



Лабораторная работа №3.03
"Определение удельного заряда электрона"

Группа М3203
Кравченкова Елизавета
Лакеев Георгий

Преподаватель
Хуснутдинова Наира Рустемовна

Физические основы компьютерных и сетевых технологий
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия

7 января 2024 г.

Оглавление

1 Цели и Задачи	3
2 Установка	4
2.1 Объект исследования	4
2.2 Метод экспериментального исследования	4
2.3 Измерительные приборы	4
2.4 Схема установки	4
3 Теория и рабочие формулы	6
3.1 О неточностях	9
3.2 Погрешности	10
3.3 Метод наименьших квадратов (МНК)	11
4 Ход работы	13
4.1 Проведение измерений	13
4.1.0.1 Установка	13
4.1.0.2 Замеры	13
4.1.0.3 Измерения	13
4.2 Обработка результатов	16
4.2.1 Построим на одном листе графики зависимости I_a и I_L для всех значений анодного напряжения	16
4.2.2 На каждом графике выделим участки а и б и найдем значение критиче- ское значение тока соленоида I_{Lc}	16
4.2.3 По найденным значениям I_{Lc} вычислим соответствующие значения B_c . .	19

4.2.4	Построим график зависимости $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для каждого значения U	19
4.2.5	Вычислим значения e/m для каждого значения U	21
4.2.6	Рассматривая найденные в предыдущем пункте вычисления для e/m как результаты многократных измерений, найдем среднее значение и погрешность.	21
4.2.7	Построим график зависимости B_c^2 от анодного напряжения U	22
4.2.8	Найдем угловой коэффициент $\frac{\Delta B_c^2}{\Delta U}$ полученной прямой и сравним результат удельного заряда электрона с полученными ранее	23
4.2.9	Сравните полученные значения удельного заряда электрона с табличным. Проанализируйте возможные источники погрешностей.	23
5	Результаты	25
5.1	Таблица 0 : Измерительные приборы.	25
5.2	Таблица 1: Результаты прямых измерений.	27
5.3	Таблица 2: Значения критической силы катодного тока и индукции магнитного поля в центре соленоида.	28
5.4	Таблица 3: Погрешность косвенных измерений $\frac{e}{m}$	28
5.5	График 1: График зависимости I_A от I_L	29
5.6	График 2: Участки а,b и точка их пересечения при $U_a = 9$	30
5.7	График 3: Участки а,b и точка их пересечения при $U_a = 10,5$	30
5.8	График 4: Участки а,b и точка их пересечения при $U_a = 12$	31
5.9	График 5: Участки а,b и точка их пересечения при $U_a = 13,5$	31
5.10	График 6: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 9$	32
5.11	График 7: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 10,5$	32
5.12	График 8: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 12$	33
5.13	График 9: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 13,5$	33
5.14	График 10: Зависимость B_c^2 от анодного напряжения U	34
5.15	Доверительный интервал для $\frac{e}{m}$	34
6	Используемая литература	35
7	Выводы	36

Цели и Задачи

Цели: Определить значение удельного заряда электрона.

Задачи:

1. Провести измерения зависимости анодного тока I_a вакуумного диода от величины тока в соленоиде при различных значениях анодного напряжения.
2. Найти значение коэффициента связи между током соленоида и магнитным полем B внутри него.
3. Построить графики зависимостей I_a от I_l и с их помощью определить B_c для каждого значения анодного напряжения.
4. По значениям критического поля найти величину удельного заряда электрона и оценить ее погрешность.

Установка

2.1 Объект исследования

Исследование движения электрона во взаимно перпендикулярных магнитном и электрическом полях.

2.2 Метод экспериментального исследования

Исследование косвенных величин (B_c , удельного заряда электрона), полученных из многократных прямых измерений.

2.3 Измерительные приборы

Наименование	Предел измерений	Цена деления	$\Delta_{\text{и}}$
Мультиметр МУ64	10А	0,01А	0,01А
Мультиметр МУ65	2мА	0,0001мА	0,0001мА
Вольтметр	14В	1В	1В

2.4 Схема установки

В качестве магнетрона используется электронная лампа – вакуумный диод с катодом косвенного накала. Лампа размещена в центре соленоида, где магнитное поле наиболее однородно. Параметры соленоида: радиус обмотки $r_a = 0,003$ м. Диаметр $d = 37$ мм, длина $l = 36$ мм, количество витков $d = 1500$. Диод установлен внутри соленоида так, что ось анода лампы совпадает с осью соленоида. Схема электрической цепи установки приведена на рис. 6. Установка состоит из вакуумного диода, соленоида, внутрь которого помещен диод, источников питания и измерительных приборов.

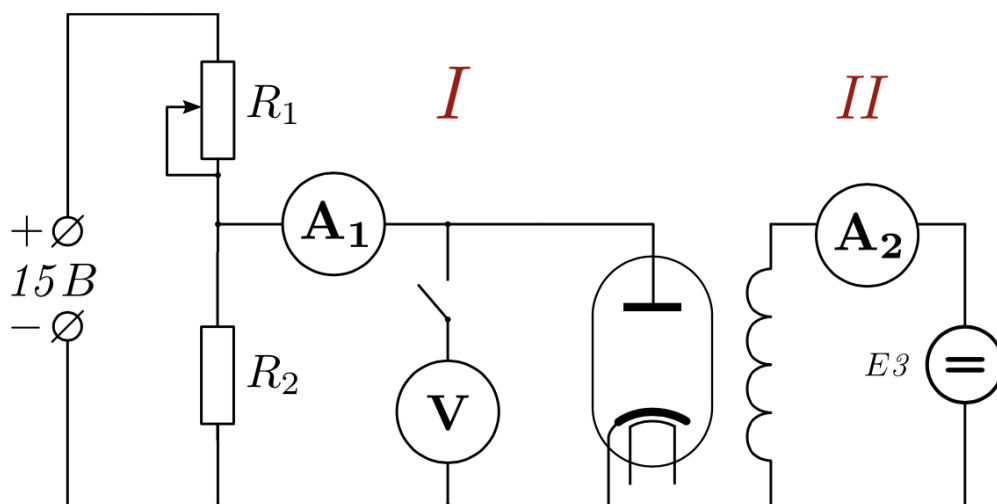


Рис. 6. Принципиальная электрическая схема измерительного стенда
(цепь питания накала катода не показана)

Теория и рабочие формулы

Удельным зарядом электрона (или какой-либо частицы) называют отношение его заряда к массе: e/m . Для измерения e/m методом магнетрона используют характерные особенности движения электронов во взаимно перпендикулярных стационарных электрическом и магнитном полях. Действие полей на электрон описывается **силой Лоренца**:

$$\vec{F}_L = \vec{F}_E + \vec{F}_M = -e\vec{E} - e[\vec{v}, \vec{B}] \quad (1)$$

где \vec{E} - вектор напряженности электрического поля, \vec{v} - скорость электрона, e - модуль его заряда, \vec{B} - вектор магнитной индукции. Электрическая часть силы Лоренца изменяет кинетическую энергию электрона, магнитная часть перпендикулярна направлению движения электрона и, не меняя модуля его скорости, изменяет только ее направление.

В данной лабораторной работе движение электронов происходит в вакуумном диоде, в котором катод и анод представляют собой цилиндры с общей осью. Электрическое поле создается внешним источником, обеспечивающим разность потенциалов между катодом и анодом, а магнитное поле – соленоидом, внутрь которого помещен диод. При этом вектор индукции магнитного поля направлен параллельно оси электродов диода.

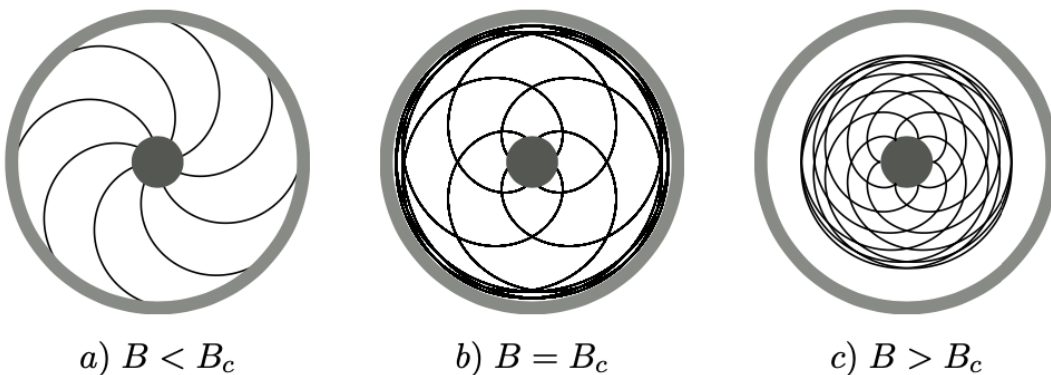


Рис. 1. Траектории электронов в межэлектродном пространстве вакуумного диода

При малых значениях индукции магнитное поле слабо искривляет траектории электронов и практически не мешает достигать анода. При больших магнитных полях искривление траектории настолько велико, что электроны не достигают анода (рис.1). Значение магнитной индукции B_c , при котором траектория электронов становится касательной к поверхности анода называют критическим.

При движении электрона от катода к аноду на него действует сила Лоренца (1). Для вычислений воспользуемся цилиндрической системой координат (рис. 3). Записав соотношение (1) в проекциях на оси координат, получим:

$$\begin{cases} Or : F_r = e(E - v_\phi B), \\ O\phi : F_\phi = ev_r B, \\ Oz : F_z = 0, \end{cases} \quad (2)$$

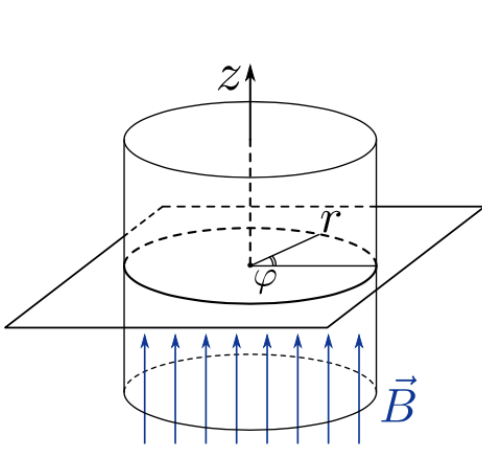


РИС. 3. Цилиндрические координаты задачи

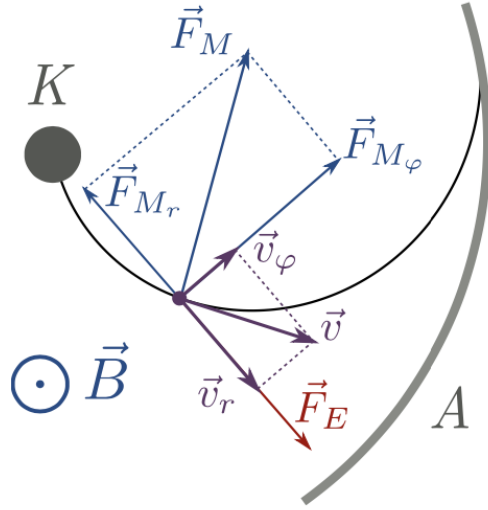


РИС. 4. Проекции сил и скорости электрона в плоскости $\perp Oz$

Скорости электрона, электрическая и магнитная составляющие силы и их проекции показаны на рис. 4 в плоскости, перпендикулярной оси z . Из (2) следует, что ни электрическая, ни магнитная силы не имеют составляющих по оси z . Таким образом, движение электрона вдоль оси z является равномерным. Если начальной скоростью электрона пренебречь, то во всех точках траектории $v_z = 0$.

Магнитная сила совершает нулевую работу и кинетическую энергию электрон получает только от электрического поля. Если потенциал катода принять равной нулю и пренебречь начальной скоростью электронов, то в точке с потенциалом ϕ энергия электрона равна:

$$e\phi = \frac{mv^2}{2} = m \frac{v_r^2 + v_\phi^2}{2} \quad (3)$$

Когда значение магнитной индукции достигнет B_c , вектор скорости электрона становится касательным к поверхности анода, т.е. $v_r = 0$ и

$$eU = \frac{mv_\phi^2}{2} \quad (4)$$

где U – потенциал анода относительно катода или анодное напряжение. Компонента v_ϕ скорости электрона возникает за счет магнитного поля. Для нахождения зависимости $v_\phi = 0$ от B рассмотрим уравнение моментов, его проекцию на ось z , в итоге получим:

$$mrv_\phi = \frac{1}{2}eBr^2 + Const \quad (5)$$

где значение константы определяется из начальных условий. Если считать, что радиус катода мал по сравнению с расстоянием между катодом и анодом, что соответствует конструкции диода, а движение электроны начинают со скоростей, близких к нулю, то в (5) константу можно положить равной нулю тогда:

$$v_\phi = \frac{eBr}{2m} \quad (6)$$

Подставив этот результат в (4) и имея в виду, что это соотношение выполняется при $r = r_a$ (радиус анода) и $B = B_c$, получим:

$$U = \frac{eB_c^2 r_a^2}{8m} \quad (7)$$

что дает в итоге формулу для удельного заряда:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{B_c^2 r_a^2} \quad (8)$$

Для определения B_c надо исследовать зависимость анодного тока диода I_a от магнитной индукции поля, в которое помещен диод. Из вышеприведенных рассуждений следует, что эта зависимость должна иметь вид ступеньки (рис 2. пунктирная линия), и это означает, что при $B < B_c$ все электроны, вылетевшие из катода, попадают на анод, а при $B > B_c$ ток полностью прекращается. Величину B_c можно найти по пересечению продолжения горизонтальной части характеристики (а) с прямой, проведенной через наиболее крутой участок спадающей части (b).

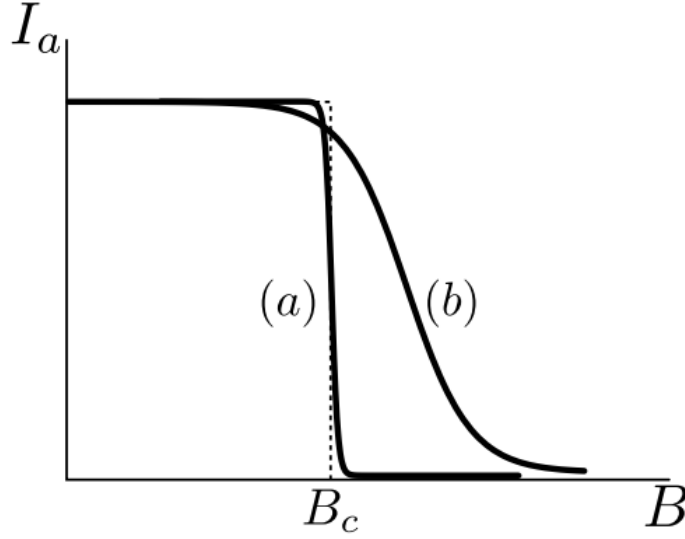


РИС. 2. Зависимость анодного тока диода от магнитного поля

Изменение магнитного поля осуществляется путем изменения тока I_L , протекающего через обмотку соленоида. Магнитную индукцию внутри соленоида можно вычислить по формуле:

$$B_c = \mu_0 I_c N \frac{1}{\sqrt{l^2 + d^2}} \quad (9)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная, N - число витков соленоида, l - его длина, d - его диаметр. С учетом выражения (9) расчетная формула (8) для определения удельного заряда электрона принимает следующий вид:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U(l^2 + d^2)}{(\mu_0 I_c N r_a)^2} \quad (10)$$

3.1 О неточностях

На самом деле, такой строгой отсечки при $B = B_c$ как на рис.2 не наблюдается. Можно указать как минимум две физические причины «размытия» ступеньки. Первая - электроны, вылетая из катода, уже имеют ненулевую скорость теплового движения. Различие начальных скоростей электронов обуславливает различные значения B_c для каждого из них. Влияние этого фактора тем меньше, чем больше анодное напряжение и меньше радиус катода.

Вторая причина заключается в том, что при вышеприведенном анализе поведения электронов в скрещенных полях при $B > B_c$ мы не принимали в расчет местонахождение электронов, не достигших анода. Эти электроны, накапливаясь в межэлектродном пространстве, создают облако пространственного заряда, проявляющее себя двояко. С одной стороны, они отталкивают

электроны, покидающие катод, и заставляют часть из них возвращаться на него, а с другой стороны, они выталкивают электроны из внешней части облака к аноду. Эти процессы совместно обуславливают некоторое ненулевое значение анодного тока при $B > B_c$. При $B < B_c$ пространственный заряд также существует, что приводит к уменьшению фактического значения тока. Увеличение анодного напряжения или уменьшение температуры катода снижает плотность электронного облака и уменьшает его влияние.

Анализ показывает, что заметное снижение тока кривая I_A начинается, когда магнитная индукция достигает критического значения $B \approx B_c$. Это оправдывает рекомендованную методику нахождения B_c (вернее, критического значения тока соленоида I_L по началу спада тока на кривой $I = f(I_L)$).

Данные причины «размытия» ступеньки определяются физикой происходящих процессов и не могут быть полностью устранены. Кроме того, сильно влияют на форму зависимости $I_a(B)$ возможные отклонения от идеальности в геометрии прибора. Даже небольшая неточность в соосности катода и анода, их форме, в совпадении оси прибора с направлением магнитного поля приведет к существенному размытию ступеньки, поскольку электроны, вылетающие в разных направлениях, находятся не в равных условиях.

Все указанные причины приводят к тому, что реальная характеристика $I_a(B)$ имеет вид (а) или (б) на рис. 2, причем кривая (б) характерна для случая сильного влияния пространственного заряда.

3.2 Погрешности

Среднее арифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (11)$$

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot (N - 1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad (12)$$

Расчет погрешности, используя коэффициент Стьюдента. Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \quad (13)$$

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t]) \quad (14)$$

Погрешности косвенных измерений :

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (15)$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle_N} \cdot 100\% \quad (16)$$

3.3 Метод наименьших квадратов (МНК)

Цель метода - подбор такой функции $y = f(x) = a + bx$, чтобы сумма квадратов отклонений, измеренных в опытах значений $y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ от рассчитанных была бы минимальной.

МНК рассмотрим в варианте, когда приняты следующие допущения:

- между переменными существует зависимость вида $y = a + bx$;
- погрешности величины x малы.

Формулы расчета коэффициентов линейной зависимости по МНК приведены в разделе «6.5. Обработка совместных измерений. Метод наименьших квадратов» пособия Обработка экспериментальных данных.

В данном пособии рекомендуется делать расчет коэффициентов по такому плану:

1. Выписать все пары значений для каждой риски. Таким образом у нас будет 4 пары значений функции.
2. Найти среднее значение экспериментальных точек:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i ; \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$$

3. Найти коэффициенты прямой по следующим формулам:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} ; a = \bar{y} - b\bar{x}$$

4. Рассчитать параметры d и D :

$$d_i = y_i - (a + bx_i) ; D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

5. Определить СКО коэффициентов а и b.

$$S_b^2 = \frac{1}{D} \cdot \frac{\sum d_i^2}{n-2}$$

$$S_a^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{n-2}$$

Расчет коэффициента b и его СКО упрощается, если из теории известно, что прямая проходит через начало координат. Тогда параметр b и его СКО находят по следующим формулам:

$$b = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{\sum x_i^2} \quad (17.1)$$

$$S_b^2 = \frac{1}{\sum x_i^2} \cdot \frac{\sum (y_i - bx_i)^2}{n-1} \quad (17.2)$$

Ход работы

4.1 Проведение измерений

4.1.0.1 Установка

1. Подготовим установку к работе, проверим правильность подключения к плате источников питания и измерительных приборов. Найдем ручки регулирования и тумблер, необходимые для установки значений анодного напряжения и тока в обмотке соленоида. Включим последовательно в сеть измерительные приборы и накал катода. Выведем ручки регулирования источников на минимум выходного напряжения и включим их в сеть;
2. На мультиметрах МУ64 и МУ65 выберем режим измерения постоянного тока в диапазоне 10 А и 2 мА, соответственно. Общим тумблером включим блок мультиметров, а затем включим каждый из мультиметров по отдельности кнопками «ON/OFF» на их лицевых панелях;
3. Включим накал катода электронной лампы миниблока «Магнетрон». Тумблер включения расположен на торцевой части корпуса под разъемом кабеля питания данного миниблока. Время, которое необходимо для того, чтобы температура катода достигла стационарного рабочего значения составляет около 2 минут.

4.1.0.2 Замеры

Переведем переключатель «ВНУТР-ВНЕШ» под вольтметром, измеряющим анодное напряжение, в положение «ВНЕШ». Ориентируясь на показания вольтметра V с помощью реостата R_1 установим значение анодного напряжения на первое из набора используемых значений: $U_a = 9$ В. После того как значение напряжения будет установлено, отключим вольтметр, переведя переключатель «ВНУТР-ВНЕШ» в положение «ВНУТР».

4.1.0.3 Измерения

1. Изменяя силу тока в соленоиде в диапазоне от 0 мА до 500 мА получим около 20 - 25 экспериментальных точек с шагом $\Delta I_c = 20 - 30$ мА, для каждого значения будем записывать соответствующее ему значение анодного тока I_a . Для изменения силы тока соленоида используем реостат источника ЕЗ. В области наиболее быстрого изменения анодного тока шаг по силе тока в соленоиде следует уменьшить до минимально возможного. Результаты измерений внесем в Таблицу 1.
2. Проведя цикл измерений при первом значении анодного напряжения, уменьшим ток соленоида до нуля и установим следующее значение анодного напряжения U_a (предварительно переключив вольтметр измеряющий анодное напряжение в положение «ВНЕШ»)

и сделаем аналогичные измерения зависимости анодного тока от силы тока в соленоиде в соответствии с указаниями, приведенными выше. Повторим эту процедуру для всех требуемых значений U_a ($U_a = 9B, 10.5, 12, 13.5$), полностью заполнив Таблицу 1.

3. После завершения проведения измерений отключим питание модулей лабораторного стенда и миниблока с магнетроном.

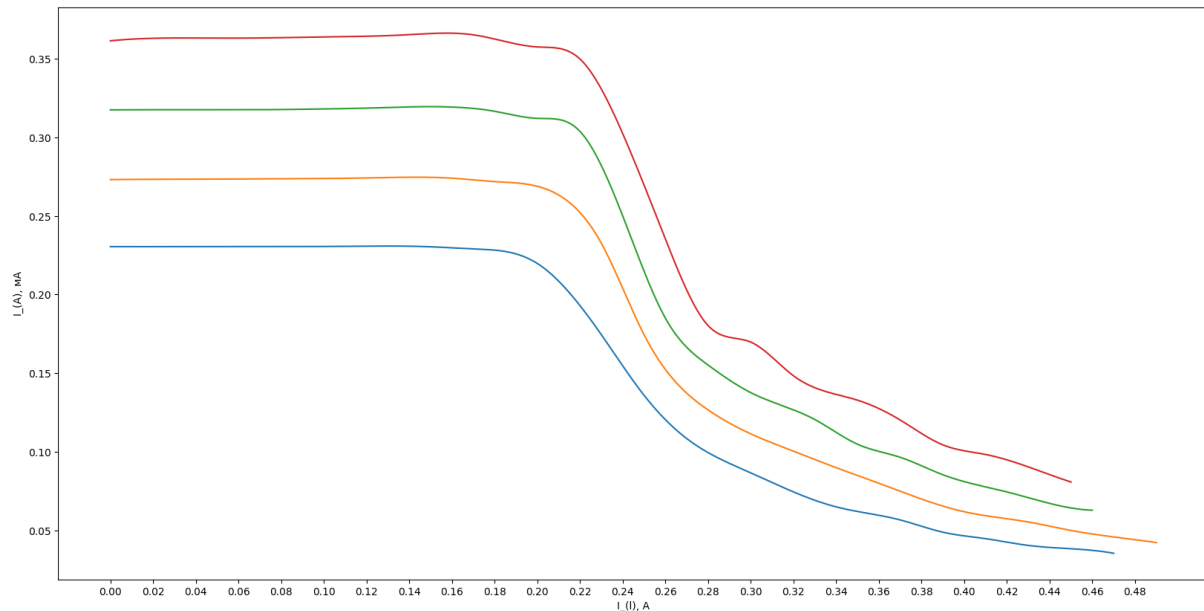
№	Измеренные величины							
	$U = 9 \text{ В}$		$U = 10,5 \text{ В}$		$U = 12 \text{ В}$		$U = 13,5 \text{ В}$	
	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$
1	0	0,2305	0	0,2731	0	0,3174	0	0,3613
2	0,02	0,2305	0,02	0,2733	0,03	0,3175	0,02	0,3629
3	0,05	0,2306	0,05	0,2734	0,06	0,3175	0,05	0,363
4	0,07	0,2306	0,08	0,2736	0,08	0,3176	0,07	0,3631
5	0,1	0,2306	0,11	0,2739	0,1	0,318	0,09	0,3635
6	0,12	0,2308	0,14	0,2746	0,12	0,3185	0,11	0,3639
7	0,15	0,2304	0,16	0,274	0,16	0,3192	0,14	0,3652
8	0,17	0,229	0,18	0,2718	0,18	0,3165	0,17	0,3651
9	0,2	0,2198	0,21	0,2633	0,2	0,312	0,2	0,3574
10	0,23	0,1745	0,23	0,2326	0,22	0,3037	0,22	0,3497
11	0,25	0,136	0,25	0,1745	0,24	0,25	0,24	0,3023
12	0,27	0,1085	0,28	0,1267	0,26	0,185	0,26	0,2353
13	0,3	0,0867	0,3	0,1115	0,28	0,1552	0,28	0,1803
14	0,32	0,0746	0,32	0,1005	0,3	0,1377	0,3	0,1698
15	0,34	0,0651	0,34	0,09	0,33	0,1206	0,32	0,1484
16	0,37	0,0568	0,36	0,0801	0,35	0,1049	0,35	0,1329
17	0,39	0,049	0,4	0,062	0,37	0,0966	0,37	0,1203
18	0,41	0,0449	0,43	0,0555	0,39	0,0855	0,39	0,1045
19	0,43	0,0406	0,45	0,0501	0,42	0,0746	0,41	0,0984
20	0,45	0,0385	0,47	0,046	0,44	0,0673	0,43	0,0905
21	0,47	0,0356	0,49	0,0424	0,46	0,063	0,45	0,0809

4.2 Обработка результатов

4.2.1 Построим на одном листе графики зависимости I_a и I_L для всех значений анодного напряжения

Подставим измеренные величины из Таблицы 1 и построим на одном графике зависимости I_A от I_L для всех значений анодного напряжения:

График зависимости I_A от I_L :

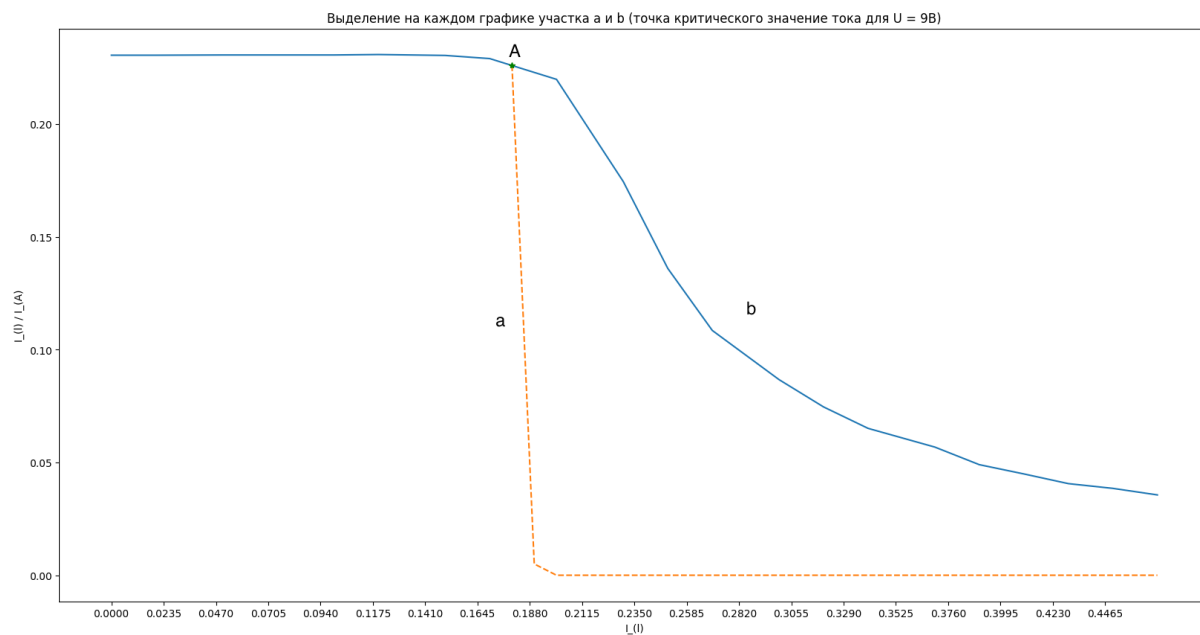


Графики идут последовательно, т.е. самый нижний соответствует меньшему анодному напряжению ($U_a = 9$), а верхний график соответствует большему анодному напряжению, равному ($U_a = 13.5$).

4.2.2 На каждом графике выделим участки а и б и найдем значение критического значения тока соленоида I_{Lc}

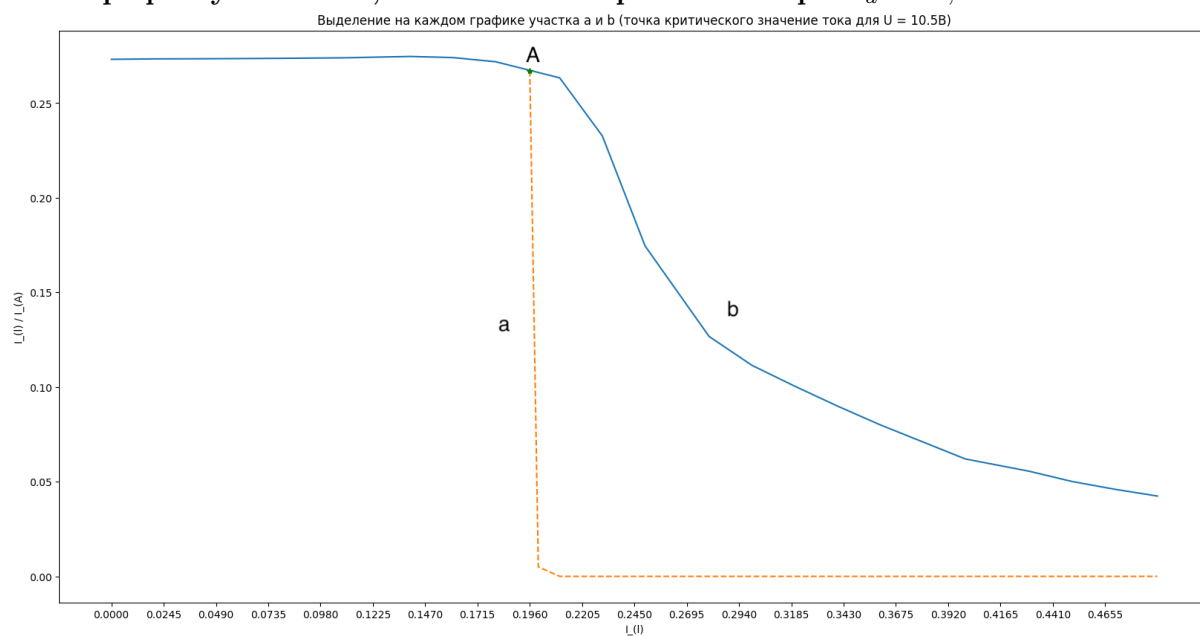
В соответствии с рис. 2 из теории Выделим для каждого графика участок а и б, найдем точку перегиба:

График участков а, б и точка их пересечения при $U_a = 9$:



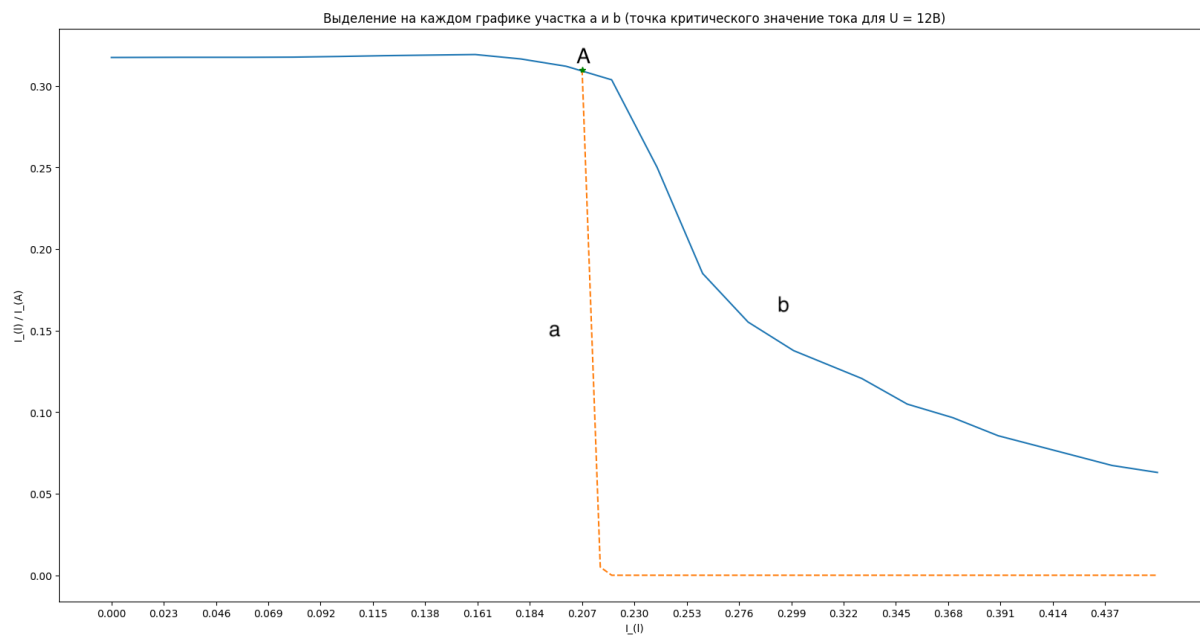
Точке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.18A$, $I_A = 0.226$ мА

График участков а,б и точка их пересечения при $U_a = 10,5$:



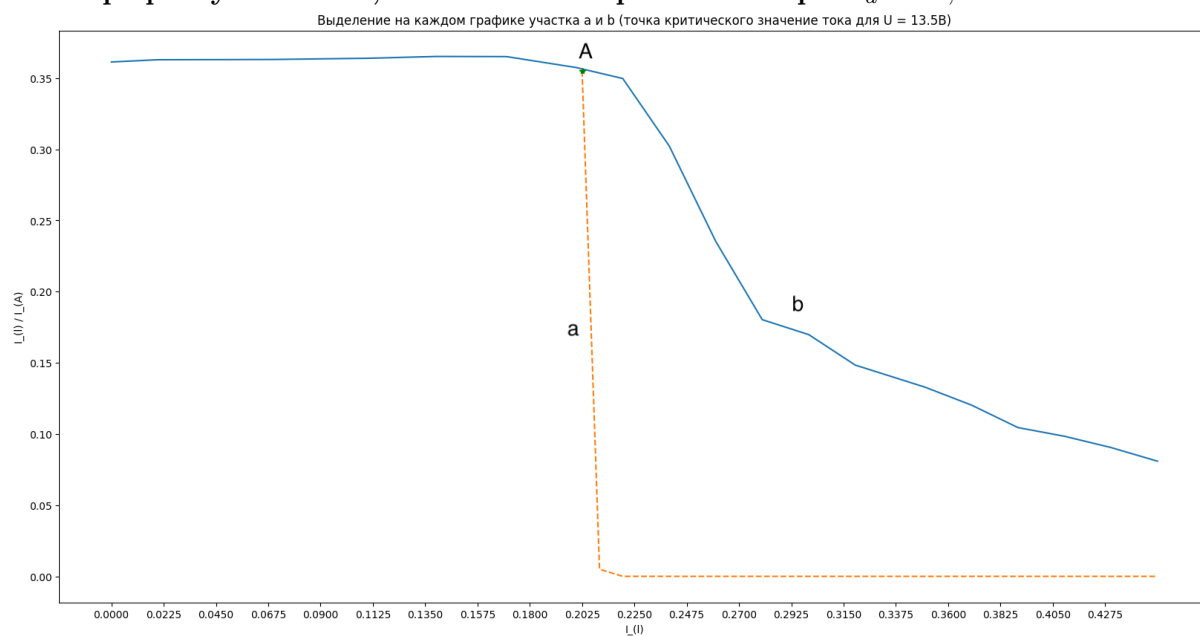
Точке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.196A$, $I_A = 0.267$ мА

График участков а,б и точка их пересечения при $U_a = 12$:



Точке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.207A$, $I_A = 0.31 \text{ мА}$

График участков а,б и точка их пересечения при $U_a = 13,5$:



Точке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.2025A$, $I_A = 0.355 \text{ мА}$

Запишем эти значения в Таблицу 2

U, В	I_{Lc} , А	$B_{кр}$, мкТл	e/m , Кл/кг
9	0.18		
10.5	0.196		
12	0.207		
13.5	0.2025		

4.2.3 По найденным значениям I_{Lc} вычислим соответствующие значения B_c .

По формуле (9):

$$B_c = \gamma \cdot I_c$$

где $\gamma = \mu_0 N \frac{1}{\sqrt{l^2 + d^2}}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная

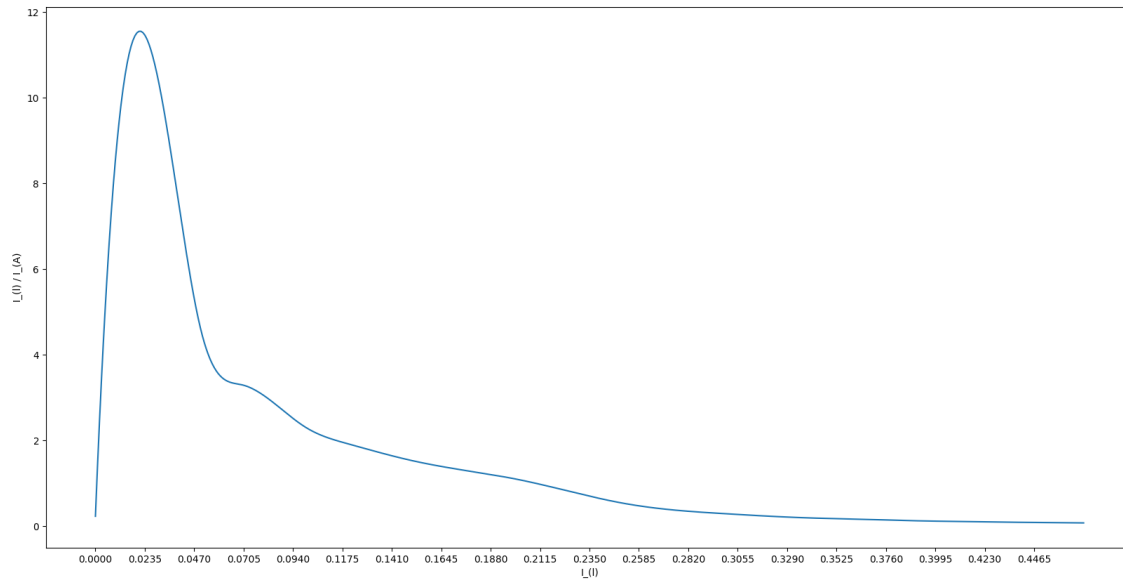
$$\gamma = 0,03651342031$$

Для каждого I_{Lc} из Таблицы 2 найдем B_c . Результат запишем в нее же.

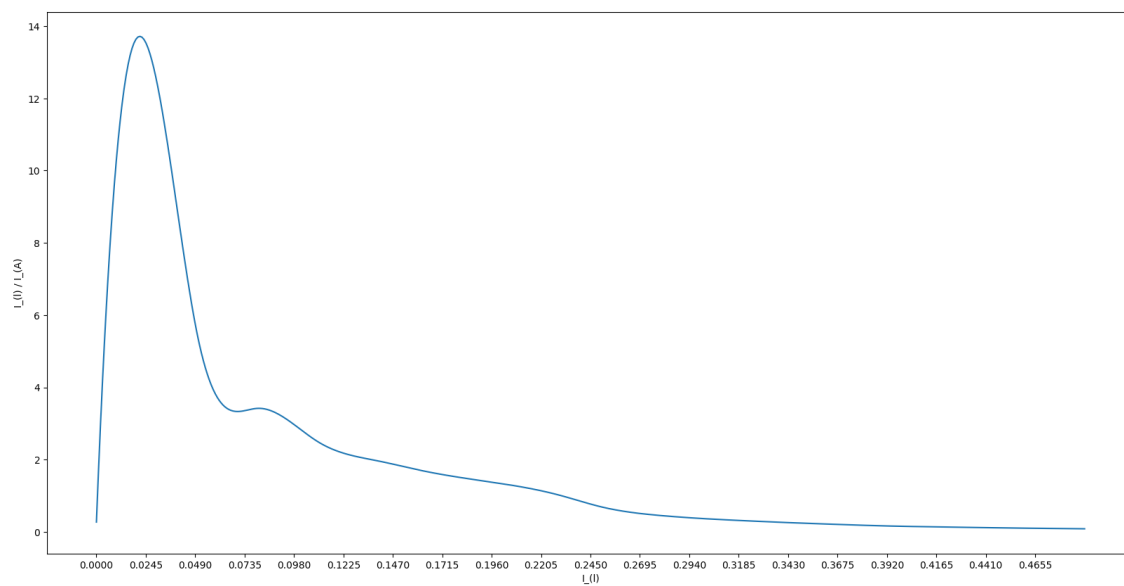
4.2.4 Построим график зависимости $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для каждого значения U.

На основе данных из Таблицы 1 построим требуемые графики.

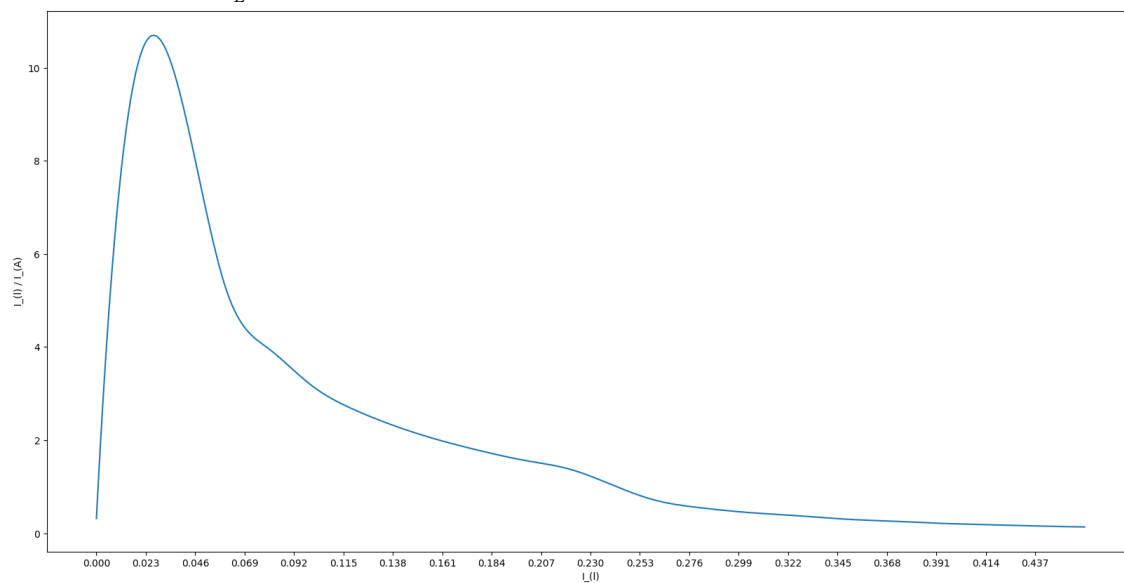
Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 9$:



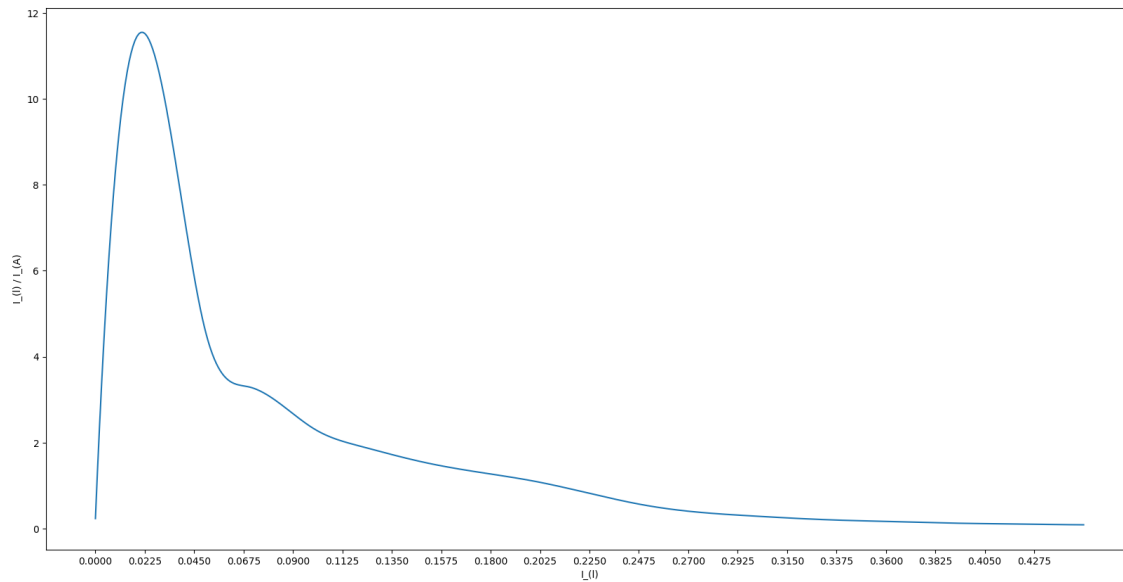
Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 10,5$:



Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 12$:



Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 13,5$:



Промежуточные вычисления можете посмотреть здесь [Python code](#)

4.2.5 Вычислим значения e/m для каждого значения U

Вычислим удельный заряд электрона для каждого U по формуле (8)
Результаты запишем в Таблицу 2.

4.2.6 Рассматривая найденные в предыдущем пункте вычисления для e/m как результаты многократных измерений, найдем среднее значение и погрешность.

По формуле (11) найдем среднее значение:

$$\left\langle \frac{e}{m} \right\rangle = 193410460885$$

По формуле (12) найдем СКО:

$$\sigma_{\left\langle \frac{e}{m} \right\rangle} = 8744879552$$

Используя коэффициент Стьюдента $t_{0,95;4} = 3.18$ найдем случайную погрешность по формуле (13):

$$\Delta \frac{e}{m} = 27808716976$$

Запишем доверительный интервал (14):

$$\alpha = P(e/m \in [165601743909; 221219177861])$$

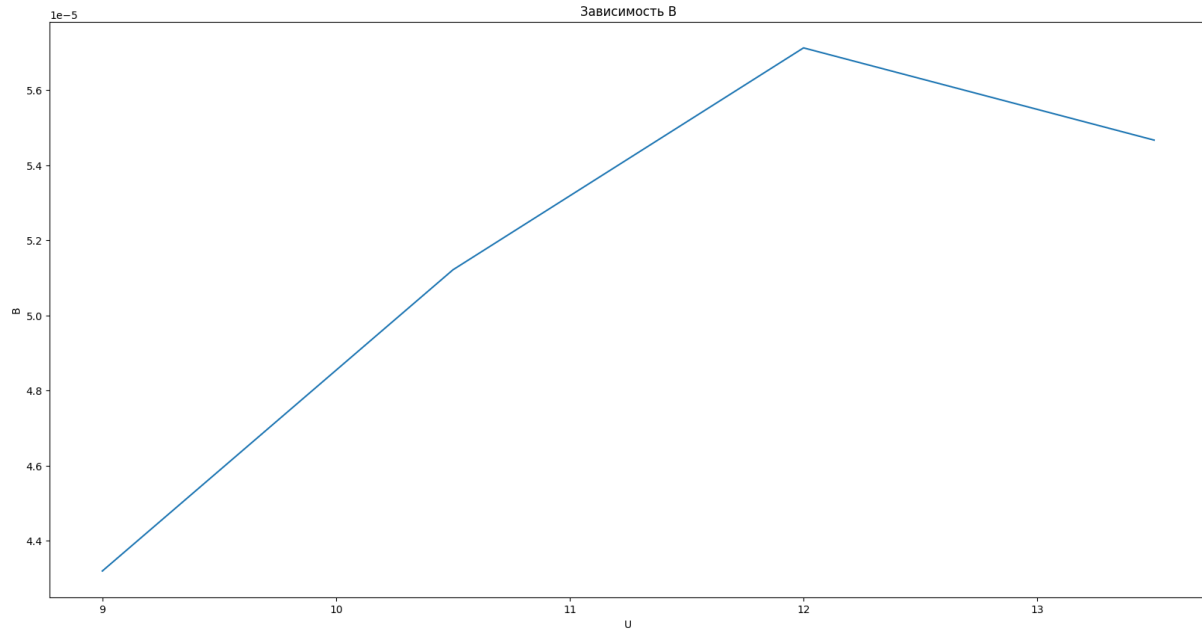
Найдем погрешность косвенных измерений по формуле (15), а также относительную погрешность по формуле (16). Результаты запишем в Таблицу 3:

U, В	$B_{кр}$, мкТл	$\Delta e/m$, Кл/кг	$\varepsilon_{e/m}$, %
9	0,006572415656	20577728578	10,63940827
10.5	0,007156630381	182229885006	8,973261872
12	0,007558278004	186716629824	8,04492119
13.5	0,007393967613	219495771504	8,406446044

4.2.7 Построим график зависимости B_c^2 от анодного напряжения U.

По данным из Таблицу 2 построим график требуемой зависимости:

Зависимость B_c^2 от анодного напряжения U:



4.2.8 Найдем угловой коэффициент $\frac{\Delta B_c^2}{\Delta U}$ полученной прямой и сравним результат удельного заряда электрона с полученными ранее

Из формулы (7) получим линейную зависимость B_c^2 от U :

$$B_c^2 = \frac{8Um}{er_a^2}$$

Найдем угловой коэффициент с помощью МНК, зная что прямая проходит через начало координат. Промежуточные вычисления можете посмотреть здесь МНК

Мы используем МНК так как это позволяет обобщить результаты всех измерений и получить более точное значение удельного заряда. Построим прямую вида $B_c^2 = bU$. По МНК прямая равна

$$B_c^2 = 0,000004541329678U$$

Итого угловой коэффициент

$$\frac{\Delta B_c^2}{\Delta U} = b = 0,000004541329678$$

Тогда найденный нами выше угловой коэффициент $\frac{\Delta B_c^2}{\Delta U} = \frac{8m}{er_a^2}$
Отсюда:

$$e/m = \left(\frac{\Delta B_c^2}{\Delta U} \right)^{-1} \cdot \frac{8}{r_a^2} = 195733177709$$

Сравнивая со значениями, полученными ранее (см Таблицу 2), можно сделать вывод, что полученный в этом пункте результат очень похож на среднее арифметическое ранее полученных значений. Также по определению, мнк позволило нам найти наиболее сбалансированный итоговый результат.

4.2.9 Сравните полученные значения удельного заряда электрона с табличным. Проанализируйте возможные источники погрешностей.

Табличное значение удельного заряда электрона $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

Абсолютное отклонение

$$\Delta(e/m)_{\text{откл}} = |(e/m)_{\text{эксп}} - (e/m)_{\text{табл}}| = 19633177709$$

$$\text{Относительное отклонение } \varepsilon_{g_{\text{откл}}} = \frac{\Delta(e/m)_{\text{откл}}}{(e/m)_{\text{табл}}} = 0,1114888002 = 11.14\%$$

Найденное значение e/m не совпадает с табличным, однако отличается от него всего на 11,14%. Табличное значение находится довольно близко к полученному. Отклонение, скорее всего, произошло из-за случайных факторов. Например неидеальность в геометрии прибора. Даже небольшая неточность в соосности катода и анода, их форме, в совпадении оси прибора с направлением магнитного поля приведет к существенному размытию графика, а впоследствии неточному нахождению B_c .

Также присутствует ряд физических причин. Первая - электроны, вылетая из катода, уже имеют ненулевую скорость теплового движения (а мы ей пренебрегаем). Различие начальных скоростей электронов обуславливает различные значения B_c для каждого из них.

Вторая причина заключается в том, что при $B > B_c$ мы не принимали в расчет местонахождение электронов, не достигших анода. Эти электроны, накапливаясь в межэлектродном пространстве, создают облако пространственного заряда, проявляющее себя двояко. С одной стороны, они отталкивают электроны, покидающие катод, и заставляют часть из них возвращаться на него, а с другой стороны, они выталкивают электроны из внешней части облака к аноду. Эти процессы совместно обуславливают некоторое ненулевое значение анодного тока при $B > B_c$. Все эти факторы влияют на полученный результат.

Данные причины «размытия» графика определяются физикой происходящих процессов и не могут быть полностью устранены.

Результаты

5.1 Таблица 0 : Измерительные приборы.

Наименование	Предел измерений	Цена деления	$\Delta_{\text{и}}$
Мультиметр МУ64	10А	0,01А	0,01А
Мультиметр МУ65	2мА	0,0001мА	0,0001мА
Вольтметр	14В	1В	1В

5.2 Таблица 1: Результаты прямых измерений.

№	Измеренные величины							
	$U = 9 \text{ В}$		$U = 10,5 \text{ В}$		$U = 12 \text{ В}$		$U = 13,5 \text{ В}$	
	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$	$I_L, \text{ А}$	$I_A, \text{ мА}$
1	0	0,2305	0	0,2731	0	0,3174	0	0,3613
2	0,02	0,2305	0,02	0,2733	0,03	0,3175	0,02	0,3629
3	0,05	0,2306	0,05	0,2734	0,06	0,3175	0,05	0,363
4	0,07	0,2306	0,08	0,2736	0,08	0,3176	0,07	0,3631
5	0,1	0,2306	0,11	0,2739	0,1	0,318	0,09	0,3635
6	0,12	0,2308	0,14	0,2746	0,12	0,3185	0,11	0,3639
7	0,15	0,2304	0,16	0,274	0,16	0,3192	0,14	0,3652
8	0,17	0,229	0,18	0,2718	0,18	0,3165	0,17	0,3651
9	0,2	0,2198	0,21	0,2633	0,2	0,312	0,2	0,3574
10	0,23	0,1745	0,23	0,2326	0,22	0,3037	0,22	0,3497
11	0,25	0,136	0,25	0,1745	0,24	0,25	0,24	0,3023
12	0,27	0,1085	0,28	0,1267	0,26	0,185	0,26	0,2353
13	0,3	0,0867	0,3	0,1115	0,28	0,1552	0,28	0,1803
14	0,32	0,0746	0,32	0,1005	0,3	0,1377	0,3	0,1698
15	0,34	0,0651	0,34	0,09	0,33	0,1206	0,32	0,1484
16	0,37	0,0568	0,36	0,0801	0,35	0,1049	0,35	0,1329
17	0,39	0,049	0,4	0,062	0,37	0,0966	0,37	0,1203
18	0,41	0,0449	0,43	0,0555	0,39	0,0855	0,39	0,1045
19	0,43	0,0406	0,45	0,0501	0,42	0,0746	0,41	0,0984
20	0,45	0,0385	0,47	0,046	0,44	0,0673	0,43	0,0905
21	0,47	0,0356	0,49	0,0424	0,46	0,063	0,45	0,0809

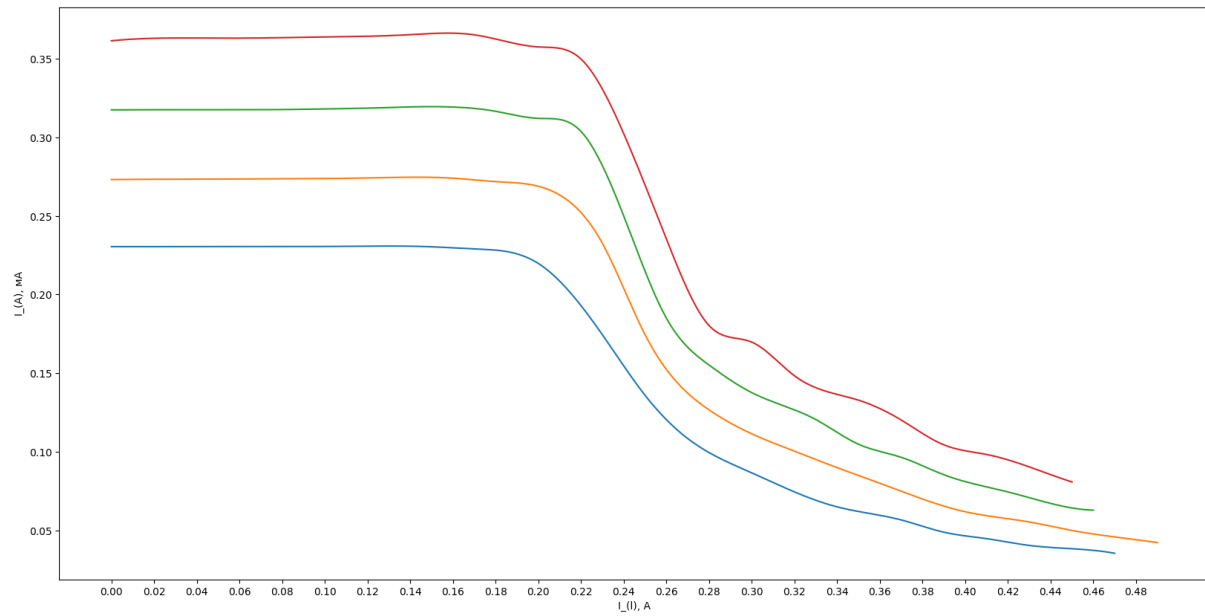
5.3 Таблица 2: Значения критической силы катодного тока и индукции магнитного поля в центре соленоида.

U, В	I_{Lc} , мкА	$B_{кр}$, мкТл	e/m , Кл/кг
9	0.18	0,006572415656	185199557206
10.5	0.196	0,007156630381	182229885006
12	0.207	0,007558278004	186716629824
13.5	0.2025	0,007393967613	219495771504

5.4 Таблица 3: Погрешность косвенных измерений $\frac{e}{m}$.

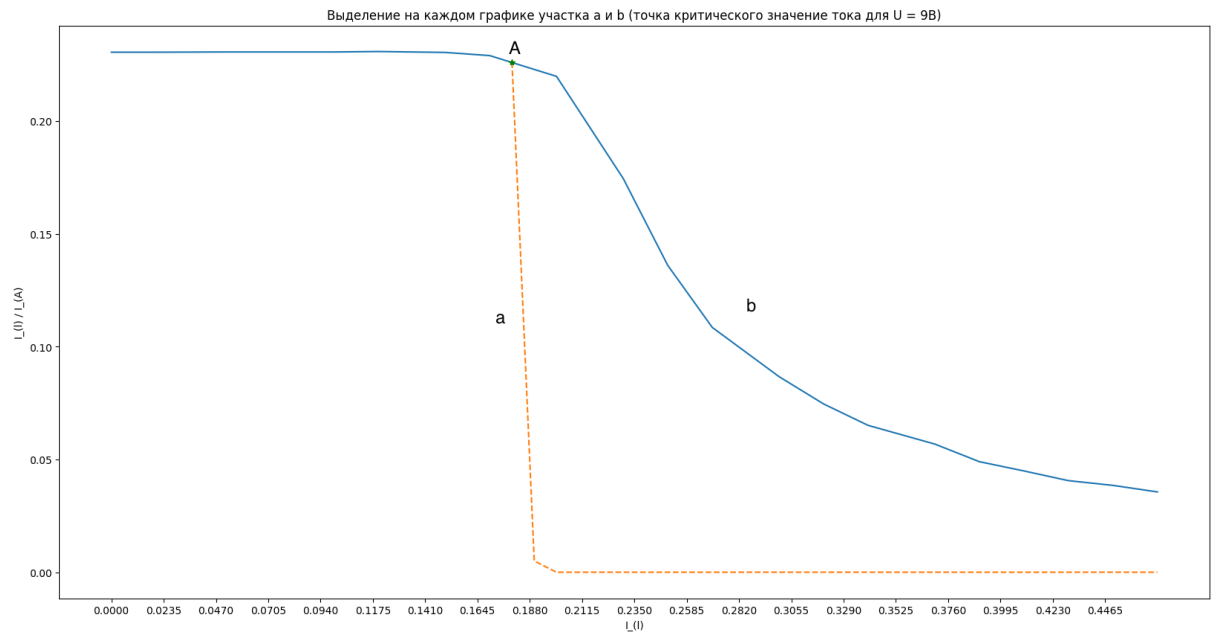
U, В	$B_{кр}$, мкТл	$\Delta e/m$, Кл/кг	$\varepsilon_{e/m}$, %
9	0,006572415656	20577728578	10,63940827
10.5	0,007156630381	182229885006	8,973261872
12	0,007558278004	186716629824	8,04492119
13.5	0,007393967613	219495771504	8,406446044

5.5 График 1: График зависимости I_A от I_L



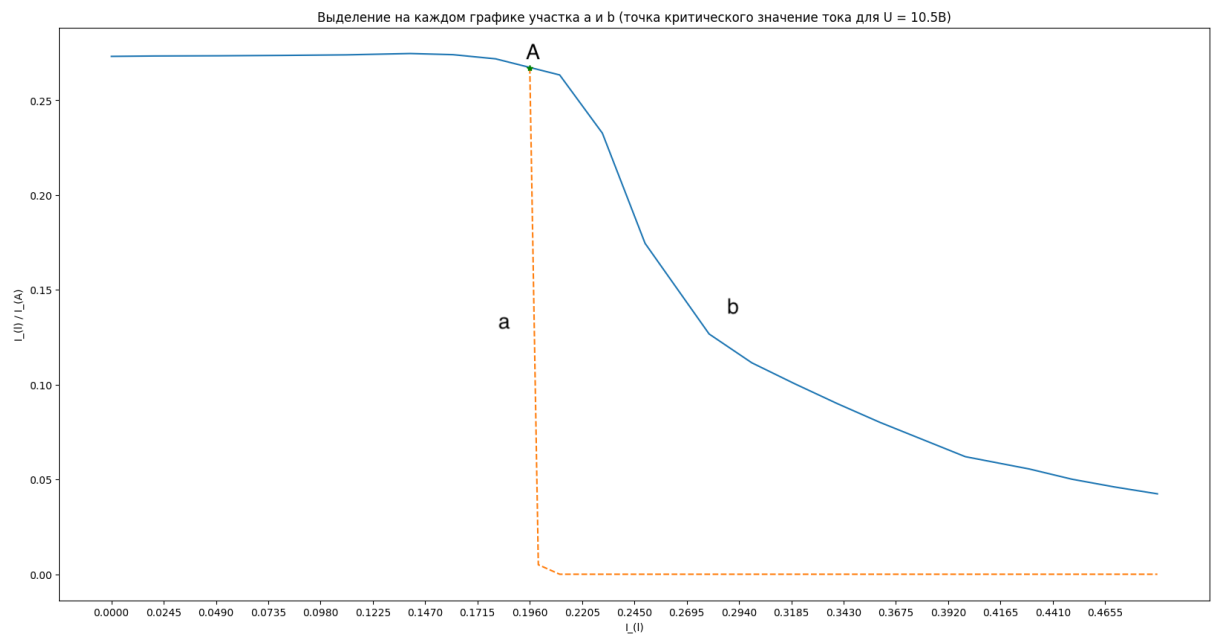
Графики идут последовательно, т.е самый нижний соответствует первому анодному напряжению ($U_a = 9$), а верхний график соответствует последнему анодному напряжению равному ($U_a = 13.5$).

5.6 График 2: Участки а,б и точка их пересечения при $U_a = 9$



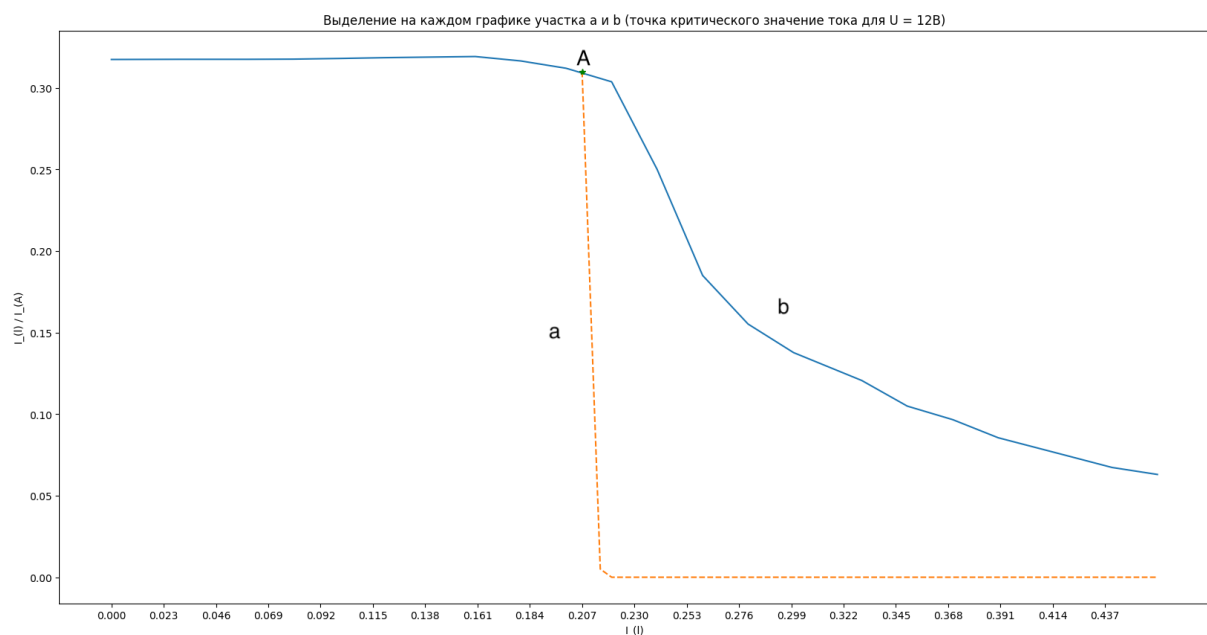
Точка А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.18, I_A = 0.226$

5.7 График 3: Участки а,б и точка их пересечения при $U_a = 10,5$



Точка А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.196A, I_A = 0.267 \text{ мА}$

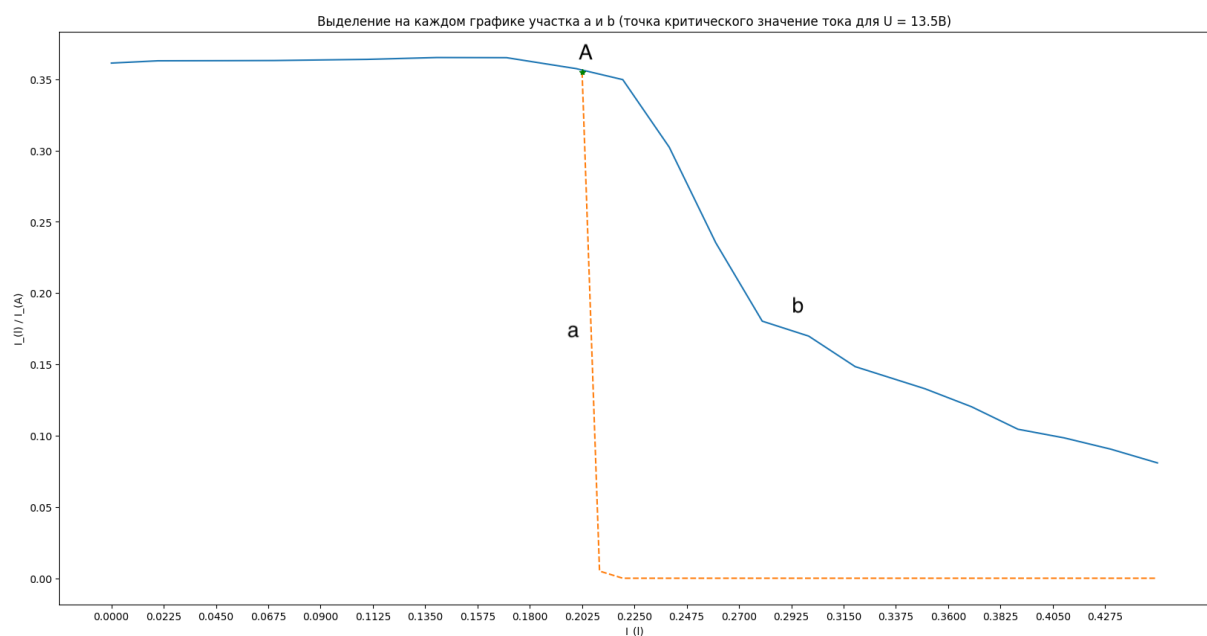
5.8 График 4: Участки а,б и точка их пересечения при $U_a = 12$



Точ-

ке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.207A, I_A = 0.31 \text{ мА}$

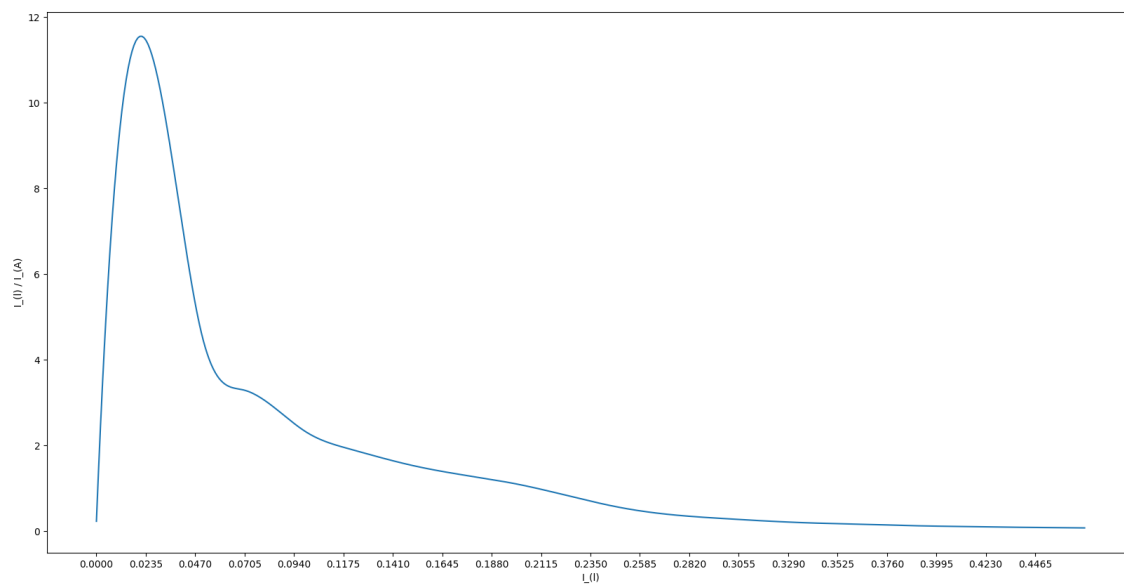
5.9 График 5: Участки а,б и точка их пересечения при $U_a = 13,5$



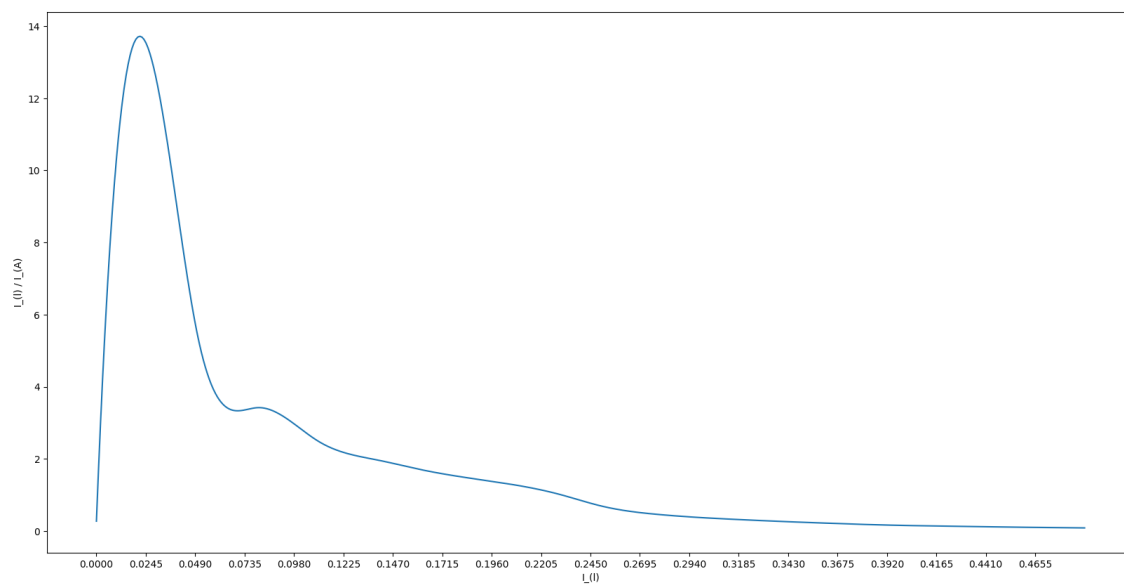
Точ-

ке А соответствует $I_L = I_{L_c} = 0.2025A, I_A = 0.355 \text{ мА}$

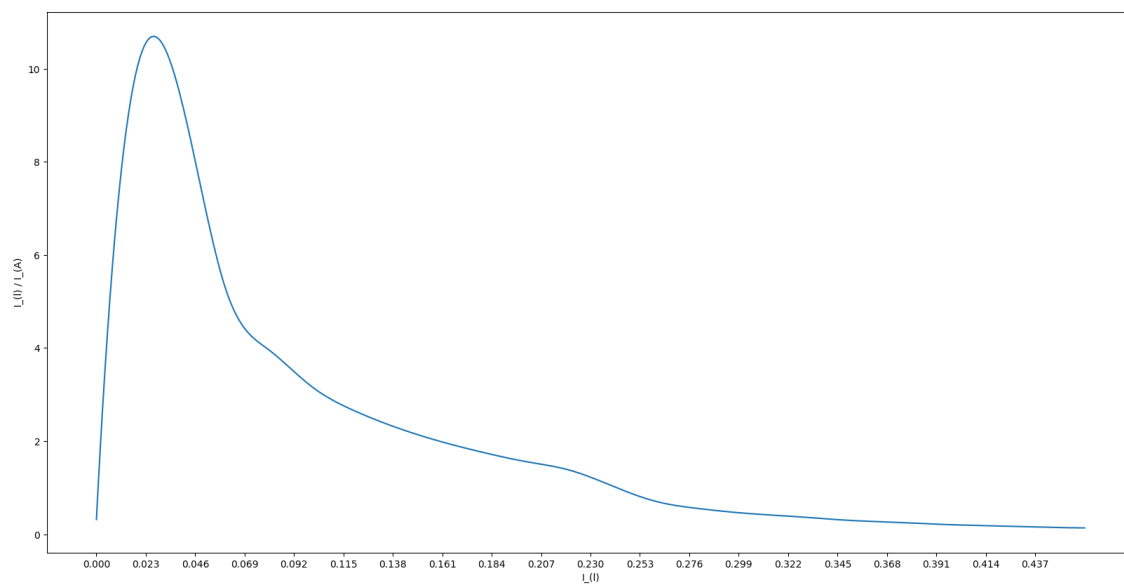
5.10 График 6: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 9$



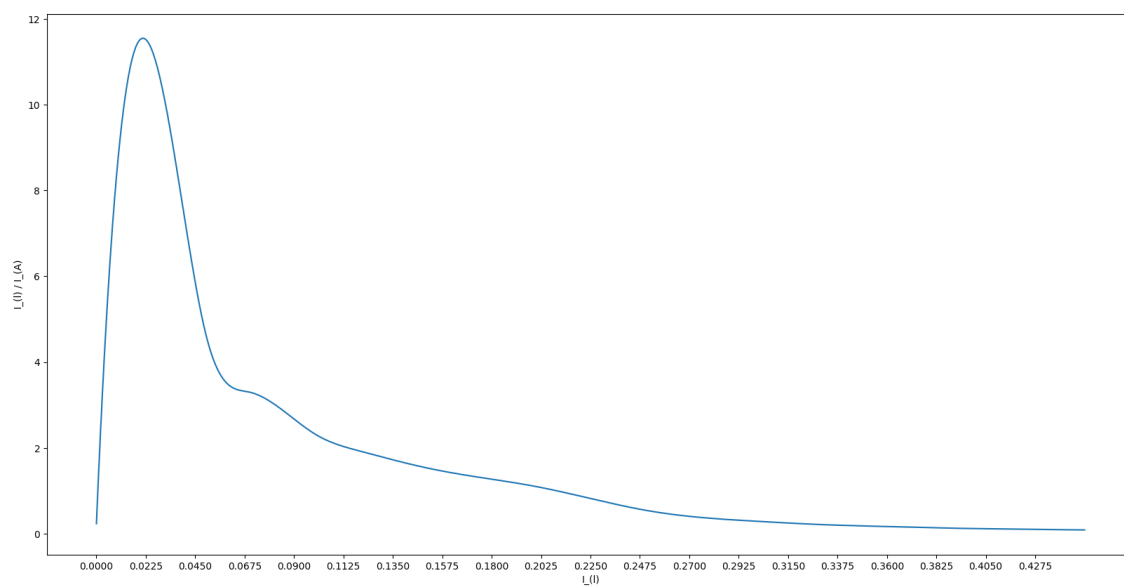
5.11 График 7: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 10,5$



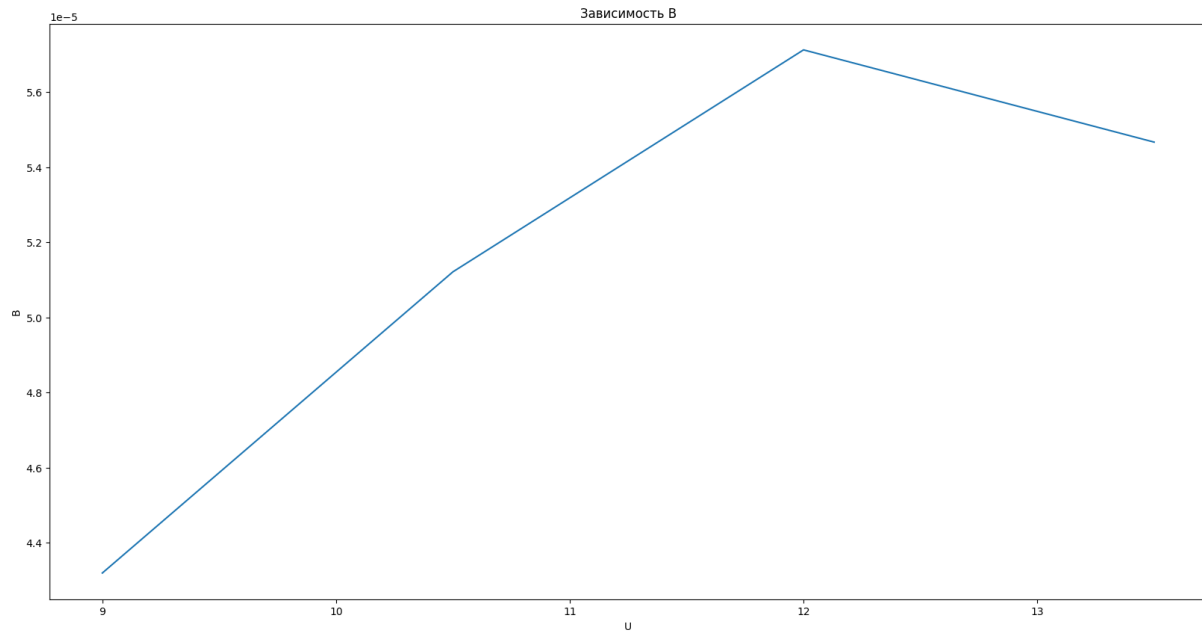
5.12 График 8: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 12$



5.13 График 9: Зависимость $\frac{I_a}{I_L}$ от I_L для $U_a = 13,5$



5.14 График 10: Зависимость B_c^2 от анодного напряжения U



5.15 Доверительный интервал для $\frac{e}{m}$

$$\alpha = P\left(\frac{e}{m} \in [165601743909; 221219177861]\right)$$

Используемая литература

1. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Методические указания к лабораторным работам. – СПб, 2003..

Выводы

В ходе лабораторной работы нами были проведены замеры анодного тока I_a при разном значении напряжения, и разном значении тока в соленоиде (см Таблица 1). Мы нашли значение коэффициента связи между током соленоида и магнитным полем внутри него ($\gamma = 0,03651342031$). Также на основе собранных данных, построили графики зависимости I_a от I_L при разных значениях анодного напряжения (см График 1) и для каждого нашли критическое значение I_L , из которого нашли значение B_c (см Таблица 2). Там же были посчитаны значения $\frac{e}{m}$ отдельно для каждого замера (см посчитанный доверительный интервал). Помимо этого мы нашли $\frac{e}{m}$ через угловой коэффициент зависимости B_c^2 от U ($\frac{e}{m} = 195733177709$). Так, было найдено более точное значение удельного заряда.

Найденное значение e / m не совпадает с табличным, однако отличается от него всего на 11,14%. Табличное значение находится довольно близко к полученному. Отклонение, скорее всего, произошло из-за случайных факторов. Например неидеальность в геометрии прибора. Даже небольшая неточность в соотношении катода и анода, их форме, в совпадении оси прибора с направлением магнитного поля приведет к существенному размытию графика, а впоследствии неточному нахождению B_c .

Также присутствует ряд физических причин. Первая - электроны, вылетая из катода, уже имеют ненулевую скорость теплового движения (а мы ей пренебрегаем). Различие начальных скоростей электронов обуславливает различные значения B_c для каждого из них.

Вторая причина заключается в том, что при $V > V_c$ мы не принимали в расчет местонахождение электронов, не достигших анода. Эти электроны, накапливаясь в межэлектродном пространстве, создают облако пространственного заряда, проявляющее себя двояко. С одной стороны, они отталкивают электроны, покидающие катод, и заставляют часть из них возвращаться на него, а с другой стороны, они выталкивают электроны из внешней части облака к аноду. Эти процессы совместно обуславливают некоторое ненулевое значение анодного тока при $V > V_c$. Все эти факторы влияют на полученный результат.

Данные причины «размытия» графика определяются физикой происходящих процессов и не могут быть полностью устранены.