Notación Asintótica

Elisa Ramos Gómez

Demostrar que MAX $f(n), g(n)$ está en $\Theta(f(n)+g(n))$ para $f(n)$ y $g(n)$ como funciones asintóticas no negativas.

Sean $f(n)$ y $g(n)$ dos funciones no negativas

Usaremos las 3 constantes de la definición de Θ
$c_1, c_2, n_0 > 0$ tal que $0 \leq a(f(n)+g(n)) \leq \max(f(n), g(n))$

$\leq c_2(f(n)+g(n))$ para todo $n \geq n_0$.

Podemos expresar $n_0 > 0$, $f(n) \geq 0$ y $g(n) \geq 0$ y para cada $n \geq 0$ tenemos que $f(n)+g(n) \geq \max(f(n), g(n))$ y podemos afirmar que

$$f(n) \leq \max(f(n), g(n)) \quad \&$$
$$g(n) \leq \max(f(n), g(n))$$

Por lo tanto

$$f(n)+g(n) \leq 2\max(f(n), g(n))$$
$$\frac{1}{2}(f(n)+g(n)) \leq \max(f(n), g(n))$$

entonces para $c_1 = 1/2$, $c_2 = 1$ para todos los $n \geq 0$ queda demostrado que $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n)+g(n))$