



## Electromagnetismo (LFIS 211)

Licenciatura en Física mención Astronomía / Ciencias Atmosféricas

Profesor: J.R. Villanueva

e-mail: [jose.villanueva@uv.cl](mailto:jose.villanueva@uv.cl)

### Tarea 5.

1. Se lleva una carga puntual  $q$  a un punto situado a una distancia  $d$  de un plano conductor infinito mantenido a potencial cero. Utilizando el método de imágenes, hállese:
  - (a) La densidad superficial de carga inducida en el plano, y represéntela.
  - (b) La fuerza entre el plano y la carga mediante la ley de Coulomb aplicada a la fuerza entre la carga y la imagen.
  - (c) La fuerza total que actúa sobre el plano por integración de  $\sigma^2/2\epsilon_0$  sobre todo él.
  - (d) El trabajo necesario para llevar la carga  $q$  desde su posición al infinito.
  - (e) La energía potencial entre la carga  $q$  y su imagen [compárese la respuesta con (d) y discútase.]
  - (f) Dése la respuesta (d) en eV (electrón-Volt) para un electrón que originalmente esté a un angstrom de la superficie.
2. Una carga  $q = 2 [\mu\text{C}]$  se ubica a  $10 [\text{cm}]$  de una placa conductora plana conectada a tierra. Encuentre
  - (a) La carga total inducida sobre la placa.
  - (b) La fuerza sobre la carga  $q$ .
  - (c) El trabajo total requerido para remover la carga lentamente hasta una distancia infinita del plano.
3. Las cargas  $q_1 = +q$  y  $q_2 = -q$  están en los puntos  $\vec{r}_1 = (a, 0, a)$  y  $\vec{r}_2 = (-a, 0, a)$  sobre un plano conductor conectado a tierra en  $z = 0$ . Encuentre
  - (a) La fuerza total sobre la carga  $q_1$ .
  - (b) El trabajo realizado en contra de la fuerza electrostática para construir este sistema de cargas.
  - (c) La densidad de carga superficial en el punto  $(a, 0, 0)$ .
4. Se construye un gran condensador de placas planoparalelas con dos láminas conductoras planas, una de las cuales presenta una pequeña protuberancia semi-esférica de radio  $a$  en su cara interior. El conductor con dicha protuberancia se mantiene a potencial cero y el otro a un potencial tal que, lejos del abultamiento, el campo eléctrico entre las placas es  $E_0$ .
  - (a) Calcúlense las densidades superficiales de carga en un punto arbitrario sobre el plano y la protuberancia, y represéntese su comportamiento en función de la distancia (o ángulo).
  - (b) Demuéstrese que la carga total sobre la protuberancia es  $Q = 3 \pi \epsilon_0 E_0 a^2$ .

- (c) Si en lugar de la otra lámina conductora a distinto potencial se coloca una carga puntual  $q$  exactamente sobre la protuberancia semi-esférica a una distancia  $d$  de su centro, demuéstrese que la carga inducida en la misma es

$$q' = q \left[ 1 - \frac{d^2 - a^2}{d\sqrt{d^2 + a^2}} \right] \quad (1)$$

5. Una carga puntual  $q$  es localizada a una distancia  $d$  de dos semiplanos conductores perpendiculares y puestos a tierra. Determine la expresión de
- el potencial y el campo eléctrico en un punto arbitrario de la región física, y
  - la densidades superficiales de carga inducidas en los dos planos.
6. Mediante el método de imágenes, discútase el problema de una carga puntual  $q$  en el *interior* de una esfera conductora hueca conectada a tierra, de radio interior  $R$ . Hállese:

- El potencial en el interior de la esfera.
- La densidad de carga superficial inducida.
- Módulo y dirección de la fuerza que actúa sobre  $q$ .

¿Hay algún cambio en la solución si la esfera se mantiene a potencial fijo  $V$ ? ¿Y si la esfera tiene una carga total  $Q$  sobre sus superficies interior y exterior?

7. Una línea cargada con densidad lineal de cargas  $\lambda$  se coloca paralelamente y a una distancia  $R$  del eje de un cilindro conductor de radio  $b$  que se mantiene a un potencial fijo tal que el potencial se anula en el infinito. Hállese:

- La magnitud y la posición de la(s) carga(s) imagen.
- El potencial en un punto cualquiera (expresado en coordenadas polares con origen en el eje del cilindro y la recta que va desde el origen a la línea cargada como eje  $x$ ), incluyendo la forma asintótica a que se tiende lejos del cilindro.
- La densidad superficial de carga inducida, y representarla en función del ángulo para  $R/b = 2, 4$ , tomando como unidad  $\lambda/2\pi b$ .
- La fuerza ejercida sobre la carga.

8. Dos planos semi-infinitos conectados a tierra se disponen formando un ángulo recto. En la región entre ellos hay una carga puntual  $q$ , situada como se muestra en la figura 1. Construya la configuración de la imagen y calcule el potencial en esta región. ¿Qué cargas necesita y dónde deben ubicarse? ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre  $q$ ? ¿Cuánto trabajo tomó para traer  $q$  desde el infinito? Suponga que los planos se disponen en algún ángulo distinto de  $90^\circ$ ; ¿todavía es posible resolver el problema por el método de imágenes? Si no, ¿para qué ángulos concretos funciona el método?

9. Dos tubos largos y rectos de cobre, cada uno de radio  $R$ , se mantienen a una distancia de  $2d$ . Uno está a potencial  $V_0$ , el otro a  $-V_0$ . Encuentre el potencial en todas las regiones.
10. Determine los sistemas de cargas imagen que reemplazarán los contornos conductores que son mantenidos a potencial cero para

- Una carga puntual  $q$  situada entre dos grandes planos conductores (Fig. 2 izquierda)
- Una línea de carga infinita  $\lambda$  situada en la mitad de dos grandes planos conductores que se cortan formando un ángulo de  $60^\circ$  (Fig. 2 derecha)

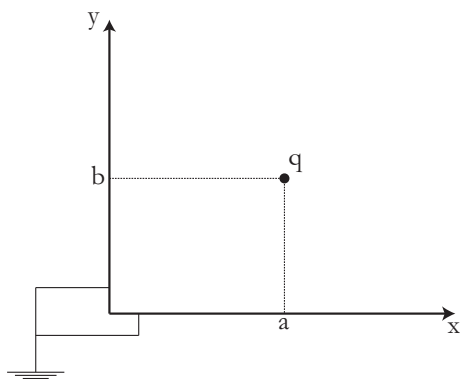


FIG. 1: Esquema para el problema 7.

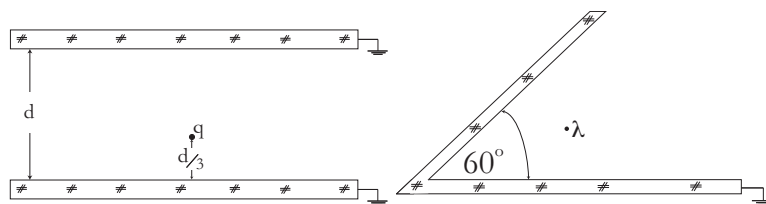


FIG. 2: Esquema para el problema 7.