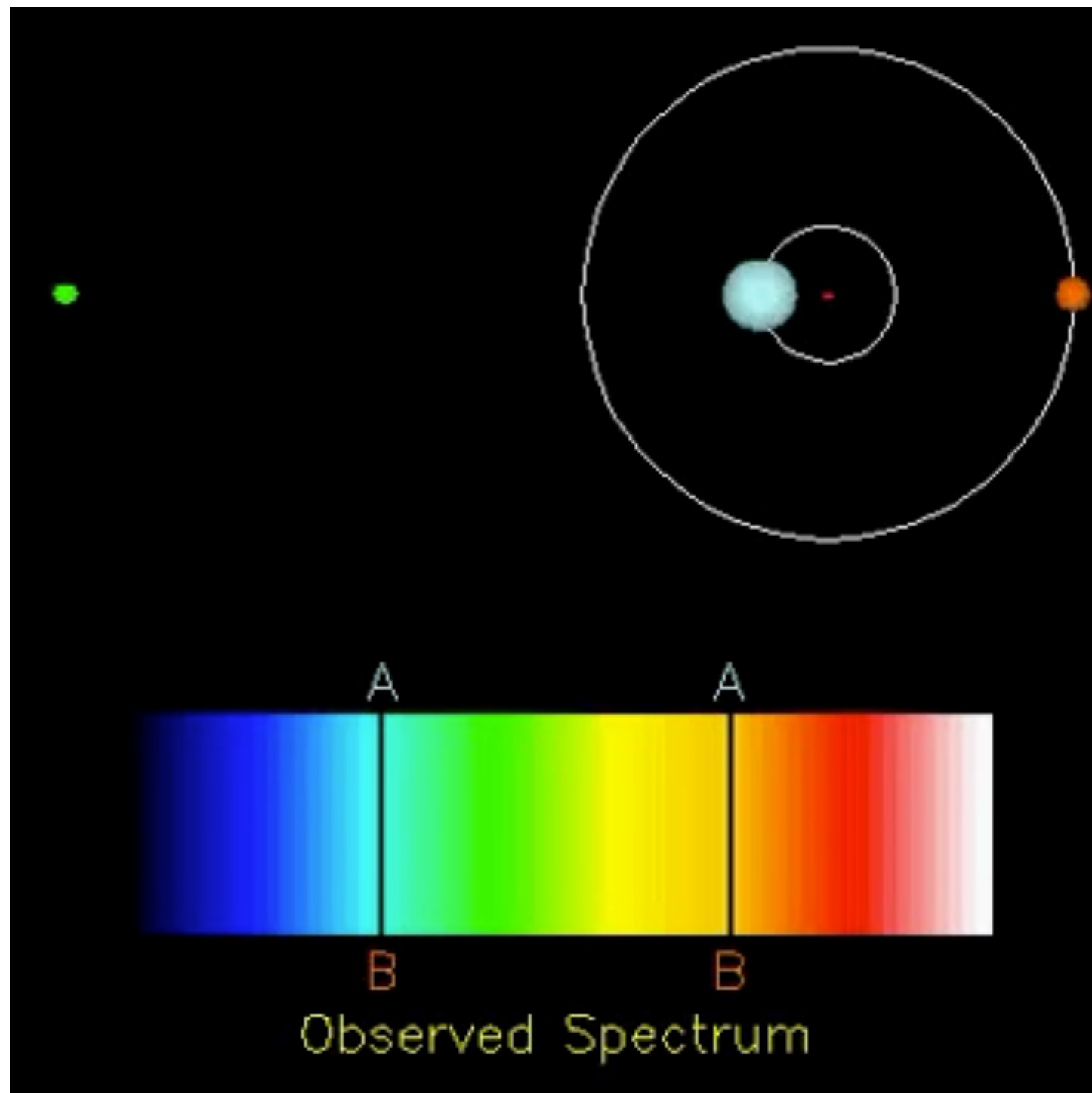


**FIGURE 3** The periodic shift in spectral features of a double-line spectroscopic binary. The relative wavelengths of the spectra of Stars 1 and 2 are shown at four different phases during the orbit: (a) Star 1 is moving toward the observer while Star 2 is moving away. (b) Both stars have velocities perpendicular to the line of sight. (c) Star 1 is receding from the observer while Star 2 is approaching. (d) Again both stars have velocities perpendicular to the line of sight.  $\lambda_0$  represents the wavelength of the observed line Doppler-shifted by the velocity of the center of mass of the system.

- Los distintos sistemas no se excluyen: un sistema puede ser eclipsante y espectroscópico.

## Según sus características observaciones las binarias son:

- **Espectroscópicas** debido al efecto Doppler las líneas en el espectro (de las dos o solo una de las componentes) se mueven periódicamente



## Determinación de la masa estelar usando binarias visuales

Tres tipos de sistemas pueden servir para la obtención de la masa: visuales + información de paralaje; visuales + la curva entera de velocidades radiales; eclipsantes, espectroscópicas con vistas doble líneas espectrales (de ambas componentes)

Separación mucho más grande del seeing. Se pueden obtener datos de la órbita: orientación y el centro de masa. Sabiendo la distancia precisa (paralaje) => se obtiene separación lineal de las estrellas del centro y relación entre las masas.

Si el plano de la órbita es perpendicular, y considerando la longitud de los vectores  $\mathbf{r}_1$  y  $\mathbf{r}_2$  :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{a_2}{a_1},$$

donde  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  son los semejes mayores de las órbitas. Si la distancia es  $\mathbf{d}$ :

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{d} \quad \text{and} \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{d},$$

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.}$$

son los ángulos de los semi ejes mejores (en radianes), y la relación de las masas es de arriba. *Si la distancia no se sabe, se puede obtener solo la relación y los ángulos se pueden medir en arcsec (").*

- La tercera ley de Kepler generalizada es:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3, \quad a = a_1 + a_2$$

Y si se sabe la distancia junto con:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Nos da la masa.

Complicaciones del movimiento propio del centro de la masa y inclinación de la órbita

La órbita inclinada en ángulo  $i$ : línea de nodos.

El observador va a medir no los ángulos reales  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$  pero sus proyecciones

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 \cos i \quad \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 \cos i$$

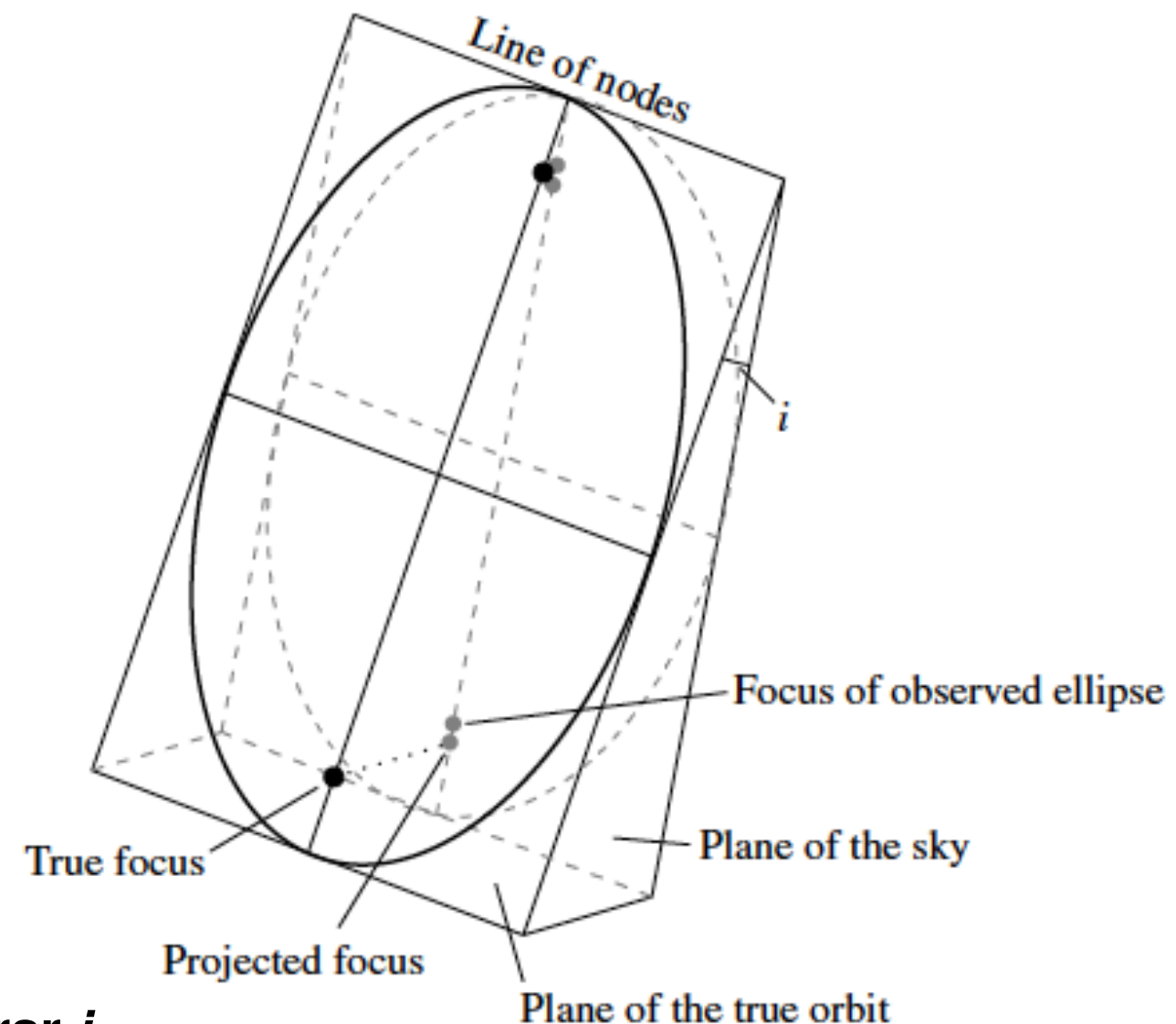
Esto no tiene importancia porque se anula:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_2 \cos i}{\alpha_1 \cos i} = \frac{\tilde{\alpha}_2}{\tilde{\alpha}_1}.$$

No es así en el caso de la tercera ley de Kepler:  $\alpha = a/d$  ( $\alpha$  in radians).

$$m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(\alpha d)^3}{P^2} = \frac{4\pi^2}{G} \left( \frac{d}{\cos i} \right)^3 \frac{\tilde{\alpha}^3}{P^2},$$

$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2$ . Es un problema difícil encontrar  $i$





## Variables eclipsanes espectroscópicas

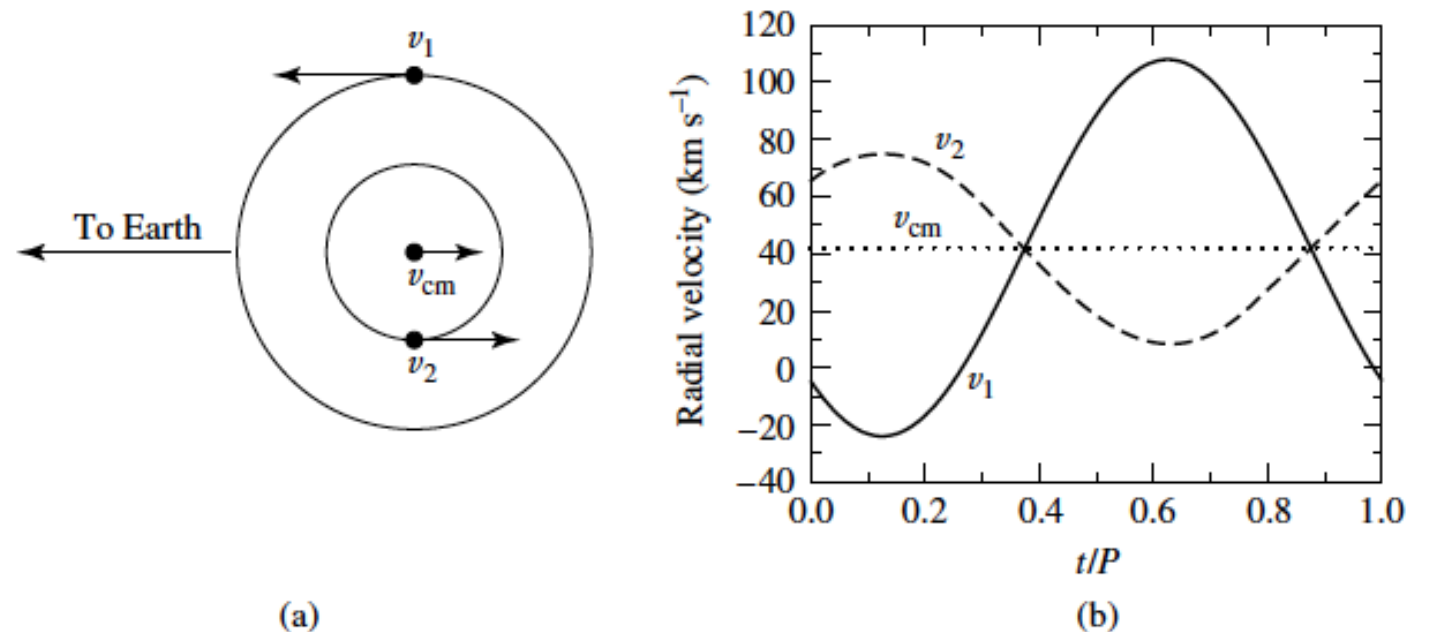
¿Es posible encontrar las masas individuales en el caso que la distancia no es conocida! Necesitamos la curva de velocidad radial detallada. Si  $\mathbf{v}_1$  es la velocidad instantánea de componente 1 con masa  $\mathbf{m}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  es la velocidad instantánea de componente 2 con masa  $\mathbf{m}_2$  las velocidades máximas no pueden acceder:

$$v_{1r}^{\max} = v_1 \sin i \text{ and } v_{2r}^{\max} = v_2 \sin i,$$

Si las órbitas son circulares y si  $i=90^\circ$  las curvas de velocidad serán sinuosidades como en la figura:

De hecho la inclinación va a cambiar solo las amplitudes de la curvas con factor  $\sin i$  y no la forma.

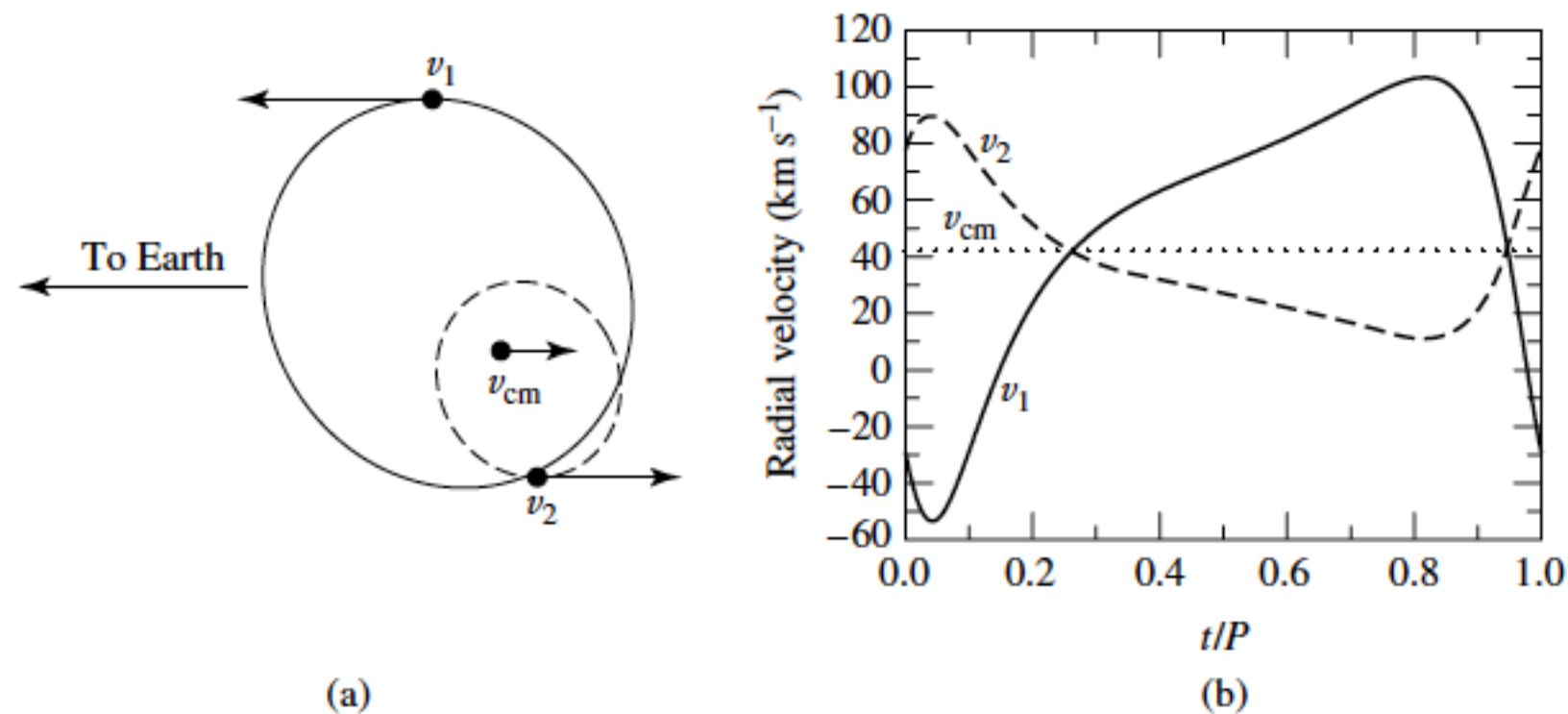
Para obtener  $i$  se necesita otra información del sistema.



**FIGURE 5** The orbital paths and radial velocities of two stars in circular orbits ( $e = 0$ ). In this example,  $M_1 = 1 M_\odot$ ,  $M_2 = 2 M_\odot$ , the orbital period is  $P = 30$  d, and the radial velocity of the center of mass is  $v_{cm} = 42 \text{ km s}^{-1}$ .  $v_1$ ,  $v_2$ , and  $v_{cm}$  are the velocities of Star 1, Star 2, and the center of mass, respectively. (a) The plane of the circular orbits lies along the line of sight of the observer. (b) The observed radial velocity curves.



Cuando el sistema es con órbitas elípticas con excentricidad  $e$ , las curvas se ven sesgadas. La forma exacta depende y de la orientación de la órbita.



**FIGURE 6** The orbital paths and radial velocities of two stars in elliptical orbits ( $e = 0.4$ ). As in Fig. 5,  $M_1 = 1 M_\odot$ ,  $M_2 = 2 M_\odot$ , the orbital period is  $P = 30$  d, and the radial velocity of the center of mass is  $v_{cm} = 42 \text{ km s}^{-1}$ . In addition, the orientation of periastron is  $45^\circ$ .  $v_1$ ,  $v_2$ , and  $v_{cm}$  are the velocities of Star 1, Star 2, and the center of mass, respectively. (a) The plane of the orbits lies along the line of sight of the observer. (b) The observed radial velocity curves.

En realidad muchas binarias espectroscópicas tienen órbitas casi circulares: binarias cercanas, interacciones de marea => periodos mas cortos de la vida de las estrellas.

## Función de masa y relación masa-luminosidad

Asumimos ( $e \ll 1$ )

Entonces  $v_1 = 2\pi a_1/P$  and  $v_2 = 2\pi a_2/P$   $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$ .

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_{2r}/\sin i}{v_{1r}/\sin i} = \frac{v_{2r}}{v_{1r}}}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{a_2}{a_1},$$

Se puede obtener  $m_1/m_2$  sin saber  $i$ .

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3,$$

$$a = a_1 + a_2 = \frac{P}{2\pi} (v_1 + v_2)$$

$$m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} (v_1 + v_2)^3.$$

$$\boxed{m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{(v_{1r} + v_{2r})^3}{\sin^3 i}}.$$

Si tenemos espectro donde se ven las líneas solo de una de las componentes (caso más común)

$$m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{v_{1r}^3}{\sin^3 i} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^3$$

Usando:

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_{2r}/\sin i}{v_{1r}/\sin i} = \frac{v_{2r}}{v_{1r}}}$$

Nos da:

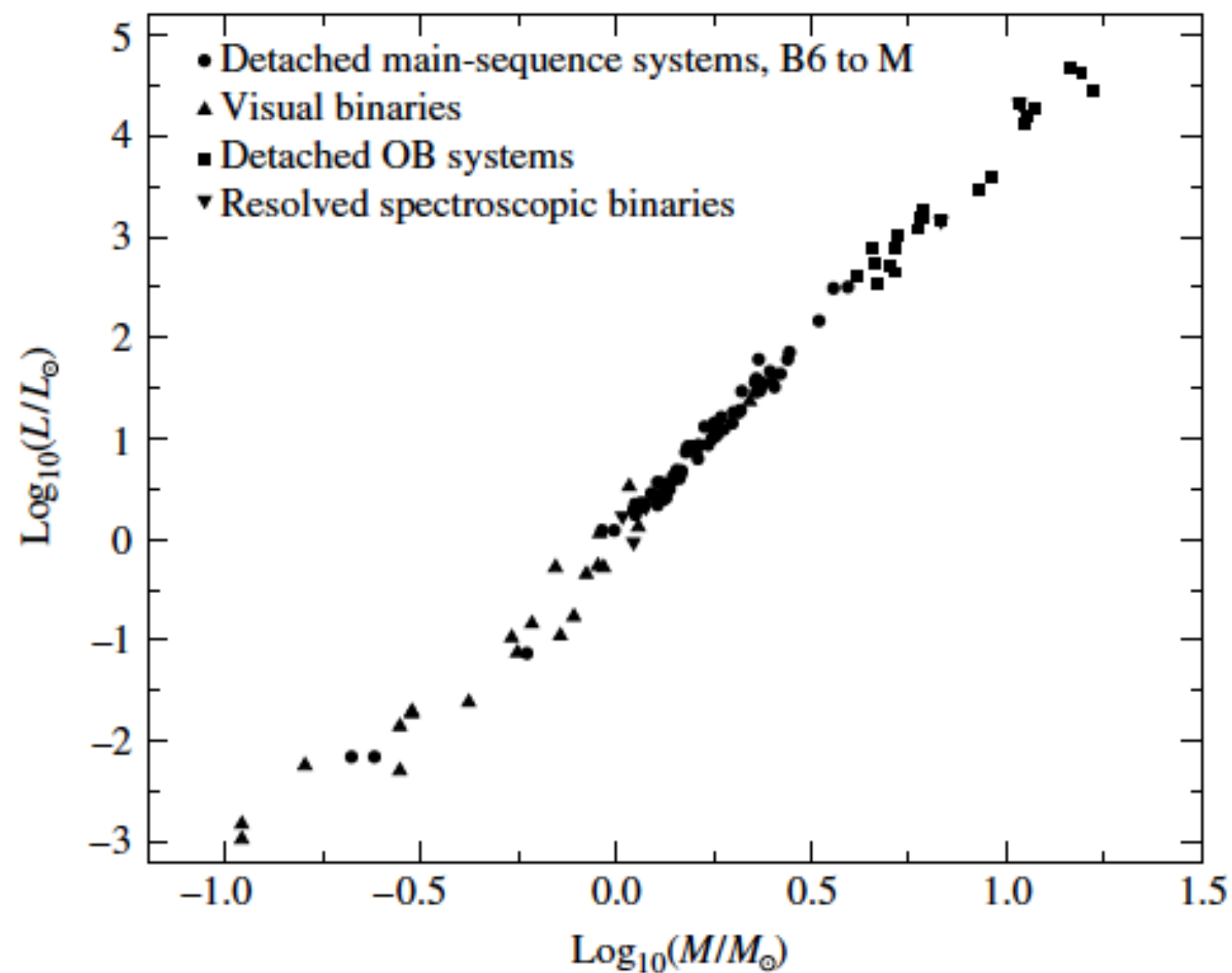
$$\boxed{\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} v_{1r}^3}$$

$$\frac{P}{2\pi G} v_{1r}^3.$$

Se llama **función de masa** y **depende solo de observables**

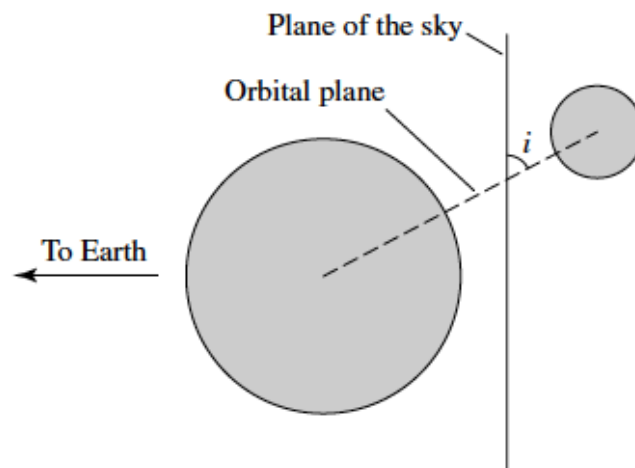
Valor estadístico para  $\langle \sin^3 i \rangle$  usando las masas conocidas

between  $0^\circ$  and  $90^\circ$  has a value  $3\pi/16 \simeq 0.589$   $\langle \sin^3 i \rangle \simeq \sqrt{2}/3$  is more representative.  
selection effect

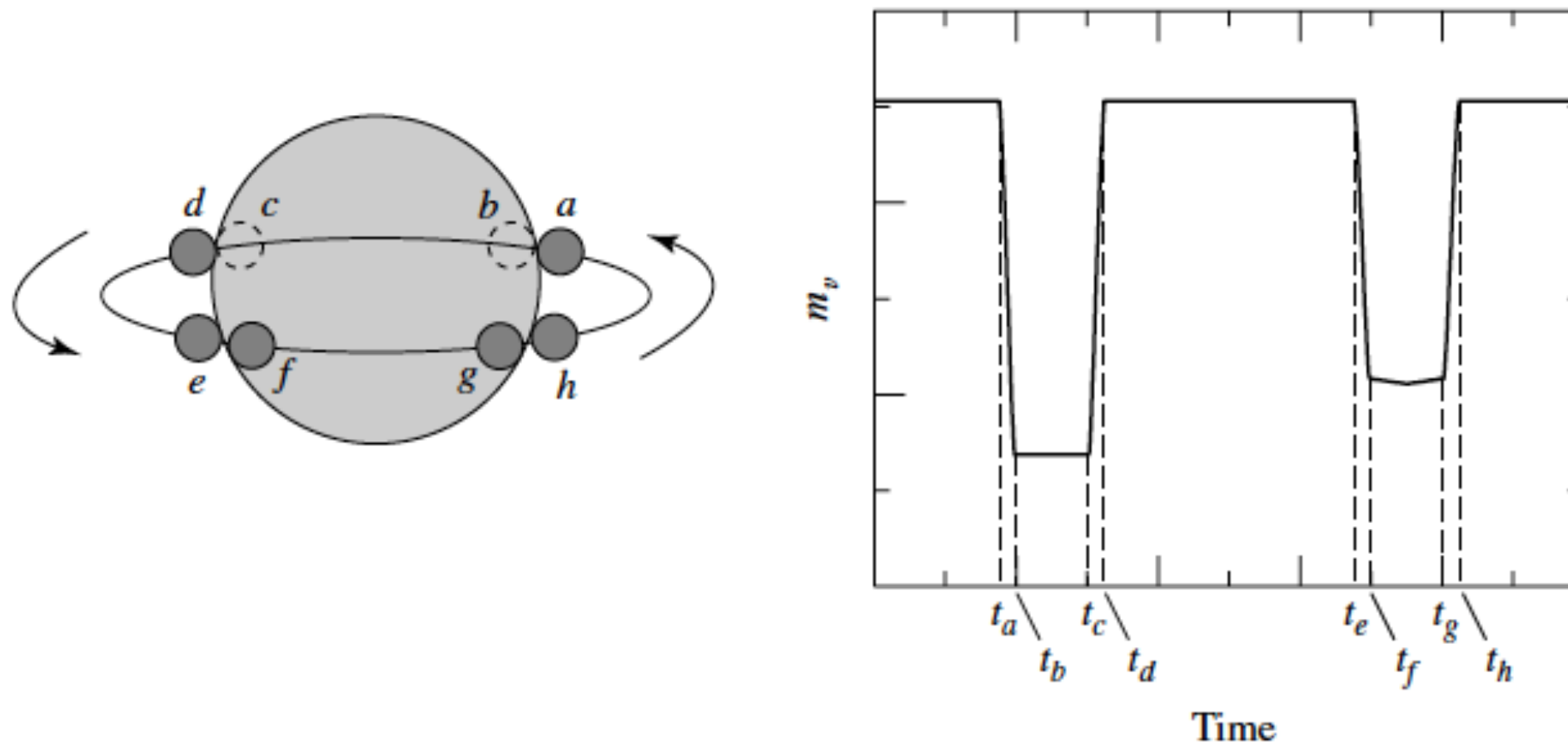


**FIGURE 7** The mass–luminosity relation. (Data from Popper, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 18, 115, 1980.)

## Usando eclipses para obtener radiuses



**FIGURE 8** The geometry of an eclipsing, spectroscopic binary requires that the angle of inclination  $i$  be close to  $90^\circ$ .



**FIGURE 9** The light curve of an eclipsing binary for which  $i = 90^\circ$ . The times indicated on the light curve correspond to the positions of the smaller star relative to its larger companion. It is assumed in this example that the smaller star is hotter than the larger one.

Midiendo la duración de los eclipses es posible encontrar los radiuses de las ambas componentes.

$i \simeq 90^\circ$  => el tiempo entre el primer contacto ( $t_a$ ) y el inicio del mínimo ( $t_b$ ) combinado con la velocidad nos da directamente el radio. Para la estrella más pequeña  $r_s$

$$r_s = \frac{v}{2} (t_b - t_a) ,$$

Donde  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_s + \mathbf{v}_l$  es la velocidad relativa y  $\mathbf{v}_s$  y  $\mathbf{v}_l$  son las velocidades de las componentes pequeña y grande respectivamente. En la misma manera consideramos el tiempo entre  $t_b$  y  $t_c$  el tamaño (radius) de la estrella grande también se puede obtener

$$r_\ell = \frac{v}{2} (t_c - t_a) = r_s + \frac{v}{2} (t_c - t_b) .$$

---

**Example 3.1.** An analysis of the spectrum of an eclipsing, double-line, spectroscopic binary having a period of  $P = 8.6$  yr shows that the maximum Doppler shift of the hydrogen Balmer H $\alpha$  (656.281 nm) line is  $\Delta\lambda_s = 0.072$  nm for the smaller member and only  $\Delta\lambda_\ell = 0.0068$  nm for its companion. From the sinusoidal shapes of the velocity curves, it is also apparent that the orbits are nearly circular. Using Eq.( 5), we find that the mass ratio of the two stars must be

$$\frac{m_\ell}{m_s} = \frac{v_{rs}}{v_{r\ell}} = \frac{\Delta\lambda_s}{\Delta\lambda_\ell} = 10.6.$$

Assuming that the orbital inclination is  $i = 90^\circ$ , the Doppler shift of the smaller star implies that the maximum measured radial velocity is

$$v_{rs} = \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} c = 33 \text{ km s}^{-1}$$

and the radius of its orbit must be

$$a_s = \frac{v_{rs} P}{2\pi} = 1.42 \times 10^{12} \text{ m} = 9.5 \text{ AU}.$$

In the same manner, the orbital velocity and radius of the other star are  $v_{r\ell} = 3.1 \text{ km s}^{-1}$  and  $a_\ell = 0.90 \text{ AU}$ , respectively. Therefore, the semimajor axis of the reduced mass becomes  $a = a_s + a_\ell = 10.4 \text{ AU}$ .

*continued*



The sum of the masses can now be determined from Kepler's third law. If this equation is written in units of solar masses, astronomical units, and years, we have

$$m_s + m_\ell = a^3 / P^2 = 15.2 M_\odot.$$

Solving for the masses independently yields  $m_s = 1.3 M_\odot$  and  $m_\ell = 13.9 M_\odot$ .

Furthermore, from the light curve for this system, it is found that  $t_b - t_a = 11.7$  hours and  $t_c - t_b = 164$  days. Using Eq. ( 8) reveals that the radius of the smaller star is

$$r_s = \frac{(v_{rs} + v_{r\ell})}{2} (t_b - t_a) = 7.6 \times 10^8 \text{ m} = 1.1 R_\odot,$$

where one solar radius is  $1 R_\odot = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ . Equation ( 9) now gives the radius of the larger star, which is found to be  $r_\ell = 369 R_\odot$ .

In this particular system, the masses and radii of the stars are found to differ significantly.

---



## Obtener la razón de las temperaturas de las componentes

Tomamos el caso de la Figura 9: la estrella más pequeña es la mas caliente. Entonces el mínimo principal es cuándo ella pasa atrás de la grande. El flujo radiativo es:

$$F_r = F_{\text{surf}} = \sigma T_e^4.$$

El área tapada es siempre la misma (eclipse principal o secundario).

Asumimos flujo observado constante por todo el área del disco.

Durante el máximo (ambas estrellas vistas) la cantidad de la energía emitida es:

$$B_0 = k (\pi r_\ell^2 F_{r\ell} + \pi r_s^2 F_{rs})$$

Durante el eclipse primario (p) se ve solo la estrella grande (menor T, menor flujo superficial)

**k** es una constante que depende de la distancia, enrojecimiento, tipo detector, etc.

$$B_p = k \pi r_\ell^2 F_{r\ell}$$

Durante el eclipse secundario (s) se ve la estrella grande (menor T, menor flujo superficial)

- parte cubierta de la pequeña + la superficie de la pequeña (major T, major flujo superficial)

$$B_s = k (\pi r_\ell^2 - \pi r_s^2) F_{r\ell} + k \pi r_s^2 F_{rs}.$$

En general no es posible obtener **k** y por esto se usan razones. Combinando **B<sub>0</sub>** **B<sub>s</sub>** y **B<sub>p</sub>**

$$\frac{B_0 - B_p}{B_0 - B_s} = \frac{F_{rs}}{F_{r\ell}}$$

$$\boxed{\frac{B_0 - B_p}{B_0 - B_s} = \left( \frac{T_s}{T_\ell} \right)^4 .}$$

---

**Example 3.2.** Further examination of the light curve of the binary system discussed in Example 3.1 provides information on the relative temperatures of the two stars. Photometric observations show that at maximum light the bolometric magnitude is  $m_{\text{bol},0} = 6.3$ , at the primary minimum  $m_{\text{bol},p} = 9.6$ , and at the secondary minimum  $m_{\text{bol},s} = 6.6$ . The ratio of brightnesses between the primary minimum and maximum light is

$$\frac{B_p}{B_0} = 100^{(m_{\text{bol},0} - m_{\text{bol},p})/5} = 0.048.$$

Similarly, the ratio of brightnesses between the secondary minimum and maximum light is

$$\frac{B_s}{B_0} = 100^{(m_{\text{bol},0} - m_{\text{bol},s})/5} = 0.76.$$

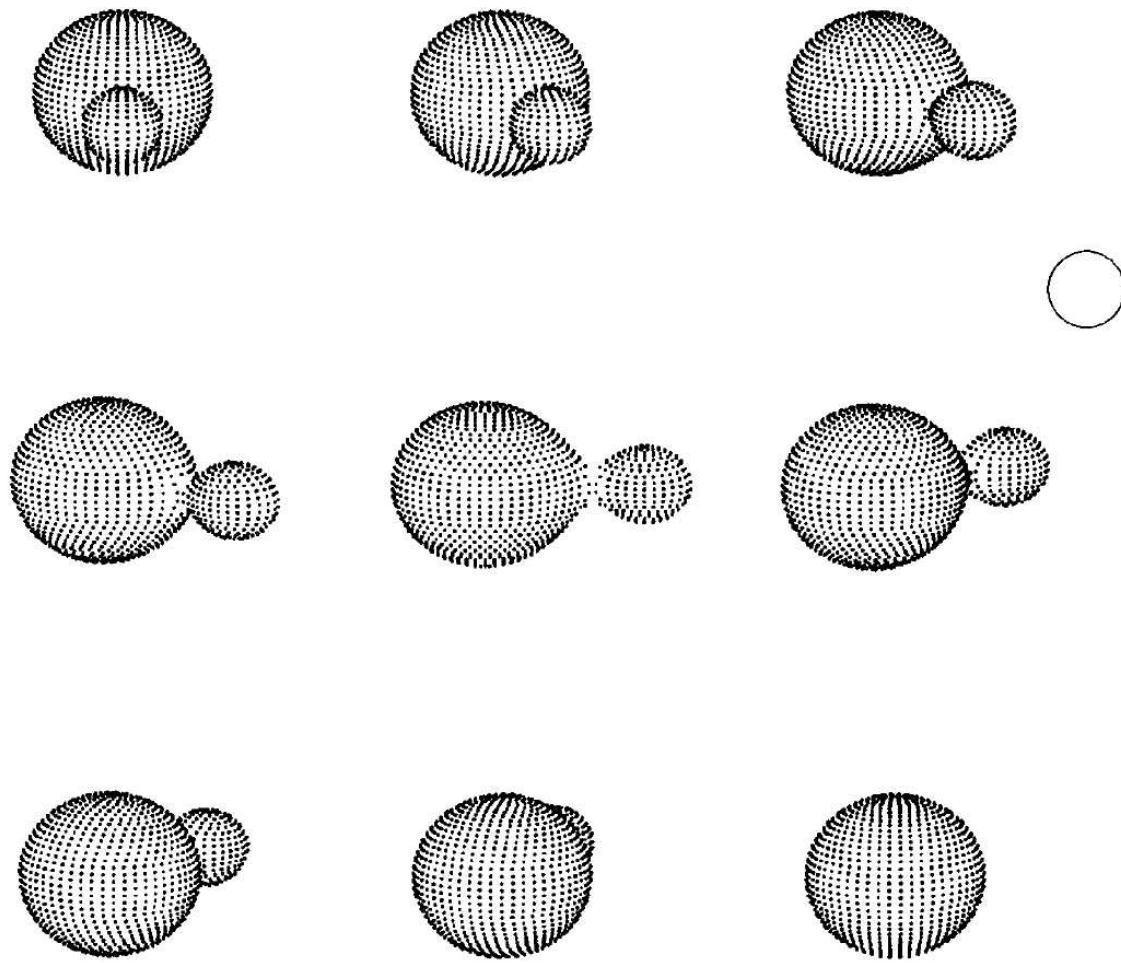
Now, by rewriting Eq. (10), we find that the ratio of the radiative fluxes is

$$\frac{F_{rs}}{F_{r\ell}} = \frac{1 - B_p/B_0}{1 - B_s/B_0} = 3.97.$$

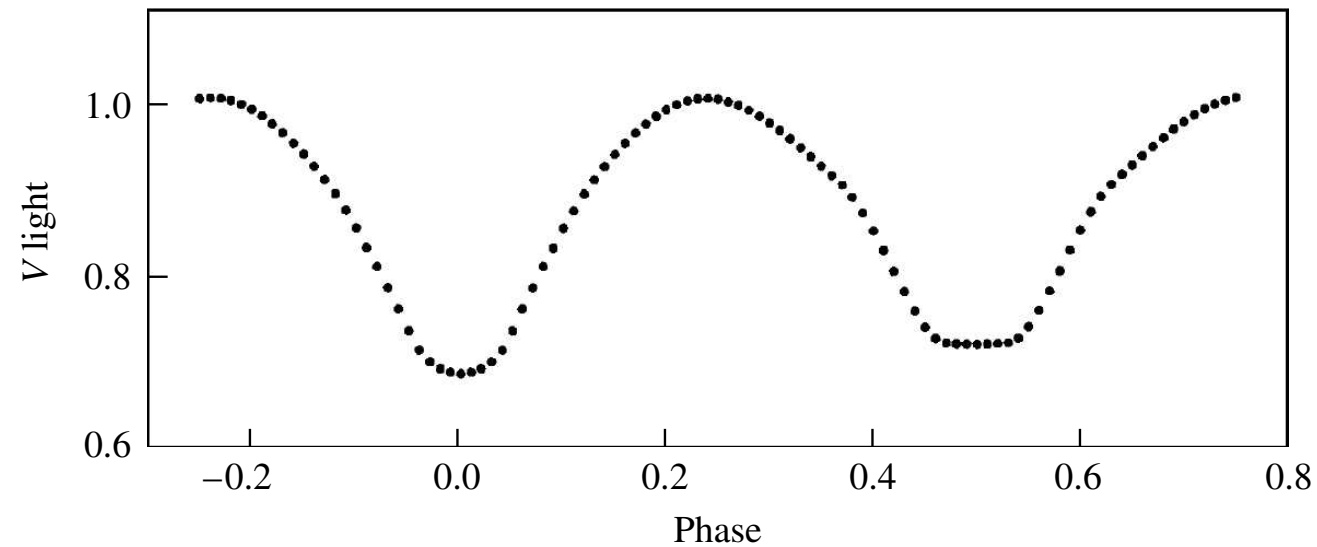
Finally,

$$\frac{T_s}{T_\ell} = \left( \frac{F_{rs}}{F_{r\ell}} \right)^{1/4} = 1.41.$$

---



Curvas de luz sintéticas usando modelos



**FIGURE 11** A synthetic light curve of RR Centauri, an eclipsing binary star system for which the two components are in close contact. The open circle represents the size of the Sun. The orbital and physical characteristics of the RR Cen system are  $P = 0.6057$  d,  $e = 0.0$ ,  $M_1 = 1.8 M_{\odot}$ ,  $M_2 = 0.37 M_{\odot}$ . The spectral classification of the primary is F0V.

(Figure adapted from R. E. Wilson, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 106, 921, 1994; ©Astronomical Society of the Pacific.)

# Planetas extrasolares

---

**Example 4.1.** The so-called *reflex motion* of the parent star is extremely small. For example, consider the motion of Jupiter around the Sun. Jupiter's orbital period is 11.86 yr, the semimajor axis of its orbit is 5.2 AU, and its mass is only  $0.000955 M_{\odot}$ . Assuming that the orbit of Jupiter is essentially circular (its actual eccentricity is just  $e = 0.0489$ ), the planet's orbital velocity is approximately

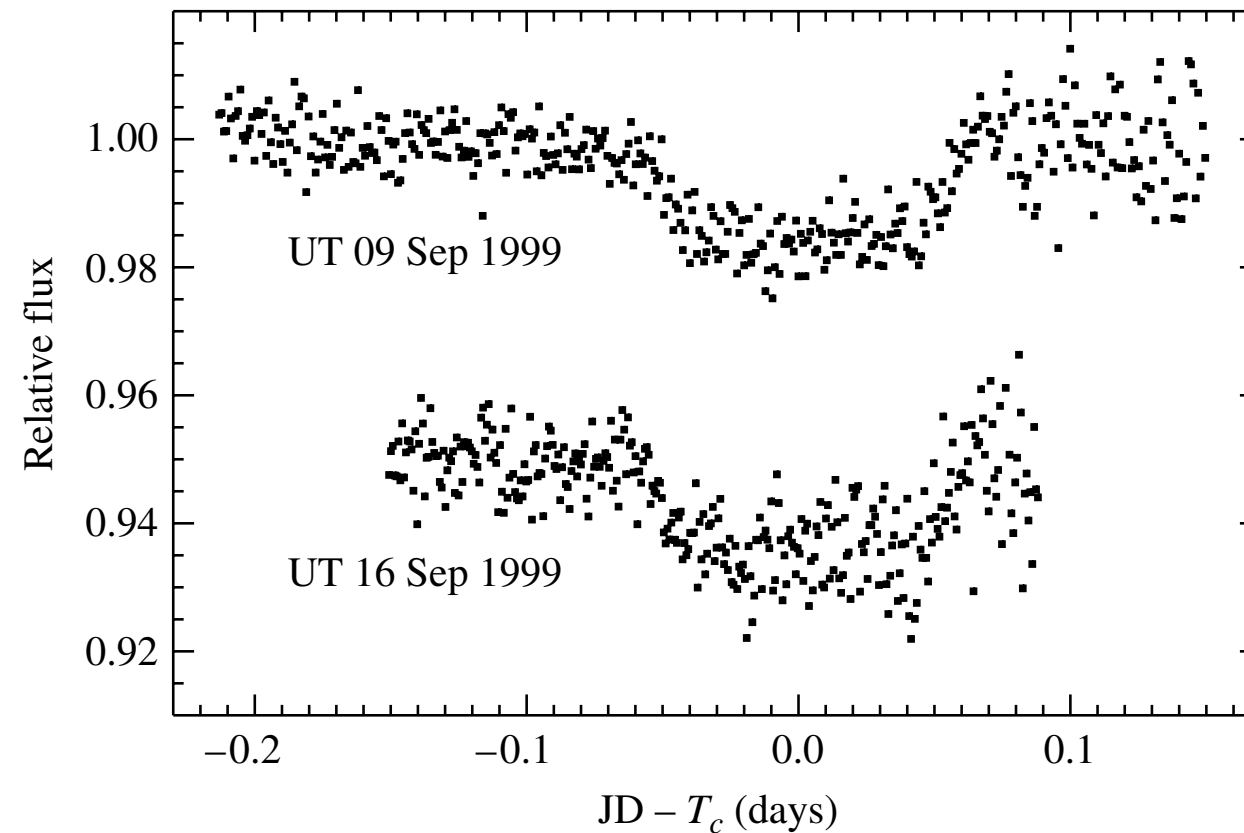
$$v_J = 2\pi a / P = 13.1 \text{ km s}^{-1}.$$

According to Eq. ( 5), the Sun's orbital velocity about their mutual center of mass is only

$$v_{\odot} = \frac{m_J}{M_{\odot}} v_J = 12.5 \text{ m s}^{-1}.$$

This is similar to the top speed of a world-class sprinter from Earth.

---



**FIGURE 12** The photometric detection of two transits of an extrasolar planet across the disk of HD 2094589 in September 1999. The September 16 transit was artificially offset by  $-0.05$  relative to the transit of September 9 in order to avoid overlap of the data.  $T_c$  designates the midpoint of the transit, and JD represents the Julian Date (time) of the particular measurement. (Figure adapted from Charbonneau, Brown, Latham, and Mayor, *Ap. J.*, 529, L45, 2000.)