Mètodes Numèrics II

Pràctica de simulació:

TITOLTITOLTITOL

G01

1548086: Bujones Umbert, Jun Shan 1666739: Franco Avilés, Eric 1672980: González Barea, Eric 1644841: Vilarrúbias Morral, Natàlia

Gener 2025



${\rm \acute{I}ndex}$

1	Intro	oducció	1
2	Plantejament del problema del Sistema Solar		1
	2.1	Modelització del Sistema Solar	1
	2.2	Normalització de les equacions	1
Α	Nori	malització sistema solar	2

1 Introducció

Here goes blahblahblah

2 Plantejament del problema del Sistema Solar

Here goes more blahblahblah AAAAAA

2.1 Modelització del Sistema Solar

Per tal de modelitzar el Sistema Solar, partirem de la Segona Llei de Newton i la igualarem a la Lley de la Gravitació Universal, tot dividint per la massa del planeta p, M_p . Fent això ens queda que l'acceleració a la qual està sotmesa aquest planeta és:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\mathbf{r}^{(p)}}{\mathrm{d}t^{2}} = -G\left[M_{s}\frac{\mathbf{r}^{(p)}}{\left|\mathbf{r}^{(p)}\right|^{3}} + \sum_{l\neq p}M_{l}\frac{\left(\mathbf{r}^{(p)} - \mathbf{r}^{(l)}\right)}{\left|\mathbf{r}^{(p)} - \mathbf{r}^{(l)}\right|^{3}}\right], \quad p = 1, 2, \dots$$
(1)

A aquesta equació el vector $\mathbf{r}^{(p)}$ és el vector posició (marquem els vectors en negreta) del cos p respecte del Sol (que el situem a l'origen de coordenades), M_s és la massa del Sol, M_l la massa dels cossos diferents a p i $\mathbf{r}^{(l)}$ les seves posicions respecte l'origen. Fixem-nos, doncs, que segons aquesta equació, la força que actua sobre un planeta donat es correspon amb la suma de les forces exercides per tots els cossos del sistema solar sobre ell.

Per tal de facilitar-ne la ressolució, podem transformar aquesta equació diferencial de segon ordre a la següent

$$\frac{\mathrm{d}v_i^{(p)}}{\mathrm{d}t} = -G \left[M_s \frac{r_i^{(p)}}{\left| \mathbf{r}^{(p)} \right|^3} + \sum_{l \neq p} M_l \frac{(r_i^{(p)} - r_i^{(l)})}{\left| \mathbf{r}^{(p)} - \mathbf{r}^{(l)} \right|^3} \right], \quad p = 1, 2 \dots, \quad i = 1, 2, 3.$$
 (2)

on hem usat que

$$v_i^{(p)} \equiv \frac{\mathrm{d}r_i^{(p)}}{\mathrm{d}t}, \quad p = 1, 2 \dots, \quad i = 1, 2, 3.$$
 (3)

De forma que tenim ara un conjunt de $3 \times p$ equacions diferencials de primer ordre a resoldre.

2.2 Normalització de les equacions

Per tal de resoldre el problema minimitzant errors i temps de càlcul cal normalitzar (2). Definim unes quantitats característiques del sistema: escollim $M_0 = M_s$ i $d_0 = UA$ (unitat astronòmica), ja que així podrem treballar amb valors propers a la unitat.

Annexos

A Normalització sistema solar

Per tal de dur a terme la normalització definim unes quantitats característiques del sistema: $M_0 = M_s$ i $d_0 = UA$ (unitat astronòmica). Per altra banda, definim també $\mathbf{d}_{pl} = \mathbf{r}^{(p)} - \mathbf{r}^{(l)}$ (distància entre dos cossos del sistema solar).