Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales método de Gauss

La clave para resolver estos sistemas es seguir el orden para hacer los ceros. Esto se llama escalonar el sistema.

1. Hacemos cero la x de la segunda ecuación reduciéndola con la primera ecuación
2. Hacemos cero la x de la tercera ecuación reduciéndola con la primera ecuación.
3. Hacemos cero la y o la z de la tercera ecuación jugando con la segunda y la tercera ecuación.
4. Con el sistema escalonado obtenemos las soluciones.

Ejemplos:

Este ejemplo está resuelto paso por paso.

Resolver el sistema
$$\begin{pmatrix} x + 2y - 3z = -16 \\ 3x + y - 2z = -10 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{pmatrix}$$

Transformamos un sistema de 3 ecuaciones lineales en un sistema escalonado

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ 3^a \end{array} \begin{pmatrix} x + 2y - 3z = -16 \\ 3x + y - 2z = -10 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Queremos esto}} \begin{pmatrix} x + 2y - 3z = -16 \\ 0 + ?y + ?z = ¿? \\ 0 + 0 + ?z = ¿? \end{pmatrix}$$

Podemos intercambiar ecuaciones, para conseguir que el primer coeficiente de la Primera Ecuación sea distinto de 0 y a ser posible que valga 1. En este caso no es necesario.

Pasos

1. Suprimimos la x de la Segunda Ecuación, reduciéndola con la Primera. (*Multiplicamos la Primera por (-3) y sumamos las dos. Obtenemos la Segunda ecuación ya sin x*)

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \end{array} \left[\begin{array}{l} x + 2y - 3z = -16 \\ 3x + y - 2z = -10 \end{array}\right. \longrightarrow \begin{array}{l} 1^a\ (-3) \\ 2^a \end{array} \left[\begin{array}{l} -3x - 6y + 9z = 48 \\ 3x + y - 2z = -10 \end{array}\right.$$

Sumamos las dos ecuaciones para obtener la segunda ecuación transformada

$2^a \quad 0x - 5y + 7z = 38$

2. Suprimimos la x de la Tercera Ecuación, reduciéndola con la Primera. (*Multiplicamos la Primera por (-2) y sumamos las dos. Obtenemos la Tercera ecuación ya sin x*)

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 3^a \end{array} \left[\begin{array}{l} x + 2y - 3z = -16 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{array}\right. \longrightarrow \begin{array}{l} 1^a\ (-2) \\ 3^a \end{array} \left[\begin{array}{l} -2x - 4y + 6z = 32 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{array}\right.$$

Sumamos las dos ecuaciones para obtener la segunda ecuación transformada

$3^a \quad 0x - 7y + 7z = 28$

3. Escribimos el sistema obtenido:

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ \mathbf{3^a} \end{array} \left[\begin{array}{l} x + 2y - 3z = -16 \\ 0 - 5y + 7z = 38 \\ 0 - 7y + 7z = 28 \end{array} \right.$$

4. Eliminamos la y de la Tercera reduciéndola con la Segunda, (*Obtenemos la Tercera Ecuación ya sin y*)

$$\begin{array}{l} 2^a\ (\ 7) \\ 3^a\ (-5) \end{array} \left[\begin{array}{l} -\ 5y + 7z = 38 \\ -\ 7y + 7z = 28 \end{array} \right. \longrightarrow \left[\begin{array}{l} -35y + 49z = 266 \\ +35y - 35z = -140 \end{array} \right.$$

3^a $14z = 126$

5. Con el sistema escalonado obtenmos las soluciones

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ 3^a \end{array} \left[\begin{array}{l} x + 2y - 3z = -16 \\ 0 - 5y + 7z = 38 \\ 0 + 0 + 14z = 126 \end{array} \right.$$

- Calculamos z en la Tercera Ecuación

  14z = 126 >> z = 126 / 14 = 9 >> z = 9

- Sustituimos z en la Segunda Ecuación y calculamos la y

  -5y + 7(9) = 38 >> -5y = 38 - 63 >> y = -25 / -5 >> y = 5

- Finalmente, sustituimos z e y en la Primera Ecuación para calcular la x.

  x + 2(5) - 3(9) = -16 >> x -17 = -16 >> x = 1

6. Comprobamos las soluciones. Sustituimos los valores obtenidos en el sistema original y vemo si se cumplen las 3 ecuaciones.

Este sistema lo podemos aplicar a cualquier sistema de ecuaciones lineales de «n» ecuaciones con «n» incógnitas.

Realizar un programa en Java que nos permita resolver cualquier sistema de ecuaciones lineales, para ello el programa pedirá que introduzcamos el grado del sistema, que será un valor entero mínimo 3 ecuaciones con 3 incógnitas y máximo 10 ecuaciones con 10 incógnitas.

Seguidamente procederá a solicitar los coeficientes de las incógnitas y a resolver el sistema de ecuaciones, mostrando por pantalla los valores para cada incógnita.

Plazo de entrega límite: 22 de noviembre de 2021 (*Se controlará el tiempo utilizado en la programación, así como el resultado obtenido*).