

פרויקט סיום קורס – חלק עיוני

שאלה 1

ערכי הפונקציה $f(x) = \ln(2x) + 3$ נתונים במדויק בנקודות $x = 2, x = 5, x = 8$.

- (א) חשבי את פולינום האינטרפולציה בשיטת לגרנז'.
(ב) חשבי את האינטגרל של הפולינום שהתקבל בסעיף א' בתחום $[2, 8]$ וחשבי את השגיאה היחסית המתקבלת בשיטת סימפסון $\frac{3}{8}$ ובשיטת הטרפז המשולב.
(ג) בעזרת פולינום האינטרפולציה קבעי את $f(6)$.
(ד) בעזרת קירוב הפרשים מסדר שני הערך את הנגזרת בנקודות $x = 1, 3, 5, 7$.

שאלה 2

פתרו את המשוואה הבאה:

$$y' = 5e^{0.7x} - 0.2y$$

ותנאי השפה: $y(0) = 6.556$ בעזרת סכמת predictor – corrector ו- $h = 1$ עד לנקודה $x = 3$. בנוסחת ה- predictor יש להשתמש ב:

$$y_{i+1} = y_{i-3} + \frac{4h}{3}(2f_i - f_{i-1} + 2f_{i-2})$$

ובנוסחת ה- corrector יש להשתמש ב:

$$y_{i+1}^j = y_{i-1} + \frac{h}{3}(f_{i-1} - 4f_i + f_{i+1}^{j-1})$$

עם תיקון אחד לכל צעד. לאתחול יש להשתמש ב- Runge kutta מסדר שני.

שאלה 3

פתרו את המשוואה הבא באמצעות Runge kutta מסדר רביעי:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 0.5 \frac{dy}{dx} + 7y = 0$$

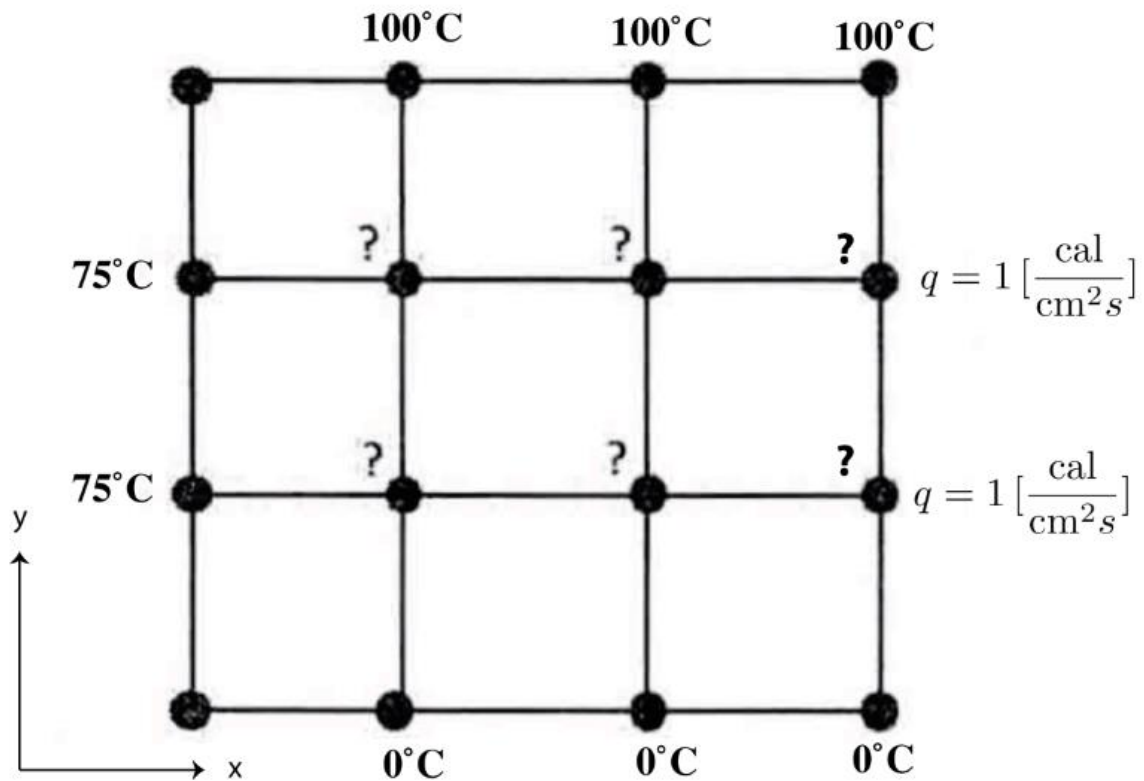
עם תנאי התחלה $y(0) = 4$, $y'(0) = 0$ ו- $h = 0.5$, מ- $x = 0$ עד $x = 2$

שאלה 4

בשרטוט המצורף מתואר מודל טמפרטורה דו-מימדי על פלטת אלומיניום ריבועית שבה $dx = dy = 1$. התפלגות הטמפרטורה מתוארת על ידי משוואת לפלס:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

ערכי הטמפרטורה בקצוות המודל מתוארים בשרטוט כאשר על הגבול הימני מופעל חימום קבוע בעל שטף $q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$ כאשר מקדם ההולכה התרמית $k = 0.49 \left[\frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}} \right]$. השתמשו באופרטור הפרשים סופיים מרכזי מסדר שני והציגו את הפתרון של המערכת (ששת הערכים החסרים) על ידי שימוש בשיטת גאוס – סיידל עם שתי איטרציות.



שאלה 5

בצע/י אנליזת יציבות למשוואת האדווקציה החד-מימדית

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -c \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

עבור נגזרת מרכזית, נגזרת אחורית ונגזרת קדמית.

עבור אילו תנאים המערכת יציבה? כיצד היציבות משתנה כאשר הסימן של c מתהפך?

שאלה 6

בצעו אנליזת יציבות למשוואת הגלים, שנמצאת בחלק המעשי (שאלה 1).

בנוס 5 נקודות: בצעו בדיקה האם תנאי ה- CFL באמת מתקיים. הציגו את התוצאות שלכם.

בהצלחה 😊