

Tercera Prueba FC

Víctor H. Cárdenas

8 de Julio 2022

Instrucciones: Lea cuidadosamente cada pregunta (se sugiere más de una vez) y responda. Argumente físicamente cada supuesto y paso matemático. Dispone de 90 minutos para responder la prueba. La prueba consta de 60 puntos en total. No puede consultar apuntes, cuadernos y/o libros, y menos a compañeros.

Problema 1

Resuelva el problema de una partícula con energía $E < 0$ en presencia de un potencial unidimensional dado por

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < -a \\ -V_0 & \text{para } -a < x < a \\ 0 & \text{para } x > a \end{cases}$$

- a (10 pts.) Obtenga las funciones de onda en cada región
- b (10 pts.) Aplique las condiciones de borde apropiadas y encuentre el espectro de energía (Hint: notar que las soluciones serán pares o impares. Trabaje sólo las pares.)
- c (10 pts.) Bosqueje el cálculo de $\langle x^2 \rangle$

Problema 2

En este ejercicio sólo usará la ecuación de Schroedinger en la forma unidimensional siguiente

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi,$$

donde $V(x)$ es un potencial estático (no depende del tiempo) y m es la masa de la partícula.

- a (15 pts.) Para que la interpretación probabilística de Ψ funcione, ésta debe satisfacer

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

Muestre que ésta expresión no depende de t , es decir, que

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 0$$

- b (15 pts.) Demuestre el Teorema de Ehrenfest

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle = \langle p \rangle, \quad \frac{d}{dt} \langle p \rangle = -\langle V'(x) \rangle$$