Guía VI

Cálculo II

1. Determinar el radio de convergencia de cada una de las siguientes series de potencias.

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$.
   R: Convergente en $[1,3[$ y divergente fuera de el.

   b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}}$
   R:Convergente en $[-2,0[$ y divergente fuera de el.

   c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}x^{2n-1}}{2n-1}$
   R:Convergente en $[-1,1]$ y divergente fuera de el.

   d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{n-1}}{(n-1)^2}$
   R:Convergente en $[2,4]$ y divergente fuera de el.

2. Escriba la función $f(x)=\sqrt{x}$ como el polinomio de Taylor de grado 5 centrado en $a=3$, más el respectivo resto.

3. Obtenga la serie de Taylor de $f(x)=\ln x$, centrada en $a=4$, y calcule su intervalo y radio de convergencia.

4. Use la fórmula $\cos^2(x)=\frac{1}{2}(1+\cos(2x))$, para demostrar que:

$$\cos^2 x = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^2 \cdot 2^{2n-1} \cdot x^{2n}}{(2n)!}.$$

5. Sea $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$

   a) Encuentre la serie de Taylor de $f(x)$, centrada en $x_0=0$.

   b) Determine el radio de convergencia.

   c) A partir de la serie de $f(x)$, obtenga la serie de Taylor de $g(x)=\arctan x$, centrada en $x_0=0$, con su respectivo intervalo de convergencia.

6. *a*) Calcule los tres primeros términos, distintos de cero, del desarrollo de Taylor para la función $f(x)=\ln(\cos x)$ en torno a $x_0=0$.

   b) Use el polinomio obtenido en el ítem anterior para calcular un valor aproximado de $f(\pi/20)$.