

Clase nº23

Cálculo II

Universidad de Valparaíso
Profesor: Juan Vivanco

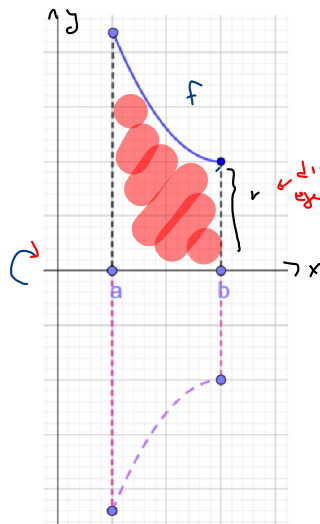
22 de Octubre 2021

Objetivo de la clase

- ▶ Calcular el volumen de un sólido de revolución.

.

Rotar una región con respecto al eje X

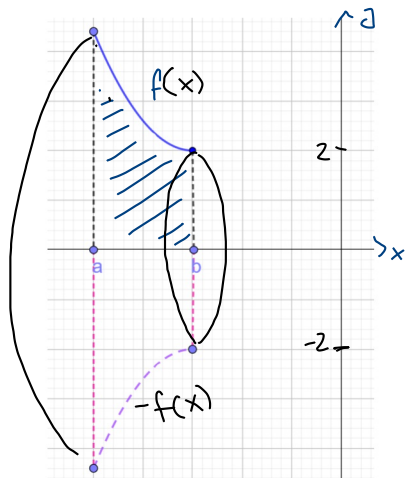


$$V = \pi \int_a^b \underbrace{[f(x)]^2}_r dx$$

← distancia al
eje de rotación

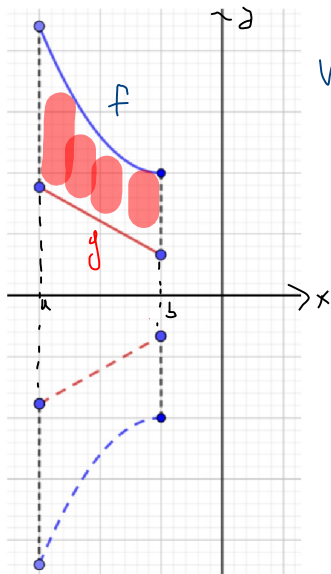
$$\sum_{i=1}^n \pi f(x_i)^2 \Delta x$$

Rotar una región con respecto al eje X



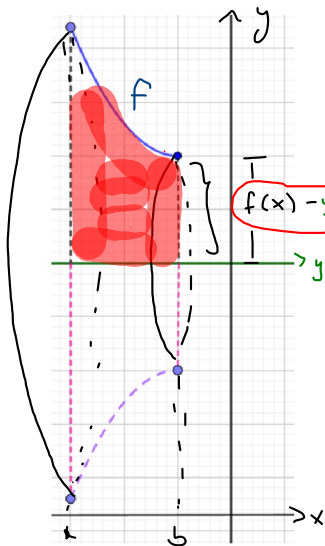
$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Rotar una región con respecto al eje X



$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx - \pi \int_a^b [g(x)]^2 dx$$

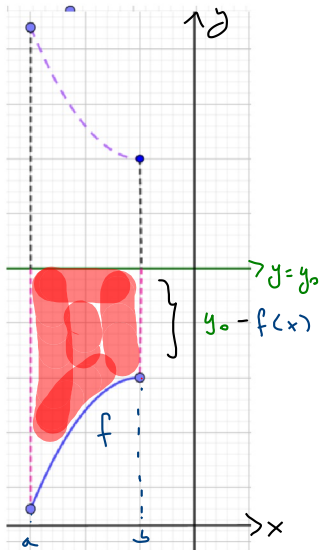
Rotar una región con respecto a la recta $y = y_0$



$$V = \pi \int_a^b [f(x) - y_0]^2 dx.$$

$f(x) - y_0$ distancia al eje de rotación

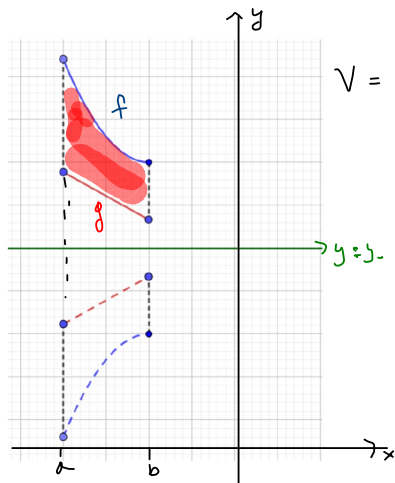
Rotar una región con respecto a la recta $y = y_0$



$$V = \pi \int_a^b [y_0 - f(x)]^2 dx$$

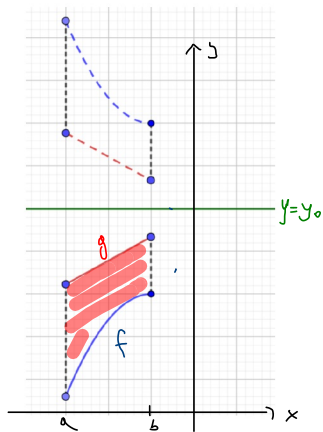
← distancia de la curva
al eje de rotación

Rotar una región con respecto a la recta $y = y_0$



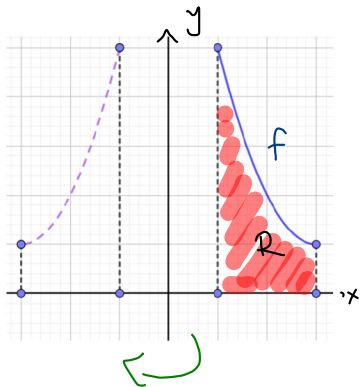
$$V = \pi \int_a^b [f(x) - y_0]^2 dx - \pi \int_a^b [g(x) - y_0]^2 dx$$

Rotar una región con respecto a la recta $y = y_0$



$$V = \pi \int_a^b [y_0 - f(x)]^2 dx - \pi \int_a^b [y_0 - g(x)]^2 dx$$

Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

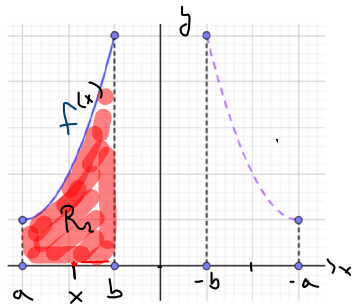


$$V_R = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

"altura" (pointing to $f(x)$)
distancia al eje de rotación (pointing to x)

Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

$$x_0 = 0$$

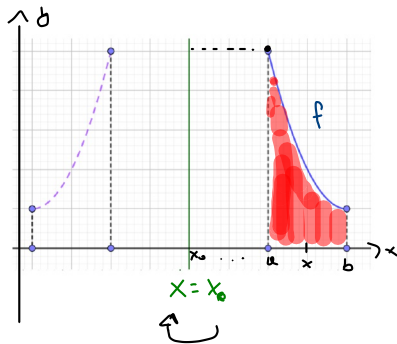


$$V_{R_2} = 2\pi \int_a^b (-x) \cdot f(x) dx$$

distance al eje
eje de rotación

Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

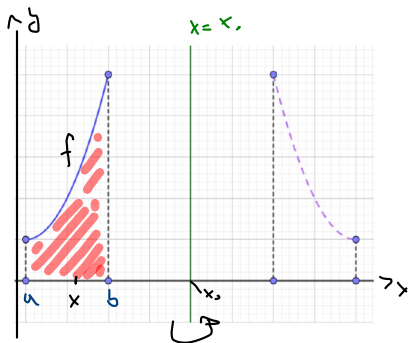
$$V = 2\pi \int_a^b \underbrace{(x - x_0)}_{\text{distancia al eje de rotación}} f(x) dx$$



distancia al eje
eje de rotación

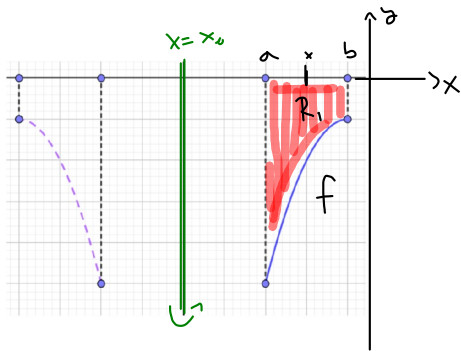
Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

$$V = 2\pi \int_a^b (x_0 - x) f(x) dx$$

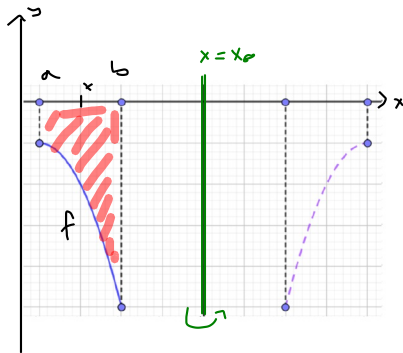


Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

$$V = 2\pi \int_a^b (x - x_0)(-f(x)) dx$$

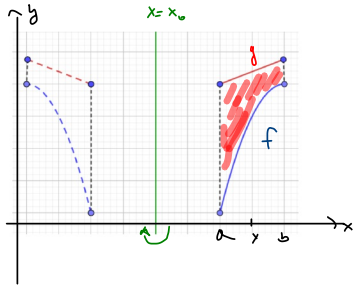


Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$



$$V = 2\pi \int_a^b (x_0 - x) \cdot (-f(x)) \, dx$$

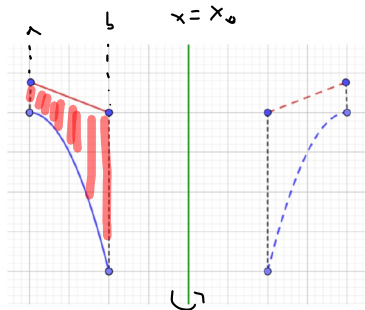
Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$



$$V = 2\pi \int_a^b (x - x_0) g(x) dx - 2\pi \int_a^b (x - x_0) f(x) dx$$
$$= 2\pi \int_a^b (x - x_0) (g(x) - f(x)) dx.$$

Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

Eje $x = x_0$...

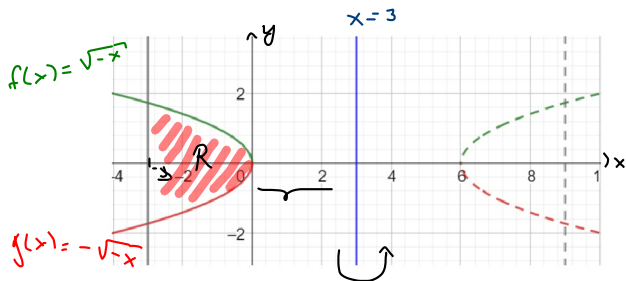


Rotar una región con respecto a la recta $x = x_0$

Ejemplo 74

Sean $f(x) = \sqrt{-x}$, $x \in [-3, 0]$ y $g(x) = -\sqrt{-x}$, $x \in [-3, 0]$.
Considerando R la región comprendida entre f y g , calcular el volumen generado al rotar R con respecto a $x = 3$ y a $y = -5$.

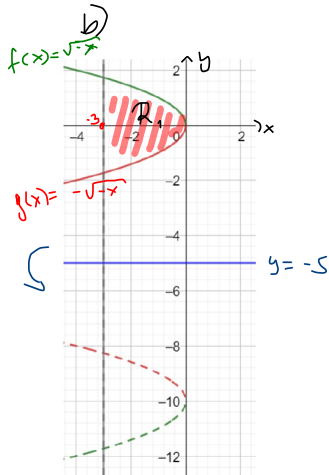
a)



$$V_R = 2\pi \int_{-3}^0 (3-x) \left(\sqrt{3-x} - (-\sqrt{3-x}) \right) dx$$

$$= \dots$$

$$= 4\pi \left(6\sqrt{3} + \frac{18\sqrt{3}}{5} \right)$$



$$V_{R_1} = \pi \int_{-3}^0 (\sqrt{-x} - (-5))^2 dx - \pi \int_{-3}^0 (-\sqrt{-x} - (-5))^2 dx$$

$$= \dots$$

$$= 40\pi\sqrt{3}$$

Bibliografía

	Autor	Título	Editorial	Año
1	Stewart, James	Cálculo de varias variables: trascendentes tempranas	México: Cengage Learning	2021
2	Burgos Román, Juan de	Cálculo infinitesimal de una variable	Madrid: McGraw-Hill	1994
3	Zill Dennis G.	Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones	Thomson	2007
4	Thomas, George B.	Cálculo una variable	México: Pearson	2015

Puede encontrar bibliografía complementaria en el programa.