



Лабораторная работа №1.04
"Исследование равноускоренного вращательного
движения (маятник Обербека)"

Группа М3203
Кравченкова Елизавета
Лакеев Георгий

Преподаватель
Хуснутдинова Наира Рустемовна

Физические основы компьютерных и сетевых технологий
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия

15 октября 2023 г.

Оглавление

1	Цели и Задачи	3
2	Установка	4
2.1	Объект исследования	4
2.2	Метод экспериментального исследования	4
2.3	Измерительные приборы	4
2.4	Схема установки	5
3	Теория и рабочие формулы	6
3.1	Погрешности	8
3.2	Метод наименьших квадратов (МНК)	9
4	Ход работы	10
4.1	Проведение измерений	10
4.1.1	Спишем данные об установке на рабочем месте	10
4.1.2	Подготовка оборудования	10
4.1.3	Измерения	10
4.2	Обработка результатов	11
4.2.1	Найдем среднее время падения гири для всех масс гири и всех положений утяжелителей на крестовине. Для первого значения t_{cp} рассчитать погрешность среднего значения времени Δt	11

4.2.2	Используя найденные значения t_{cp} рассчитаем ускорение a груза, угловое ускорение ε крестовины и момент M силы натяжения нити. Результаты оформим в виде таблицы. Для первых значений a, ε, M вычислим их погрешности и запишем соответствующие доверительные интервалы. . . .	11
4.2.3	Для каждого положения утяжелителя на крестовине в координатах M (ордината) – ε (абсцисса) на одном рисунке нанесем точки найденных зависимостей $M(\varepsilon)$. Отметим значения погрешностей $\Delta\varepsilon$ и ΔM , вычисленные в 4.2.2, у тех точек, для которых они найдены.	12
4.2.4	Для каждого положения утяжелителей на основе таблицы M и ε по методу наименьших квадратов (МНК) рассчитать момент I инерции крестовины с утяжелителями и момент силы трения $M_{тр}$	12
4.2.5	Используя вычисленные в 4.2.4 значения I и $M_{тр}$, на том же рисунке , что и точки 4.2.3 построим графики зависимости (14) для всех положений утяжелителей.	13
4.2.6	Для каждого положения утяжелителей найдем расстояние между осью О вращения и центром С утяжелителя.	13
4.2.7	Объединить значения R, R^2, I в таблицу и на основе этой таблицы в координатах I (ордината) – R^2 (абсцисса) отметить экспериментальные точки зависимости $I(R^2)$	13
4.2.8	На основе найденных значений I и R^2 с помощью МНК определить значения I_0 и $M_{ут}$, а также их погрешности ΔI_0 и $\Delta M_{ут}$	14
4.2.9	Построим график зависимости (7), используя значения I_0 и $M_{ут}$, вычисленные в п. 4.2.8, на том же рисунке, что и точки в 4.2.7	14
5	Результаты	15
5.1	Таблица 1 : Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.	15
5.2	Таблица 2: Посчитанные для t_{cp} значения ускорения a груза, углового ускорения ε крестовины и моменты M силы натяжения нити.	16
5.3	Таблица 3: Для каждого положения утяжелителя на крестовине показана зависимость $M(\varepsilon)$	17
5.4	График 1 : экспериментальные точки зависимости $M(\varepsilon)$	18

5.5	Таблица 4: Значения I и $M_{\text{тр}}$ для разного положения утяжелителей.	19
5.6	График 2 : Зависимость $M(\varepsilon)$	20
5.7	Таблица 5: Для каждого положения утяжелителя на крестовине показано расстояние между осью O вращения и центром C утяжелителя а также момент инерции крестовины для этого положения.	21
5.8	График 3 : Экспериментальные точки зависимости $I(R^2)$	21
5.9	График 4 : Зависимость $I(R^2)$	22
6	Используемая литература	23
7	Выводы	24
8	Ответы на контрольные вопросы	25
8.1	Что такое инерция?	25
8.2	Как в данной лабораторной работе угловое ускорение зависит от линейного ускорения груза?	25
8.3	Как звучит основной закон динамики вращательного движения?	25
8.4	О чём говорит теорема Штейнера?	26
8.5	Моменты каких сил участвуют в основном законе динамики вращательного движения для данной работы?	26
8.6	Как изменятся параметры установки, если увеличить расстояние утяжелителей от оси?	26
8.7	Что такое момент инерции? Как его можно найти?	26
8.8	Что такое момент силы? Как его можно найти?	27
8.9	В каких единицах измеряется момент инерции? В каких единицах измеряется момент силы?	27
8.10	Как изменятся параметры установки, если увеличить массу утяжелителей? . . .	27

Цели и Задачи

Цели: Проверка основного закона динамики вращения. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

Задачи:

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

Установка

2.1 Объект исследования

Исследование равноускоренного вращательного движения

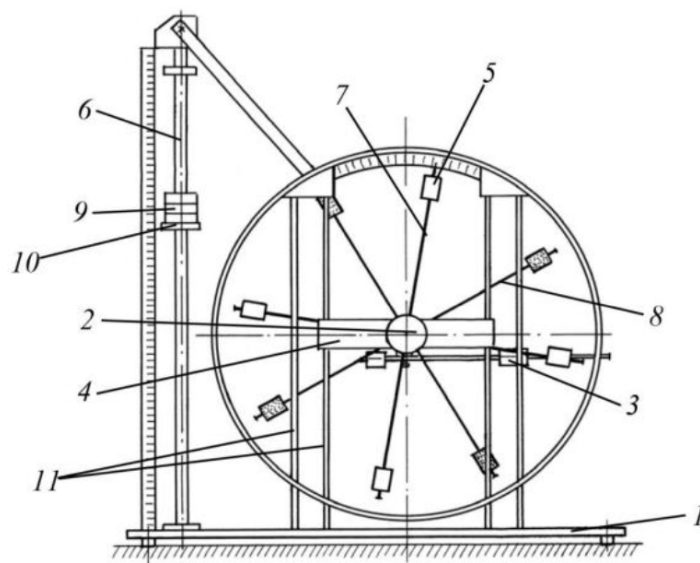
2.2 Метод экспериментального исследования

Время опускания груза на нити, перекинутой через неподвижный блок и намотанной на ступицу крестовины, в которой закреплены четыре спицы, на каждой из которых размещен груз-утяжелитель.

2.3 Измерительные приборы

Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон, с	Погрешность прибора, с
Секундомер	Цифровой	[0,11]	0.01

2.4 Схема установки



Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

Теория и рабочие формулы

Груз m подвешен на нити, которая перекинута через неподвижный блок и намотана на ступицу крестовины. В ступице закреплены четыре спицы, на каждой из которых размещен груз-утяжелитель $m_{\text{ут}}$. Расстояние R утяжелителей от оси вращения крестовины одинаково для всех утяжелителей. Это расстояние, можно изменять, изменяя тем самым момент инерции крестовины с утяжелителями

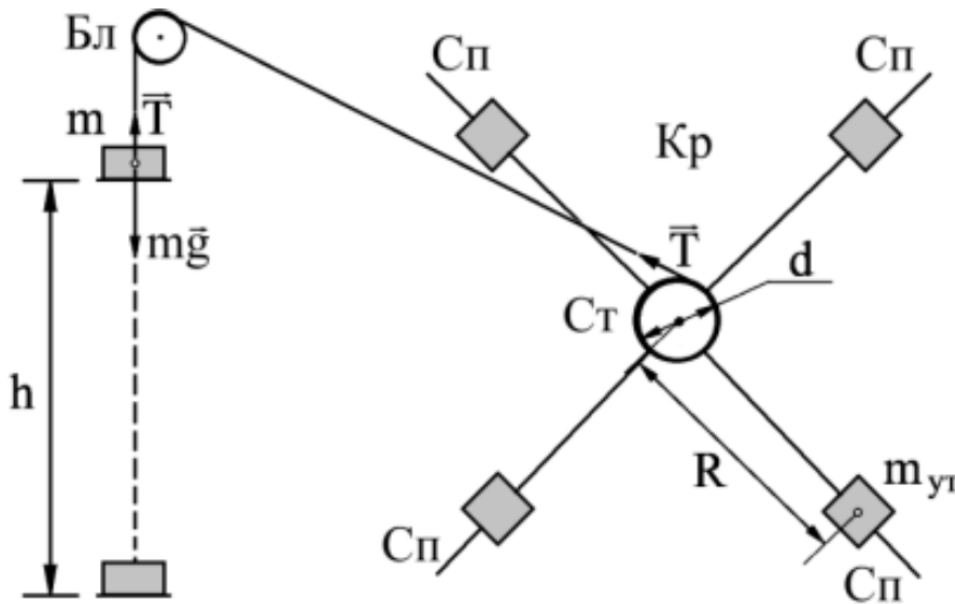


Рис. 1. Схема измерительного стенда

Груз m , опускаясь, раскручивает крестовину. Если пренебречь силой сопротивления воздуха, то груз движется равноускоренно под действием векторной суммы силы тяжести mg и силы T натяжения нити. Его ускорение a определяется вторым законом Ньютона:

$$ma = mg - T \quad (1)$$

Ускорение груза

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

где h расстояние, пройденное грузом за время t от начала движения.

Нить не проскальзывает по ступице, поэтому угловое ускорение ε крестовины согласовано с линейным ускорением груза.

Угловое ускорение крестовины

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} \quad (3)$$

где d -диаметр ступицы

Используя уравнение (1) выразим силу натяжения нити:

$$T = m(g - a) \quad (4)$$

Найдем момент этой силы:

Момент силы натяжения нити

$$M = \frac{md}{2}(g - a) \quad (5)$$

Предполагая, что кроме момента силы натяжения на раскручивание крестовины влияет тормозящий момент силы трения, запишем основной закон динамики вращения для крестовины в виде

Основной закон динамики вращения для крестовины

$$I\varepsilon = M - M_{\text{тр}} \quad (6)$$

Здесь I момент инерции крестовины с утяжелителями.

В соответствии с теоремой Штейнера момент инерции крестовины зависит от расстояния между центрами грузов и осью вращения:

Момент инерции крестовины

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2 \quad (7)$$

где I_0 сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей.

Для каждого положения утяжелителей можно найти расстояние (см. рис.(см. Рис. 3)) между осью O вращения и центром C утяжелителя по формуле

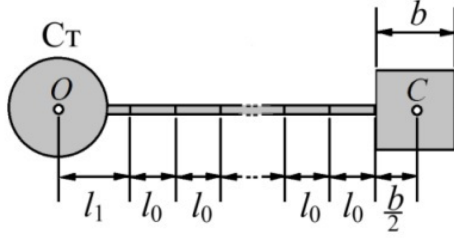


Рис. 3. К определению расстояния от центра груза-утяжелителя до оси вращения.

$$R = l_1 + (n - 1) \cdot l_0 + \frac{b}{2} \quad (8)$$

Здесь l_1 – расстояние от оси вращения до первой риски; n – номер риски, на которой установлены утяжелители; l_0 – расстояние между соседним рисками; b – размер утяжелителя вдоль спицы.

3.1 Погрешности

Среднее арифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (9)$$

Расчет погрешности, используя коэффициент Стьюдента. Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \quad (10)$$

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t]) \quad (11)$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot (N - 1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad (12)$$

Погрешности косвенных измерений :

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (13)$$

3.2 Метод наименьших квадратов (МНК)

Цель метода - подбор такой функции $y = f(x) = a + bx$, чтобы сумма квадратов отклонений, измеренных в опытах значений $y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ от рассчитанных была бы минимальной.

МНК рассмотрим в варианте, когда приняты следующие допущения:

- между переменными существует зависимость вида $y = a + bx$;
- погрешности величины x малы.

Формулы расчета коэффициентов линейной зависимости по МНК приведены в разделе «6.5. Обработка совместных измерений. Метод наименьших квадратов» пособия Обработка экспериментальных данных.

В данном пособии рекомендуется делать расчет коэффициентов по такому плану:

1. Выписать все пары значений для каждой риски. Таким образом у нас будет 4 пары значений функции.
2. Найти среднее значение экспериментальных точек:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i ; \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$$

3. Найти коэффициенты прямой по следующим формулам:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} ; a = \bar{y} - b\bar{x}$$

4. Рассчитать параметры d и D :

$$d_i = y_i - (a + bx_i) ; D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

5. Определить СКО коэффициентов a и b .

$$S_b^2 = \frac{1}{D} \cdot \frac{\sum d_i^2}{n-2}$$

$$S_a^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{n-2}$$

Ход работы

4.1 Проведение измерений

4.1.1 Спишем данные об установке на рабочем месте

Масса каретки: $(47 \pm 0,5)$ г

Масса шайбы: $(220 \pm 0,5)$ г

Масса грузов на крестовине: $(408 \pm 0,5)$ г

Расстояние первой риски от оси: $(57 \pm 0,5)$ мм

Расстояние между рисками: $(25 \pm 0,2)$ мм

Диаметр ступицы: $(46 \pm 0,5)$ мм

Диаметр груза на крестовине: $(40 \pm 0,5)$ мм

Высота груза на крестовине: $(40 \pm 0,5)$ мм

4.1.2 Подготовка оборудования

Ознакомимся с лабораторным стендом. Отвернем рукоятку 2 сцепления крестовин, так чтобы передняя крестовина вращалась независимо от задней.

Положение каждого утяжелителя на крестовине задается номером риски (канавки на спице), по которой выравнивается грань утяжелителя, ближайшая к оси вращения. Установим все утяжелители на первую риску.

Установим в качестве подвешенного груза каретку с одной шайбой. Остальные три шайбы закрепим наверху трубчатой направляющей.

4.1.3 Измерения

1. Измерим три раза время прохождения кареткой из неподвижного положения пути от отметки $h_1 = 700$ мм до отметки $h_2 = 0$. При этом $h = h_1 - h_2 = 700$ мм.

Массу m_1 каретки с одной шайбой и результаты измерения времени t_1, t_2, t_3 занесем в соответствующие ячейки Таблицы 1.

2. Не изменяя положение утяжелителей крестовины повторим п. 1 для каретки с двумя шайбами (масса m_2), тремя шайбами (масса m_3) и четырьмя шайбами (масса m_4).

3. Повторим измерения п. 1-2 при положении утяжелителей на второй, третьей, . . . , шестой рисках.

4.2 Обработка результатов

4.2.1 Найдем среднее время падения гири для всех масс гири и всех положений утяжелителей на крестовине. Для первого значения t_{cp} рассчитать погрешность среднего значения времени Δt

Найдем среднее время падения для каждого случая как $t_{cp} = \frac{t_1+t_2+t_3}{3}$.

Данные внесем в Таблицу 1.

Рассчитаем погрешность среднего значения Δt как (10):

Рассчитаем среднеквадратичное отклонение от среднего значения по формуле (12):

$$\sigma_{\langle t \rangle} = 0,0753879$$

Значение коэффициента Стьюдента $t_{0,95,3} = 4,3$

Найдем погрешность:

$$\Delta t = 0,32416797$$

4.2.2 Используя найденные значения t_{cp} рассчитаем ускорение a груза, угловое ускорение ε крестовины и момент M силы натяжения нити. Результаты оформим в виде таблицы. Для первых значений a, ε, M вычислим их погрешности и запишем соответствующие доверительные интервалы.

Найдем ускорение a груза по формуле (2)

Найдем угловое ускорение ε крестовины по формуле (3)

Найдем момент M силы натяжения нити как (5)

Данные внесем в Таблицу 2.

Вычислим погрешности косвенных измерений для первых значений a, ε, M как (13) Для этого выразим формулы для a, ε, M :

$$\Delta a = \sqrt{\frac{4h^2}{t^6}(\Delta t)^2 + \frac{4}{t^4}(\Delta h)^2}$$

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\frac{4}{d^2}(\Delta a)^2 + \frac{4a^2}{d^4}(\Delta d)^2}$$

$$\Delta M = \sqrt{\left(\frac{d(g-a)}{2}\right)^2(\Delta m)^2 + \left(\frac{m(g-a)}{2}\right)^2(\Delta d)^2 + \frac{d^2 m^2}{4}(\Delta a)^2}$$

Подставим нужные значения:

$$\Delta\varepsilon = 0,176$$

$$\Delta a = 0,004$$

$$\Delta M = 0,0005$$

Запишем соответствующие доверительные интервалы для первых значений a, ε, M :

$$\Delta a = 0,004 \Rightarrow a = 0,059 \pm 0,004 \text{ м/с}^2$$

$$\Delta\varepsilon = 0,176 \Rightarrow \varepsilon = 2,553 \pm 0,176 \text{ рад/с}^2$$

$$\Delta M = 0,0005 \Rightarrow M = 0,049 \pm 0,0005 \text{ Н*м}$$

4.2.3 Для каждого положения утяжелителя на крестовине в координатах M (ордината) – ε (абсцисса) на одном рисунке нанесем точки найденных зависимостей $M(\varepsilon)$. Отметим значения погрешностей $\Delta\varepsilon$ и ΔM , вычисленные в 4.2.2, у тех точек, для которых они найдены.

Из Таблицы 2 в отдельную Таблицу 3 вынесем зависимость $M(\varepsilon)$ от положения утяжелителя в более удобном виде

Полученные точки отметим на Графике 1

Также на графике показана погрешность для первой точки 1 риски.

4.2.4 Для каждого положения утяжелителей на основе таблицы M и ε по методу наименьших квадратов (МНК) рассчитать момент I инерции крестовины с утяжелителями и момент силы трения $M_{\text{тр}}$

Из формулы (6) следует, что теоретическая связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины описывается уравнением:

$$M = I\varepsilon + M_{\text{тр}} \quad (14)$$

т.е. зависимость $M(\varepsilon)$ является линейной, а величины I и $M_{\text{тр}}$ – коэффициенты этой зависимости.

А значит с помощью метода наименьших квадратов можно подобрать такую функцию $M(\varepsilon) = a + b\varepsilon$, чтобы сумма квадратов отклонений от рассчитанных была бы минимальной. И тогда найти I как b и $M_{\text{тр}}$ как a

Рассчитаем коэффициенты по плану, описанному тут

Промежуточные вычисления можете посмотреть здесь МНК1

Основные результаты запишем в Таблицу 4

4.2.5 Используя вычисленные в 4.2.4 значения I и $M_{\text{тр}}$, на том же рисунке, что и точки 4.2.3 построим графики зависимости (14) для всех положений утяжелителей.

Формулы графиков, вычисленные по мнк (Коэффициенты взяты отсюда)

$$M = -0,012 + 0,02167637612 * \epsilon$$

$$M = -0,013 + 0,03174596787 * \epsilon$$

$$M = 0,004 + 0,03296113506 * \epsilon$$

$$M = 0,006 + 0,04697878784 * \epsilon$$

$$M = 0,005 + 0,05682973929 * \epsilon$$

$$M = 0,008 + 0,07081351269 * \epsilon$$

Графики зависимостей (14) покажем на Графике 2

4.2.6 Для каждого положения утяжелителей найдем расстояние между осью О вращения и центром С утяжелителя.

По формуле (8) найдем расстояние (а также квадрат расстояния) для каждого положения утяжелителя. Результаты занесем в таблицу Таблицу 5

4.2.7 Объединить значения R, R^2, I в таблицу и на основе этой таблицы в координатах I (ордината) – R^2 (абсцисса) отметить экспериментальные точки зависимости $I(R^2)$.

Дополним Таблицу 5 значениями момента инерции крестовины из Таблицы 4
Полученные точки зависимости $I(R^2)$ отметим на Графике 3

4.2.8 На основе найденных значений I и R^2 с помощью МНК определить значения I_0 и $M_{\text{ут}}$, а также их погрешности ΔI_0 и $\Delta M_{\text{ут}}$.

Из формулы (7) следует, что теоретическая связь между моментом инерции крестовины и квадратом расстояния между осью О вращения и центром С утяжелителя описывается уравнением:

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2 \quad (20)$$

I_0 - сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей

Таким образом зависимость $I(R^2)$ является линейной, а величины $4m_{\text{ут}}$ и I_0 - коэффициенты этой зависимости.

А значит с помощью метода наименьших квадратов можно подобрать такую функцию $I(R^2) = a + bR^2$, чтобы сумма квадратов отклонений от рассчитанных была бы минимальной. И тогда найти $m_{\text{ут}}$ как $\frac{b}{4}$ и I_0 как a

Рассчитаем коэффициенты по плану, описанному тут

Промежуточные вычисления можете посмотреть здесь МНК2

Таким образом:

$$4m_{\text{ут}} = 1.374993202$$

$$m_{\text{ут}} = 0.3437483005$$

$$I_0 = 0.01423671033 \text{ кг*м}^2$$

$$\Delta m_{\text{ут}} = \frac{\Delta 4m_{\text{ут}}}{4} = 0.02085312439$$

$$\Delta I_0 = 0.002038580613$$

4.2.9 Построим график зависимости (7), используя значения I_0 и $M_{\text{ут}}$, вычисленные в п. 4.2.8, на том же рисунке, что и точки в 4.2.7

Формула графика, вычисленная по мнк в п. 4.2.8

$$I = 0.01423671033 + 1.374993202R^2$$

График зависимости $I(R^2)$ покажем на Графике 4

Результаты

5.1 Таблица 1 : Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.

Масса груза, г	Величина	Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
0,22	t_1, c	5,03	5,44	6,88	7,82	8,81	10,06
	t_2, c	4,84	5,44	6,56	7,97	8,65	9,94
	t_3, c	4,78	5,59	6,69	7,69	8,72	10,25
	t_{cp}, c	4,883	5,490	6,710	7,827	8,727	10,083
0,44	t_1, c	3,38	4,22	4,6	5,63	6,12	6,87
	t_2, c	3,34	3,91	4,56	5,65	6,09	6,78
	t_3, c	3,31	3,81	4,5	5,62	5,97	6,85
	t_{cp}, c	3,343	3,980	4,553	5,633	6,060	6,833
0,66	t_1, c	2,78	3,56	3,72	4,5	4,94	5,72
	t_2, c	2,75	3,65	3,72	4,56	4,97	5,66
	t_3, c	2,84	3,84	3,75	4,62	4,94	5,54
	t_{cp}, c	2,790	3,683	3,730	4,560	4,950	5,640
0,88	t_1, c	2,37	3,09	3,25	3,84	4,19	4,78
	t_2, c	2,75	2,94	3,22	3,79	4,22	4,66
	t_3, c	2,71	3	3,25	3,9	4,28	4,79
	t_{cp}, c	2,610	3,010	3,240	3,843	4,230	4,743

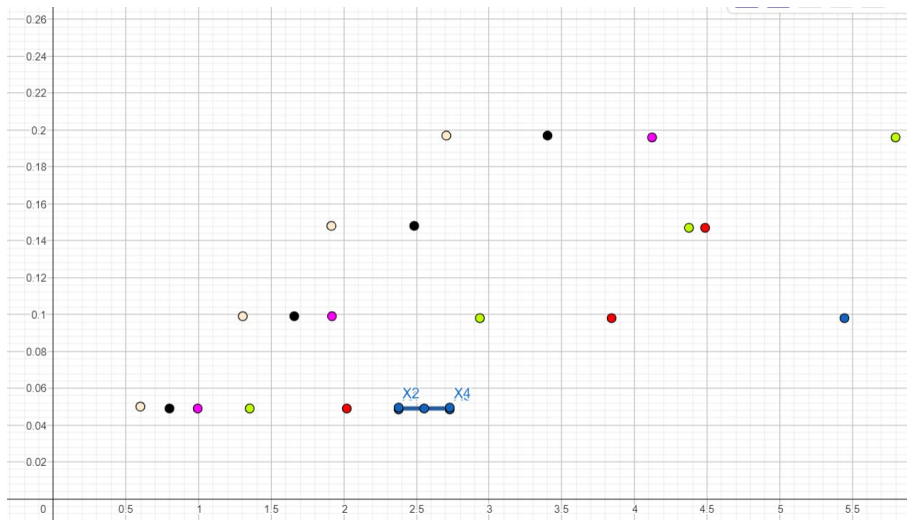
5.2 Таблица 2: Посчитанные для t_{cp} значения ускорения a груза, углового ускорения ε крестовины и моменты M силы натяжения нити.

Масса груза, г	Величина	Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
0,22	t_{cp}, c	4,883	5,490	6,710	7,827	8,727	10,083
	$a, м/с^2$	0,059	0,046	0,031	0,023	0,018	0,014
	$\varepsilon, рад/с^2$	2,553	2,020	1,352	0,994	0,799	0,599
	$M, Н \cdot м$	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,050
0,44	t_{cp}, c	3,343	3,980	4,553	5,633	6,060	6,833
	$a, м/с^2$	0,125	0,088	0,068	0,044	0,038	0,030
	$\varepsilon, рад/с^2$	5,446	3,843	2,936	1,918	1,658	1,304
	$M, Н \cdot м$	0,098	0,098	0,098	0,099	0,099	0,099
0,66	t_{cp}, c	2,790	3,683	3,730	4,560	4,950	5,640
	$a, м/с^2$	0,180	0,103	0,101	0,067	0,057	0,044
	$\varepsilon, рад/с^2$	7,820	4,487	4,375	2,927	2,484	1,914
	$M, Н \cdot м$	0,146	0,147	0,147	0,148	0,148	0,148
0,88	t_{cp}, c	2,610	3,010	3,240	3,843	4,230	4,743
	$a, м/с^2$	0,206	0,155	0,133	0,095	0,078	0,062
	$\varepsilon, рад/с^2$	8,936	6,718	5,798	4,121	3,402	2,705
	$M, Н \cdot м$	0,194	0,195	0,196	0,196	0,197	0,197

5.3 Таблица 3: Для каждого положения утяжелителя на крестовине показана зависимость $M(\varepsilon)$.

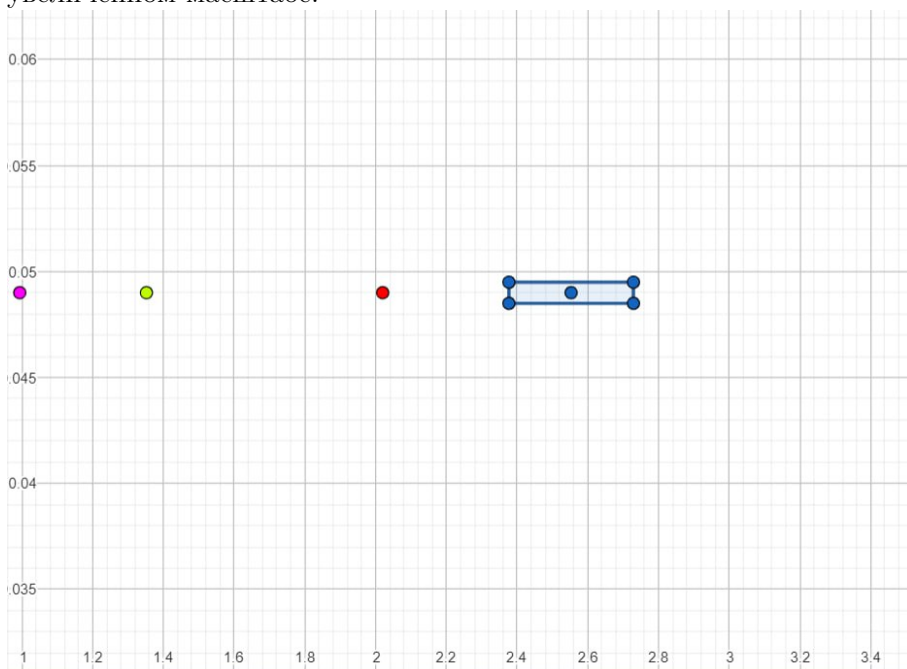
Положение утяжелителей	ε , рад/ c^2	M , Н · м
1 риска	2.553	0.049
	5.446	0.098
	7.820	0.146
	8.936	0.194
2 риска	2.020	0.049
	3.843	0.098
	4.487	0.147
	6.718	0.195
3 риска	1.352	0.049
	2.936	0.098
	4.375	0.147
	5.798	0.196
4 риска	0.994	0.049
	1.918	0.099
	2.927	0.148
	4.121	0.196
5 риска	0.799	0.049
	1.658	0.099
	2.484	0.148
	3.402	0.197
6 риска	0.599	0.050
	1.304	0.099
	1.914	0.148
	2.705	0.197

5.4 График 1 : экспериментальные точки зависимости $M(\varepsilon)$



- 1 риска - синий цвет
- 2 риска - красный цвет
- 3 риска - зеленый цвет
- 4 риска - розовый цвет
- 5 риска - черный цвет
- 6 риска - бежевый цвет

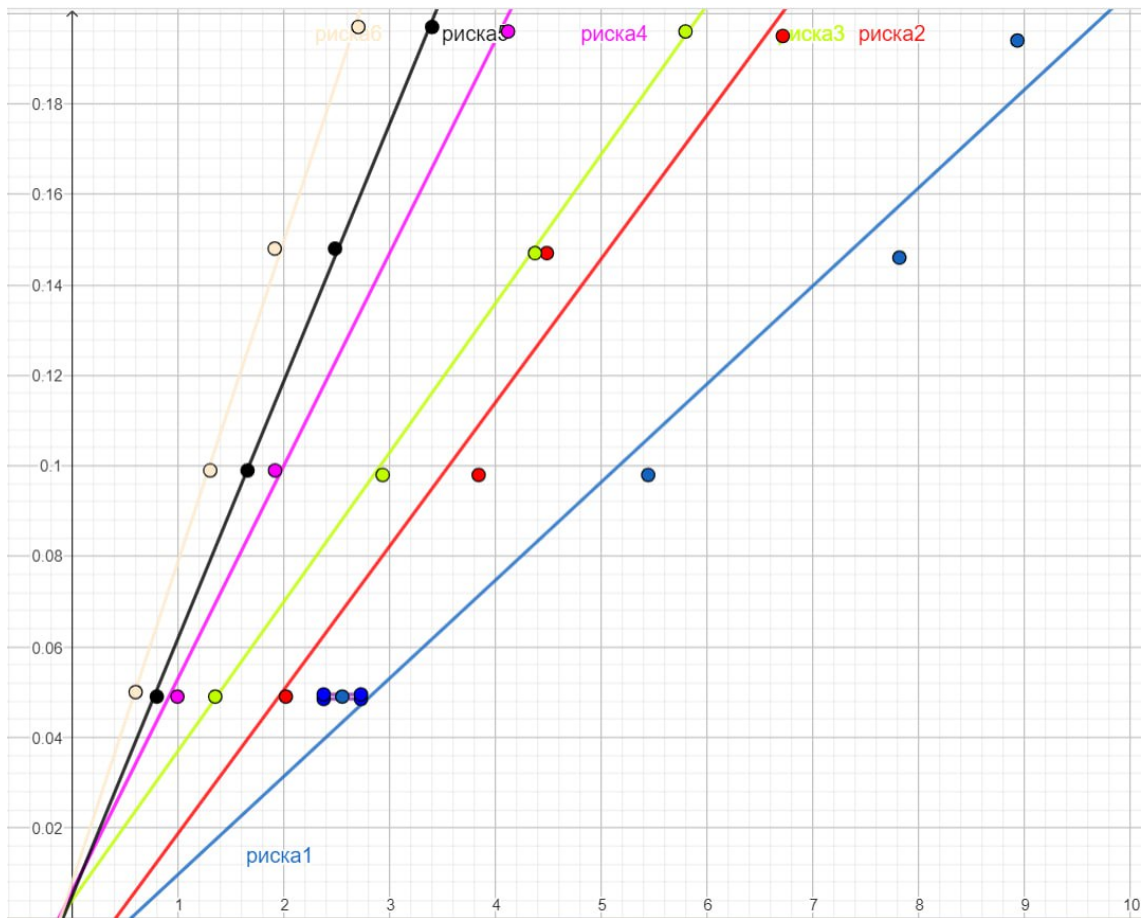
Тот же график, но точка, соответствующая первому замеру с посчитанной погрешностью в увеличенном масштабе:



5.5 Таблица 4: Значения I и $M_{\text{тр}}$ для разного положения утяжелителей.

Положение утяжелителей	$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$M_{\text{тр}}, \text{Н} \cdot \text{м}$	ΔI	$\Delta M_{\text{тр}}$
1 риска	0.02167637612	-0.012	0.002848772071	0.01895882243
2 риска	0.03174596787	-0.013	0.004508651536	0.02067495868
3 риска	0.03296113506	0.004	0.000537428707	0.002136405973
4 риска	0.04697878784	0.006	0.00203551123	0.005594590851
5 риска	0.05682973929	0.005	0.0009021110168	0.002073400691
6 риска	0.07081351269	0.008	0.002499517612	0.004512764704

5.6 График 2 : Зависимость $M(\varepsilon)$

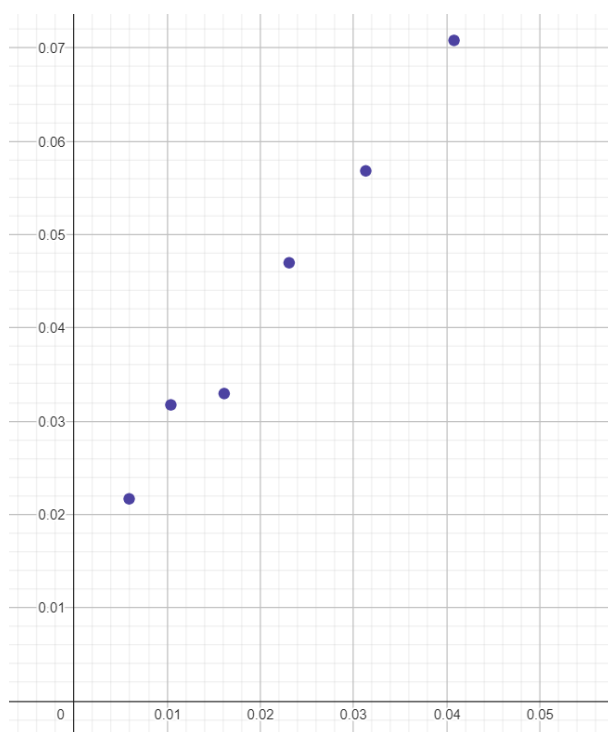


- 1 риска - синий цвет
- 2 риска - красный цвет
- 3 риска - зеленый цвет
- 4 риска - розовый цвет
- 5 риска - черный цвет
- 6 риска - бежевый цвет

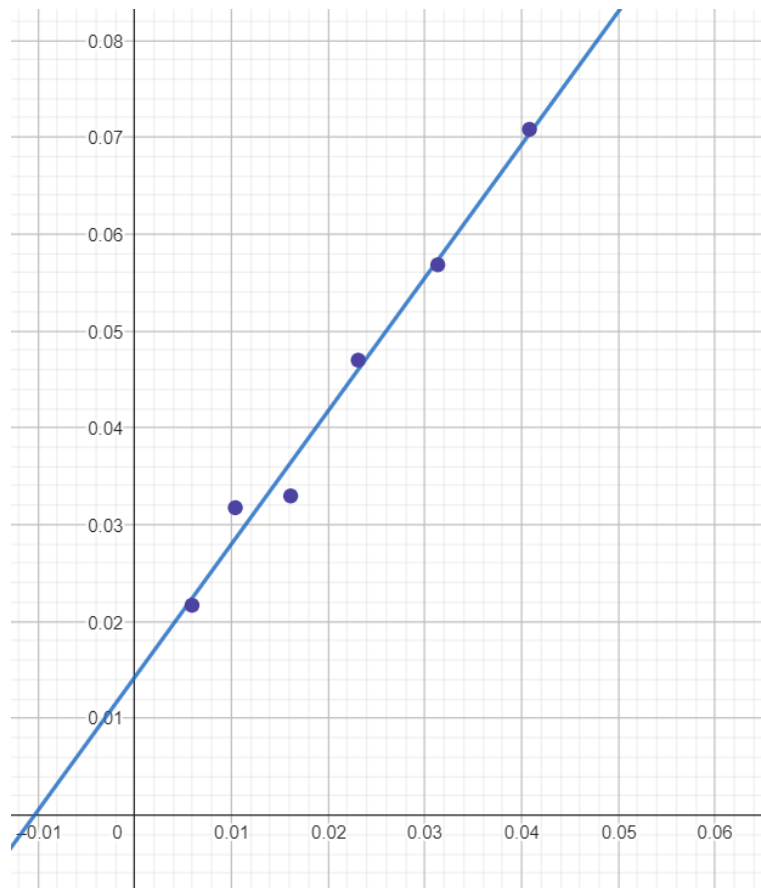
5.7 Таблица 5: Для каждого положения утяжелителя на крестовине показано расстояние между осью О вращения и центром С утяжелителя а также момент инерции крестовины для этого положения.

Положение утяжелителей	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
R , м	0.077000	0.102000	0.127000	0.152000	0.177000	0.202000
R^2 , м ²	0.005929	0.010404	0.016129	0.023104	0.031329	0.040804
I , кг*м ²	0.021676	0.031746	0.032961	0.046979	0.056830	0.070814

5.8 График 3 : Экспериментальные точки зависимости $I(R^2)$



5.9 График 4 : Зависимость $I(R^2)$



Используемая литература

1. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Методические указания к лабораторным работам. – СПб, 2003..

Выводы

В ходе лабораторной работы нами было измерено время падения груза различной массы при разном положении утяжелителей на крестовине (см Таблица 1). Также на основе полученных данных рассчитали ускорения груза, угловые ускорения крестовины и моменты натяжения нити (см Таблица 2). С помощью метода наименьших квадратов удалось найти моменты инерции крестовины и моменты силы трения для разных положений утяжелителей (см Таблица 4). Помимо прочего в процессе работы были исследованы законы равноускоренного вращательного движения. Был проверен основной закон динамики вращения, а именно факт линейной зависимости момента натяжения нити от углового ускорения крестовины. (графики экспериментальных точек оказались довольно близки к графикам полученных прямых), в дальнейшем аналогично была проверена Теорема Штейнера и линейная зависимость момента инерции от положения утяжелителей относительно оси вращения (см график 4).

Ответы на контрольные вопросы

8.1 Что такое инерция?

Согласно определению инерция в физике – это способность тел сохранять состояние покоя или движения в отсутствие действия внешних сил. Инерция — свойство тела оставаться в некоторых, называемых инерциальными, системах отсчёта в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения в отсутствие внешних воздействий, а также препятствовать изменению своей скорости (как по модулю, так и по направлению) при наличии внешних сил за счёт своей инертной массы.

8.2 Как в данной лабораторной работе угловое ускорение зависит от линейного ускорения груза?

В данной лабораторной работе, угловое ускорение прямопропорционально линейному ускорению груза. Это связано с тем, что именно падающий груз раскручивает крестовину и придает ей угловое ускорение. Эта зависимость выражается формулой:

$$\epsilon = \frac{2a}{d}$$

Дополнение: Угловое ускорение через радиус выражается как $\epsilon = \frac{a}{R}$, где a – ускорение, направленное по касательной траектории. Так как $R = \frac{d}{2}$, то $\epsilon = \frac{2a}{d}$

8.3 Как звучит основной закон динамики вращательного движения?

Для учета расположения оси вращения сила и масса во Втором Законе Ньютона для вращательного движения заменяются моментом силы и моментом инерции соответственно. Момент силы $M = |F| \cdot l_F$, где l_F плечо силы (расстояние от точки приложения до оси вращения). Момент инерции $I = mR^2$, где R расстояния от нее до оси вращения l_F . Ускорение получается угловым ϵ .

$$\epsilon = \frac{M}{I}$$

8.4 О чём говорит теорема Штейнера?

Якоб Штейнер, доказал теорему о параллельных осях и моменте инерции, которая теперь носит его фамилию. Эта теорема постулирует, что момент инерции для абсолютно любого твердого тела произвольной геометрии относительно некоторой оси вращения равен сумме момента инерции относительно оси, которая пересекает центр масс тела и параллельна первой, и произведения массы тела на квадрат дистанции между этими осями.

$$I = I_c + ma^2$$

8.5 Моменты каких сил участвуют в основном законе динамики вращательного движения для данной работы?

В данной работе мы рассматриваем момент силы натяжения нити и тормозящий момент силы трения.

8.6 Как изменятся параметры установки, если увеличить расстояние утяжелителей от оси?

Для начала вспомним закон сохранения энергии: Согласно законам сохранения энергии, общая сумма энергии в изолированной системе остается постоянной. Теперь запишем закон сохранения энергии для нашего маятника. В-первую очередь стоит заметить, что изначально никакого движения не было, а значит маятник обладал только потенциальной энергией $E_p = mgh$. Тогда, вся полная механическая энергия равно E_p , так как никакой другой энергии нет. После того, как мы отпустили груз, маятник преобрел кинетическую энергию, а следовательно потенциальная энергия перешла в кинетическую и на работу сил сопротивления. А значит можно записать закон сохранения полной энергии.

$$E_p = E_k + A \implies mgh = \frac{\omega^2 \cdot I}{2} + A$$

Из этой формулы видно, что чем дальше утяжелители, тем больше момент инерции и меньше угловое ускорение. Если угловое ускорение уменьшается, то и линейное ускорение груза тоже уменьшается, а момент силы натяжения нити увеличивается.

8.7 Что такое момент инерции? Как его можно найти?

Момент инерции – скалярная физическая величина, мера инертности тела при вращении вокруг оси. Обозначается буквой J и в системе СИ измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м}^2$. Для описания вращатель-

ного движения нельзя использовать понятие материальной точки, поскольку оно предполагает, что все точки тела движутся одинаково. При вращательном движении ситуация иная. Различные точки тела всегда движутся по-разному. Поэтому для вращательного движения вместо понятия «материальной точки» используется понятие «абсолютно твердого тела». Именно по этому при вычислениях мы разбиваем тело на бесконечно малые суммы масс, а после считаем значение инерции для них.

$$I = \int r^2 dm$$

8.8 Что такое момент силы? Как его можно найти?

Вращательное движение отличается от поступательного тем, что различные точки проходят различное расстояние и имеют различную мгновенную скорость, в зависимости от расстояния до оси вращения. Сила, приложенная к вращающемуся телу, также по-разному влияет на точки, лежащие на разном расстоянии от оси. В динамике вращательного движения важна не непосредственно величина силы, а произведение этой величины на расстояние от точки вращения. Это произведение называется моментом силы, обозначается буквой M .

$$M = F_{\tau} \cdot r$$

Вращательное движение создает только компонента силы, направленная перпендикулярно радиусу поворота, — тангенциальная составляющая силы.

8.9 В каких единицах измеряется момент инерции? В каких единицах измеряется момент силы?

Момент силы изменяется в $H \cdot m$, а момент инерции в $kg \cdot m^2$

8.10 Как изменятся параметры установки, если увеличить массу утяжелителей?

Так как мы увеличиваем массу утяжелителей, то по теореме Штейнера у нас увеличивается момент инерции. А как уже было сказано в пункте 8.6 при увеличении момента инерции, угловое ускорение уменьшается, а значит и линейное ускорение груза тоже уменьшается, следовательно момент силы натяжения увеличивается.