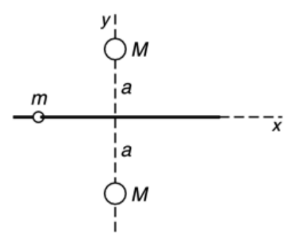
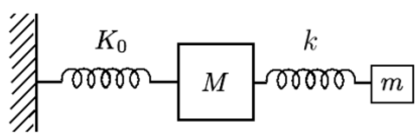
Ayudantía 2: Ondas y Óptica

1. Una de masa m se desliza sin fricción sobre una varilla lisa a lo largo del eje x. La varilla está equidistante entre dos esferas de masa M. Las esferas están ubicadas en $x = 0$, $y = \pm a$ como se muestra en la figura, y atraen la masa gravitacionalmente



Digamos que la masa comienza su movimiento de "pequeña oscilación" desde el origen con una velocidad inicial $x'(t = 0) = v_0$. Escribe la ecuación de movimiento de la "pequeña oscilación" como una función del tiempo t y en términos de G (constante gravitacional de Newton), M, m, a y v_0.

2. Se tiene un sistema de dos masas M y m que están conectadas por un resorte de constante elástica k. En su otro extremo, la masa M está conectada a un resorte de constante elástica K_0 que está conectado a una pared. Definimos la masa M en la posición X y tomamos la masa m en la posición x. El resorte conectado a la pared está en equilibrio cuando $X = 0$, y el resorte que conecta las dos masas está en equilibrio cuando $x - X = 0$.



   (a) ¿Cuáles son las ecuaciones de movimiento del sistema?
   (b) ¿Cuáles son las frecuencias de los modos normales de este sistema?
   (c) Ahora tomamos la constante del resorte $K_0 \approx k$, de modo que el movimiento de la masa m no afecta el movimiento de la masa M. Bajo esta aproximación, ¿cuáles son las dos ecuaciones de movimiento del sistema?
   (d) Dada la situación en (c),supongamos que la masa M comienza en reposo en una posición $X(0) = X_0$, y la masa m comienza en reposo en la posición $x(0) = 0$. Bajo las ecuaciones de movimiento aproximadas, ¿cuál es la posición de M y la posición de m como funciones del tiempo? Es decir, determina $X(t)$ y $x(t)$, respectivamente.