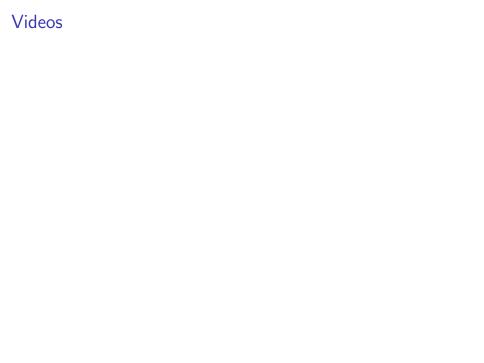
Clase nº4

Cálculo II

Universidad de Valparaíso Profesor: Juan Vivanco

30 de Agosto 2021



Teorema 8

4.
$$\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$$

Ejemplo 16
$$\int xe^x dx =$$

$$\int e^x \cos x \, dx =$$

Ejemplo 18
$$\int x^3 e^{x^2} dx =$$

Recordar

Si
$$f(x) = \arcsin x$$
 entonces $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Ejemplo 19

Utilizaremos integración por partes y luego integraremos por sustitución.

$$\int \arcsin x \, dx =$$

Algunas identidades trigonométrias

- a) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- b) $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$
- c) $cos(x + y) = cos x \cdot cos y sin x \cdot sin y$

Integrales de la forma
$$\int \sin^n x \, dx$$
 y $\int \cos^n x \, dx$

Caso a) Si n es par entonces utilizaremos las identidades

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$
 y $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$.

Luego realizamos la sustitución trigonométrica adecuada, desarrollamos el polinomio y se integra.

$$\int \sin^4 x \, dx =$$

Integrales de la forma
$$\int \sin^n x \, dx$$
 y $\int \cos^n x \, dx$

Caso b) Si n es impar entonces descomponemos la función trigonométrica en dos factores: uno con potencia (n-1) y el otro con potencia 1. Luego utilizamos $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ y el método de cambio de variable.

$$\int \sin^3 x \, dx =$$

Integrales de la forma
$$\int \sin^m \cos^n x \, dx$$

Caso a) Si *n* y *m* son números pares utilizamos simultáneamente las dos identidades

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$
 y $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$.

Luego utilizaremos los métodos vistos anteriormente.

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx =$$

Observación

Como en el ejemplo anterior, a veces podemos resolver este tipo de integrales expresando seno en términos de coseno (o coseno en términos de seno) mediante la identidad $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Y luego podemos utilizar las estrategias antes vistas.

Ejercicios propuestos

$$1. \int x^2 \ln x \, dx =$$

$$2. \int x \cos(2x) \, dx$$

$$3. \int x^3 e^x dx =$$

$$4. \int \sec^3 x \, dx =$$

$$5. \int e^{2x} \cos(e^x) \, dx =$$

6.
$$\int \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} dx =$$

Ejercicios

$$7. \int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx =$$

8.
$$\int x \cos x \, dx =$$

9.
$$\int \ln x \, dx =$$

10.
$$\int e^x \sin x \, dx =$$

$$11. \int x^2 e^{-x} dx =$$

Ejercicios propuestos

1.
$$\int \sin^2 x \, dx =$$

$$2. \int \cos^2 x \, dx =$$

$$3. \int \sin^6 x \, dx =$$

$$4. \int \sin^4 x \cos^2 x \, dx =$$

Ejercicio propuesto

Para la integral

$$I = \int \sin^4 x \cos^2 x \, dx$$

a) Calcule esta integral utilizando que

$$I = \int \sin^4 x (1 - \sin^2 x) \, dx.$$

- b) Calcule I utilizando $\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ y $\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$.
- c) Compare ambos resultados e identifique que son iguales (salvo
- d) Compruebe que

una constante).

$$I = \frac{x}{16} - \frac{\sin(2x)}{32} - \frac{\sin^3(x)\cos x}{24} + \frac{1}{6}\sin^5(x)\cos x.$$

Bibliografía

	Autor	Título	Editorial	Año
1	Stewart, James	Cálculo de varias variables:	México: Cengage	2021
		trascendentes tempranas	Learning	
2	Burgos Román,	Cálculo infinitesimal	Madrid: McGraw-	1994
	Juan de	de una variable	Hill	
3	Zill Dennis G.	Ecuaciones Diferenciales	Thomson	2007
		con Aplicaciones	THOMSON	2001
4	Thomas, George B.	Cálculo una variable	México: Pearson	2015

Puede encontrar bibliografía complementaria en el programa.