

# 二分法

## Binary Search

课程版本 3.4      主讲 令狐冲



扫描二维码关注微信/微博  
获取最新面试题及权威解答

微信: [ninechapter](#)

微博: <http://www.weibo.com/ninechapter>

知乎: <http://zhuoanlan.zhihu.com/jiuzhang>

官网: <http://www.jiuzhang.com>

- 新学员必读常见问题解答
  - <http://www.jiuzhang.com/qa/3/>
- 第一节课错过了怎么办？
  - 报名下一期的《九章算法班》第一节课免费试听即可
- 有事儿不能来上直播课怎么办？
  - 优惠价基础上再半价报名下一期的课程
  - 半价连成本都不够 T\_T
    - GotoWebinar费用, LintCode服务费, Amazon 服务器费
    - 客服费, 老师费, 助教费
- 是否提供录像？
  - 九章的所有课程均为直播形式, 不提供任何录像
  - 禁止录像与传播录像, 否则将被追究法律责任与经济损失
    - 你如果录像了, 是可以看到你的ID和基本信息的
    - 传播你录制的视频将影响到你的身份问题(在美留学生)和求职(企业看中你是否会泄密)

- 学员QQ群是什么？怎么加？
  - 见 GotoWebinar 文字广播(付费之后您收到邮件里就有)
  - 加QQ群请 **附上报名邮箱** 供管理员验证
  - 不允许建QQ/微信私群
- LintCode 阶梯训练在课程结束后仍然可以使用么？
  - 一年之内可以
- 九章的账户绑定到LintCode之后可以解除绑定么？
  - 不可以
  - 因此不要把你的九章账户给别人使用
    - 一些老学员的 LintCode 账号绑定了其他人的九章账户是因为你以前把账号共享给了其他人
    - 你可以申请新的 LintCode 账户和你现在的账户进行绑定

- 第一境界: 会写程序
  - 通用的二分法模板 Binary Search Template
    - 解决二分程序的三大痛点
    - 权衡递归与非递归
- 第二境界: 找到第一个/最后一个满足某个条件的位置/值
  - 二分位置 Binary Search on Index
  - 二分答案 Binary Search on Result
- 第三境界: 保留有解的一半
- 点题时间 *new*

# Binary Search

Given an sorted integer array - nums, and an integer - target.

Find the **any/first/last** position of target in nums

Return **-1** if target does not exist.

# 令狐大师兄手把手教你写代码

<http://www.lintcode.com/problem/classical-binary-search/>

<http://www.lintcode.com/problem/first-position-of-target/>

<http://www.lintcode.com/problem/last-position-of-target/>

$$T(n) = T(n/2) + O(1) = O(\log n)$$

通过 $O(1)$ 的时间, 把规模为 $n$ 的问题变为 $n/2$

思考: 通过 $O(n)$ 的时间, 把规模为 $n$ 的问题变为 $n/2$ ?

# Time Complexity in Coding Interview

---

- $O(1)$  极少
- $O(\log n)$  几乎都是二分法
- $O(\sqrt{n})$  几乎是分解质因数
- $O(n)$  高频
- $O(n \log n)$  一般都可能要排序
- $O(n^2)$  数组, 枚举, 动态规划
- $O(n^3)$  数组, 枚举, 动态规划
- $O(2^n)$  与组合有关的搜索
- $O(n!)$  与排列有关的搜索



# Recursion or While Loop?

R: Recursion

W: While loop

B: Both work

# Recursion or Non-Recursion

---

- 面试中是否使用 Recursion 的几个判断条件
  1. 面试官是否要求了不使用 Recursion (如果你不确定, 就向面试官询问)
  2. 不用 Recursion 是否会造成实现变得很复杂
  3. Recursion 的深度是否会很深
  4. 题目的考点是 Recursion vs Non-Recursion 还是就是考你是否会 Recursion ?
- 记住: 不要自己下判断, 要跟面试官讨论 !

## 二分法常见痛点

- 又死循环了！ what are you 弄撒捏！
- 循环结束条件到底是哪个？
  - $\text{start} \leq \text{end}$
  - $\text{start} < \text{end}$
  - $\text{start} + 1 < \text{end}$
- 指针变化到底是哪个？
  - $\text{start} = \text{mid}$
  - $\text{start} = \text{mid} + 1$
  - $\text{start} = \text{mid} - 1$

# 通用的二分法模板

<http://www.jiuzhang.com/solutions/binary-search/>

$\text{start} + 1 < \text{end}$

$\text{start} + (\text{end} - \text{start}) / 2$

$A[\text{mid}] ==, <, >$

$A[\text{start}] A[\text{end}] ? \text{target}$

# 独孤九剑 —— 破剑式

比 $O(n)$ 更优的时间复杂度  
几乎只能是 $O(\log n)$ 的二分法

# 二分法——二分位置

## Binary Search on Index

一般会给你一个数组

让你找数组中第一个/最后一个满足某个条件的位置

# Search a 2D Matrix

<http://www.lintcode.com/problem/search-a-2d-matrix/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/search-a-2d-matrix/>

***Last*** row that  $\text{matrix}[\text{row}][0] \leq \text{target}$

# Search Insert Position

<http://www.lintcode.com/problem/search-insert-position/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/search-insert-position/>

**First** position  $\geq$  target  
(**Last** position  $<$  target) + 1



# Search In a Big Sorted Array

<http://www.lintcode.com/problem/search-in-a-big-sorted-array/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/search-in-a-big-sorted-array/>

# Take a break

5 分钟后回来

# Find Minimum in Rotated Sorted Array

<http://www.lintcode.com/problem/find-minimum-in-rotated-sorted-array/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/find-minimum-in-rotated-sorted-array/>

**First** position  $\leq$  Last Number

(WRONG: First position  $\leq$  or  $<$  First Number)

# Search in Rotated Sorted Array

<http://www.lintcode.com/problem/search-in-rotated-sorted-array/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/search-in-rotated-sorted-array/>

会了这道题，才敢说自己会二分法

# 二分法——二分答案

## Binary Search on Result

往往没有给你一个数组让你二分  
同样是找到满足某个条件的最大或者最小值

# Sqrt(x)

<http://www.lintcode.com/problem/sqrtx/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/sqrtx/>

***Last*** number that  $\text{number}^2 \leq x$

follow up: what if return a double, not an integer?

# First Bad Version

<http://www.lintcode.com/problem/find-bad-version/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/find-bad-version/>

**First** version that is bad version

# Wood Cut

<http://www.lintcode.com/problem/wood-cut/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/wood-cut/>

***Last/Biggest*** length that can get  $\geq k$  pieces



# 进一步理解二分法

保留有答案的那一半

# Find Peak Element

<http://www.lintcode.com/problem/find-peak-element/>

<http://www.jiuzhang.com/solutions/find-peak-element/>

follow up: Find Peak Element II (by 算法强化班)

## Related Questions

---

- Binary Search:
  - <http://www.lintcode.com/problem/count-of-smaller-number/>
  - <http://www.lintcode.com/problem/search-for-a-range/>
- Rotate Array
  - <http://www.lintcode.com/problem/recover-rotated-sorted-array/>
  - <http://www.lintcode.com/problem/rotate-string/>
  - 三步翻转法:
  - $[4,5,1,2,3] \rightarrow [5,4,1,2,3] \rightarrow [5,4,3,2,1] \rightarrow [1,2,3,4,5]$

## 总结 —— 我们今天学到了什么

- 使用递归与非递归的权衡方法
- 使用T函数的时间复杂度计算方式
- 二分法模板的四点要素
  - $start + 1 < end$
  - $start + (end - start) / 2$
  - $A[mid] ==, <, >$
  - $A[start] A[end] ? target$
- 两类二分法
  - 二分位置 Binary search on index
  - 二分答案 Binary search on result
- 理解二分法的三个层次：
  1. 头尾指针，取中点，判断往哪儿走
  2. 寻找满足**某个条件**的**第一个**或是**最后一个**位置
  3. 保留剩下来一定有解的那一半

# 点题时间

与二分法相关的最新面试题

<http://www.jiuzhang.com/qa/974/>

# 九章算法班跟不上？

换到《Java入门与基础算法班》

<http://www.jiuzhang.com/course/7/>