Projekt WDWR 2013L – Uproszczone zadanie optymalnego planowania produkcji

zespół nr 20:
Marcin Włodarczyk
Filip Nabrdalik

1. Dwukryterialny model kosztu realizacji kosztu i ryzyka

Zbiory:
PRODUKTY – P – produkowane produkty – A i B
MIESIACE – M – miesiące w których zachodzi produkcja – 1, 2, 3
ZASOBY – Z – zasoby wykorzystywane do produkcji – Z1, Z2
SCENARIUSZE – S – zbiór scenariuszy – 1, 2, 3, 4

Parametry:

$p_{p \in P} = [0.2 \quad 0.5 \quad 0.1 \quad 0.2]$ - wektor prawdopodobieństw scenariuszy

$kontrakt_{p \in P} = [1100 \quad 1200]$ - zamówienie na produkty obejmuje dostawę towarów A i B w ilościach zawartych w tym wektorze

param potrzeby : A B :=
Z1 0.2 0.7
Z2 0.8 0.3;

$zapotrzebowanie_{z \in Z,\, p \in P} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 0.3 \end{bmatrix}$ - macierz wyrażająca ile potrzeba zasobu Z1 i Z2 na wyprodukowanie produktu A - B

$dostawy_{z \in Z,\, m \in M} = \begin{bmatrix} 600 & 700 & 550 \\ 1400 & 900 & 1200 \end{bmatrix}$ - macierz reprezentująca ilość dostępnych zasobów Z1 i Z2 w poszczególnych miesiącach

$$kp_{s=1,\,p\in P,\,m\in M}=\begin{bmatrix}25 & 55 & 35\\45 & 65 & 30\end{bmatrix}$$

$$kp_{s=2,\,p\in P,\,m\in M}=\begin{bmatrix}50 & 20 & 45\\30 & 35 & 50\end{bmatrix}$$

$$kp_{s=3,\,p\in P,\,m\in M}=\begin{bmatrix}30 & 60 & 25\\55 & 45 & 25\end{bmatrix}$$

$$kp_{s=4,\,p\in P,\,m\in M}=\begin{bmatrix}40 & 30 & 55\\20 & 60 & 45\end{bmatrix}$$

- trójwymiarowa macierz reprezentujący koszty produkcji dla poszczególnych towarów w różnych miesiącach w zależności od scenariusza

$skladowanie_{m\in M}=[2 \quad 1 \quad 0]$ - wektor określający z których miesięcy należy doliczyć koszty składowania wyprodukowanych w nich towarów. W przedstawionej postaci mówi on, iż należy doliczyć podwójne (przez dwa miesiące) koszty składowania wyprodukowanych w miesiącu pierwszym i pojedyncze koszty z miesiąca drugiego

$\forall\, p\in P, m\in M \quad skp_{p,m}=\sum_{s\in S} kp_{s,p,m}\cdot p_s$ - średnie koszty produkcji – wartości oczekiwane kosztów produkcji

$\forall\, p\in P, m\in M \quad gini_{p,m}=\sum_{s1\in S}\sum_{s2\in S}|kp_{s1,p,m}-kp_{s2,p,m}|\cdot p_{s1}\cdot p_{s2}$ - jednostkowe średnie różnice Giniego dla każdego produktu w poszczególnych miesiącach

Zmienne decyzyjne:

$\forall\, p\in P, m\in M \quad x_{p,m}\geq 0$ - liczba wyprodukowanych towarów A i B w poszczególnych miesiącach

Ograniczenia:

$\forall\, p\in P \quad kontrakt_p=\sum_{m\in M} x_{p,m}$ - warunek wypełnienia kontraktu – suma towarów A i B wyprodukowanych w poszczególnych miesiącach musi być równa liczbie towarów zamówionych

$\forall\, m\in M, z\in Z \quad \sum_{p\in P} zapotrzebowanie_{z,p} * x_{p,m}\leq dostawy_{z,m}$ - ilość zużytych do produkcji zasobów musi być mniejsza niż ilość którą dostawca jest w stanie dostarczyć

Funkcje celu:

$koszt=\sum_{p\in P}\sum_{m\in M} skp_{p,m}\cdot x_{p,m}+\sum_{p\in P}\sum_{m\in M} skladowanie_m\cdot skp_{p,m}\cdot x_{p,m}\cdot w$ - koszt określony jako suma kosztów produkcji oraz kosztów składowania wyprodukowanych towarów. w jest współczynnikiem kosztów przechowywania i jest ustalony dla pierwszych 100 sztuk każdego towaru jako 10%, a dla następnych jako 15%.

$ryzyko = \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} gini_{p,m} \cdot x_{p,m}$ - miara ryzyka jako suma iloczynów jednostkowych średnich różnic Giniego oraz liczby wyprodukowanych towarów.

$cel = w_k \cdot koszt + w_r \cdot ryzyko$ - wspólna funkcja celu podlegająca minimalizacji, gdzie w_r oraz w_k są wagami pozwalającymi manipulować ważnością składników funkcji

2. Przestrzeń rozwiązań efektywnych

Za pomocą manipulacji wagami zdefiniowanymi w modelu znaleźliśmy trzy rozwiązania efektywne problemu. Zostały one przedstawione na poniższym wykresie:

3. Rozwiązania efektywne minimalnego kosztu i ryzyka

Minimalnego kosztu:

$x_{p \in P, m \in M} = [0 \quad 415 \quad 1100 \quad 0 \quad 0 \quad 785]$

$koszt = 92680.75$

$ryzyko = 30344.00$

Minimalnego ryzyka:

$x_{p \in P, m \in M} = [0 \quad 729 \quad 0 \quad 0 \quad 1100 \quad 471]$

$koszt = 98730.45$

$ryzyko = 22926.40$

4. Trzy dowolne rozwiązania efektywne i sprawdzenie czy zachodzi pomiędzy nimi dominacja stochastyczna pierwszego i drugiego rzędu

1. Rozwiązanie minimalnego kosztu - f_1 :

$x_{p \in P, m \in M} = [0 \quad 415 \quad 1100 \quad 0 \quad 0 \quad 785]$

$koszt = 92680.75$

$ryzyko = 30344$

$f_{1, m \in M} = [111840.75 \quad 82815.75 \quad 117565.75 \quad 85740.75]$

2. Rozwiązanie pośrednie - f_2

$x_{p \in P, m \in M} = [0 \quad 700 \quad 100 \quad 0 \quad 1000 \quad 500]$

$koszt = 98030$

$ryzyko = 23600$

$f_{2, m \in M} = [94030 \quad 100030 \quad 89030.00 \quad 101530]$

3. Rozwiązanie minimalnego ryzyka - f_3

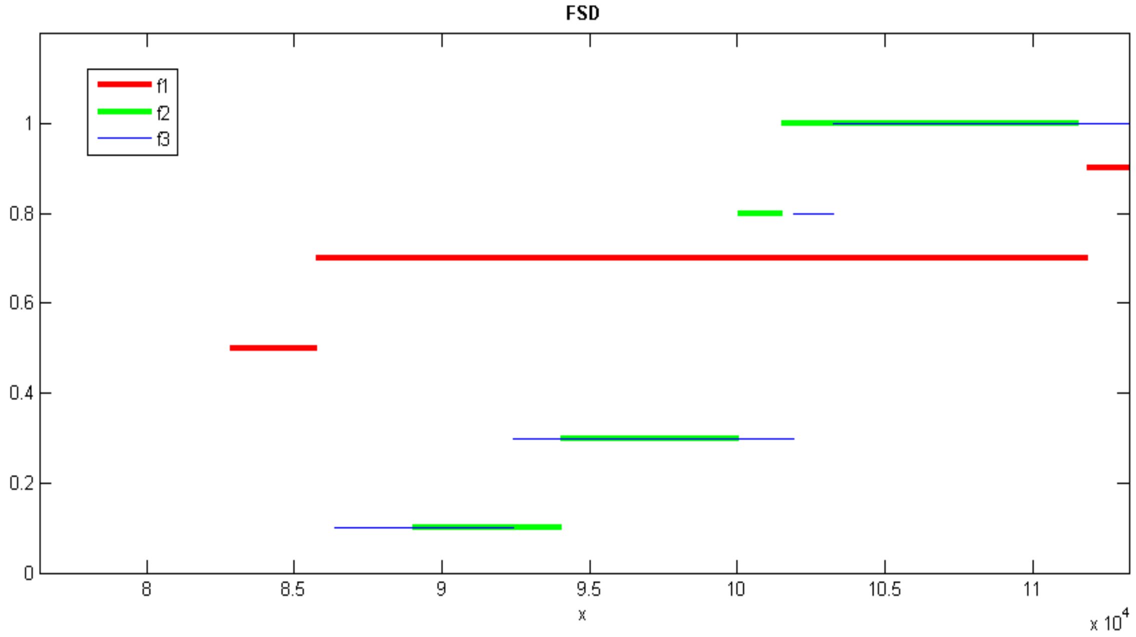
$x_{p \in P, m \in M} = [0 \quad 729 \quad 0 \quad 0 \quad 1100 \quad 471]$

$koszt = 98730.45$

$ryzyko = 22926.40$

$f_{3, m \in M} = [92426.45 \quad 101911.45 \quad 86361.45 \quad 103266.45]$

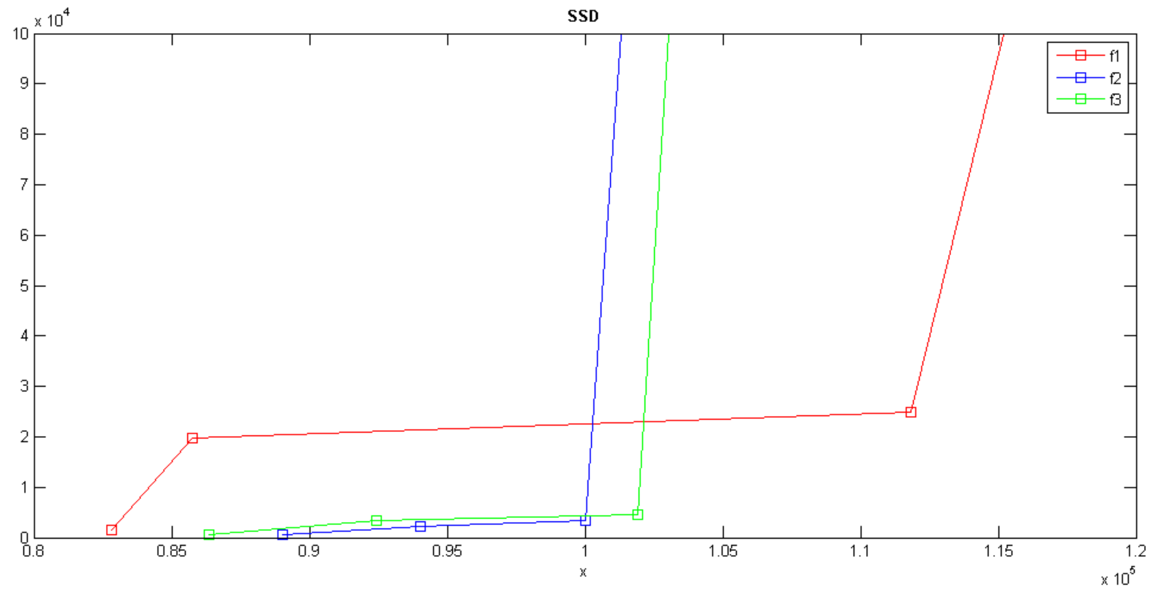
Wykres dystrybuant pierwszego i drugiego rzędu przedstawiają poniższe rysunki 1. i 2.



Rysunek 1. Wykres dystrybuant pierwszego rzędu

Pomiędzy rozwiązaniami nie zachodzi dominacja pierwszego rzędu, ponieważ żadna z dystrybuant pierwszego rzędu nie przyjmuje zawsze wartości wyższych lub równych niż inna dystrybuanta. Oznacza to, że nie można jednocześnie stwierdzić, które rozwiązanie jest zawsze lepsze. Z pewnym prawdopodobieństwem każde rozwiązanie może okazać się bardziej lub mniej korzystne od innego rozwiązania. Każdy racjonalny decydent może wybrać inne rozwiązanie stosując inny model preferencji.

Dystrybuanty drugiego rzędu powyższych rozwiązań efektywnych są następujące:



Rysunek 2. Wykres dystrybuant drugiego rzędu

Pomiędzy rozwiązaniami nie zachodzi też dominacja stochastyczna drugiego rzędu. Również i w tym przypadku nie jesteśmy w stanie jednoznacznie stwierdzić, którego rozwiązanie będzie lepsze od drugiego.