

Étude et amélioration d'un distributeur de quilles

TIPE

Haitam EL-KHAMALI

Juin 11, 2024

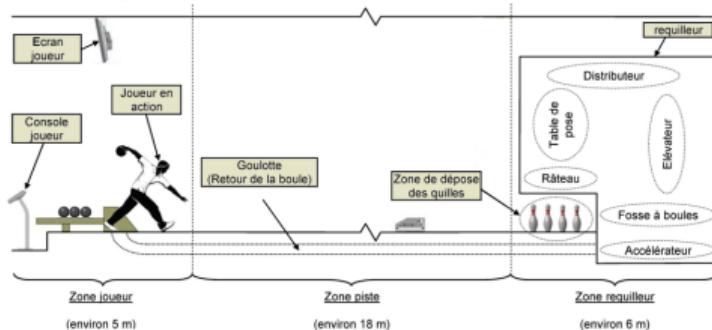
Code CNC : TE030T.



I. Jeu de bowling; principe et industrialisation.

Jeu de Bowling

- Le bowling nécessite une coordination œil-main et une technique pour lancer la boule.
- Renverser les 10 quilles est l'objectif primordiale du joueur.
- Les quilles sont repositionné d'une manière automatique.



Plan du présentation

I. Jeu de bowling; principe et industrialisation.

II. Étude du requilleur des quilles.

1. Fonctionnement de ses sous systèmes.

2. Temps nécessaire pris par le distributeur.

3. Problématique.

4. Architecture du nouveau distributeur.

III. Partie mécanique.

1. Choix du matériau.

2. Choix du moteur et du vérin.

IV. Partie automatique.

1. Asservissement en vitesse du moteur.

2. Correction du système.

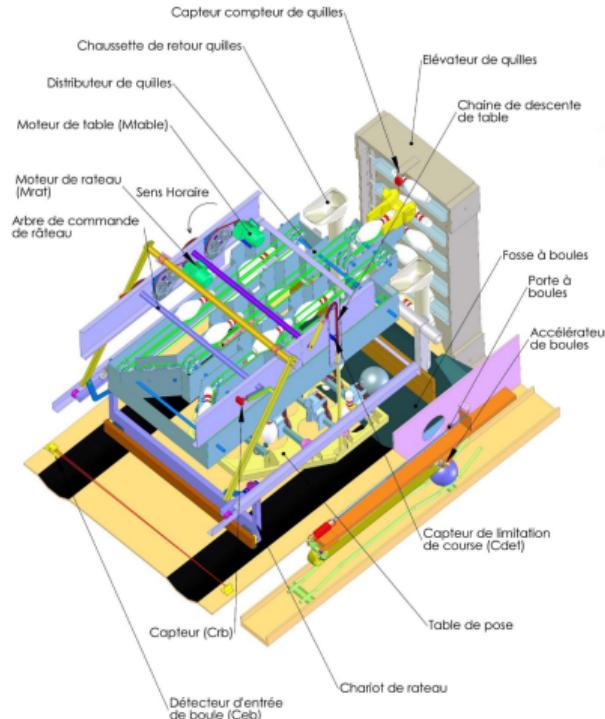


II. Étude du requilleur des quilles.

Requilleur des quilles

Le requilleur permet principalement de :

- Remplacer automatiquement les quilles abattues.
- Repositionner les quilles sur le Pindeck.
- Renvoyer la boule aux joueurs.

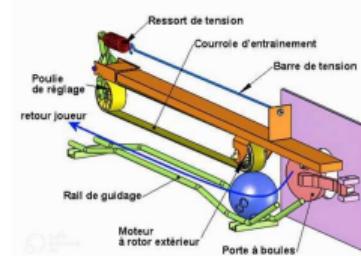
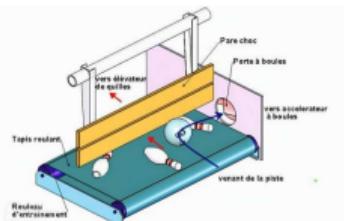
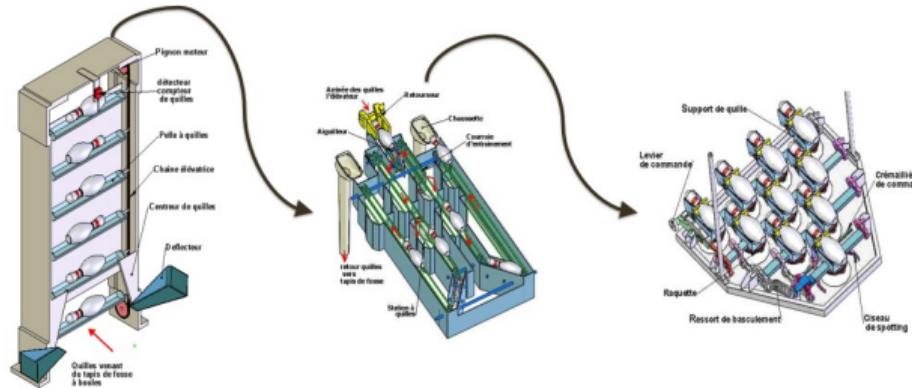


II. Étude du requilleur des quilles.

1. Fonctionnement de ses sous systèmes.

Fonctionnement du requilleur

- Le distributeur recharge les 10 alvéoles pour que les quilles soient prêtes pour le prochain lancer.
- La table de pose reçoit les quilles du distributeur.

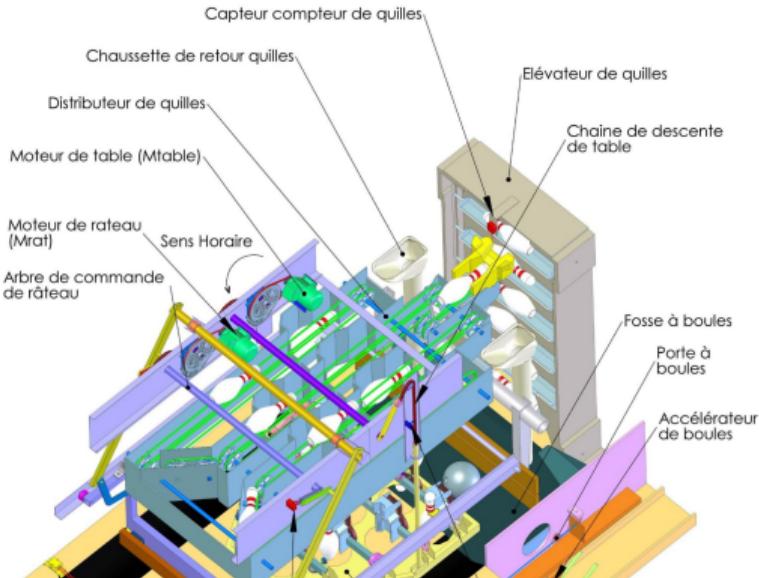


- La fosse à boules sépare les quilles et la boule après qu'elles ont été renversées.
- L'accélérateur de boules renvoie les boules aux joueurs.

Distributeur

Le distributeur de quilles permet principalement de :

- Recevoir les quilles de l'élévateur.
- Déetecter les alvéoles vides et essayer de les remplir.
- Ne pas fonctionner si les alvéoles sont remplies.



Distributeur de quilles

Illustration et Trajectoire des Quilles

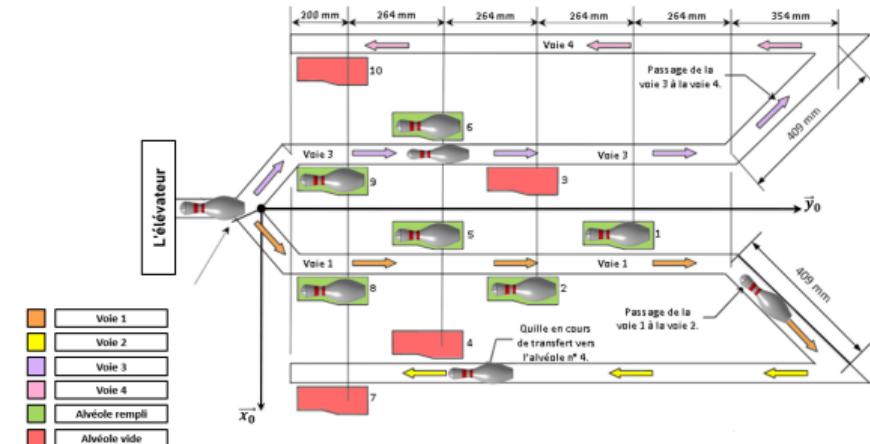
Chaque voie possède des alvéoles destinées à être remplies comme suit :

- Voie 1 : Alvéoles 8, 5, 2 et 1.
- Voie 3 : Alvéoles 9, 3 et 6.
- Voie 2 : Alvéoles 4 et 7.
- Voie 4 : Alvéole 10.

Pour séparer les voies 1 et 3, le système utilise *un aiguillage*.

L'ordre de rechargement des alvéoles :

8 → 5 → 9 → 2 → 6 → 3 → 4 → 7 → 10.

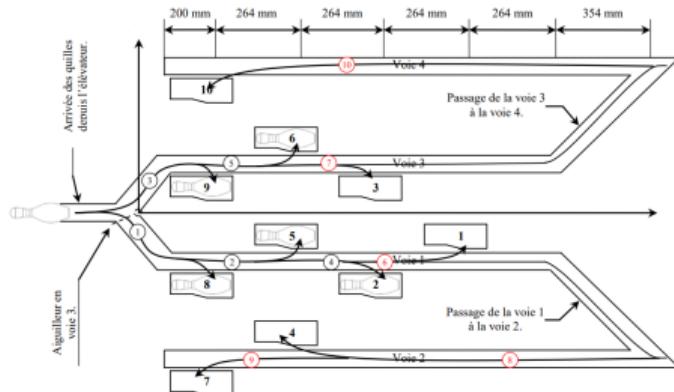


Remplissage des alvéoles

II. Étude du requilleur des quilles.

2. Temps nécessaire pris par le distributeur.

Temps nécessaire pour le remplissage



Numéro alvéole	Position X_0	Position Y_0	Angle associé
1	0,000	1920,00	0,000
2	-152,400	1656,038	-5,260
4	-304,800	1392,07	-12,350
7	-457,200	1128,11	-22,060
8	-152,400	1128,11	-7,690
5	0,000	1392,07	0,000
9	152,400	1128,11	7,690
10	457,200	1128,11	22,060

Repérage des alvéoles

- La durée de basculement du quille dans l'alvéole est de **0,1 seconde**.
- La cadence d'arrivée des quilles depuis l'alvéole est d'**une quille par seconde**.

La durée pour remplir l'alvéole i :

$$\Delta T_i = \frac{L_i}{V} + 0,1$$

Temps nécessaire pour le remplissage

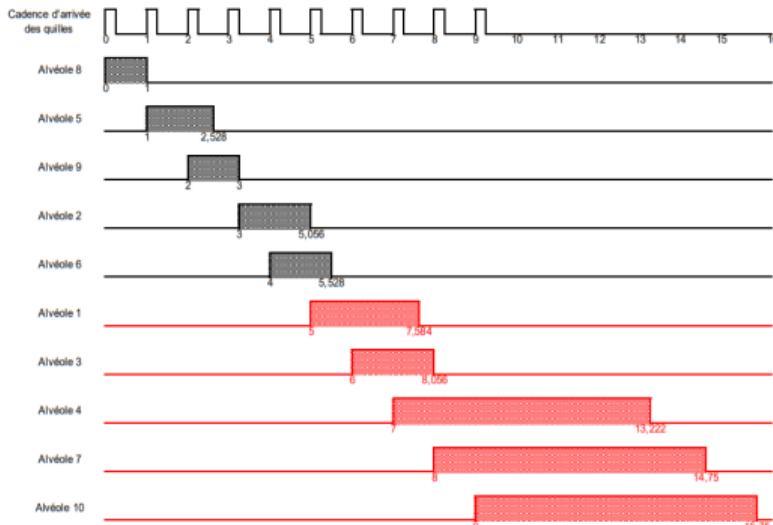


Diagramme de Gantt

Alvéole	Course (mm)	Durée (s)	Durée + Cadence
8	450	1	1
5	714	1,528	2,528
9	450	1	3
2	978	2,056	5,056
6	714	1,528	5,528
1	1242	2,584	7,584
3	978	2,056	8,056
4	3061	6,222	13,222
7	3325	6,75	14,75
10	3325	6,75	15,75

Durée de rechargement des alvéoles :

$$T_{\text{Totale}_1} = 15,75 \text{ s}$$

II. Étude du requilleur des quilles.

3. Problématique.

Problématique

- Le rechargeement des 10 alvéoles prend une durée qui peut considérer long.
- Comment peut-on réduire la durée de rechargement des quilles en changeant le comportement du distributeur ?



Boules du jeu

II. Étude du requilleur des quilles.

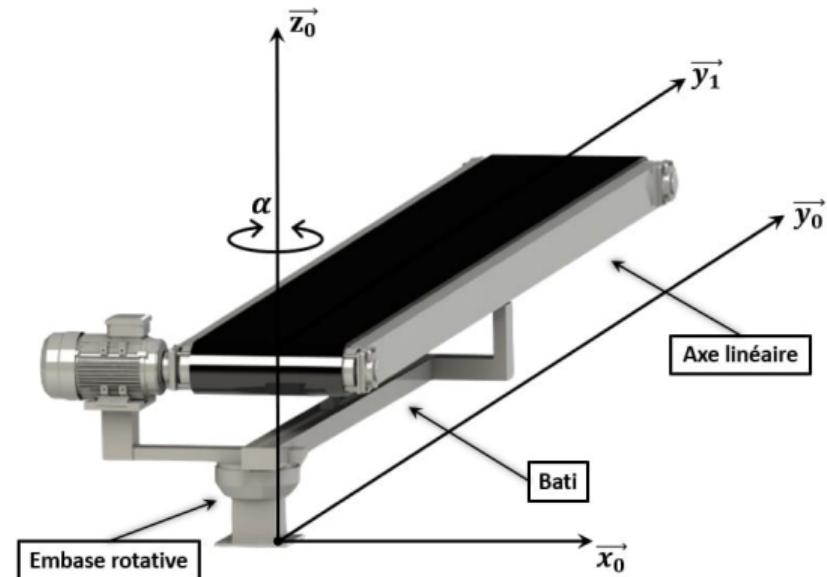
4. Architecture du nouveau distributeur.

Solution

- La solution est un bras contenant une seule voie transporteuse.
- Cette voie pivote selon un axe \vec{z}_0 pour atteindre tous les alvéoles.
- En suivant un ordre chronologique de remplissage.
- Chaque alvéole est caractérisée par :
 - Une angle: α_i .
 - Une longueur: L_i .

L'ordre de rechargement des alvéoles :

1 → 2 → 4 → 7 → 8 → 9 → 10 → 6 → 3.



Nouveau distributeur de quilles

Solution

On définit la durée d'adaptation linéaire entre deux alvéoles consécutifs :

$$T_{\Delta L_{ij}} = \frac{|\Delta l_{ij}|}{V}$$

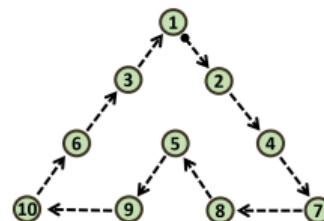
On définit la durée d'adaptation angulaire entre deux alvéoles consécutifs :

$$T_{\Delta \alpha_{ij}} = \frac{|\Delta \alpha_{ij}| \cdot \pi}{180 \cdot \dot{\alpha}}$$

Le bras combine les **deux mouvements à la fois**, donc :

$$T_{ij} = \max(T_{\Delta l_{ij}}, T_{\Delta \alpha_{ij}})$$

Numéro alvéole	Variation linéaire (mm)	Variation angulaire (°)	
1	$\Delta L_{3 \rightarrow 1}$	256,970	$\Delta \alpha_{3 \rightarrow 1}$
2	$\Delta L_{1 \rightarrow 2}$	-256,970	$\Delta \alpha_{1 \rightarrow 2}$
4	$\Delta L_{2 \rightarrow 4}$	-237,980	$\Delta \alpha_{2 \rightarrow 4}$
7	$\Delta L_{4 \rightarrow 7}$	-207,820	$\Delta \alpha_{4 \rightarrow 7}$
8	$\Delta L_{7 \rightarrow 8}$	-78,880	$\Delta \alpha_{7 \rightarrow 8}$
5	$\Delta L_{8 \rightarrow 5}$	253,720	$\Delta \alpha_{8 \rightarrow 5}$
9	$\Delta L_{5 \rightarrow 9}$	-253,720	$\Delta \alpha_{5 \rightarrow 9}$
10	$\Delta L_{9 \rightarrow 10}$	78,880	$\Delta \alpha_{9 \rightarrow 10}$
6	$\Delta L_{10 \rightarrow 6}$	207,820	$\Delta \alpha_{10 \rightarrow 6}$
3	$\Delta L_{6 \rightarrow 3}$	237,980	$\Delta \alpha_{6 \rightarrow 3}$



Solution

On calcule les durées prises par le distributeur, on trouve:

Variation	Durée d'adaptation	
	linéaire	angulaire
3 → 1	0,652	0,340
1 → 2	0,652	0,340
2 → 4	0,604	0,458
4 → 7	0,527	0,627
7 → 8	0,200	0,928
8 → 5	0,644	0,497
5 → 9	0,644	0,497
9 → 10	0,200	0,928
10 → 6	0,527	0,627
6 → 3	0,604	0,458

On remarque que toutes les durées de remplissage sont *inférieures à 1 s.*

Le bras peut combiner entre les deux mouvements à la fois, alors on peut déduire :

$$T_{\text{Totale}_2} = T_{\text{quille1-alvéole1}} + 9 \times 1 = 12,84 \text{ s}$$

$$T_{\text{quille1-alvéole1}} = \frac{1,92}{0,5} + 9 = 12,84 \text{ s}$$

Durée de rechargement des alvéoles :

$$T_{\text{Totale}_2} = 12,84 \text{ s}$$

Conclusion

La durée nécessaire pour que le nouveau distributeur recharge les 10 alvéoles est :

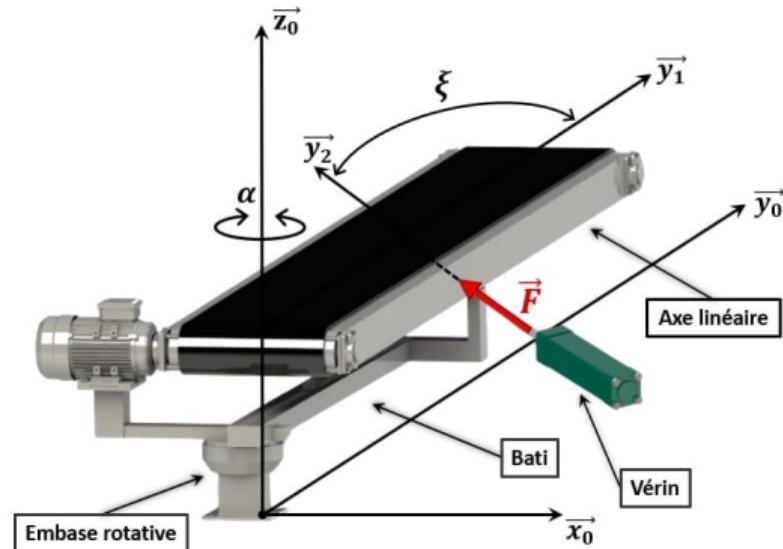
$$T_{\text{Totale}_2} = 12,84 \text{ s}$$

La durée pris pas le premier distributeur pour recharger les 10 alvéoles est :

$$T_{\text{Totale}_1} = 15,75 \text{ s}$$

Conclusion :

$$T_{\text{gagné}} = T_{\text{Totale}_1} - T_{\text{Totale}_2} \approx 3 \text{ s}$$



Remarque :

Tous les calculs sont faites avec un vitesse linéaire comme celui du premier requilleur de $V = 0,5 \text{ ms}^{-1}$.

II. Partie mécanique.

II. Partie mécanique.

1. Choix du matériau.

Torsion du tambour

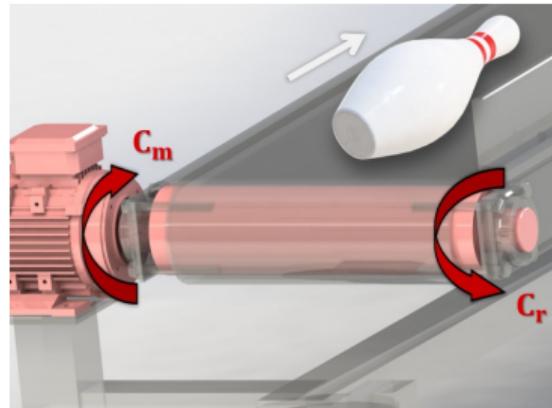
La condition de rigidité du tambour à la torsion :

$$\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \leq \theta_{\text{lim}}$$

Avec $R_e = \lambda \cdot R_i$, $\lambda > 1$.

Le rayon minimale du tambour est :

$$R_{i_{\min}} = \left(\frac{2 \cdot C_r}{\pi G \theta_{\text{lim}} \cdot (\lambda^4 - 1)} \right)^{1/4}$$



Torsion du tambour

On définit le coût C par :

$$C = C_m \cdot \frac{\sqrt{2\pi C_r} \cdot L \cdot \sqrt{\lambda^2 - 1}}{\theta_{\text{lim}} \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1}} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{G}}$$

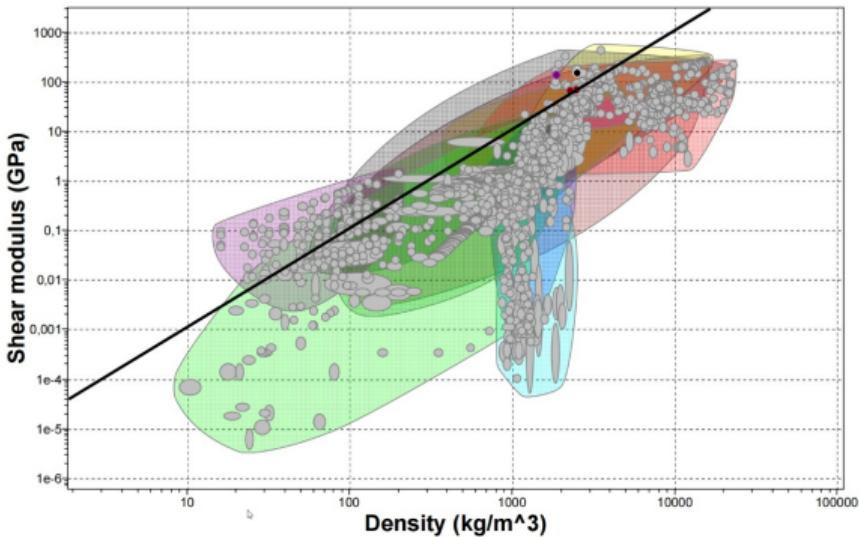
Premier indice

L'indice qu'on cherche à maximiser est :

$$I_1 = \frac{\sqrt{G}}{\rho}$$

On obtient l'équation d'une droite de pente 2 :

$$\log(G) = 2 \log(\rho) + 2 \log(I_1)$$



Première courbe

Flexion du tambour

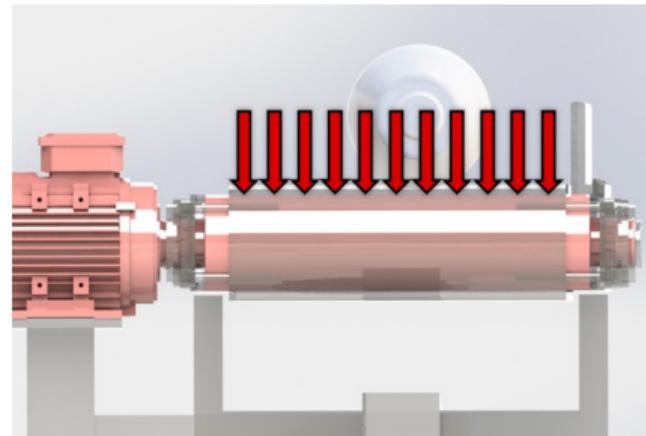
La condition de résistance du tambour au flexion :

$$\sigma_{max} = -\frac{M_{fz}}{I_{Gz}} \cdot y_{max} \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec $R_e = \lambda \cdot R_i$, $\lambda > 1$.

Le rayon minimale du tambour est :

$$R_{i_{min}} = \left(\frac{4\lambda s \cdot C_r}{\pi \sigma_e \cdot (\lambda^4 - 1)} \right)^{1/3}$$



Flexion du tambour

On définit le coût C par :

$$C = C_m \cdot \frac{\pi L \cdot (4\lambda s)^{2/3} \cdot (\lambda^2 - 1) \cdot C_r^{2/3}}{(\pi \cdot (\lambda^4 - 1))^{2/3}} \cdot \frac{\rho}{\sigma_e^{2/3}}$$

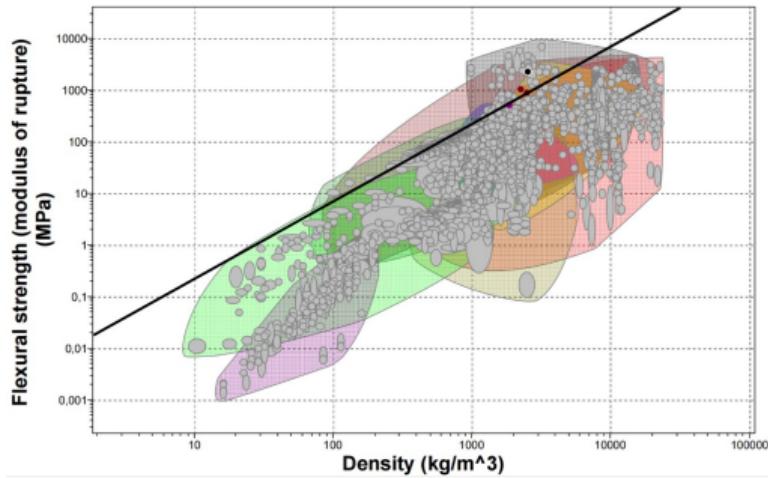
Deuxième indice

L'indice qu'on cherche à maximiser est :

$$I_2 = \frac{\sigma_e^{2/3}}{\rho}$$

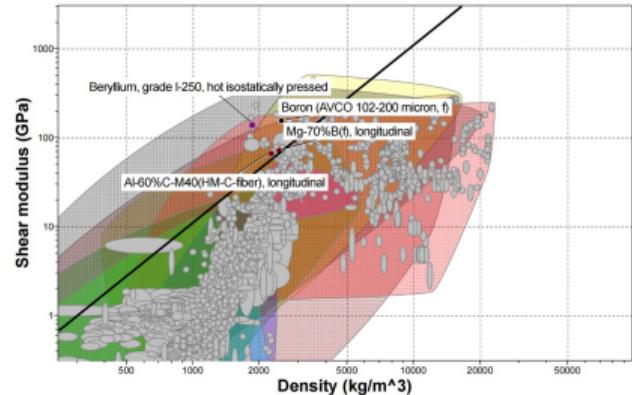
On obtient l'équation d'une droite de pente 1,5 :

$$\log(\sigma_e) = \frac{3}{2} \log(\rho) + \frac{3}{2} \log(I_2)$$



Deuxième courbe

Choix du matériau



ICES 2016
EDUPACK

Étape 3: Material family

Cliquez sur les en-têtes pour afficher/masquer des critères de sélection

Composition overview

Form

Material family

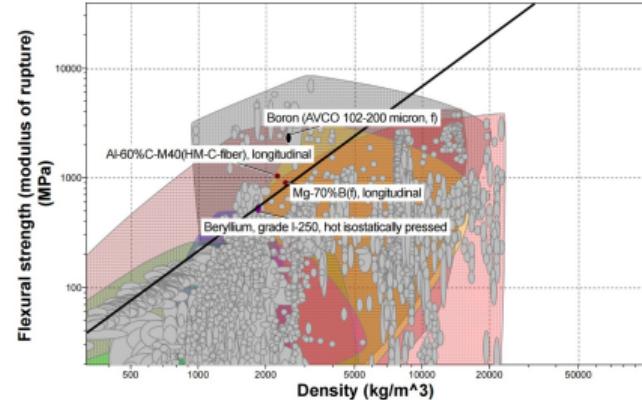
Base material

% Fiber by weight

Fill reinforcement

...
...

3. Résultats : 4 validées sur 3947	
Afficher :	Fiches passant toutes les étapes
Classer par :	Étape 1 : Density (kg/m^3)
Nom	
Beryllium, grade I-250, hot isostatically...	1,84e3 - 1,86e3
Al-60%C-M40(HM-C-fiber), longitudinal...	2,2e3 - 2,3e3
Mg-70%B(f), longitudinal	2,42e3 - 2,48e3
Boron (AVCO 102-200 micron, f)	2,46e3 - 2,57e3



On choisit le matériau :

Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed

Diamètre intérieur minimal pour le tambour

On suppose que:

$$\tau_{\text{Torsion}} \gg \sigma_{\text{Flexion}}$$

Condition de résistance au torsion donne :

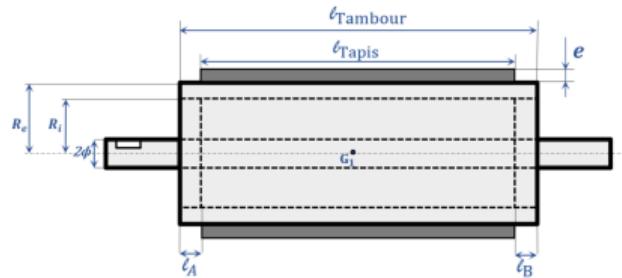
$$\tau = \frac{M_t}{I_O} r \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec :

$$I_O = \frac{\pi \cdot (R_e^4 - R_i^4)}{2}$$

Soit :

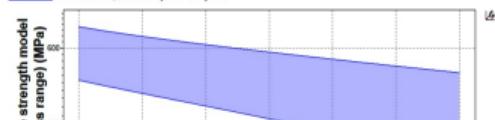
$$R_{i_{max}} = \left(R_e^4 - \frac{4s \cdot R_e \cdot C_r}{\pi \cdot \sigma_e} \right)^{1/4}$$



Mechanical properties

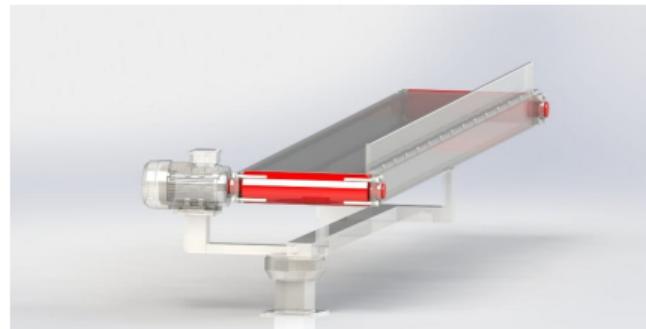
Young's modulus	290	-	315	GPa
Yield strength (elastic limit)	400	-	575	MPa
Tensile strength	505	-	685	MPa
Elongation	2	-	4	% strain
Compressive strength	* 500	-	665	MPa
Flexural modulus	290	-	315	GPa
Flexural strength (modulus of rupture)	* 480	-	575	MPa
Shear modulus	134	-	150	MPa
Bulk modulus	108	-	124	GPa
Poisson's ratio	0,06	-	0,075	
Shape factor	38			
Hardness - Vickers	* 260	-	380	HV
Fatigue strength at 10^7 cycles	* 300	-	515	MPa
Fatigue strength model (stress range)	* 359	-	545	MPa

Parameters : Stress Ratio = -1, Number of Cycles = 1e7cycles



Caractéristiques du tambour

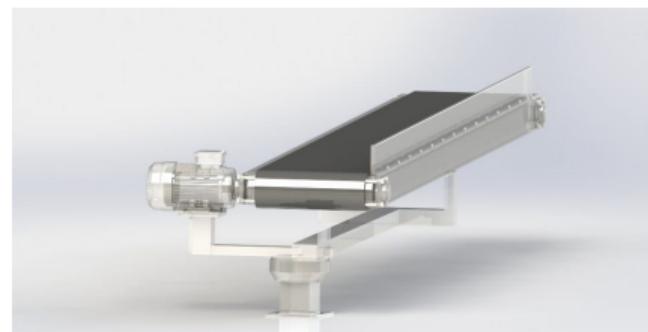
- **Matière :** Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed.
- **Rayon de l'arbre intérieure Φ :** $\Phi = 10 \text{ mm}$.
- **Rayon extérieur R_e :** $R_e = 40 \text{ mm}$.
- **Rayon intérieur R_i :** 36 mm .
- **Hauteur de l'arbre du Tambour h :** $h = 280 \text{ mm}$.
- **Largeur l_{Tambour} :** $l_{\text{Tambour}} = 220 \text{ mm}$.
- **Distance l_A ou l_B :** $l_A = l_B = 10 \text{ mm}$.
- **Volume V_{Tambour} :** $V_{\text{Tambour}} = 2,3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$.
- **Masse volumique ρ :** $\rho = 1860 \text{ kg.m}^{-3}$.
- **Masse M_{Tambour} :** $M_{\text{Tambour}} = 0,61 \text{ kg}$.
- **Résistance à la limite élastique σ_e :** $\sigma_e = 575 \text{ MPa}$.



Représentation des tambours

Caractéristiques du tapis

- **Matière** : Neoprene rubber carbocylated (XNBR, 25-55% Carbon Black).
- **Épaisseur** e : $e = 10\% \cdot d_{Tambour} = 8 \text{ mm}$.
- **Entraxe** E : $E = 1920 - 381 - 48 = 1443 \text{ mm}$.
- **Longueur** L_{Tapis} :
$$L_{Tapis} = 1443 \times 2 + 2 \times \pi \times 40 = 2537,32 \text{ mm}$$
.
- **Largeur** l_{Tapis} : $l_{Tapis} = 140 \text{ mm}$.
- **Volume** V_{Tapis} : $V_{Tapis} = 0,00284 \text{ m}^3$.
- **Masse volumique** ρ_{Tapis} : $\rho_{Tapis} = 1180 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- **Masse** M_{Tapis} : $M_{Tapis} = 3,3533 \text{ kg}$.

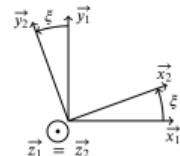
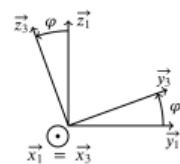
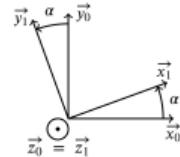
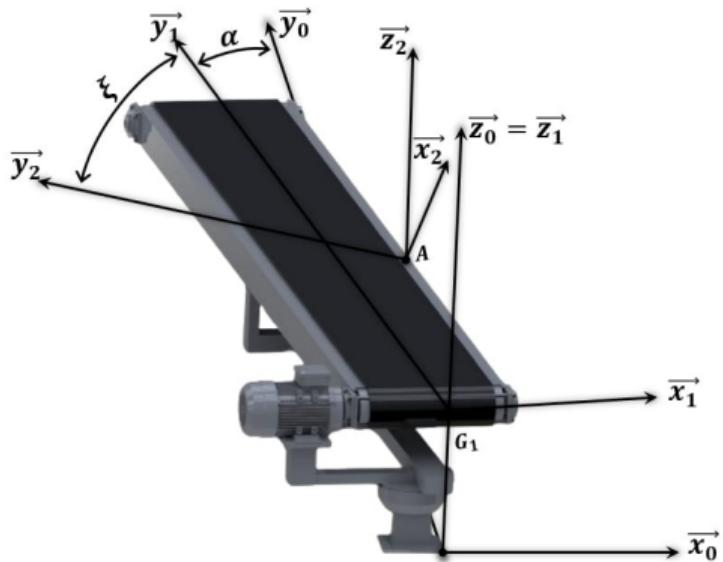


Représentation du tapis

II. Partie mécanique.

2. Choix du moteur et du vérin.

Paramétrages



On considère le paramétrage suivant :

- $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha$ / $(\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3) = \varphi$. / $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \xi$.

Couple résistant

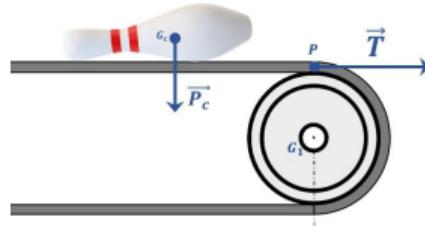
L'expression de l'effort $\|\vec{T}\|$:

On isole le tambour et on applique le théorème fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

On trouve :

$$T = (M_{\text{Tambour}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V}{\Delta t}$$



Caption

Hypothèses :

- Tapis non dissipative.
- Tapis non inextensible.
- Tapis s'enroulant et se déroulant sans glisser sur le tambour.
- Liaisons parfaites.
- Référentiel galiléen.

L'expression du couple résistant :

$$C_r = R_T (M_{\text{Tambour}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V}{\Delta t}$$

Moment d'inertie du tambour

On donne une partition du tambour :

- En Rouge : *Partie A et A'*.
- En Bleu : *Partie B*.
- En Jaune : *Partie C*.



Moment d'inertie, partie A :

$$I_{\mathbf{A}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_A \left(\frac{R_i^2 + \Phi^2}{2} + \frac{l_T}{2} \right)$$

Moment d'inertie, partie B :

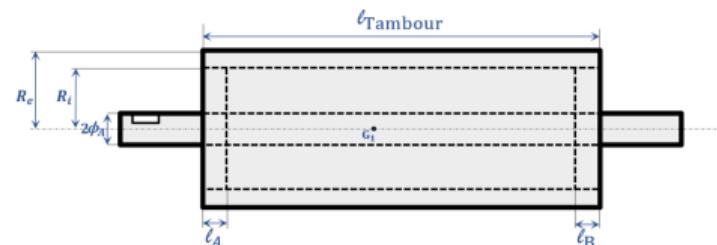
$$I_{\mathbf{B}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_B \left(\frac{R_i^2 + R_e^2}{2} \right)$$

Moment d'inertie, partie C :

$$I_{\mathbf{C}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_C \frac{\Phi^2}{2}$$

L'expression du moment d'inertie scalaire du tambour 1 est :

$$I_{G_1, \vec{x}_1} = 2 \cdot I_{\mathbf{A}_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{\mathbf{B}_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{\mathbf{C}_{G_1, \vec{x}_1}}$$



Couple moteur

On isole le convoyeur et on applique le théorème du moment dynamique au point G_1 scalaire \vec{x}_1 .

Énoncé du théorème :

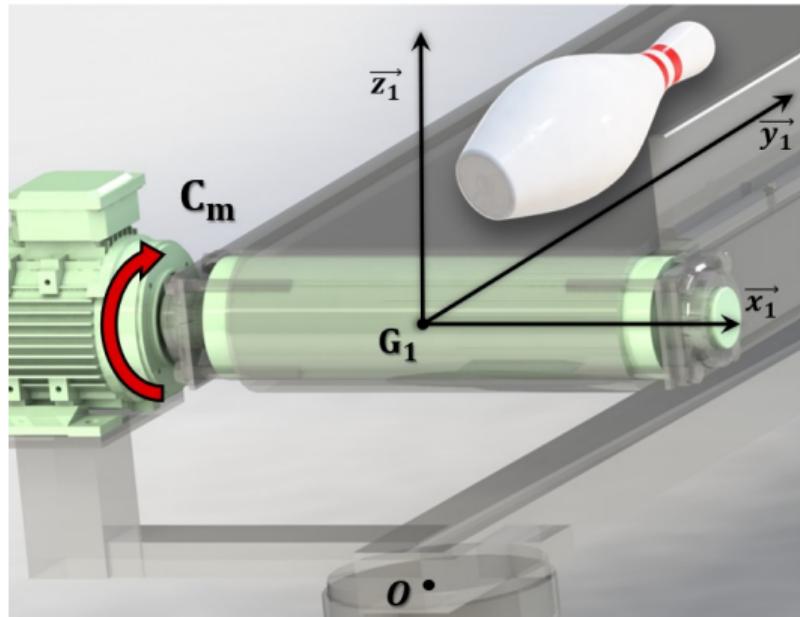
$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}} = \sum \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F})$$

Moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}}$ du tambour :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}} = I_{G_1, \vec{x}_1} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \vec{x}_1$$

L'expression du couple moteur est :

$$C_m = I_{G_1, \vec{x}_1} \cdot \ddot{\varphi} + C_r$$



Couple moteur

Applications numériques

Calcul Numérique :

- **Vitesse du convoyeur V :** $V = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$.
- **Vitesse angulaire du convoyeur ω_s :** $\omega_s = 11,36 \text{ rad.s}^{-1}$.
- **Couple résistant C_r :** $C_r = 0,125 \text{ N.m}$.
- **Moment d'inertie du tambour I_{G_1,\vec{x}_1} :** $I_{G_1,\vec{x}_1} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.
- **L'accélération angulaire du tambour $\ddot{\varphi}$:** $\ddot{\varphi} = 7,09 \text{ rad.s}^{-2}$.
- **Couple moteur C_m :** $C_m = 0,179 \text{ N.m}$.
- **Rapport de réduction du réducteur k :** $k = 0.036$.
- **Puissance moteur P_m :** $P_m = 54 \text{ W}$.
- **Masse du convoyeur $M_{\text{Convoyeur}}$:** $M_C \approx 32 \text{ kg}$.

Caractéristiques moteur

Paramètre	Symbole	Unité	Valeurs
Puissance nominale	P_{nom}	W	60
Vitesse nominale	N_{nom}	min^{-1}	3000
Vitesse maximale	N_{max}	min^{-1}	3000
Couple continu	C_b	N·m	0,156
Couple nominale	C_{nom}	N.m	0,192
Couple maximale	C_{max}	N.m	0,441
Tension nominale induit	U_{nom}	V	75
Courant nominal	I_{nom}	A	1,2
Courant continu	I_b	A	1,3
Constante de couple	K_T	N.m/A	0,183
Constante de tension	K_E	V/(tr/min)	$19,2 \times 10^{-3}$
Résistance de l'induit	R	Ω	12,1
L'inductance de l'induit	L	mH	3,2
Inertie du rotor	J_m	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	$0,228 \times 10^{-4}$

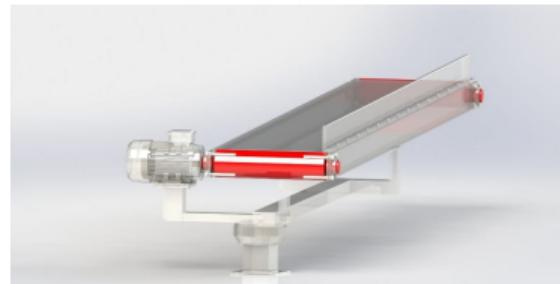


MCC Sanyo T506-012EL8

Matrices d'inertie

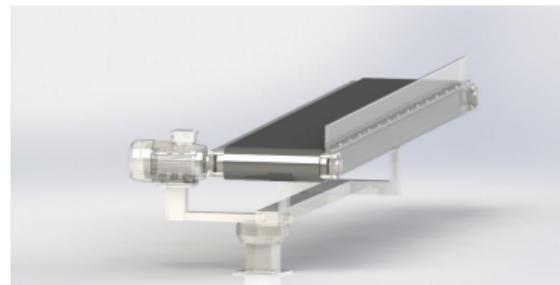
Pour le Tambour :

$$\bar{\bar{I}}_{G,\text{Tambour}} = \begin{bmatrix} 0,317 & 0 & 0 \\ 0 & 2,3 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0,838 \end{bmatrix}$$



Pour le Tapis :

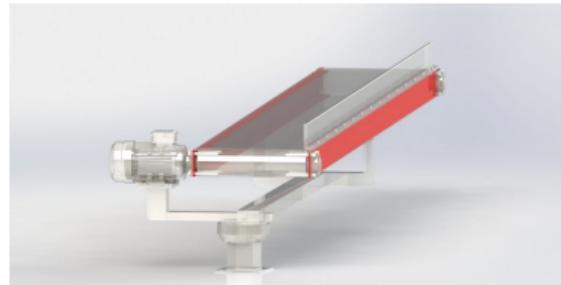
$$\bar{\bar{I}}_{G,\text{Tapis}} = \begin{bmatrix} 1,31 & 0 & 0 \\ 0 & 2,34 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1,308 \end{bmatrix}$$



Matrices d'inertie

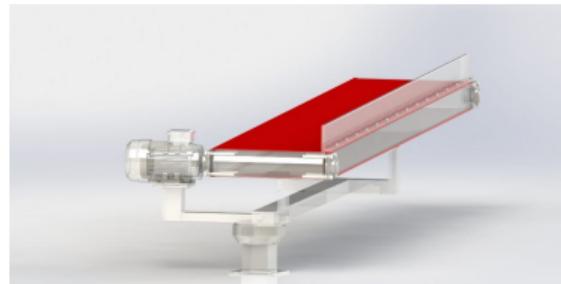
Pour le support latéral :

$$\bar{\bar{I}}_{G,SL} = \begin{bmatrix} 1,644 & 0 & 0 \\ 0 & 3,67 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1,672 \end{bmatrix}$$



Pour le support du bas :

$$\bar{\bar{I}}_{G,SB} = \begin{bmatrix} 1,734 & 0 & 0 \\ 0 & 0,026 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0,016 \end{bmatrix}$$



Le moment d'inertie du convoyeur est :

$$J = 2 \times J_{SL} + 2 \times J_{SB} + 2 \times J_{Tambour} + J_m + J_{Tapis}$$

Détermination de l'effort du vérin F

On isole le convoyeur et on applique le théorème du moment dynamique au point G_1 scalaire \vec{z}_1 :

Énoncée du théorème :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(\Sigma/0)}} = \sum_i \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F}_i)$$

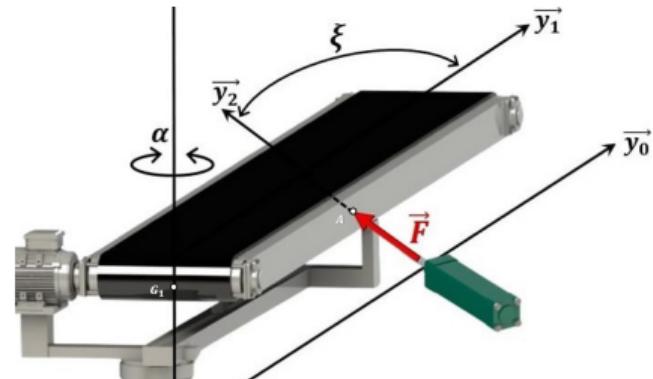
L'expression de l'effort du vérin est :

$$F(\xi) = J^* \cdot \frac{\ddot{\alpha}}{y_A \cdot \sin(\xi) + l_{\text{Tambour}}/2 \cdot \cos(\xi)}$$

Avec :

J^* est le moment d'inertie du convoyeur ramené au point d'application du théorème G_1 .

$$J^* = J + M_C \cdot \left(\frac{L_C}{2} \right)^2$$



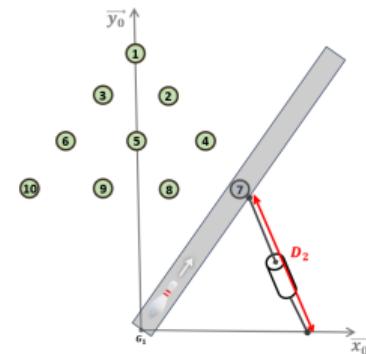
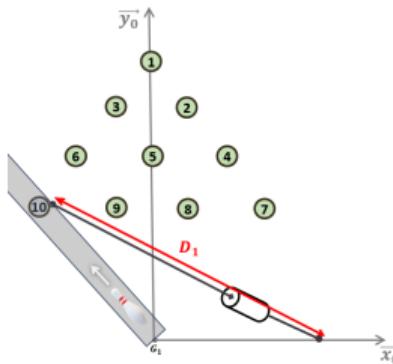
Effort du vérin

Course du vérin

Numéro alvéole	Position X_0	Position Y_0	Angle associé
7	-457,200	1128,11	-22,060
10	457,200	1128,11	22,060

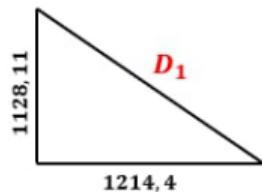
La course du vérin est :

$$C = D_1 - D_2 = 49 \text{ cm}$$

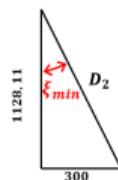
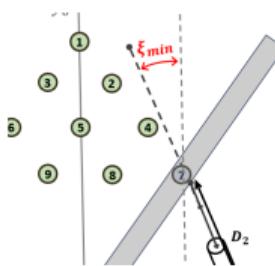


Valeurs numériques :

- Moment d'inertie : $J^* = 35,85 \text{ kg.m}^2$.
- La distance y_A : $y_A = 1217,236 \text{ mm}$.
- L'accélération angulaire :
 $\ddot{\alpha} = 0,27 \text{ rad.s}^{-1}$.

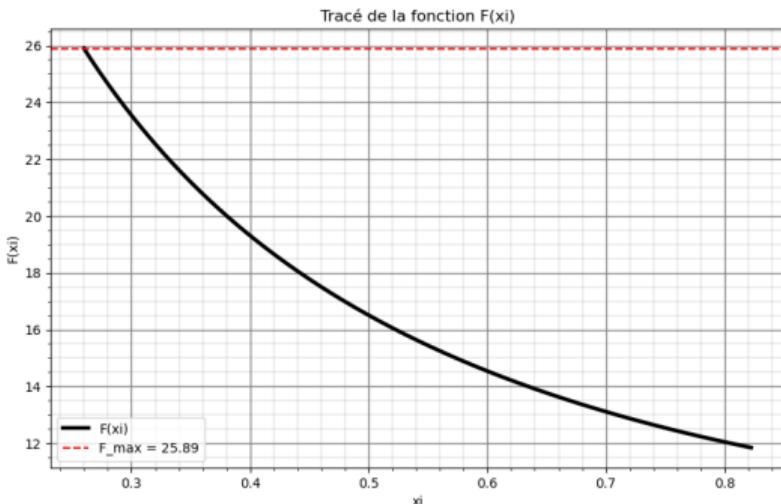
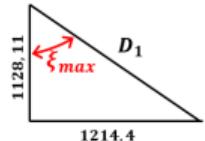
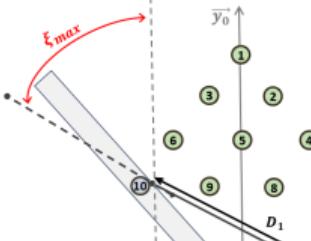


Effort maximale



$$\xi_{min} = \arcsin \left(\frac{300}{D_2} \right)$$

$$\xi_{max} = \arcsin \left(\frac{1214,4}{D_1} \right)$$



$\text{Ximin} = 0.259 \text{ rad.}$ |

$\text{Ximax: } 0.8223 \text{ rad.}$ |

Valeur maximale de $F : 25.893 \text{ N.}$ |

Choix du vérin

Caractéristique	Description
Nom du produit	Actuonix P16 Linear Actuator
Force	50N (environ 11 lb)
Course	50 cm (500 mm)
Tension d'alimentation	12V DC ou 24V DC
Modèle	P16-050-64-12 (pour 12V) ou P16-050-64-24 (pour 24V)
Vitesse	Variable selon le modèle
Type de moteur	Moteur à courant continu (DC)
Environnement	Utilisation en intérieur
Dimensions	Longueur totale variable selon la course
Poids	Environ 0.4 kg (selon le modèle)
Applications typiques	Automatisation, robotique, contrôle de mouvement
Lien d'achat	https://fr.rs-online.com/web/c/?sra=oss&searchTerm=Actuonix+P16+Linear+Actuator



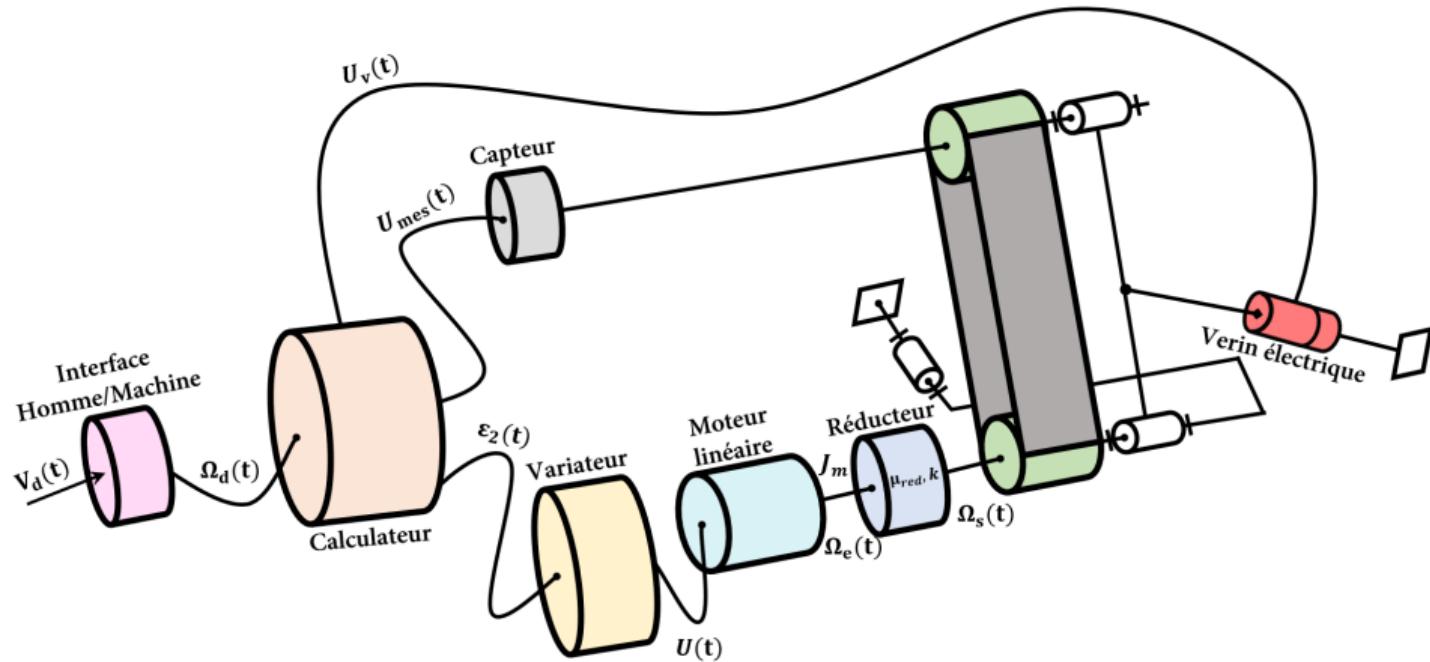
Détails du vérin électrique Actuonix P16 Linear Actuator

III. Partie automatique.

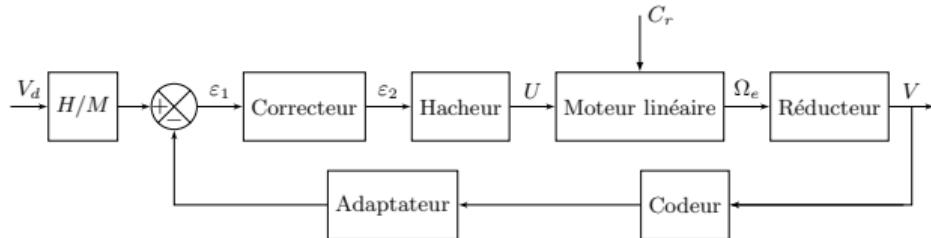
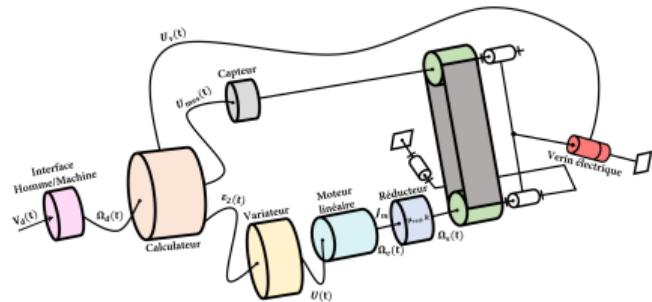
III. Partie automatique.

1. Asservissement du moteur.

Schéma cinématique



Cahier des charges



Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	L'erreur statique en régime permanent en absence de perturbations.	$\varepsilon_{v\infty} = 0$
	Système insensible aux perturbations.	$\varepsilon'_{v\infty} = 0$
Marge de Phase	La marge de phase doit être suffisante pour assurer la stabilité du système.	$M_\varphi \geq 60^\circ$
Amortissement	Réponse rapide sans oscillations	$\zeta = 1$

Équations

Les équations de la MCC :

- Équation électrique :

$$U(t) = E(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

- Équation dynamique :

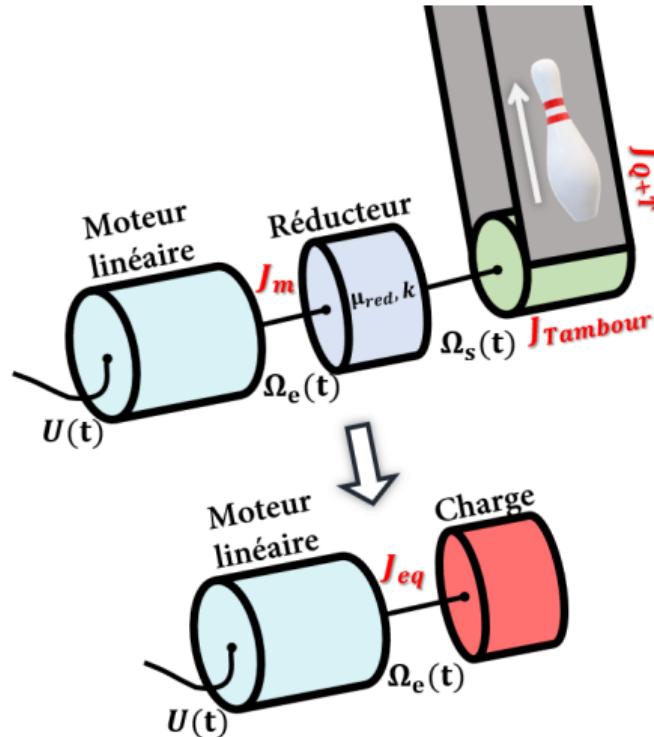
$$C_m(t) - C_r(t) = J_{\text{éq}} \cdot \frac{d\omega_e(t)}{dt}$$

- Couplages électromagnétiques :

$$C_m(t) = K_T \cdot i(t) \text{ et } E(t) = K_E \cdot \omega_e(t)$$

Avec :

$$J_{\text{éq}} = J_m + \frac{k^2}{\mu_{\text{red}}} (J_{\text{Tambour}} + J_{\text{Q+T}})$$



Équations et schéma-bloc

Les équations de la MCC en domaine de Laplace :

- Équation électrique :

$$U(p) - E(p) = (Lp + R)I(p)$$

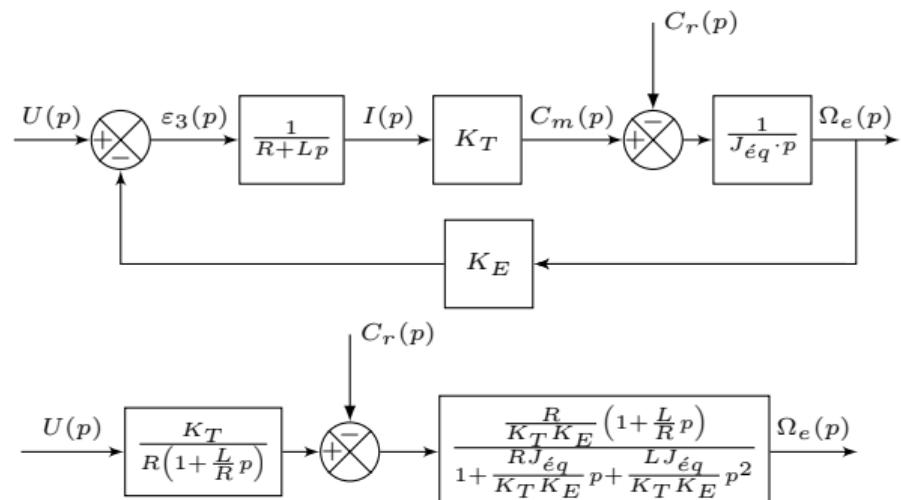
- Équation dynamique:

$$C_m(p) - C_r(p) = J_{éq} \cdot p \cdot \Omega_e(p)$$

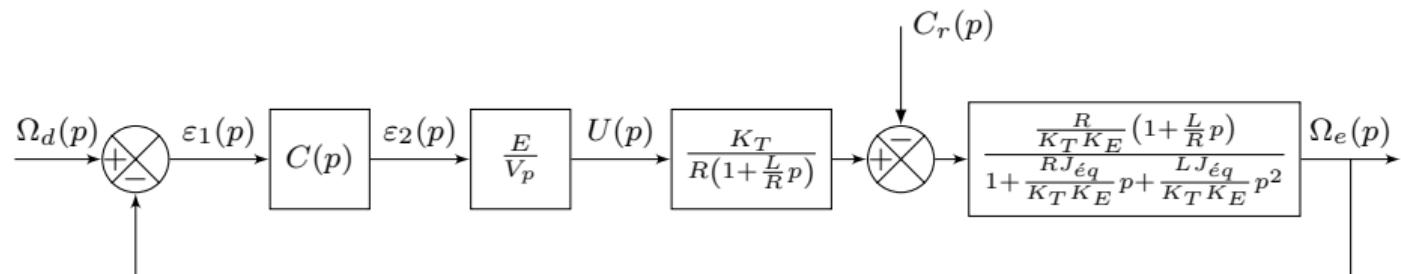
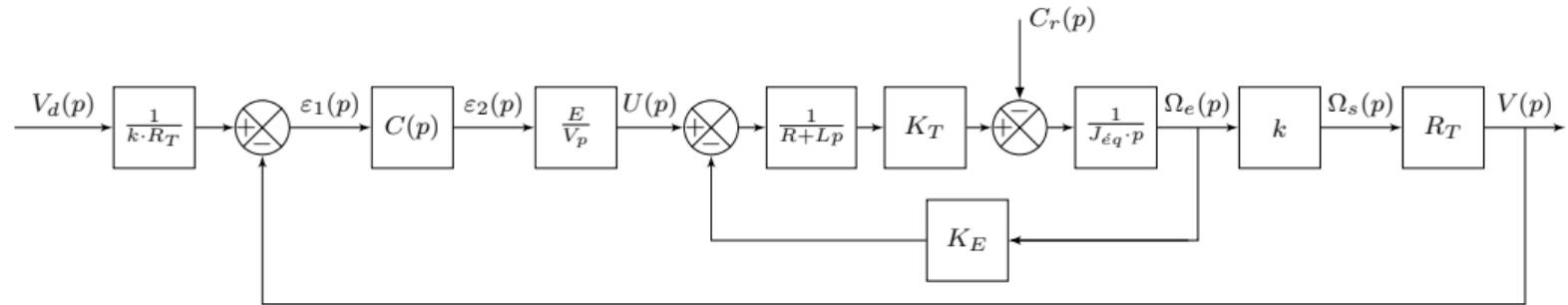
- Couplages électromagnétiques:

$$C_m(p) = K_T \cdot I(p)$$

et $E(p) = K_E \cdot \Omega_e(p)$



Boucle fermée



Correcteur

Correcteur à gain unitaire :

$$C(p) = 1$$

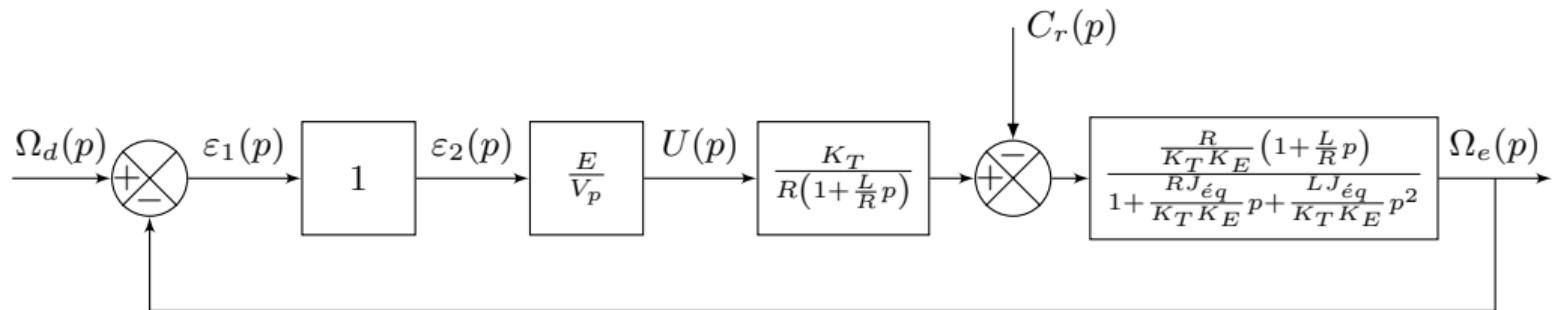


Schéma bloc avec un correcteur à gain unitaire

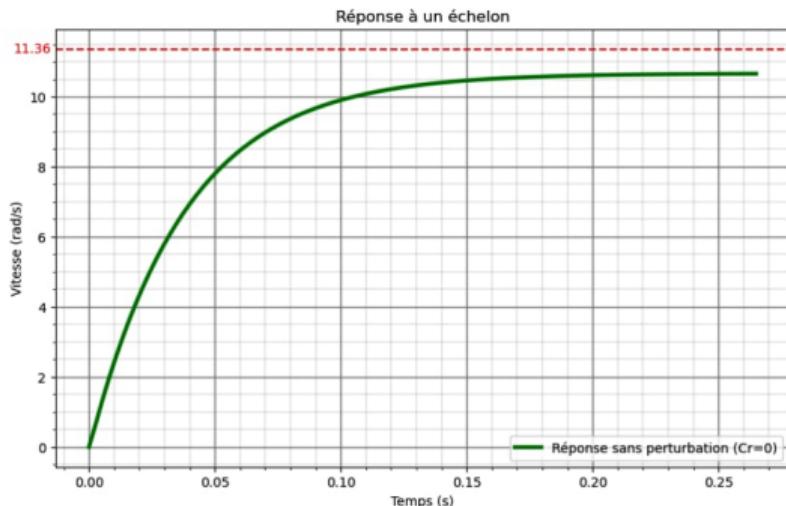
Fonction de transfert sans perturbation

La fonction de transfert pour $C_r(p) = 0$:

$$H_1(p) = \frac{\Omega_{e1}(p)}{\Omega_d(p)} = \frac{\frac{E}{V_p K_E}}{1 + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2}$$

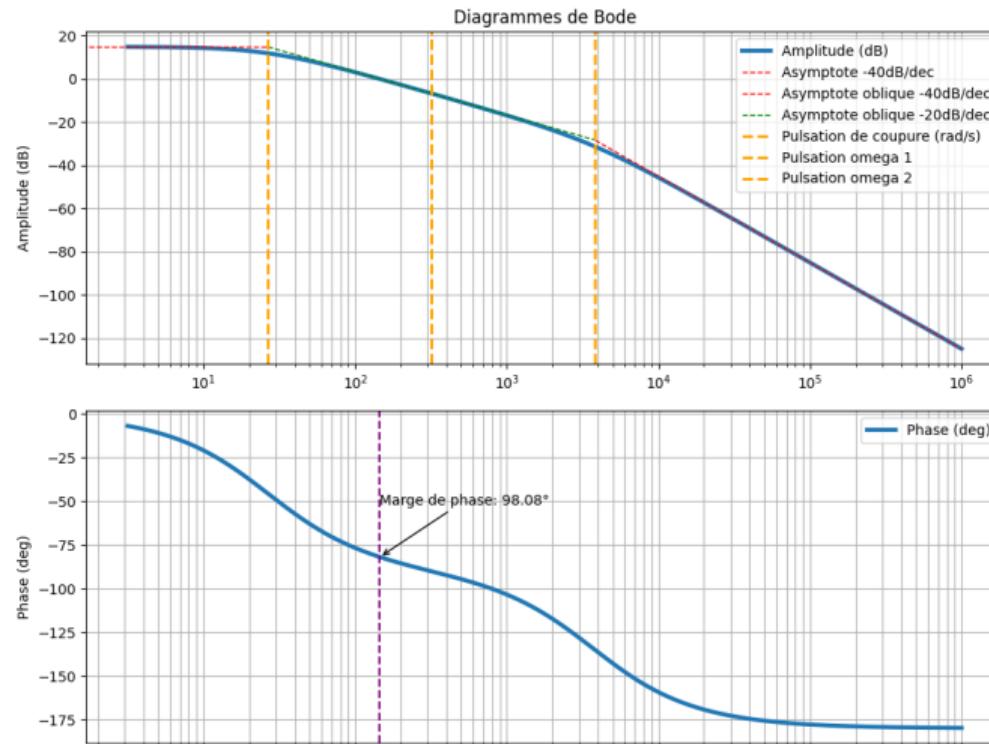
L'expression de la vitesse sur notre convoyeur en négligeant la perturbation C_r :

$$\Omega_{e1}(p) = \frac{\frac{E}{V_p K_E}}{1 + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2} \cdot \Omega_d(p)$$



Réponse sans perturbation

Diagramme de Bode



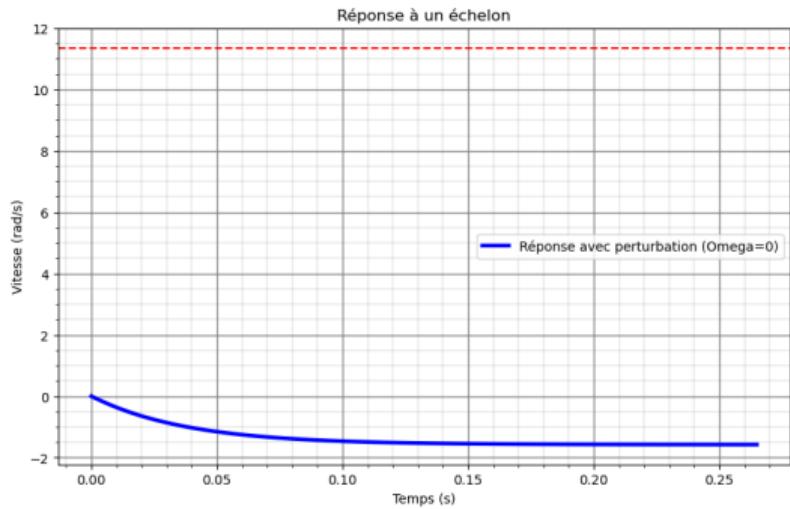
Fonction de transfert sans entrée

La fonction de transfert pour $\Omega_d(p) = 0$:

$$H_2(p) = \frac{\Omega_{e2}(p)}{C_r(p)} = \frac{-\frac{R}{K_T K_E} - \frac{L}{K_T K_E} p}{1 + \frac{E}{K_E V_p} + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2}$$

L'expression de la vitesse sur notre convoyeur en négligeant l'entrée Ω_d :

$$\Omega_{e2}(p) = \frac{-\frac{R}{K_T K_E} - \frac{L}{K_T K_E} p}{1 + \frac{E}{K_E V_p} + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2} \cdot C_r(p)$$



Réponse de la perturbation

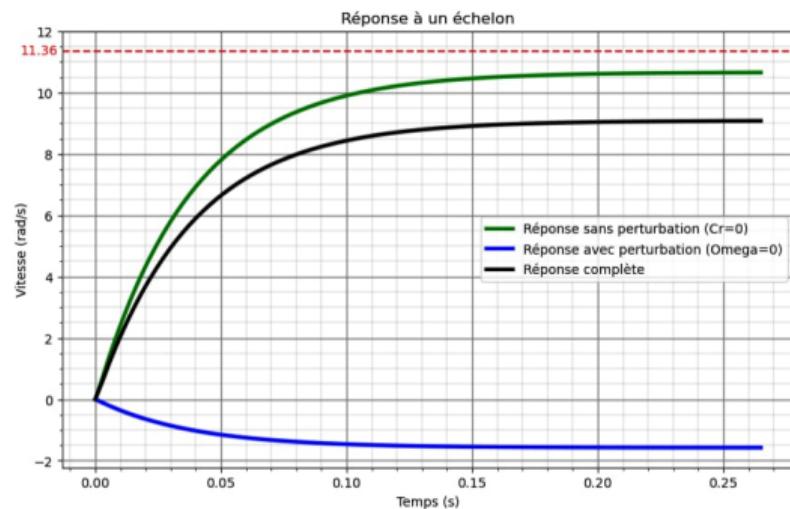
Conclusion

Le principe de superposition donne :

$$\begin{aligned}\Omega_e(p) &= \Omega_{e1}(p) + \Omega_{e2}(p) \\ &= H_1(p) \cdot \Omega_d(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)\end{aligned}$$

Valeurs numériques :

- Couple résistant : $C_r = 0,125$ N.m.
- Vitesse de rotation à la sortie du moteur : $\omega_s = 11,36$ rad.s $^{-1}$.
- Moment d'inertie ramené à l'arbre moteur : $J_{eq} = 6,82 \times 10^{-4}$ kg.m 2 .



Réponse complète

III. Partie automatique.

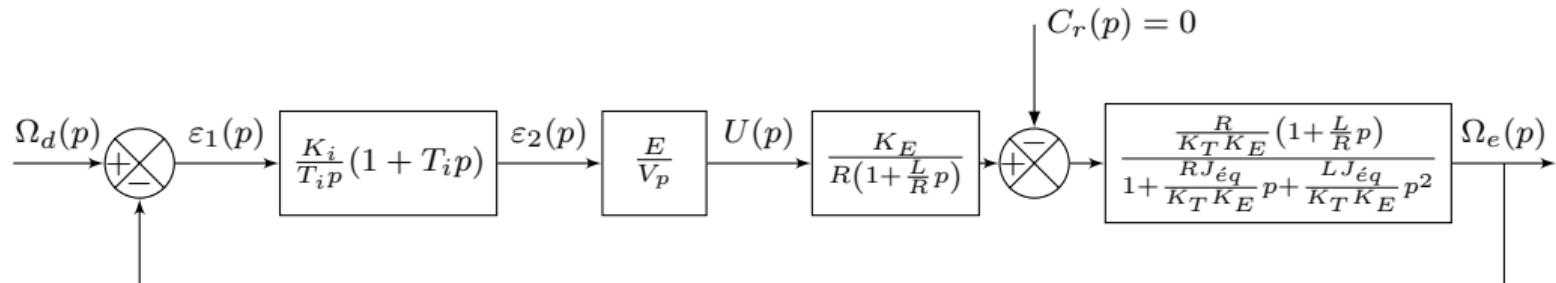
2. Correction du système.

Correction du système

On va choisir un correcteur proportionnel intégral pour annuler l'erreur statique.

Correcteur proportionnel intégral :

$$C(p) = \frac{K_i}{T_ip} (1 + T_ip)$$



Correction

Remarque :

Synthétiser un correcteur revient à calculer T_i et K_i pour répondre au cahier des charges.

Calcul directe de la FTBO :

$$H_{BO}(p) = \frac{(1 + T_i p) \cdot \frac{EK_i}{V_p K_T T_i}}{p(1 + 0,0268p)(1 + 1,422p)}$$

$$T_i = 26,8 \text{ ms}$$

La FTBO devient:

$$H_{BO}(p) = \frac{\frac{EK_i}{V_p K_T \tau_1}}{p(1 + \tau_2 p)}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ possède une intégration, alors **le système est précis**.

Calcul directe de la FTBF :

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{V_p K_T \tau_1}{EK_i} p + \frac{V_p K_t \tau_1 \tau_2}{EK_i} p^2}$$

On identifie à la forme canonique système deuxième ordre :

$$K_i = \frac{\tau_1 K_T V_p}{4E\zeta^2 \tau_2}$$

$$K_i = 0,37$$

Merci pour votre attention!

Questions?