Mochila fraccionaria

Elisea Ramos Gómez

complejidad $O(n \log n)$

Lo que queremos demostrar es el maximizar el beneficio de los objetos transportados, formalmente se pretende:

$$\max \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i \quad \text{que esta sujeto a} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i \leq PMax \qquad 0 \leq x_i \leq 1$$

entonces proponemos la solución
Seleccionar objetos por la relación valor/peso consiguiendo tomar primero los elementos cuyo valor sea el mayor
Demostración

Sea x el conjunto items ordenamos por la propuesta de solución nos genera la secuencia de valores que van desde 1 a 0 ejemplo $x = (1, 1, 1, \ldots, 1, 0.x_1, 0.x_2, 0.x_3, \ldots, 0, 0)$ interpretandolo los 1 significan que tomamos el objeto completo, tomamos parcialmente los $0.x_i$ y 0 los que no tomamos.

Supongamos que nuestra solución, no es óptima

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i$$

Por lo tanto existe una que

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot v_i < \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot v_i$$

Queriendo satisfacer

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot p_i = PMax$$

sea z el indice mas pequeño de $y \mid x_z \neq y_z$

Si hacemos $\frac{1}{2} < j$ para $x_2 = 1$ genera

$$X_2 > Y_2$$

lo cual genera

$$\sum_{i=1}^{n} z_i \cdot v_i \geq \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot v_i$$

Obteniendo así una contradicción porque solo es posible la igualdad ya que el menor indicaría que Y no es la óptima por lo que deja demostrado que la solución propuesta al inicio es la óptima.