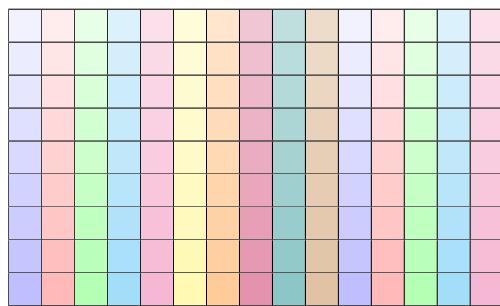


# ÉTUDE ET AMÉLIORATION D'UN DISTRIBUTEUR DE QUILLES

Haitam EL-KHAMALI

8 mai 2024

Rédigé avec L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X



## Motivation :

En regardant une compétition de bowling à la télévision, j'ai remarqué qu'après que les joueurs aient effectué leur lancer et fait tomber les quilles, le système automatique qui les replaçait en position initiale prenait un certain temps pour effectuer cette opération, ce qui pouvait sembler long pour les joueurs.

## Ancrage :

La satisfaction des joueurs est liée à leur plaisir pendant le jeu. Une réduction du temps d'attente peut positivement influencer leur satisfaction en améliorant l'efficacité et la qualité du jeu. Ma recherche sur le système automatique de rangement des quilles suggère qu'une amélioration spécifique pourrait réduire le temps de repositionnement.

## Positionnement thématique :

- SCIENCES INDUSTRIELLES (Génie Mécanique)
- SCIENCES INDUSTRIELLES (Automatique)

## Mots-clés (en français)

- Amélioration
- Requilleur
- Rapidité
- Quilles
- Distributeur

## Mots-clés (en anglais)

- Improvement
- Pin Setter
- Rapidity
- Pins
- Distributor

## Bibliographie commentée :

Le bowling est une activité de loisir, mais aussi une discipline sportive, plus précisément, il s'agit d'un jeu d'intérieur dans lequel les joueurs lancent des boules sur une piste ou allée pour tenter de renverser des quilles. Le Bowling est l'un des sports les plus populaires dans le monde, et son image est très utilisée par les publicitaires.[1]

Les jeux de quilles font partie des premiers jeux que l'homme a créés, ils existent depuis des milliers d'années, remontant à l'époque de l'Egypte ancienne.[2] Le Bowling moderne s'est répandu aux États-Unis au 19ème siècle, gagnant en popularité parmi les travailleurs de l'industrie. Dans les années 1930, les brasseries ont sponsorisé des équipes professionnelles pour promouvoir leurs marques, contribuant à la croissance du sport. Les ligues organisées ont émergé, favorisant la participation récréative. Le Bowling a connu une forte croissance au 20ème siècle, marquée par la création du Congrès International Féminin de Bowling dans les années 1950, favorisant la participation active des femmes.[3] Aujourd'hui le Bowling est pratique dans le monde entier, avec des compétitions de niveau professionnel et amateur organisées régulièrement.

Une fois les quilles seront renversées, elles doivent être remises en place. Avant l'invention des systèmes automatiques prévus à cet usage, cette tâche était effectuée par des enfants ou des jeunes qui se tenaient derrière les pistes, pour maintenir le jeu en mouvement en remettant en place les quilles et en récupérant les boules pour les joueurs. Cela prenait beaucoup de temps et d'énergie, et surtout limitait le nombre de parties qu'il était possible de jouer en une journée. Les pin boys étaient souvent mal payés et travaillaient dans des conditions difficiles, mais leur travail était crucial pour le bon déroulement du jeu.[4]

En 1937, Gottfried Schmidt a breveté le premier système de remplacement automatique de quilles, marquant une innovation majeure pour l'industrie du bowling. Ce système simplifiait considérablement le processus de remplacement, permettant aux joueurs de se concentrer davantage sur le jeu.[5] La société AMF a développé et breveté le premier Requilleur automatique en 1952, également appelé PinSetter, qui a été un succès instantané dans l'industrie du bowling. Il a été utilisé dans de nombreuses salles de bowling à travers les Etats-Unis, ce qui a contribué à sa popularité croissante en simplifiant et en accélérant le processus de jeu.[6] L'entreprise AMF, déjà mentionnée, a acquis les droits du brevet de Gottfried Schmidt et a commencé à produire et commercialiser des Requilleurs automatiques basés sur cette technologie.[7]

Après que les quilles seront inversées, le Requilleur permet principalement de les repositionner sur le Pindeck pour qu'elles soient prêtes pour chaque lancer. Ce système récupère les quilles tombées dans la fosse, les replace dans leur position correcte sur la table de jeu et élimine les quilles cassées ou endommagées. Et finalement il renvoie la boule aux joueurs. Dans un système de rangement de quilles automatisé, le distributeur est un élément clé du système. Il est généralement situé à l'arrière de la zone de jeu, derrière les quilles et le mécanisme de ramassage. Après réception des quilles depuis l'élévateur, le distributeur les déplace horizontalement en suivant des voies, jusqu'à ce qu'elles arrivent dans les 10 alvéoles en attente du transfert sur la table de pose. Chaque alvéole est équipée d'un taquet qui, lorsqu'il n'est pas en position rétractée, permet à la quille de tomber dans l'alvéole correspondante. Au début du processus de remplissage, les alvéoles sont vides et les taquets sont en position non rétractée. Dans le but d'avoir un ensemble prêt de quilles qui va remplacer les quilles renversées au lancer précédent.[8]

## Problématique retenue :

Comment améliorer le distributeur des quilles du système actuel en un autre qui achemine les quilles vers les 10 alvéoles en moins de temps, en suivant une trajectoire spécifique, tout en maintenant une précision définie.

## Objectifs du TIPE :

- Analyse du Requilleur Brunswick GS-X et de la conception de son distributeur de quille, incluant le calcul du temps requis pour charger l'ensemble des alvéoles.
- Dimensionnement d'un nouveau distributeur, qui consiste en un bras automatique combinant deux mouvements de rotation, afin de remplir les 10 alvéoles de manière plus rapide que le

premier.

- Choix d'un vérin capable de déplacer le bras, ainsi que la détermination de son emplacement dans le système.
- Asservissement en vitesse du moteur actionnant le bras pour garder sa vitesse constante malgré les perturbations, garantissant la stabilité indépendamment des influences extérieures.

### Références bibliographiques :

- [1] ROOKIE ROAD : Bowling History : Visité le 12 février 2023, [voir lien](#).
- [2] WIKIPÉDIA : Jeux dans l'Égypte antique : Visité le 12 Novembre 2023, [voir lien](#).
- [3] WILLIAM MATTHEW FLINDERS PETRIE 1853-1942 (PETRIE, W. M. F.) : Inductive Metrology ; or, The Recovery of Ancient Measures from the Monuments : Qui a été publié par Cambridge University Press le 5 septembre 2013. Dans le chapitre IX intitulé RUDE STONE REMAINS, AMERICA, INDIA, &C l'auteur traite l'histoire du bowling.
- [4] GEORGE BOWERING : Pinboy : A Memoir : Dans la deuxième partie intitulé Pinboy de son livre autobiographique, il raconte son expérience et comment il a travaillé en tant qu'un Pinboy dans les cinquantes. Publiée par Cormorant Books en 2012.
- [5] FAO (FOOD AND AGRICULTURE ORGANISATION) : Agriculture 4.0 - Agricultural robotics and automated equipment for sustainable crop production : Il s'agit d'un rapport qui mentionne le requilleur de quilles automatiques comme un exemple d'innovation technologique qui a permis d'améliorer la productivité et la qualité du bowling.
- [6] OLD BOWLING : Development of the automatic Pinsetter : Visité le 12 Novembre 2023, [voir lien](#).
- [7] WIKIPÉDIA : Pinsetter : Visité le 19 Novembre 2023, [voir lien](#).
- [8] BOWLINGON : How do bowling Pinsetters work ? Step by step explained : Cet article explique comment un Pinsetter utilise des capteurs et des bras mécaniques pour installer et dégager automatiquement les quilles des pistes, publiées en [voir lien](#).

## I. Étude du distributeur de quilles :

Cette étude va comporter trois étapes, une de l'introduction de ce système et comment il fonctionne, une 2ème partie concernant le calcul du temps nécessaire qui prends ce distributeur pour remplir les 10 quilles, une troisième partie pour l'architecture de mon nouveau distributeur et finalement un quatrième partie pour la comparaison entre ces deux solutions, et une conclusion.

### I.1 Introduction :

Tout d'abord, notre système constitue un système de distribution des quilles au sein d'un système automatisé de répositionnement des quilles dans une salle de Bowling. Ainsi, lorsqu'un joueur lance la balle pour renverser les quilles, le Requilleur automatique est conçu pour collecter les quilles tombées et les remettre en position, permettant ainsi à davantage de joueurs de continuer à jouer sans avoir à perdre du temps à les récupérer. Cela garantit une expérience fluide et sans interruption, tout en maximisant le temps de jeu pour les clients. De plus, ce processus automatisé contribue à maintenir un niveau élevé de propreté et d'organisation dans la salle de bowling, ce qui est essentiel pour offrir un environnement agréable aux joueurs.

Dans cette section de l'étude, je me concentrerai exclusivement sur le Requilleur *BrunswickGS-X*, qui est actuellement le plus célèbre et largement utilisé par les salles de bowling. Cette popularité découle de sa réputation bien établie pour sa fiabilité, sa performance et sa capacité à maintenir efficacement le jeu en mouvement.

Rappelons premièrement le principe du resquilleur de quille.

Un Requilleur permet principalement de :

- récupérer les quilles.
- de repositionner ces dernières sur le Pindeck.

— de renvoyer la boule aux joueurs.

Certains requilleurs sont toutefois très sophistiqués, au point de permettre de comptabiliser les points et d'afficher les scores. Sur le plan fonctionnel, un Requilleur se compose des parties suivantes :

- un trou qui permet de récupérer les boules et de les séparer des quilles après le lancer.
- un accélérateur qui renvoie la boule au joueur.
- un élévateur qui renvoie les quilles vers la partie supérieure.
- un chariot qui balaie les quilles tombées sur le Pindeck.
- un distributeur de quilles.

Cet ensemble est commandé par un système électronique composé de micro-contrôleurs. Il existe deux différents types de requilleurs :

1. Le requilleur mécanique qui est recommandé pour les centres professionnels et nécessite un entretien exigeant.
2. Le requilleur à ficelles qui s'adapte au bowling de plaisir. La commande de ce type de requilleur s'effectue auprès de constructeurs et n'entraîne pas des coûts d'entretien élevés.

Je vais fournir une représentation tridimensionnelle du requin, comprenant des couleurs distinctes pour chaque partie du corps ainsi que des étiquettes identifiant chacune de ces parties.

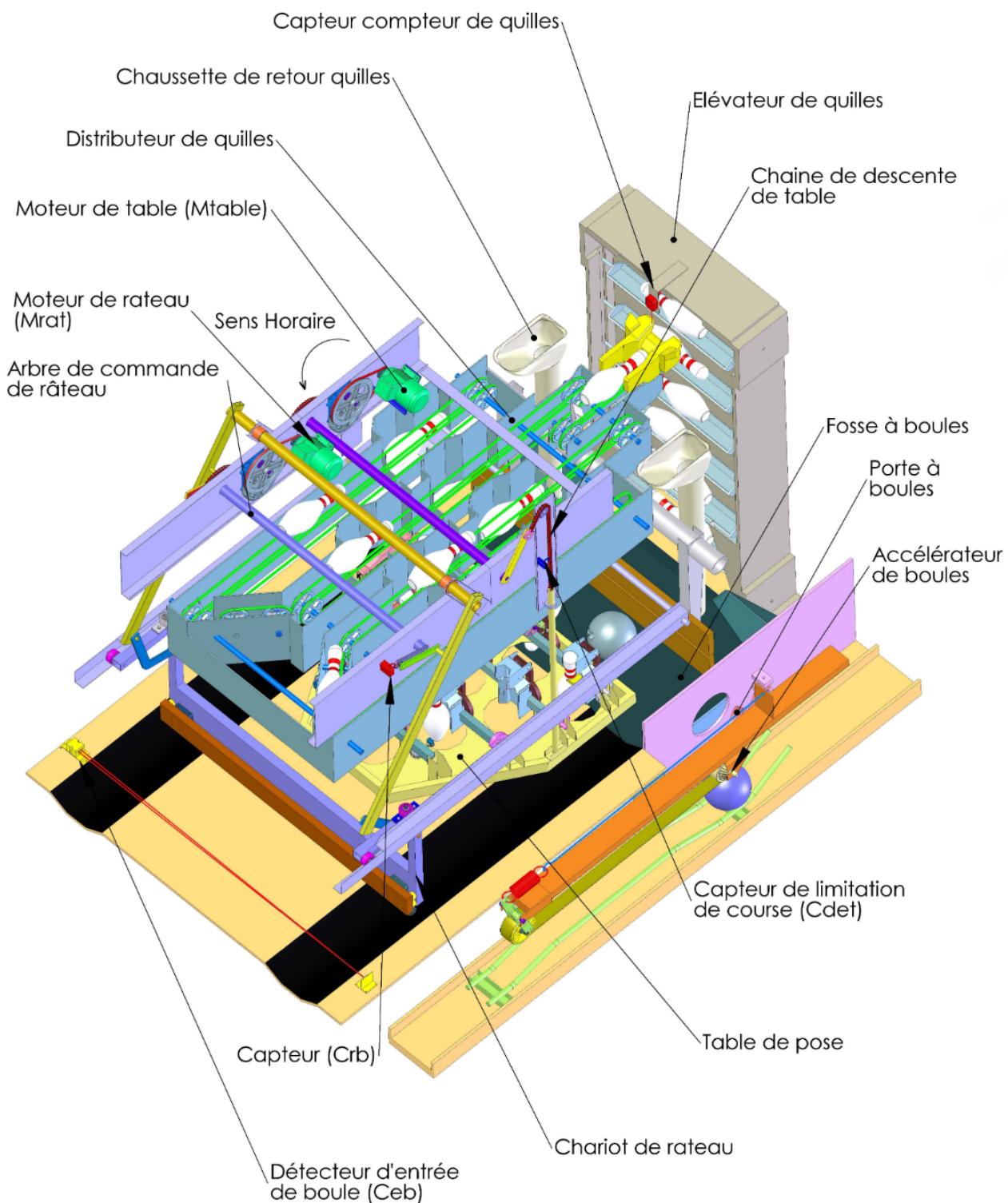


FIGURE 1 – Requilleur de quilles

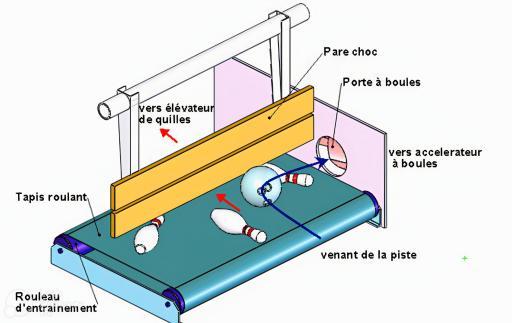
## I.2 Fonctionnement de ses sous-systèmes :

### I.2.1 La fosse à boules :

En contrebas de la piste, elle récupère la boule et les quilles qui ont été renversées. Elle est constituée de :

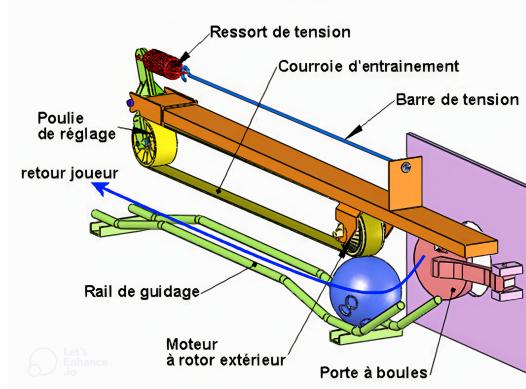
- D'un pare-choc qui permet d'absorber l'impact de la boule ;
- D'un tapis roulant qui dirige les quilles vers l'élevateur à quilles en passant sous ce pare-choc.

La légère inclinaison du tapis roulant permet d'amener la boule retenue par le pare-choc vers l'accélérateur à boules en passant par la porte à boules. Cette porte est maintenue verrouillée pendant 3 secondes lorsqu'une boule est détectée à l'entrée du requilleur. Cela permet d'éviter l'entrée d'une quille dans l'accélérateur à boules. La porte s'ouvre sous le poids de la boule. Elle se referme par un ressort, la commande de verrouillage est obtenue par un solénoïde (électro-aimant).



La fosse à boules

### I.2.2 L'accélérateur de boules :



L'accélérateur de boules

Monté entre deux requilleurs, il renvoie les boules aux joueurs de chacune des deux pistes. La boule passant par la porte à boules arrive sur la pente d'un rail de guidage qui l'amène sous une courroie d'entraînement par son propre poids. La courroie est entraînée par un moteur à rotor extérieur (Il joue le rôle de poulie motrice). Une poulie récepitrice articulée permet de moduler la tension de la courroie par l'intermédiaire d'un ressort et d'une barre de tension.

### I.2.3 L'élévateur de quilles :

Il reçoit les quilles venant du tapis de la fosse à boules et les remonte jusqu'au distributeur de quilles.

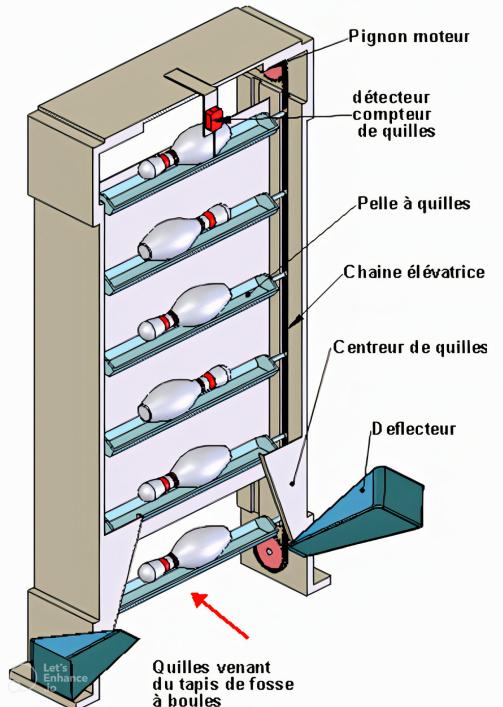
Il est constitué de 14 pelles entraînées par deux chaînes parallèles.

Deux déflecteurs et des centreurs permettent de positionner les quilles au centre des pelles.

Un dispositif permet de ne transporter qu'une quille par pelle.

Un détecteur de quilles permet de compter les quilles sortant de l'élévateur.

Les quilles peuvent être orientées dans les deux sens.



L'accélérateur de boules

FIGURE 2 – L'élévateur de quilles

### I.2.4 Le distributeur de quilles :

Il transporte et distribue les quilles dans les 10 stations de quilles qui stockent un jeu de 12 quilles.

Les quilles qui ne trouvent pas de station vide tombent sur le tapis de la fosse à boules par l'intermédiaire d'une chaussette à quilles.

Les stations des quilles 7 et 10 permettent de stocker deux quilles chacune car elles sont plus longues à charger.

Le transport des quilles est assuré par un couple de courroies rondes. Des aiguilleurs permettent d'orienter les quilles dans les différentes stations en fonction des arrivées des quilles signalées par le détecteur compteur de quilles situé sur l'élévateur. La quille reste dans la station jusqu'à ce que la table de pose soit prête à la recevoir.

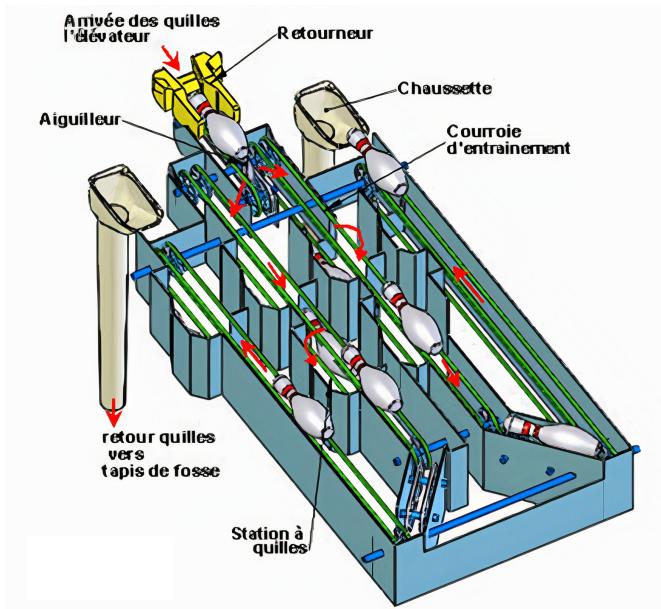


FIGURE 3 – Distributeur de quilles

#### I.2.5 La table de pose :

Elle permet de :

- Déetecter les quilles restées debout après un lancer de boule par l'intermédiaire d'une raquette ;
- Relever les quilles restées en place après un premier lancer de boule avec les ciseaux de spotting.
- Cela permet de débarrasser les quilles tombées avec le râteau ;
- Recevoir les quilles du distributeur lorsque la table est en position haute ;
- Poser les quilles sur le Pindeck (zone de la piste où se situe les quilles) lorsque la table est en position basse.

#### La table de pose

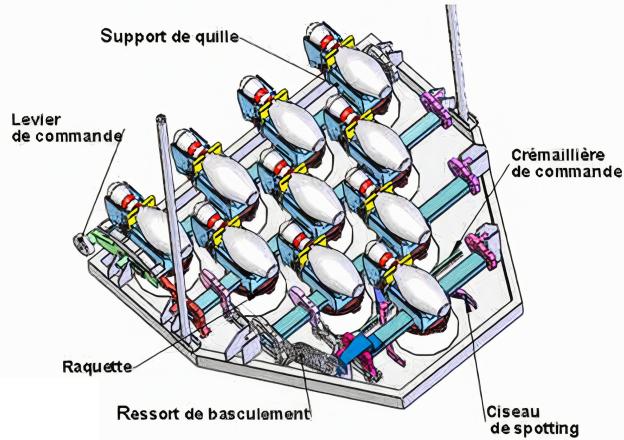


FIGURE 4 – La table de pose

#### I.2.6 Le chariot de râteau :

Il permet de :

- Protéger par un butoir la table de pose pendant la détection et la pose des quilles ;
- Balayer les quilles qui n'ont plus à être sur la piste par le râteau qui est commandé par un moteur frein.
- Lors de la détection d'une boule à l'entrée du requilleur, le râteau, libéré par un solénoïde de sa position relevée, descend sous son propre poids. Son déplacement est ralenti par un amortisseur

hydraulique. Le râteau est resté maintenu vers l'avant par le moteur frein, non alimenté. Lors d'un balayage, le moteur frein est alimenté. Il entraîne, jusqu'à l'activation du capteur Crb, l'arbre de commande du râteau sur un tour. L'arbre de commande du râteau est lié à l'arbre moteur par un système bielle manivelle et par un réducteur, constitué d'un dispositif à courroie trapézoïdale, d'un couple d'engrenages droits et d'une transmission par chaîne à maillons.

– Un tour complet de l'arbre de commande permet au râteau d'effectuer un aller et retour parallèlement au Pindeck, encore appelé balayage. Un dispositif de récupération, non représenté, permet de soulever le râteau et de le remettre en position relevée. Ce dispositif entre en action uniquement lorsque le moteur de commande de descente de table tourne dans le sens trigonométrique.

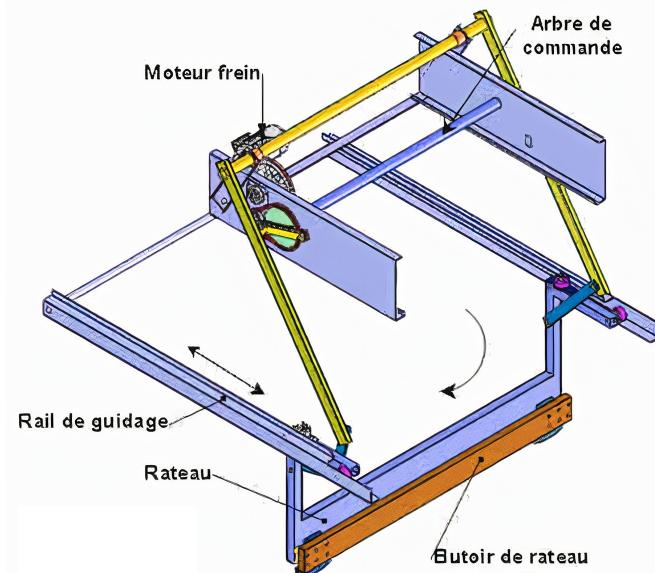


FIGURE 5 – Le chariot de râteau

Voici une autre vue en trois dimensions du Requilleur, mettant en évidence la partie arrière du système. Dans cette représentation détaillée, nous pouvons observer les composants situés à l'arrière du Requilleur, offrant ainsi une compréhension plus complète de sa structure et de son fonctionnement.

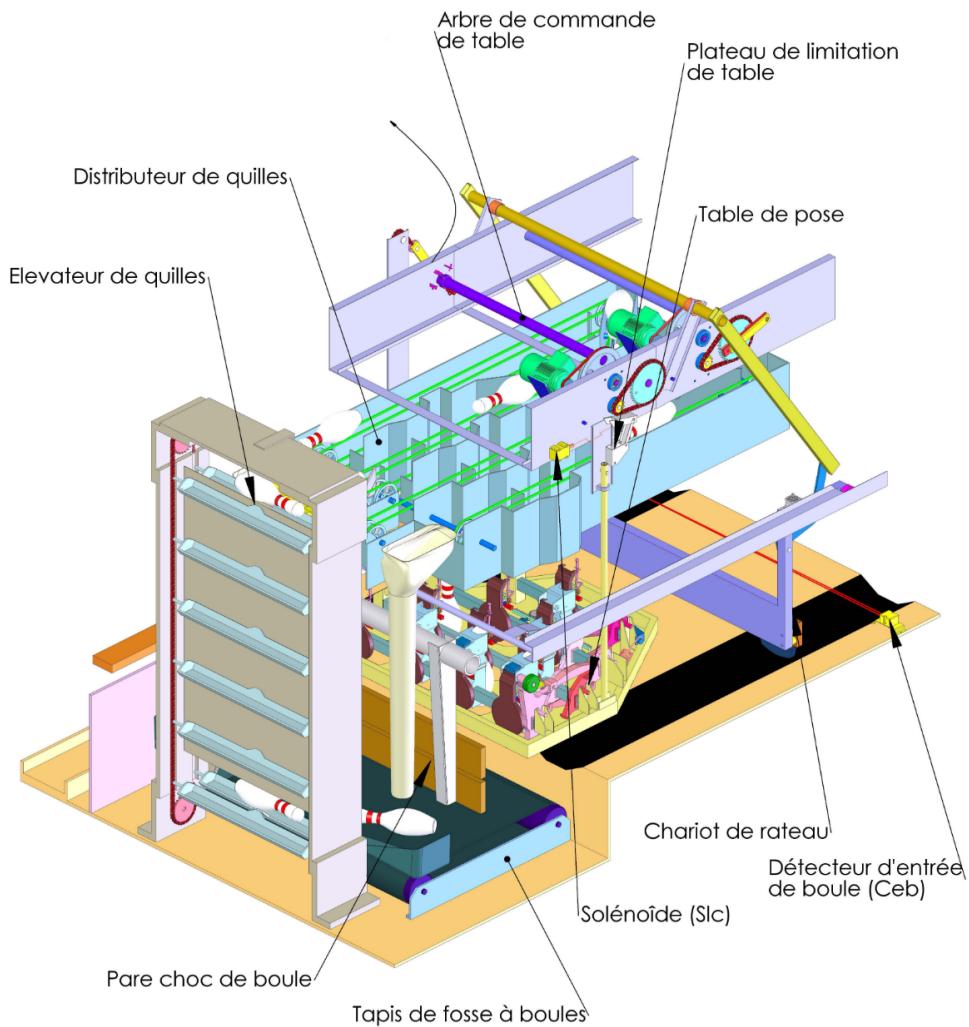


FIGURE 6 – Requilleur de quilles (vue en arrière)

La méthode de positionnement des quilles dans le premier distributeur suit une trajectoire bien définie pour assurer un placement précis et efficace des quilles dans les alvéoles. Voici la chronologie générale du remplissage des quilles :

**1. Initialisation du système :** Avant de commencer le processus de remplissage, le système est initialisé pour s'assurer que tous les composants fonctionnent correctement et sont prêts à être utilisés.

**2. Détection des alvéoles vides :** Le système utilise des capteurs pour détecter les alvéoles vides dans lesquelles les quilles doivent être placées. Ces capteurs identifient les emplacements disponibles et transmettent ces informations au système de contrôle.

**3. Collecte des quilles :** Les quilles sont collectées à partir de la zone de stockage à l'aide de bras mécaniques ou d'un dispositif similaire. Les quilles sont saisies individuellement ou par groupes, selon la conception du système.

**4. Alignement des quilles :** Une fois collectées, les quilles sont alignées correctement pour garantir qu'elles s'insèrent parfaitement dans les alvéoles vides sans obstruction ni désalignement.

**5. Placement des quilles :** Les quilles sont déposées avec précision dans les alvéoles vides détectées par le système. Cette opération est effectuée de manière séquentielle ou simultanée, en fonction de la capacité du système et de sa configuration.

**6. Vérification du positionnement :** Après le placement des quilles, le système effectue une vérification pour s'assurer que chaque quille est correctement positionnée dans son alvéole respective. Des capteurs peuvent être utilisés pour confirmer le bon placement des quilles.

Numéro alvéole	Position $Y_0$	Position $X_0$	Langueur associée	Angle associé
1	0,000	1920,00	1920,000	0,000
2	-152,400	1656,038	1663,038	-5,260
4	-304,800	1392,07	1425,048	-12,350
7	-457,200	1128,11	1217,236	-22,060
8	-152,400	1128,11	1138,35	-7,690
5	0,000	1392,07	1392,070	0,000
9	152,400	1128,11	1138,358	7,690
10	457,200	1128,11	1217,236	22,060

TABLE 1 – Repérage des alvéoles

**7. Correction des erreurs :** Si des erreurs de placement sont détectées, le système peut effectuer des ajustements automatiques pour corriger les positions des quilles afin de garantir un remplissage précis et uniforme.

**8. Finalisation du processus :** Une fois que toutes les alvéoles ont été remplies avec succès, le processus de remplissage est terminé. Le système est prêt pour le prochain cycle de jeu de bowling, assurant ainsi un flux de jeu fluide et sans interruption pour les joueurs.

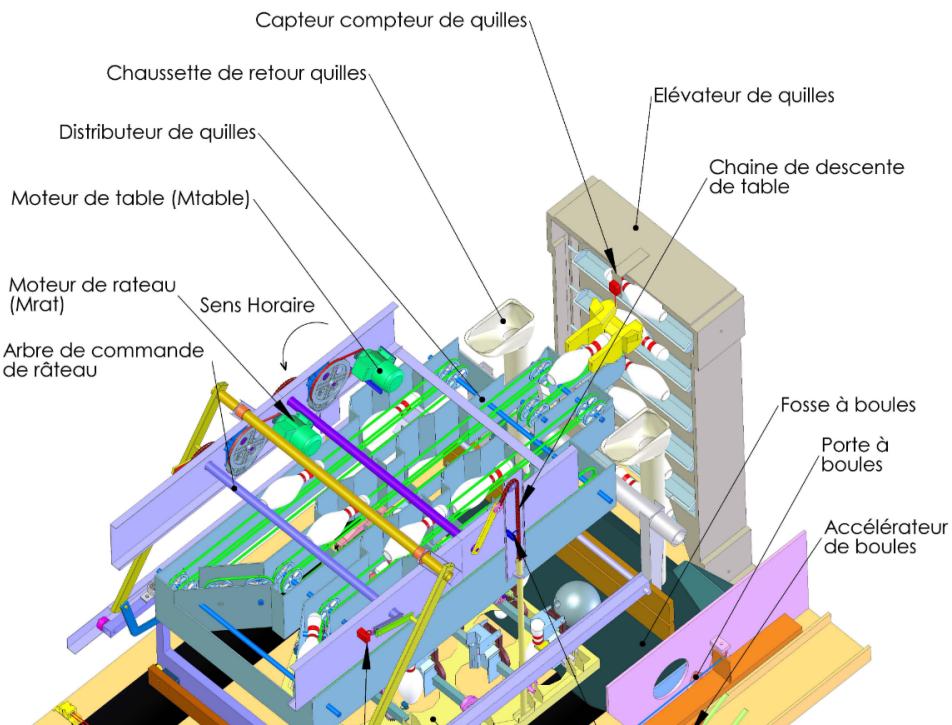


FIGURE 7 – Requilleur de quilles (Vue en haut)

Les positions de chaque alvéole sont repérés :

### I.3 Calcul du temps nécessaire pour remplir les 10 alvéoles :

Voici une illustration représentant la trajectoire des quilles dans ce distributeur ainsi que la technologie/solution utilisée : - Ce distributeur comporte 4 voies qui acheminent les quilles. Chaque voie possède des alvéoles destinées à être remplies comme suit :

- \* Voie numéro 1 : Alvéoles 8, 5, 2 et 1.
- \* Voie numéro 3 : Alvéoles 9, 3 et 6.
- \* Voie numéro 2 : Alvéoles 4 et 7.
- \* Voie numéro 4 : Alvéole 10.

Important :

L'ordre de rechargement des alvéoles dans ce distributeur est le suivant :

$$8 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10.$$

Pour séparer les voies 1 et 3, le système utilise un aiguillage représenté dans la figure 8. Nous utiliserons la notation "Voie  $i \leftarrow$  Alvéole  $j$ " pour indiquer que nous sommes en train de remplir l'alvéole  $j$  et que la quille passe par la voie  $i$ .

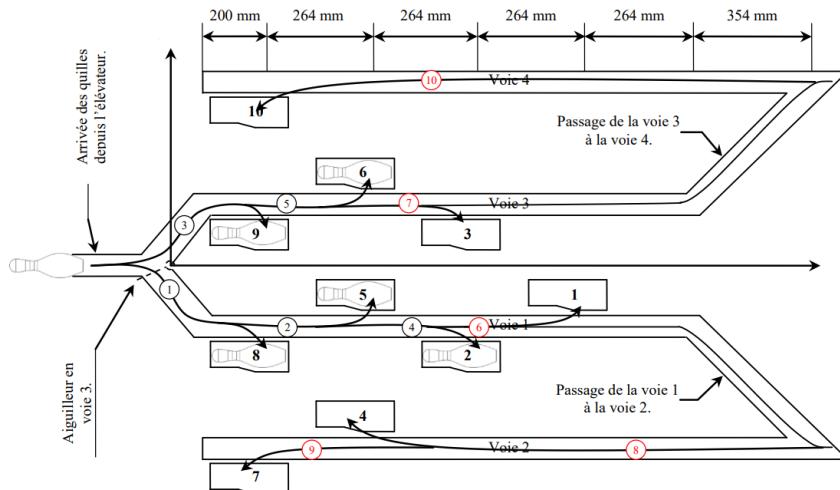


FIGURE 8 – Chronologie de remplissage

Avec :

$$\Delta t = \frac{Course}{V} + 0,1$$

La durée de basculement du quille dans l'alvéole est de 0,1 seconde.

La cadence d'arrivée des quilles depuis l'alvéole est d'une quille par seconde.

	<b>Voie <math>i \leftarrow</math> Alvéole <math>j</math></b>	<b>Course (mm)</b>	<b>Durée (s)</b>	<b>Cadence</b>	<b>Durée + Cadence</b>
<b>8</b>	1 $\leftarrow$ 8	450	1	0	1
<b>5</b>	1 $\leftarrow$ 5	714	1,528	1	2,528
<b>9</b>	3 $\leftarrow$ 9	450	1	2	3
<b>2</b>	1 $\leftarrow$ 2	978	2,056	3	5,056
<b>6</b>	3 $\leftarrow$ 6	714	1,528	4	5,528
<b>1</b>	1 $\leftarrow$ 1	1242	2,584	5	7,584
<b>3</b>	3 $\leftarrow$ 3	978	2,056	6	8,056
<b>4</b>	2 $\leftarrow$ 4	3061	6,222	7	13,222
<b>7</b>	2 $\leftarrow$ 7	3325	6,75	8	14,75
<b>10</b>	4 $\leftarrow$ 10	3325	6,75	9	15,75

On donne le diagramme de Gantt de ce processus :

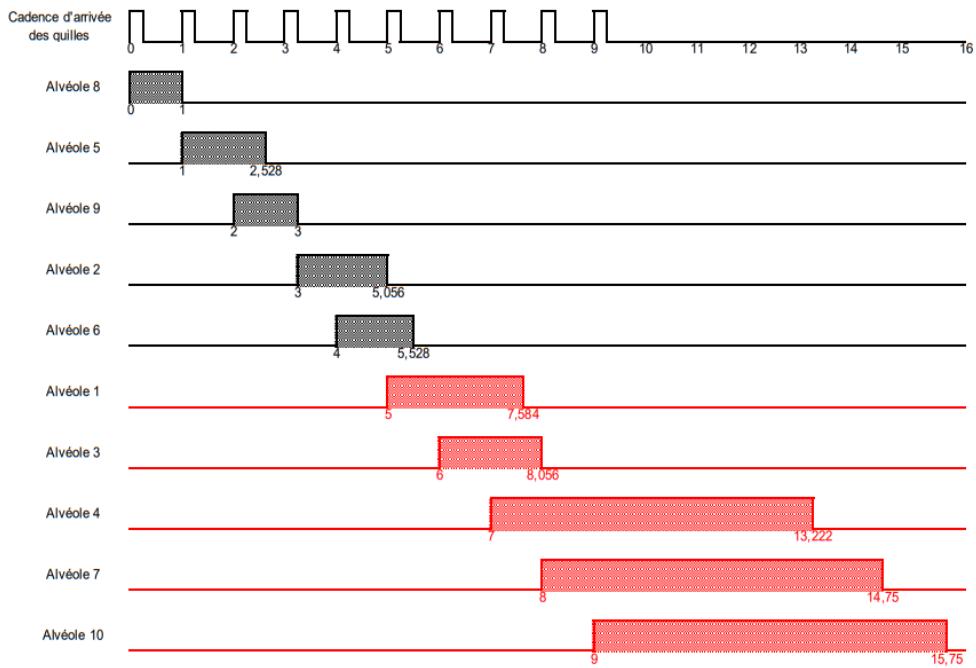


FIGURE 9 – Enter Caption

Résultat :

**La durée pris pas le premier distributeur pour recharger les 10 alvéoles est :**

$$T_{\text{Totale1}} = 15,75 \text{ s}$$

## I.4 Architecture du nouveau distributeur :

### I.4.1 Problématique :

- Le rechargeement des 10 alvéoles prend une durée qui peut être considérée longue.
- Cette durée peut être réduite en changeant le comportement du distributeur.
- J'ai choisi de changer la nature du système pour remplir rapidement les alvéoles et avoir la recharge toujours prête.

### I.4.2 Solution :

- La solution proposée est un bras contenant une seule voie transporteuse pour acheminer les quilles.
- En suivant l'ordre chronologique de remplissage et en respectant une certaine précision.
- Cette voie pivote selon un axe  $\vec{z}_0$  pour atteindre tous les alvéoles.
- Chaque alvéole est caractérisée par :
  - Une angle :  $\alpha_i$
  - Une longueur :  $L_i$

Important :

**L'ordre de rechargement des alvéoles dans ce distributeur est le suivant :**

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 3.$$

On donne un repérage de tous les alvéoles avec les variations linéaires et angulaires entre eux.

Numéro alvéole	Position		Longueur associée	Angle associé	Variation linéaire		Variation angulaire	
	$Y_0$	$X_0$			(mm)	(°)		
1	0,000	1920,000	0,000	0,000	$\Delta L_{3 \rightarrow 1}$	256,970	$\Delta \alpha_{3 \rightarrow 1}$	-5,260
2	-152,400	1663,038	-5,260	-5,260	$\Delta L_{1 \rightarrow 2}$	-256,970	$\Delta \alpha_{1 \rightarrow 2}$	-5,260
3	152,400	1663,038	5,260	5,260	$\Delta L_{6 \rightarrow 3}$	237,980	$\Delta \alpha_{6 \rightarrow 3}$	-7,090
4	-304,800	1425,048	-12,350	-12,350	$\Delta L_{2 \rightarrow 4}$	-237,980	$\Delta \alpha_{2 \rightarrow 4}$	-7,090
5	0,000	1392,070	0,000	0,000	$\Delta L_{8 \rightarrow 5}$	253,720	$\Delta \alpha_{8 \rightarrow 5}$	7,690
6	304,800	1425,048	12,350	12,350	$\Delta L_{10 \rightarrow 6}$	207,820	$\Delta \alpha_{10 \rightarrow 6}$	-9,710
7	-457,200	1217,236	-22,060	-22,060	$\Delta L_{4 \rightarrow 7}$	-207,820	$\Delta \alpha_{4 \rightarrow 7}$	-9,710
8	-152,400	1138,358	-7,690	-7,690	$\Delta L_{7 \rightarrow 8}$	-78,880	$\Delta \alpha_{7 \rightarrow 8}$	14,370
9	152,400	1138,358	7,690	7,690	$\Delta L_{5 \rightarrow 9}$	-253,720	$\Delta \alpha_{5 \rightarrow 9}$	7,690
10	457,200	1217,236	22,060	22,060	$\Delta L_{9 \rightarrow 10}$	78,880	$\Delta \alpha_{9 \rightarrow 10}$	14,370

TABLE 2 – Repérage de tous les alvéoles

On définit la durée d'adaptation linéaire entre deux alvéoles consécutives par :

$$T_{\Delta L_{ij}} = \frac{|\Delta l_{ij}|}{V}$$

On définit la durée d'adaptation angulaire entre deux alvéoles consécutives par :

$$T_{\Delta \alpha_{ij}} = \frac{|\Delta \alpha_{ij}| \cdot \pi}{180 \cdot \omega}$$

On calcul les variations linéaires entre les alvéoles, on trouve :

Variation	Durée d'adaptation linéaire	Durée d'adaptation angulaire
3 → 1	0,652	0,340
1 → 2	0,652	0,340
2 → 4	0,604	0,458
4 → 7	0,527	0,627
7 → 8	0,200	0,928
8 → 5	0,644	0,497
5 → 9	0,644	0,497
9 → 10	0,200	0,928
10 → 6	0,527	0,627
6 → 3	0,604	0,458

TABLE 3 – Tableau des durées d'adaptation

On peut remarquer que toutes les durées de remplissage sont inférieures à 1 s.

Puisque le bras peut combiner entre les deux mouvements à la fois, alors on peut déduire :

$$T_{\text{Totale}2} = T_{\text{quille}1-\text{alvéole}1} + 9 \times 1 = 12,84 \text{ s}$$

$$T_{\text{quille}1-\text{alveole}1} = \frac{1920}{0,5 \times 10^3} + 9 = 12,84 \text{ s}$$

$$T_{\text{Totale}2} = 12,84 \text{ s} < T_{\text{Totale}1} = 15,75 \text{ s}$$

### I.4.3 Conclusion :

Réultat :

La durée nécessaire pour que mon nouveau distributeur de quille recharge les 10 alvéoles est :

$$T_{\text{Totale2}} = 12,84 \text{ s}$$

Tous les calculs sont faites avec un vitesse linéaire comme celui du premier requilleur de  $V = 0,5 \text{ ms}^{-1}$ .

## II. Partie mécanique

### II.1 Choix du matériau du Tambour 1 :

#### II.1.1 Première contrainte ; Flexion :

D'après la condition de résistance au Flexion :

$$\frac{M_t}{I_{G_z}} \cdot y \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

On a  $M_t = C_r$ , et :

$$I_{G_z} = \frac{\pi \cdot (d_e^2 - d_i^2)}{64}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{M_t}{I_{G_z}} \cdot y \leq \frac{\sigma_e}{s} &\implies \frac{C_r \cdot 64}{\pi \cdot d_i^4 \cdot (\alpha^4 - 1)} \cdot \frac{\alpha \cdot d_i}{2} \leq \frac{\sigma_e}{s} \\ &\implies \frac{C_r \cdot 64}{\pi \cdot (2 \cdot R_i)^4 \cdot (\alpha^4 - 1)} \cdot \frac{\alpha \cdot 2 \cdot R_i}{2} \leq \frac{\sigma_e}{s} \\ &\implies \frac{C_r \cdot 64}{\pi \cdot 16 \cdot R_i^4 \cdot (\alpha^4 - 1)} \cdot \alpha \cdot R_i \leq \frac{\sigma_e}{s} \\ &\implies C_r \cdot \alpha \cdot R_i \leq \frac{\sigma_e \cdot \pi \cdot 16 \cdot R_i^4 \cdot (\alpha^4 - 1)}{s \cdot 64} \\ &\implies C_r \cdot \alpha \cdot R_i \leq \frac{\sigma_e \cdot \pi \cdot R_i^4 \cdot (\alpha^4 - 1)}{4 \cdot s} \\ &\implies 4 \cdot C_r \cdot \alpha \leq \frac{\sigma_e \cdot \pi \cdot R_i^3 \cdot (\alpha^4 - 1)}{s} \\ &\implies R_i^3 \geq \frac{4 \cdot C_r \cdot \alpha \cdot s}{\sigma_e \cdot \pi \cdot (\alpha^4 - 1)} \\ &\implies R_i \geq \left( \frac{4 \cdot C_r \cdot \alpha \cdot s}{\sigma_e \cdot \pi \cdot (\alpha^4 - 1)} \right)^{1/3} \end{aligned}$$

FINALEMENT :

Resultat :

**Le rayon minimale du Tambour 1 est :**

$$R_{imin} = \left( \frac{C_r \cdot s \cdot 4 \cdot \alpha}{\pi \cdot (x^4 - 1) \cdot \sigma_e} \right)^{1/3}$$

### II.1.2 Détermination du premier indice de performance :

On définit le coût  $C$  par :

$$C = C_m \cdot m = C_m \cdot \rho \cdot S \cdot L_{\text{Tambour}}$$

Avec  $S = R_i^2 \cdot (\alpha^2 - 1)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} C &= C_m \cdot \rho \cdot \pi \cdot R_i^2 \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L \\ &= C_m \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left( \frac{C_r \cdot s \cdot 4 \cdot \alpha}{\pi \cdot (x^4 - 1) \cdot \sigma_e} \right)^{2/3} \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L \end{aligned}$$

Resultat :

**Et alors on déduit l'expression du coût massique en fonction des paramètres :**

$$C = \frac{\pi \cdot (4 \cdot s \cdot \alpha)^{2/3} \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L}{(\pi \cdot (x^4 - 1))^{2/3}} \cdot C_m \cdot \sqrt{C_r} \cdot \frac{\rho}{\sigma_e^{2/3}}$$

Donc l'indice qu'on cherche à maximiser est :

$$I_1 = \frac{\sigma_e^{2/3}}{\rho}$$

Resultat :

**Alors on obtient l'équation d'une droite de pente  $\frac{3}{2}$  :**

$$\log(\sigma_e) = \frac{3}{2} \log(\rho) + \frac{3}{2} \log(I_2)$$

### II.1.3 Deuxième contrainte ; Torsion :

On utilisant la condition de rigidité à la torsion :

$$\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \leq \theta_{\text{lim}}$$

On a :  $d_e = 2 \cdot R_e$ ,  $R_e = \alpha \cdot R_i$  et  $M_t = C_r$  :

Moment quadratique :

$$I_O = \frac{\pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)}{32}$$

Alors :

$$\begin{aligned}
 \theta = \frac{C_r}{G \cdot I_0} \leq \theta_{\lim} &\implies \frac{C_r \cdot 32}{G \cdot \pi \cdot (d_e^4 - d_i^4)} \leq \theta_{\lim} \\
 &\implies \frac{C_r \cdot 32}{G \cdot \pi \cdot (16 \cdot \alpha^4 \cdot R_i^4 - 16 \cdot R_i^4)} \leq \theta_{\lim} \\
 &\implies \frac{1}{\theta_{\lim}} \cdot \frac{C_r \cdot 32}{G \cdot \pi} \leq 16 \cdot \alpha^4 \cdot R_i^4 - 16 \cdot R_i^4 \\
 &\implies \frac{1}{16 \cdot \theta_{\lim}} \cdot \frac{C_r \cdot 32}{G \cdot \pi} \leq \alpha^4 \cdot R_i^4 - R_i^4 \\
 &\implies \frac{1}{16 \cdot \theta_{\lim} \cdot (\alpha^4 - 1)} \cdot \frac{C_r \cdot 32}{G \cdot \pi} \leq R_i^4 \\
 &\implies R_i \geq \left( \frac{1}{\theta_{\lim} \cdot (\alpha^4 - 1)} \cdot \frac{C_r \cdot 2}{G \cdot \pi} \right)^{1/4}
 \end{aligned}$$

Donc, finalement :

Resultat :

**Le rayon minimale du Tambour 1 en utilisant la deuxième contrainte, est :**

$$R_{i\min} = \left( \frac{2 \cdot C_r}{\theta_{\lim} \cdot (\alpha^4 - 1) G \cdot \pi} \right)^{1/4}$$

#### II.1.4 Détermination du deuxième indice de performance ::

De la même méthode suivit dans la première partie :

On définit le coût massique  $C$  par :

$$C = C_m \cdot m = C_m \cdot \rho \cdot S \cdot L_{\text{Tambour}}$$

Avec  $S = R_i^2 \cdot (\alpha^2 - 1)$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 C &= C_m \cdot \rho \cdot \pi \cdot R_i^2 \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L \\
 &= C_m \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left( \frac{2 \cdot C_r}{\theta_{\lim} \cdot (\alpha^4 - 1) G \cdot \pi} \right)^{1/2} \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L \\
 &= \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L}{\theta_{\lim} \cdot \sqrt{\pi \cdot (x^4 - 1)}} \cdot C_m \cdot C_r^{1/2} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{C}}
 \end{aligned}$$

FINALEMENT :

Resultat :

**Et alors on déduit l'expression du coût massique en fonction des paramètres :**

$$C = \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot (\alpha^2 - 1) \cdot L}{\theta_{\lim} \cdot \sqrt{\pi \cdot (x^4 - 1)}} \cdot C_m \cdot \sqrt{C_r} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{G}}$$

Donc l'indice qu'on cherche a maximiser est :

$$I_2 = \frac{\sqrt{G}}{\rho}$$

Resultat :

**Alors on obtient l'équation d'une droite de pente  $\frac{3}{2}$  :**

$$\log(G) = 2 \log(\rho) + 2 \log(I_2)$$

### II.1.5 Insertion des données dans le logiciel :

Voici les étapes à suivre pour insérer ces données dans le logiciel et choisir le matériau :

1. Collecte des données : Tout d'abord, il est essentiel de recueillir toutes les données pertinentes concernant les matériaux disponibles, y compris leurs propriétés physiques et mécaniques, ainsi que les exigences spécifiques du projet.
2. Identification des paramètres : Ensuite, il faut identifier les paramètres clés à prendre en compte lors de la sélection du matériau. Cela peut inclure des facteurs tels que la résistance, la durabilité, la conductivité, la masse volumique, etc.
3. Intégration dans le logiciel : Une fois les données collectées, elles doivent être intégrées dans le logiciel de modélisation ou de simulation approprié. Cela peut impliquer la création de bases de données ou de fichiers de matériaux qui seront utilisés par le logiciel.
4. Analyse et comparaison : Le logiciel peut ensuite être utilisé pour analyser et comparer les différentes options de matériaux en fonction des critères définis. Cela peut inclure des simulations de performance, des analyses de coûts, ou d'autres évaluations pertinentes.
5. Sélection du matériau : Enfin, basé sur les résultats de l'analyse, le matériau le plus approprié peut être sélectionné pour le projet. Cette décision devrait être guidée par les objectifs du projet, les contraintes de conception et les exigences de performance.

### Étape 1 : Choix du niveau 3 de bases de données dans le logiciel CES Edupack 2016.

Dans cette première étape, nous allons accéder au niveau 3 des bases de données disponibles dans le logiciel CES Edupack 2016. Pour ce faire, lancez le logiciel et naviguez vers la section des bases de données. Ensuite, sélectionnez le niveau 3, qui offre une granularité accrue en termes de propriétés des matériaux, telles que la micro structure, la composition chimique détaillée, les propriétés mécaniques avancées, etc. En utilisant le niveau 3 des bases de données, nous serons en mesure d'accéder à des informations plus précises et spécifiques sur les matériaux, ce qui sera essentiel pour une sélection de matériau approfondie et bien informée.

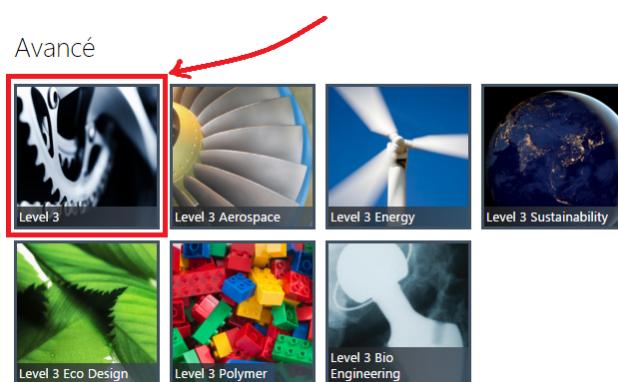


FIGURE 10 – Choix du base de données

### Étape 2 : Sélection de tous les matériaux - environ 3947 :

Dans cette étape, nous allons sélectionner tous les matériaux disponibles dans la base de données,

totalisant environ 3947 matériaux. Cette sélection exhaustive nous permettra d'avoir une vue complète de toutes les options disponibles dans le logiciel CES Edupack 2016. Pour ce faire, accédez à la section de recherche ou de navigation des matériaux et utilisez les filtres appropriés pour afficher l'ensemble des matériaux disponibles. En sélectionnant tous les matériaux, nous pourrons ensuite procéder à une analyse approfondie pour trouver le matériau le plus adapté à nos besoins, en tenant compte de divers critères tels que les propriétés physiques, mécaniques et thermiques, ainsi que les contraintes spécifiques du projet.

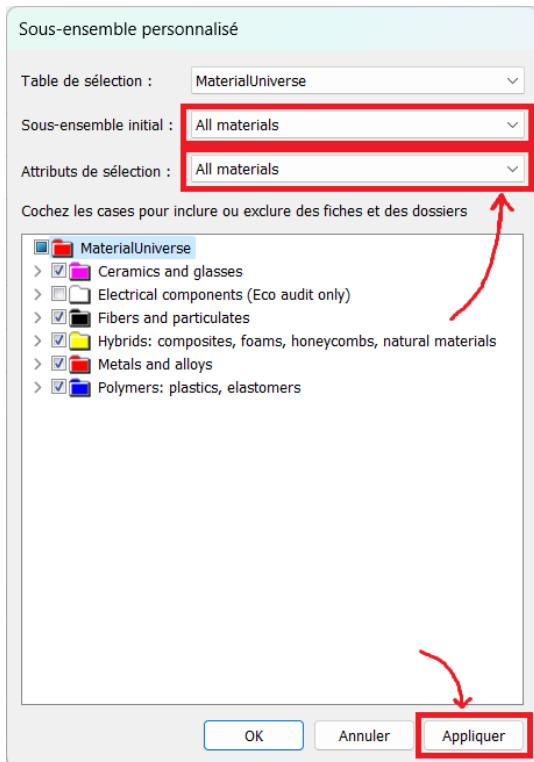


FIGURE 11 – Choix des types de matériaux [H]

Nom
1 Si-Fe (free machining) soft magne...
1 Si-Fe soft magnetic alloy
17%Co steel
2.5 Si-Fe (free machining) soft mag...
2.5 Si-Fe soft magnetic alloy
2024, T3 aluminum/aramid fiber, UD...
2024, T3 aluminum/aramid fiber, UD...
250 maraging steel, maraged at 482...
27Co-0.6Cr-Fe soft magnetic alloy
2V-49Co-49Fe (high purity) soft mag...
2V-49Co-49Fe soft magnetic alloy
36%Co steel
4 Si-Fe soft magnetic alloy
6%W steel
7075, T761 aluminum/aramid fiber, ...
7075, T761 aluminum/aramid fiber, ...
ABS (10% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (10% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (10% stainless steel fiber)
ABS (15% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (20% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (20% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (20% glass fiber, injection mold...
ABS (20% glass fiber, injection mold...
ABS (20% long glass fiber, injection ...
ABS (30% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (30% carbon fiber, EMI shieldin...
ABS (30% glass fiber, injection mold...

FIGURE 12 – Affichage des matériaux

### Étape 3 : Entrée des données pour choisir un matériau à l'aide de l'indice de performance $I_1$ :

Pour choisir un matériau à l'aide de l'indice de performance  $I_1 = \frac{\sigma_e^{2/3}}{\rho}$ , nous allons entrer les valeurs de la masse volumique sur l'axe des abscisses et les valeurs de la résistance à la limite élastique sur l'axe des ordonnées.

1. Masse volumique ( $\rho$ ) : Cette valeur représente la densité du matériau et est généralement fournie en unité de masse par volume ( $kg \cdot m^{-3}$ ). Elle sera représentée sur l'axe des abscisses.
2. Résistance à la limite élastique ( $\sigma_e$ ) : Cette valeur représente la contrainte à laquelle le matériau commence à se déformer de façon permanente lorsqu'il est soumis à une charge. Elle est exprimée en unité de pression ( $MPa$  ou  $Nmm^{-2}$ ) et sera représentée sur l'axe des ordonnées.

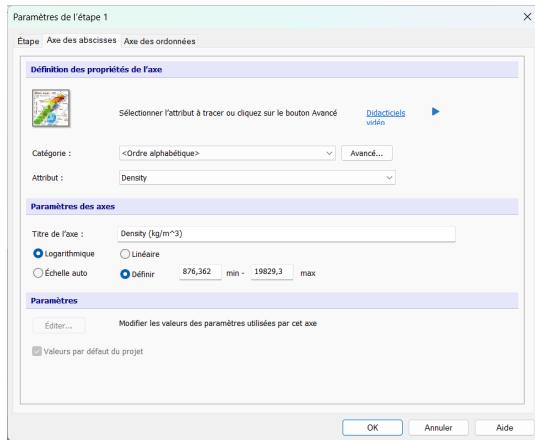


FIGURE 13 – Image 1

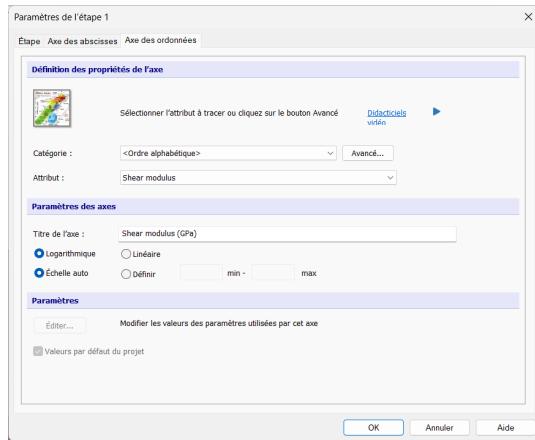


FIGURE 14 – Image 2

**Étape 4 : Entrée des données pour choisir un matériau à l'aide de l'indice de performance  $I_2$  :** Maintenant, nous allons utiliser un autre indice de performance  $I_2$ , pour choisir aider a choisir le même matériau. Cet indice est défini comme  $I_2 = \frac{\sqrt{G}}{\rho}$ , où  $G$  représente le module de Coulomb du matériau et  $\rho$  est la masse volumique.

1. Module de Coulomb ( $G$ ) : Le module de Coulomb est une mesure de la rigidité du matériau. Il est exprimé en unité de pression (MPa ou psi). Cette valeur sera utilisée pour l'indice  $I_2$ .
2. Masse volumique ( $\rho$ ) : Comme précédemment, la masse volumique représente la densité du matériau et est exprimée en unité de masse par volume ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

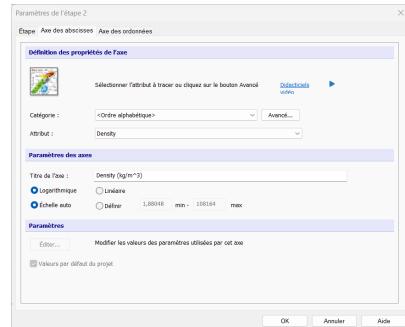


FIGURE 15 – Image 1

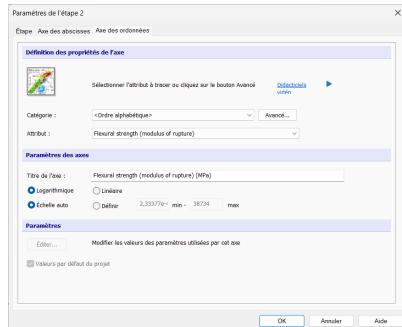


FIGURE 16 – Image 2

**Étape 5 : Sélection des familles de matériaux :** Dans cette étape, je vais filtrer les résultats obtenus pour conserver que les familles de métaux, afin de choisir la matière de mon tambour.

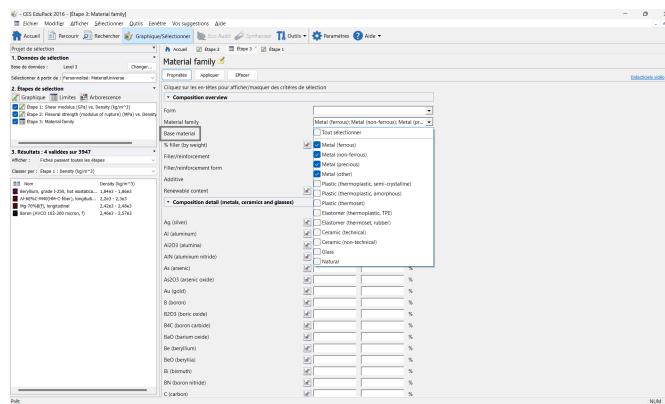


FIGURE 17 – Filtrage des résultats

**Étape 6 : Traçage des pentes :** Dans cette étape je vais tracer les deux pente obtenues dans la première partie de cette étude de détermination du matériau du tambour.

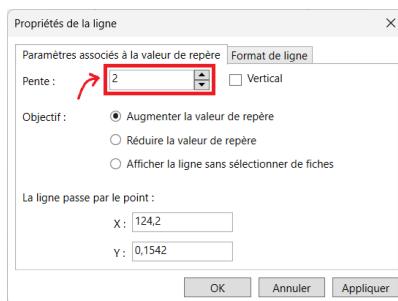


FIGURE 18 – Image 1

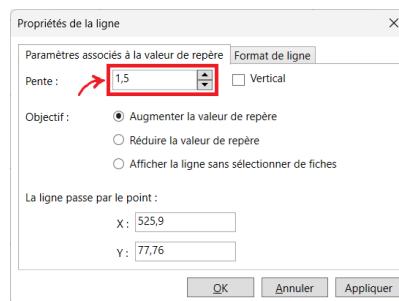


FIGURE 19 – Image 2

En cliquant sur le bouton "Appliquer", les deux courbes suivantes sont générées. J'ai regroupé les matériaux par leur famille et j'ai élevé les deux pentes vers le haut jusqu'à obtenir ces quatre matériaux au-dessus des pentes. Bien sûr, il existe de nombreux autres matériaux, mais comme j'ai appliqué l'option de filtrage, je n'ai obtenu que les métaux.

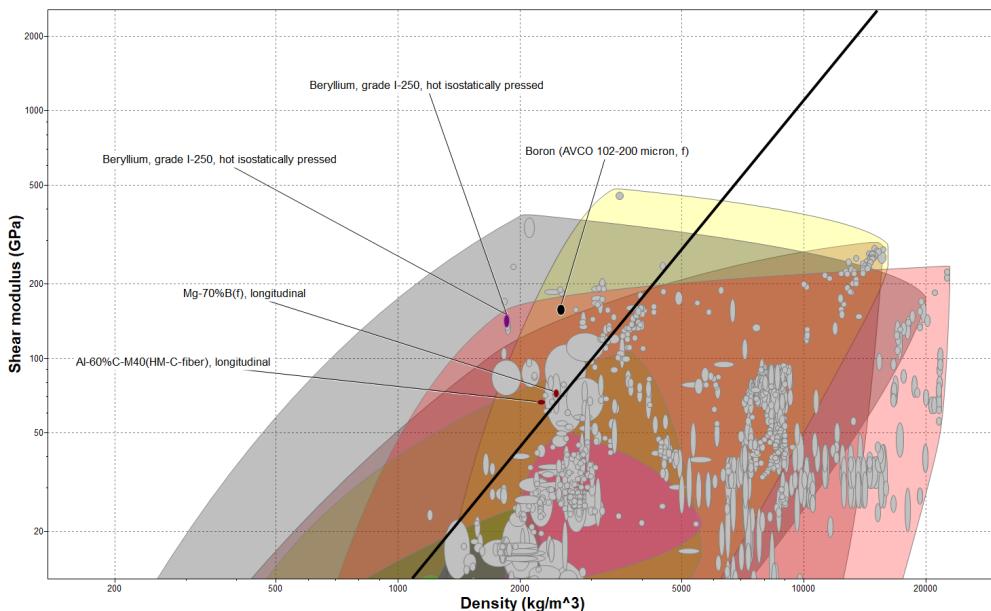


FIGURE 20 – Courbe 1

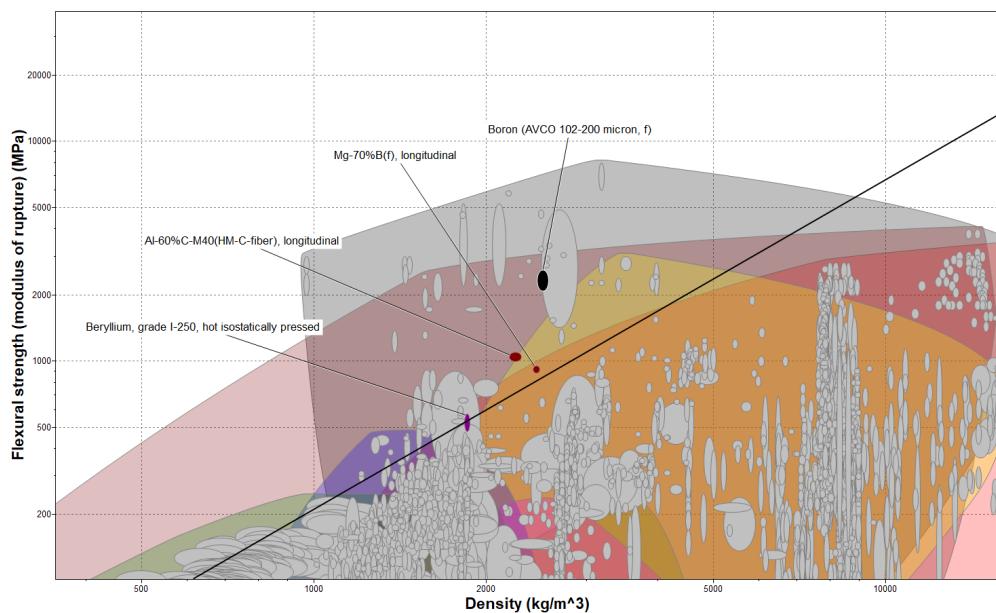


FIGURE 21 – Courbe 2

**Étape 6 : Choix du matériau :** Dans cette étape, j'ai classé la liste des résultats par masse volumique  $\rho$  et j'ai obtenu :

3. Résultats : 4 validées sur 3947	
Afficher :	Fiches passant toutes les étapes
Classer par :	Étape 1 : Density (kg/m³)
	Nom
	Beryllium, grade I-250, hot isostatically...
	Al-60%C-M40(HM-C-fiber), longitudi...
	Mg-70%B(f), longitudinal
	Boron (AVCO 102-200 micron, f)
	Density (kg/m³)
1,84e3 - 1,86e3	
2,2e3 - 2,3e3	
2,42e3 - 2,48e3	
2,46e3 - 2,57e3	

FIGURE 22 – Liste des matériaux

Réultat :

Donc finalement on arrive à choisir le matériau :

Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed

Caractéristiques du matériau choisi :

<b>General information</b>				
<b>Designation</b> ⓘ				grade I-250
<b>Condition</b> ⓘ				Hot isostatically pressed
<b>Typical uses</b> ⓘ				
Precision instruments;				
<b>Composition overview</b>				
<b>Compositional summary</b> ⓘ				Be98-100 (impurities: BeO<2.5)
Material family				Metal (non-ferrous)
Base material				Be (Beryllium)
<b>Composition detail (metals, ceramics and glasses)</b>				
Be (beryllium)	ⓘ	97,5	-	100 %
BeO (beryllia)	ⓘ	0	-	2,5 %
<b>Price</b>				
Price	ⓘ	* 620	-	757 EUR/kg
<b>Physical properties</b>				
Density	ⓘ	1,8463	-	1,86e3 kg/m³

FIGURE 23 – Caractéristiques

On note dans la suite de l'étude la masse volumique du Tambour 1  $\rho = 1,86 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$   
 On donne aussi les caractéristiques mécaniques du Tambour 1 :

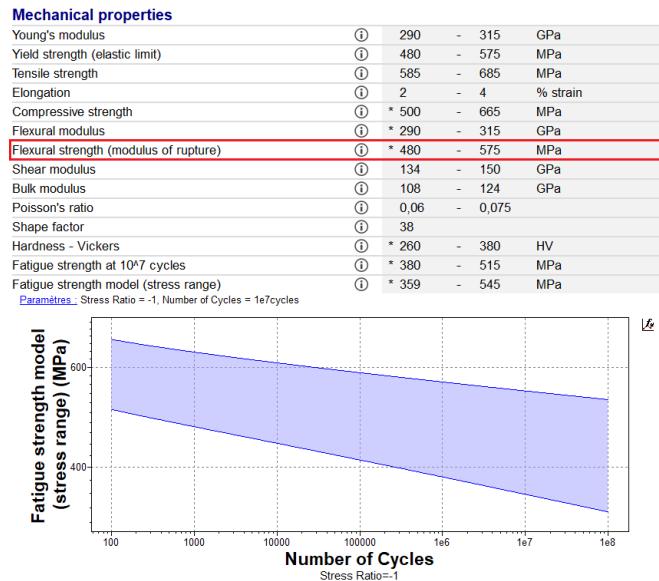


FIGURE 24 – Enter Caption

## II.2 Dimensionnement du Tambour :

Sachant que le Tambour est soumis à deux déformations, Torsion + Flexion, mais dans notre cas on va aborder que :

$$\tau_{Torsion} >> \sigma_{Flexion}$$

Condition de résistance au Torsion :

$$\tau = \frac{M_t}{I_O} r \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec :  $M_t = C_r$  et  $I_O = \frac{\pi \cdot (d_e^2 - d_i^2)}{32}$  :

$$\begin{aligned} \tau = \frac{M_t}{I_O} r \leq \frac{\sigma_e}{s} &\implies \frac{M_t}{I_O} r \leq \frac{\sigma_e}{2 \cdot s} \\ &\implies d_i \leq \left( d_e^4 - \frac{2 \cdot C_r \cdot d_e \cdot s}{\pi \cdot \sigma_e} \right)^{1/4} \end{aligned}$$

Resultat :

On obtient le rapport entre le rayon extérieur et inférieur noté  $\alpha$  :

$$d_{imax} \leq \left( d_e^4 - \frac{2 \cdot C_r \cdot d_e \cdot s}{\pi \cdot \sigma_e} \right)^{1/4}$$

*Application numérique :*

Rappelons qu'on a trouvé  $C_r = 3,70 \text{ Nm}$

On a :  $R_e = 40 \text{ mm}$

on pose le coefficient de sécurité :  $s = 1$

D'après l'étude de choix du matériau du Tambour, on a :

$\sigma_e = 575 \text{ N.mm}^{-2}$  On trouve :  $d_{imin} \approx 79 \text{ mm}$

Finalement :

$$d_i = 74 \text{ mm}$$

On va supposer dans notre étude que le Tambour qui constitue une partie majeur de notre convoyeur est modélisé sous la forme :

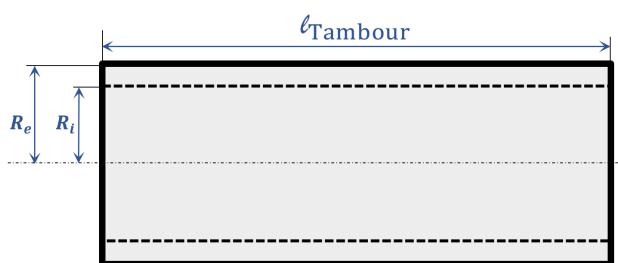


FIGURE 25 – Dessin Tambour

Caractéristiques Tambour :

- **Matière :** Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed.
- **Rayon de l'arbre intérieure  $\Phi$  :**  $\Phi = 10 \text{ mm}$
- **Rayon extérieur  $R_e$  :**  $R_e = 40 \text{ mm}$
- **Rayon intérieur  $R_i$  :**  $R_i = 37 \text{ mm}$
- **Hauteur de l'arbre du Tambour  $h$  :**  $h = 280 \text{ mm}$
- **Largeur  $l_{Tambour}$  :**  $l_{Tambour} = 220 \text{ mm}$
- **Distance  $l_A$  ou  $l_B$  :**  $l_A = l_B = 10 \text{ mm}$
- **Volume  $V_{Tambour}$  :**  $V_{Tambour} = 2,3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
- **Masse volumique  $\rho$  :**  $\rho = 1,86 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- **Masse des partitions :**  $M_A = M_{A'} = 0,0742 \text{ kg}$ ,  $M_B = 0,297 \text{ kg}$ ,  $M_C = 0,164 \text{ kg}$
- **Masse  $M_{Tambour}$  :**  $M_{Tambour} = 0,61 \text{ kg}$
- **Résistance à la limite élastique  $\sigma_e$  :**  $\sigma_e = 575 \text{ N.mm}^{-2}$

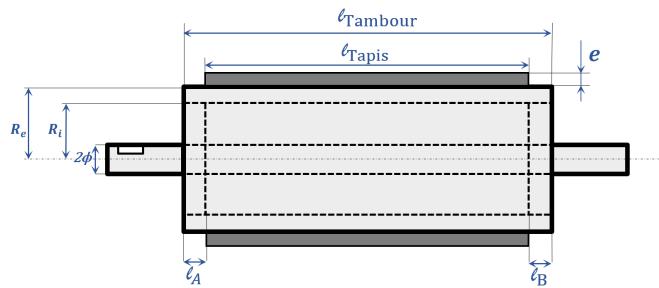


FIGURE 26 – Dessin Tambour complet

– On donne les partie du Tambour 1 :

En Rouge : *Partie A et A'*.

En Bleu : *Partie B*.

En Jaune : *Partie C*.



FIGURE 27 – Parties du Tambour

### II.3 Caractéristiques du Tapis :

- **Matière** : Caoutchouc nitrile-butadiène (NBR).
- **Épaisseur e** :  $e = 10\% \cdot d_{Tambour}$ .
- **Entraxe E** :  $E = 1920 - 381 - 48 \times 2$ .
- **Longueur L<sub>Tapis</sub>** :  $L_{Tapis} = 1443 \times 2 + 2 \times \pi \times 40$ .
- **Largeur l<sub>Tapis</sub>** :  $l_{Tapis} = 140 \text{ mm}$
- **Volume V<sub>Tapis</sub>** :  $V_{Tapis} = L_{Tapis} \cdot l_{Tapis} \cdot e$

- **La masse volumique ρ<sub>Tapis</sub>** :

L'élastomère le plus couramment utilisé pour la fabrication de tapis de convoyeur est le **caoutchouc nitrile-butadiène (NBR)** ou le **caoutchouc nitrile**. Le caoutchouc nitrile est apprécié pour sa résistance à l'huile, à la graisse et aux produits chimiques, ainsi que pour ses propriétés d'usure et d'abrasion. Ces caractéristiques en font un choix populaire pour les applications où les tapis de convoyeur sont exposés à des environnements industriels difficiles, tels que les installations de production, les entrepôts, les carrières et les mines. On donne dans ces deux figures les caractéristiques des deux Caoutchouc nitrile les plus utilisés pour la constructions des tapis roulant et on va faire le choix.

Nitrile rubber, carbocylated (XNBR, 25-33% carbon black)	Nitrile rubber, hydrogenated (HNBR, 25-40% carbon black)
Disposition : All attributes	Disposition : All attributes
<b>General information</b>	<b>General information</b>
Designation ⓘ Carbonylated nitrile rubber (XNBR / X <b>NBR</b> )	Designation ⓘ Hydrogenated nitrile rubber / Hydrogenated acrylonitrile butadiene copolymer (HNBR / H <b>NBR</b> ) ; 25-40% carbon black filled, 5-10% oil/plasticizer
Tradenames ⓘ Nipol (former Chemipum) NX775	Tradename ⓘ Thermat, Tornac, Zelpol
Typical uses ⓘ Military & industrial footwear, non-slip stair treads, printing rolls, seals where toughness and oil resistance are required	Typical uses ⓘ Automotive fuel seals and systems, oil field seals, automotive belts, high performance shoe soles.
<b>Composition overview</b>	<b>Composition overview</b>
Compositional summary ⓘ Copolymer of butadiene, 25-33% acrylonitrile (ACN), $(CH_2CH=CHCN)_n$ , and a small amount of carbonylated monomer. Typically sulphur cured. The carbonate groups allow additional ionic crosslinking typically using zinc ( $Zn^{2+}$ ) ions, resulting in enhanced properties. Properties on this datasheet are for a representative compound with 25-33% carbon black, 5-10% plasticizer, 3% zinc oxide.	Compositional summary ⓘ Copolymer of 50-60% butadiene and 17-50% acrylonitrile (ACN), partially or fully hydrogenated to remove double bonds to 10-40%. Partial = 2-10% residual double bonds, saturated = <0.5%. Most common ACN content is 34-38%. Typically cured with organic peroxides or sulfur/sulfur donor systems. Properties on this datasheet are for a representative compound with 25-40% carbon black, 5-10% plasticizer.
Material family ⓘ Elastomer (thermoset, rubber)	Material family ⓘ Elastomer (thermoset, rubber)
Base material ⓘ <b>NBR</b> (XNBR) (Nitrile butadiene rubber, carbocylated)	Base material ⓘ <b>HNBR</b> (HNBR) (Nitrile butadiene rubber, hydrogenated)
% filler (by weight) ⓘ 25 - 33 %	% filler (by weight) ⓘ 25 - 40 %
Filler/reinforcement form ⓘ Carbon	Filler/reinforcement form ⓘ Particulate
Additive ⓘ Plasticizer/oil	Additive ⓘ Plasticizer/oil
Polymer code ⓘ <b>NBR-CD30-P</b>	Polymer code ⓘ <b>HNBR-CD30-P</b>
<b>Composition detail (polymers and natural materials)</b>	<b>Composition detail (polymers and natural materials)</b>
Polymer ⓘ 57 - 70 %	Polymer ⓘ 50 - 70 %
Plasticizer/oil ⓘ 5 - 10 %	Plasticizer/oil ⓘ 5 - 10 %
Carbon (powder) ⓘ 25 - 33 %	Carbon (powder) ⓘ 25 - 40 %
<b>Price</b>	<b>Price</b>
Price ⓘ * 7,32 - 7,71 EUR/kg	Price ⓘ * 15 - 15,4 EUR/kg
<b>Physical properties</b>	<b>Physical properties</b>
Density ⓘ 1,15e3 - 1,18e3 kg/m³	Density ⓘ 1,13e3 - 1,22e3 kg/m³

FIGURE 28 – Image 1

FIGURE 29 – Image 2

Résultat :

On arrive à choisir le matériau :

Netrill rubber carbocylated (XNBR, 25-55% Carbon Black)

— Masse  $M_{Tapis}$  :  $M_{Tapis} = \rho_{Tapis} \cdot V_{Tapis}$ 

Caractéristiques Tapis :

- **Matière** : Netrill rubber carbocylated (XNBR, 25-55% Carbon Black).
- **Épaisseur**  $e$  :  $e = 8 \text{ mm}$
- **Entraxe**  $E$  :  $E = 1443 \text{ mm}$
- **Longueur**  $L_{Tapis}$  :  $L_{Tapis} = 2537,32 \text{ mm}$
- **Largeur**  $l_{Tapis}$  :  $l_{Tapis} = 140 \text{ mm}$
- **Volume**  $V_{Tapis}$  :  $V_{Tapis} = 0,00284 \text{ m}^3$
- **Masse volumique**  $\rho_{Tapis}$  :  $\rho_{Tapis} = 1,180 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- **Masse**  $M_{Tapis}$  :  $M_{Tapis} = 3,3533 \text{ kg}$

Une représentation du tapis + Tambour 1 :

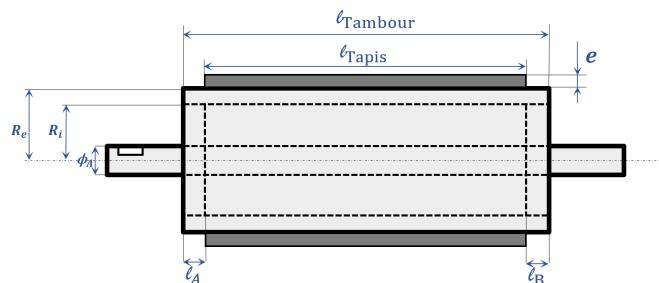


FIGURE 30 – Représentation Tambour + Tapis

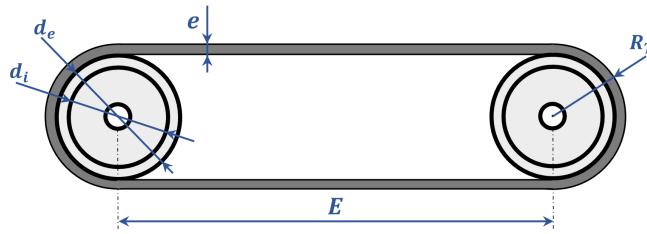


FIGURE 31 – Enter Caption

## Hypothèses :

### – Tapis non dissipative :

Autrement dit : "On va supposer que la puissance dissipée au sein du tapis des actions mécaniques de cohésion est nulle".

La puissance dissipée au sein du tapis est nulle.

### Tapis non inextensible :

On considère le tapis comme un solide rigide et on a :  
 $\overrightarrow{V_{M \in \text{Tapis}/0}} = \overrightarrow{V_{I_1 \in \text{Tapis}/0}}$ .

### – Tapis s'enroulant et se déroulant sans glisser sur le tambour :

Puisque  $\overrightarrow{V_{I_1 \in \text{Tapis}/0}} = \overrightarrow{V_{I_1 \in \text{Tambour}_1/0}} = \overrightarrow{V_{I_1 \in \text{Tambour}_2/0}}$ , et on a :  
 $V = R_T \cdot \omega_s$  avec  $R_T = R_{\text{Tambour}} + e$

### – Liaisons parfaites :

Le tapis est considéré comme s'enroulant et se déroulant sans glisser sur le tambour de manière parfaite, sans aucun jeu ni frottement. Cela signifie que le mouvement de rotation du tambour est parfaitement transmis au tapis, sans perte d'énergie due au glissement ou au frottement entre les deux surfaces en contact. Cette hypothèse simplificatrice permet de modéliser le comportement du système de manière plus précise et de résoudre les problèmes d'ingénierie de manière efficace.

### – Référentiel galiléen :

On considère que notre distributeur est lié à un bâti 0 fixe, alors les efforts d'inertie qui apparaissent sont négligeables.

## II.4 Détermination du couple résistant $C_r$ :

### Déterminons l'effort $\|\vec{T}\|$ :

Appliquons le théorème fondamental de la dynamique :

Système étudié : Tambour 1.

Le référentiel de l'étude est supposé galiléen, déjà annoncé.

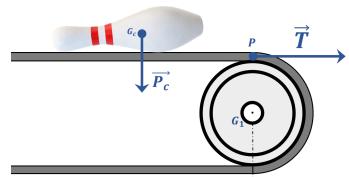
$$\vec{P}_c + \vec{T} = (M_{\text{Tambour}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{dV(t)}{dt}$$

en projetant l'équation précédente sur  $\vec{y}_1$ , on trouve :

$$-T = (M_{\text{Tapis}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V(t)}{\Delta t}$$

Finalement :

$$T = (M_{\text{Tapis}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V(t)}{\Delta t}$$



Déterminons maintenant le couple exercé par la charge (les quilles) sur le tambour :

$$C_r = T \cdot (R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2})$$

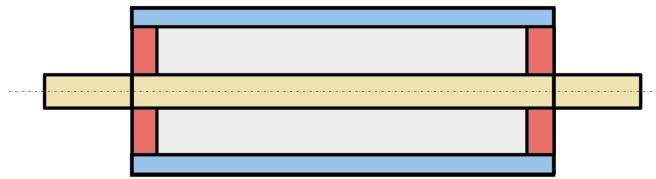


FIGURE 35 – Enter Caption

Finalement :

$$C_r = (M_{Tapis} + M_{Charge}) \cdot \frac{V(t)}{\Delta t} \cdot (R_{Tambour} + \frac{e}{2})$$

*Application numérique :*

avec :  $R_{Tambour} + \frac{e}{2} = 44 \text{ mm}$

Et  $M_{Tapis} = 3,4 \text{ kg}$ ,  $M_{Charge} = 5,1 \text{ kg}$

$V = 0,5 \text{ ms}^{-1}$

$\Delta t = 1,5 \text{ s}$

$$C_r = 124,67 \text{ Nmm}$$

## II.5 Détermination du Couple Moteur :

On donne le paramétrage suivant :

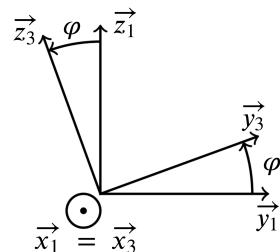
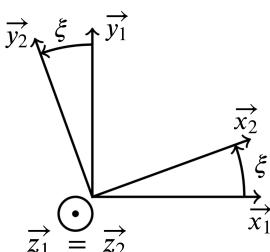
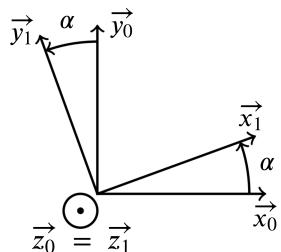


FIGURE 32 – Convoyeur par rapport au bâti

FIGURE 33 – Vérin par-rapport au Tambour

FIGURE 34 – Tambour par rapport au moteur

### II.5.1 Détermination du matrice d'inertie du Tambour 1 :

La matrice d'inertie de la partie ( $A$ ) et ( $A'$ ) sont les mêmes, et définit dans le point d'inertie  $G_1$  du Tambour 1 :

Les matrices d'inerties de la partie ( $A$ ) et ( $A'$ ) sont les mêmes.

La matrice d'inertie de la partie ( $A$ ) définie au point d'inertie  $G_1$  du Tambour 1 :

$$\bar{\bar{I}}_{G_1,A} = \begin{bmatrix} M_A \left( \frac{R_i^2 + \phi^2}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & I_{G,\vec{y}_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G,\vec{z}_1} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$I_{G_1, \vec{y}_1} = I_{G_1, \vec{z}_1} = M_A \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{4} + \frac{l_A^2}{12} \right) + M_A \left( l_{Tambour} - \frac{l_A}{2} \right)^2$$

Donc :

$$I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} = M_A \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{2} \right)$$

La matrice d'inertie de la partie ( $A'$ ) définie au point d'inertie  $G_1$  du Tambour 1 :

$$\bar{\bar{I}}_{G_1, A'} = \begin{bmatrix} M_{A'} \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & I_{G_1, \vec{y}_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G_1, \vec{z}_1} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$I_{G_1, \vec{y}_1} = I_{G_1, \vec{z}_1} = M_{A'} \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{4} + \frac{l_{A'}^2}{12} \right) + M_{A'} \left( l_{Tambour} - \frac{l_{A'}}{2} \right)^2$$

Donc :

$$I_{A'_{G_1, \vec{x}_1}} = M_{A'} \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{2} \right)$$

La matrice d'inertie de la partie ( $B$ ) définie au point d'inertie  $G_1$  du Tambour 1 :

$$\bar{\bar{I}}_{G_1, B} = \begin{bmatrix} M_B \left( \frac{R_i^2 + R_e^2}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & M_B \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{4} + \frac{l_{Tapis}^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & M_B \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{4} + \frac{l_{Tapis}^2}{12} \right) \end{bmatrix}$$

Donc :

$$I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} = M_B \left( \frac{R_i^2 + R_e^2}{2} \right)$$

La matrice d'inertie de la partie ( $C$ ) définie au point d'inertie  $G_1$  du Tambour 1 :

$$\bar{\bar{I}}_{G, C} = \begin{bmatrix} M_C \frac{\Phi^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & M_C \left( \frac{\Phi^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) & 0 \\ 0 & 0 & M_C \left( \frac{\Phi^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) \end{bmatrix}$$

Donc :

$$I_{C_{G_1, \vec{x}_1}} = M_C \frac{\Phi^2}{2}$$

FINALEMENT :

Résultat :

L'expression du moment d'inertie du Tambour 1 est :

$$I_{G_1, \vec{x}_1} = 2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}}$$

*Application numérique :*

$$I_{x,A} = I_{x,A'} = 3,48 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad I_{x,B} = 4,408 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad I_{x,C} = 8,2 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{G_1, \vec{x}_1} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

### Rappel des Notations :

- $M_A$  : Masse du partie A du Tambour 1.
- $M_{A'}$  : Masse du partie A' du Tambour 1.
- $l_A$  : Largeur de la partie A du Tambour 1.
- $R_e$  : Rayon extérieur du Tambour 1.
- $R_i$  : Rayon intérieur du Tambour 1.
- $M_B$  : Masse du partie B du Tambour 1.
- $l_B$  : Largeur de la partie B du Tambour 1.
- $l_{Tambour}$  : Largeur du Tambour 1.
- $M_C$  : Masse du partie B du Tambour 1.
- $\Phi$  : Rayon de l'arbre du Tambour 1.
- $h$  : Hauteur de l'arbre du Tambour 1.
- $l_{Tapis}$  : Largeur du Tapis.

Dessin du Tapis + Tambour :

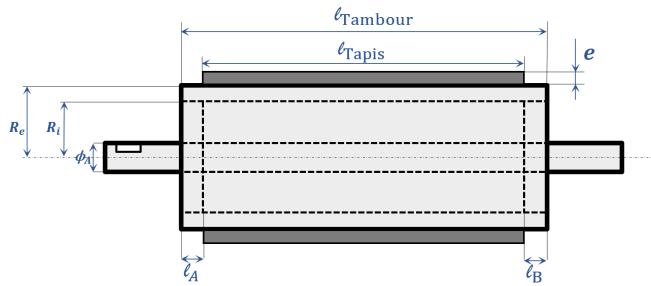


FIGURE 36 –

### II.5.2 Applications du Théorème du moment dynamique pour la détermination de $C_{mot}$ :

Alors pour déterminer le couple moteur on applique le Théorème du moment dynamique au point  $G_1$  scalaire un vecteur unitaire de l'axe de rotation du Tambour ;  $\vec{x}_1$

Énoncée du théorème :

$$\overrightarrow{\delta_{G,(1/0)}} = \sum_i \overrightarrow{M}_{G_1}(\vec{F}_i)_{ext}$$

L'expression du moment cinétique  $\overrightarrow{L}_G$  est donnée par :

$$\overrightarrow{L}_{G_1} = m_T \cdot \overrightarrow{G_1 G_1} \wedge \vec{V}_{G_1,(1,0)} + \bar{\overline{I}}_{(G_1, Tambour)} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{(G_1,0)}$$

Avec :

$$\overrightarrow{\Omega}_{(1,0)} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

Résultat :

**L'expression du moment cinétique du Tambour 1 exprimé dans son point d'inertie  $G_1$  :**

$$\overrightarrow{L_{G_1}} = \left( 2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}} \right) \cdot \dot{\varphi} \cdot \vec{x}_1$$

De même, on calcule le moment dynamique du tambour 1, au point  $G_1$  :

$$\overrightarrow{\delta_{G(1/0)}} = \frac{d\overrightarrow{L_G}}{dt} \Big|_{R_0} + M_{\text{Tambour}} \cdot \overrightarrow{V}_{G_1(1,0)} \wedge \overrightarrow{V}_{G_1(1,0)}$$

Alors :

$$\begin{aligned} &= \frac{d\overrightarrow{L_{G_1}}}{dt} \Big|_{R_0} + M_{\text{Tambour}} \cdot \overrightarrow{V}_{G_1(1,0)} \wedge \overrightarrow{V}_{G_1(1,0)} \\ &= (2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}}) \cdot \ddot{\varphi} \cdot \vec{x}_1 \end{aligned}$$

Caractéristiques Tapis :

**L'expression du moment dynamique du Tambour 1 exprimé dans son point d'inertie  $G_1$  :**

$$\overrightarrow{\delta_{G_1(1/0)}} = (2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}}) \cdot \ddot{\varphi} \cdot \vec{x}_1$$

Autrement, on a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{G_1}}(\overrightarrow{T}) &= \overrightarrow{G_1 P} \wedge \overrightarrow{T} = \left( R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2} \right) \cdot \overrightarrow{z_1} \wedge T \cdot \overrightarrow{y_1} = -T \cdot \left( R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2} \right) \cdot \overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{M_{G_1}}(\overrightarrow{P}) &= \overrightarrow{G_1 G_1} \wedge -M_{\text{Tambour}} \cdot \overrightarrow{g} = \overrightarrow{0} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \sum_i \overrightarrow{M_{G_1}}(\overrightarrow{F_i})_{ext} &= C_{\text{mot}} \cdot \overrightarrow{x_1} - C_r \cdot \overrightarrow{x_1} \\ &= C_{\text{mot}} \cdot \overrightarrow{x_1} - T \cdot \left( R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2} \right) \cdot \overrightarrow{x_1} \end{aligned}$$

En multiplions l'égalité du TMD par  $\vec{x}_1$  :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1(1/0)}} \cdot \overrightarrow{x_1} = (C_{\text{mot}} \cdot \overrightarrow{x_1} - T \cdot \left( R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2} \right) \cdot \overrightarrow{x_1}) \cdot \overrightarrow{x_1}$$

Ce qui est équivalent à :

$$(2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}}) \cdot \ddot{\varphi} = C_{\text{mot}} - T \cdot \left( R_{\text{Tambour}} + \frac{e}{2} \right)$$

Résultat :

Donc, l'expression finale du couple moteur est :

$$C_{\text{mot}} = (2 \cdot I_{A_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{B_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{C_{G_1, \vec{x}_1}}) \cdot \ddot{\varphi} + C_r$$

Avec :

–  $\ddot{\varphi}$  est l'accélération angulaire ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

*Application numérique :*

$$\text{On a : } V = R_T \cdot \omega \implies \frac{dV(t)}{dt} = R_T \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} \implies \ddot{\varphi} = \frac{1}{R_T} \cdot \frac{dV(t)}{dt}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{R_t} \cdot \frac{dV(t)}{dt}$$

Donc :

$$\frac{dV(t)}{dt} = 0,34 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Déterminations de l'accélération angulaire  $\ddot{\varphi}$  :

$$\ddot{\varphi} = 7,09 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

FINALEMENT :

$$C_{\text{mot}} = 0,179 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### II.5.3 Détermination du rapport $k$ du réducteur

: On a :

$$k = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{V}{R_T \omega_e}$$

*Application numérique :*

On a :

$$\omega_s = 10,42 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$N = 3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} \implies \omega_e = 314,16 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

FINALEMENT :

$$k = 0.03317$$

### II.5.4 Détermination de la puissance moteur $P_{\text{mot}}$ :

$$P_{\text{mot}} = C_{\text{mot}} \cdot \omega_e$$

avec  $C_{\text{mot}} = \frac{C_r}{\eta_{\text{red}}} \cdot k$

*Application numérique :*

$$P_{\text{mot}} = 0,179 \times 314,16 = 53,26 \text{ W}$$

FINALEMENT :

$$P_{\text{mot}} = 54 \text{ W}$$

### II.5.5 Caractéristiques du moteur choisi :

---

ServoMoteur Sanyo T506-012EL8

---

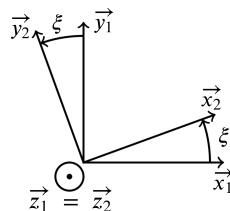
Paramètre	Symbol	Unité	Valeurs
Puissance nominale	$P_{\text{nom}}$	W	60
Vitesse nominale	$N_{\text{nom}}$	$\text{min}^{-1}$	3000
Vitesse maximale	$N_{\text{max}}$	$\text{min}^{-1}$	3000
Couple continu	$C_b$	N·m	0,156
Couple nominale	$C_{\text{nom}}$	N·m	0,192
Couple maximale	$C_{\text{max}}$	N·m	0,441
Tension nominale induit	$U_{\text{nom}}$	V	75
Courant nominal	$I_{\text{nom}}$	A	1,2
Courant continu	$I_b$	A	1,3
Courant de crête	$I_{\text{max}}$	A	2,8
Constante de couple	$K_c$	N·m/A	0,183
Constante de tension	$K_e$	V/min $^{-1}$	$19,2 \times 10^{-3}$
Résistance de l'induit	$r$	$\Omega$	12,1
L'inductance de l'induit	$L$	mH	3,2
Taux de puissance	$Q_r$	kW/s	1,7
Constante du temps électrique	$\tau_e$	ms	0,47
Constante du temps mécanique	$\tau_m$	ms	7,4
Inertie de charge	$J_l$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/(\text{GD}^2/4)$	$0,68 \times 10^{-4}$
Codeur détecteur	-	P/R	1000
Inertie du rotor	$J_m$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/(\text{GD}^2/4)$	$0,228 \times 10^{-4}$
Poids du moteur	-	kg	0,9
Couple d'excitation frein	$T_b$	N·m	0,29
Tension d'excitation du frein	$V_b$	V	90
Courant d'excitation du frein	$I_b$	A	0,06
Inertie du frein	$J_b$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/(\text{GD}^2/4)$	$0,01 \times 10^{-4}$
Poids du frein	-	kg	0,26

TABLE 4 – Caractéristiques Moteur

## II.6 Choix du vérin :

### II.6.1 Détermination du moment d'inertie $J$ du Convoyeur :

On rappelle le paramétrage qu'on va aborder :



L'objectif de cette partie est de choisir un vérin qui sera capable de déplacer notre distributeur de quille, et alors notre objectif est de déterminer la force qu'on va noter  $F$  exercer par le vérin sur le convoyeur.

On donne  $J = 2 \cdot J_{SL} + 2 \cdot J_{SB} + J_{mot} + J_{Tapis} + 2 \cdot J_{Tambour}$ . Tous ces valeurs sont calculées à la main, bien sûr que j'ai utilisé le théorème de Huygens pour transférer toutes les matrices vers le point  $G$  qui est le centre de masse du convoyeur en négligeant la masse du moteur et alors son moment d'inertie, pour avoir une symétrie matériel et alors son centre de masse un milieu.

Résultat :

**L'expression du moment d'inertie  $J$  du convoyeur :**

$$J = 2 \cdot J_{SL} + 2 \cdot J_{SB} + J_{mot} + J_{Tapis} + 2 \cdot J_{Tambour}$$

- Pour le support latéral :

$$V_{SL} = 15 \times 1560 \times 80 \times 10^{-9} = 1,872 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{Avec } \rho_{Acier} = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Donc on trouve :  $M_{SL} = 14,689 \text{ kg}$

$$\overrightarrow{G_{SL_G} G_C} = -(70 + 7,5) \vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{G_{SL_D} G_C} = (70 + 7,5) \vec{x}_1$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{I}}_{G_C, SL} &= \begin{bmatrix} \frac{14,689}{12}(1560^2 + 80^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{14,689}{12}(80^2 + 15^2) + 14,689(70 + 7,5)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{14,689}{12}(1560^2 + 15^2) + 14,689(70 + 7,5)^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2,986 & 0 & 0 \\ 0 & 0,096 & 0 \\ 0 & 0 & 3,067 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Donc :

$$\bar{\bar{I}}_{G_C, SL} = \begin{bmatrix} 3,074 & 0 & 0 \\ 0 & 0,008 & 0 \\ 0 & 0 & 9,979 \end{bmatrix}$$

- Pour le support du bas :

$$V_{SB} = 15 \times 1560 \times 140 \times 10^{-9} = 3,276 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{Avec } \rho_{Acier} = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Donc on trouve :  $M_{SL} = 25,717 \text{ kg}$

$$\overrightarrow{G_{SB} G_C} = (40 + 7,5) \vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{G_{SH} G_C} = -(40 + 7,5) \vec{z}_1$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{I}}_{G_C, SB} &= \begin{bmatrix} \frac{25,717}{12}(15^2 + 1560^2) + 25,717(7,5 + 40)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{25,717}{12}(15^2 + 140^2) + 25,717(7,5 + 40)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25,717}{12}(40^2 + 7,5^2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5,273 & 0 & 0 \\ 0 & 0,101 & 0 \\ 0 & 0 & 5,315 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Alors :

$$\bar{\bar{I}}_{G_C, SB} = \begin{bmatrix} 5,215 & 0 & 0 \\ 0 & 0,042 & 0 \\ 0 & 0 & 5,315 \end{bmatrix}$$

- Pour le Tambour :

On a pris les mêmes valeurs trouvées précédemment, mais on a utilisé le théorème de Huygens bien sûr pour transférer la matrice d'inertie trouvée au point  $G_1$  vers le point  $G_C$  de centre de masse du Convoyeur.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{G_1 G_C} &= +\left(\frac{1443}{2}\right) \vec{y_1} \\ \overrightarrow{G_2 G_C} &= -\left(\frac{1443}{2}\right) \vec{y_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\bar{I}}_{G_C, Tambour} &= \begin{bmatrix} 0,007 + 0,61\left(\frac{1443}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,023 & 0 \\ 0 & 0 & 0,023 + 0,61\left(\frac{1443}{2}\right)^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,324 & 0 & 0 \\ 0 & 0,042 & 0 \\ 0 & 0 & 0,340 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Alors :

$$\bar{\bar{I}}_{G_C, Tambour} = \begin{bmatrix} 3,074 & 0 & 0 \\ 0 & 0,008 & 0 \\ 0 & 0 & 9,979 \end{bmatrix}$$

#### - Pour le Tapis :

Pour la matrice d'inertie du Tapis, j'ai suppose que le tapis est représenté par deux plaques  $T_1$  et  $T_2$  de longueur  $L_{Tapis}/2$ , et j'ai effectué les calcules.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{G_{T1} G_C} &= +(40+4)\vec{z_1} \\ \overrightarrow{G_{T2} G_C} &= -(40+4)\vec{z_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\bar{I}}_{G_C, Tapis} &= \begin{bmatrix} \frac{3,356}{24}(8^2 + 1523^2) + \frac{3,356}{2}(44)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3,356}{24}(8^2 + 140^2) + \frac{3,356}{2}(44)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,023 + \frac{3,356}{24}(1523^2 + 140^2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,327 & 0 & 0 \\ 0 & 0,006 & 0 \\ 0 & 0 & 0,327 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Alors :

$$\bar{\bar{I}}_{G_C, Tapis} = \begin{bmatrix} 0,327 & 0 & 0 \\ 0 & 0,006 & 0 \\ 0 & 0 & 0,327 \end{bmatrix}$$

Alors on calcul  $J$ , on trouve :

$$J =$$

#### II.6.2 Détermination de l'effort du vérin $F$ :

On isole le convoyeur et on applique le théorème du moment dynamique au point  $G_1$  scalaire  $\vec{z_1}$  :

Énoncée du théorème :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1, (\Sigma/0)}} = \sum_i \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F_i})_{ext}$$

Avec :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1, (\Sigma/0)}} \cdot \vec{z_1} = J \cdot \ddot{\alpha}$$

et :

$$\begin{aligned}
 \sum_i \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F}_i)_{ext} &= \overrightarrow{M_{G_1(bati \rightarrow \Sigma)}} + \overrightarrow{M_{G_1(pes \rightarrow \Sigma)}} + \overrightarrow{M_{G_1(verin \rightarrow \Sigma)}} \\
 &= \vec{0} + \overrightarrow{G_1 G} \wedge -M_\Sigma \vec{g} + \overrightarrow{G_1 A} \wedge \vec{F} \\
 &= y_A \vec{y_1} \wedge -M_\Sigma g \vec{z_1} + \left( y_A \vec{y_1} + \frac{l_{Tambour}}{2} \vec{x_1} \right) \wedge F \vec{y_2} \\
 &= -y_A M_\Sigma g \vec{x_1} + y_A F \sin(\xi) \vec{z_1} + \frac{l_{Tambour}}{2} F \cos(\xi) \vec{z_1}
 \end{aligned}$$

TMD devient :

$$J \cdot \ddot{\alpha} = y_A F \sin(\xi) + \frac{l_{Tambour}}{2} \cos(\xi)$$

FINALEMENT :

Résultat :

L'expression de l'effort du vérin est :

$$F = J \cdot \frac{\ddot{\alpha}}{y_A \sin(\xi)} - \frac{l_{Tambour}}{2 y_A} \cdot \cotan(\xi)$$

Application numérique :

### II.6.3 Détermination de la course du vérin :

### II.6.4 Choix du vérin :

## III. Partie automatique :

### III.1 Étude en asservissement du moteur choisis :

#### III.1.1 Objectifs (CdF) :

Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	L'erreur statique en régime permanent $\varepsilon_{v\infty}$ pour une consigne en échelon d'amplitude $V_{d0}$	$\varepsilon_{v\infty} = 0$
Marge de Phase	La marge de phase doit être suffisante pour assurer la stabilité du système	$M_\varphi = 45^\circ$
Réponse Transitoire	Le temps de montée $t_r$ et le temps de stabilisation $t_s$ doivent être minimisés	$t_r < 2s, t_s < 5s$
Bande Passante	La bande passante doit être maximisée pour permettre une bonne réactivité du système	$BW > 2kHz$

#### III.1.2 Boucle fermée du système :

Les équations de la MCC :

- Équation électrique :  $U(t) = E(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t)$
- Équation dynamique :  $C_{mot}(t) - C_r(t) = J_{eq} \cdot \frac{d\omega_e(t)}{dt}$
- Couplages électromagnétiques :  $C_{mot}(t) = K_c \cdot i(t)$  et  $E(t) = K_e \cdot \omega_e(t)$
- Équation cinématique :  $V = R_T \cdot \omega_s$  et  $\omega_s = k \cdot \omega_e$

En réalisant le transfert de Laplace pour chaque équation, on trouve :

- Équation électrique :  $U(p) = E(p) + L \cdot p \cdot I(p) + r \cdot I(p)$
- Équation dynamique :  $C_{\text{mot}}(p) - C_r(p) = J_{\text{eq}} \cdot p \cdot \Omega_e(p)$
- Couplages électromagnétiques :  $C_{\text{mot}}(p) = K_c \cdot I(p)$  et  $E(p) = K_e \cdot \Omega_e(p)$

Avec :

$$J_{\text{eq}} = J_{\text{mot}} + \frac{k^2}{\mu_{\text{red}}} (J_{\text{Tambour}} + J_{\text{Charge}})$$

*Application numérique :*

$$J_{\text{eq}} = 0,01 \times 10^{-4} + \frac{0,03317^2}{0,95} (7,5 \times 10^{-3} + 4,5 \times 0,048^2)$$

FINALEMENT :

$$J_{\text{eq}} = 2,07 \times 10^{-3}$$

On obtient le schéma bloc très célèbre de la MCC, mais on jouant un petit peu sur ce schéma-bloc on obtient un autre qui est aussi valable. Attention, ce schéma bloc est seulement du Moteur choisi et n'a aucune relation avec le bloc d'asservissement ou on va l'intégrer. On peut nommer ce schéma "Moteur linéaire équivalent".

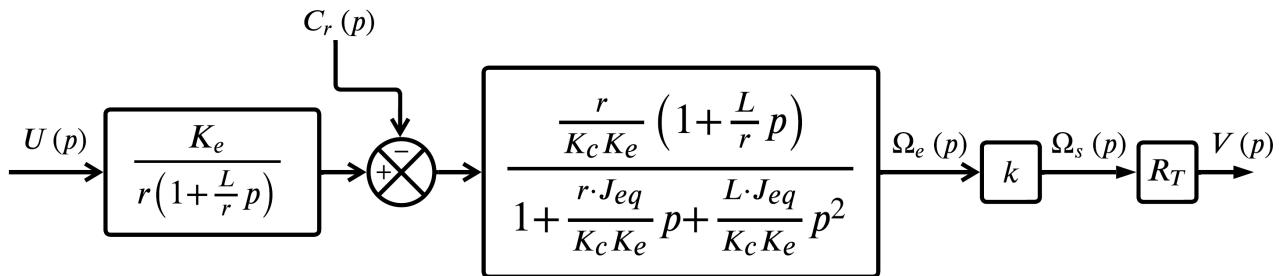


FIGURE 37 – Moteur linéaire équivalent

Pour arriver à ce schéma, il suffit seulement de prendre le schéma qu'on a nommé célèbre et appliquer quelque simplification.

### – Hypothèses générales :

Modèle linéaire, non perturbé, constante du temps électrique du moteur très inférieur devant la constante du temps mécanique du moteur.

On intègre maintenant le modèle du moteur linéaire équivalent Figure : 1 au schéma-bloc de l'asservissement en vitesse, cela donne :

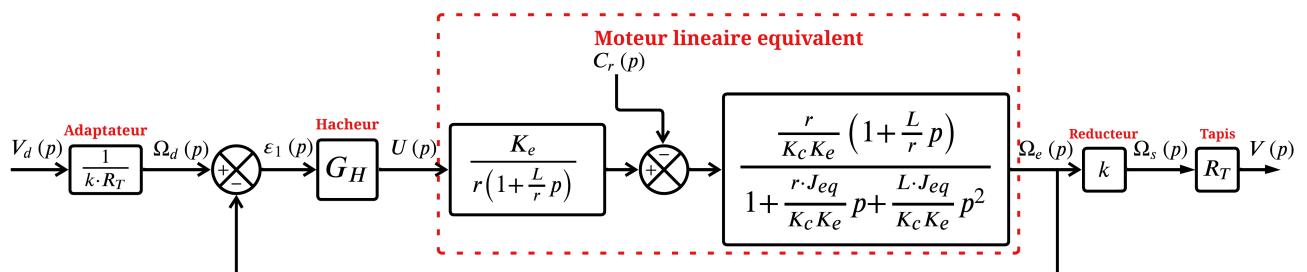


FIGURE 38 – Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse

**Pour bien comprendre :**

- $V_d(p)$  : c'est la consigne d'entrée. C'est la vitesse linéaire qu'on veut obtenir sur notre convoyeur de quilles.
- $\Omega_d(p)$  : c'est aussi une consigne d'entrée, mais cette fois elle est adaptée à l'aide d'un adaptateur pour qu'elle soit une vitesse angulaire. Autrement dit, c'est la vitesse angulaire qu'on veut avoir sur notre convoyeur de quilles.
- $\varepsilon_1(p)$  : c'est l'écart issu du comparateur.
- $\varepsilon_2(p)$  : c'est la tension issue de notre Correcteur (voir la partie de l'étude de ce correcteur pour plus d'informations).
- $U(p)$  : la tension à la sortie de notre convertisseur statique qui est, dans ce cas, un hacheur.
- $C_r(p)$  : la perturbation ; qui est, dans ce cas, un couple résistant.
- $\Omega_e(p)$  : la vitesse angulaire à la sortie du moteur/entrée réducteur.
- $\Omega_s(p)$  : la vitesse angulaire à la sortie du réducteur.
- $V(p)$  : la vitesse linéaire sur le convoyeur.

Premièrement on va prendre un correcteur de gain unitaire (égale à 1), et après faire notre simulation et voir si ce correcteur sera capable de satisfaire notre cahier de charges.

#### Simplifications :

- $C(p) = 1$ , le correcteur est représenté par un gain unitaire, on va procéder par ce correcteur au début de notre étude, et après on va voir s'il satisfait le cahier des charges ou non.
- $G(p) = G_H$ , l'hacheur est représenté par un gain.
- Le convertisseur  $CNA$  (ne pas représenter dans le schéma-bloc) est de gain égal à 1 ; pour des raisons de simplifications.

On peut aussi regrouper la partie qui contient le CNA + Hacheur + Le moteur linéaire équivalent et la nommer "Macromoteur linéaire équivalent"

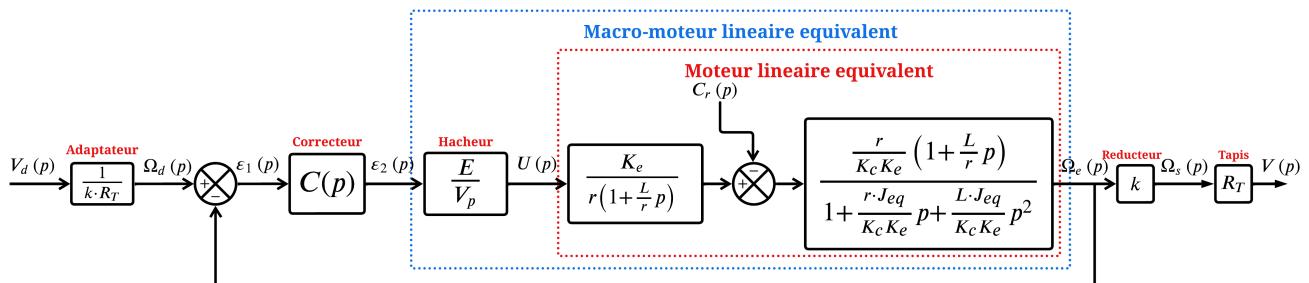


FIGURE 39 – Macromoteur linéaire équivalent

#### III.1.3 Détermination du gain $G_H$ du Hacheur :

Schéma du hacheur 4 quadrants qu'on va utiliser :

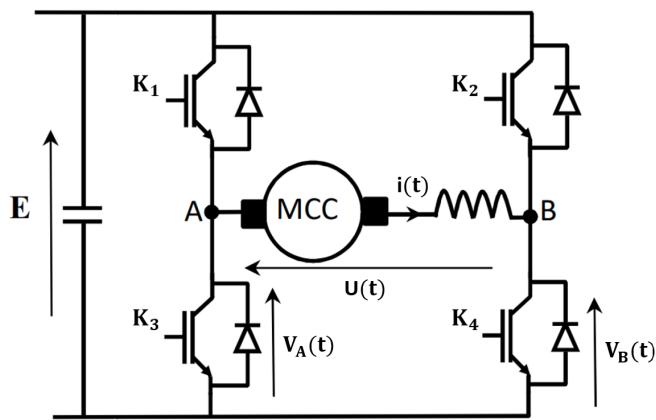


FIGURE 40 – Hacheur 4 quadrants

Rappel : On modélise le hacheur par un gain ;  $G(p) = G_H$

#### Modélisation en valeur instantanée :

$$\text{On a } \begin{cases} V_A(t) = K_1(t) \cdot E \\ V_B(t) = K_2(t) \cdot E \end{cases} \quad \text{avec } K_2(t) = 1 - K_1(t) \text{ (Commande complémentaire)}$$

De même  $U(t) = V_A(t) - V_B(t) = (2 \cdot K_1(t) - 1) \cdot E$

#### Modélisation en valeur moyenne sur une période de MLI :

On s'intéresse à la valeur moyenne prise par  $U(t)$  sur chaque période  $MLI$ , on note cette grandeur  $\langle U(t) \rangle$ .

$$\langle U(t) \rangle = \frac{1}{T_{MLI}} \int_0^{T_{MLI}} U(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_{MLI}} (2 \cdot K_1(t) - 1) \cdot E \cdot dt$$

Donc :

$$\langle U(t) \rangle = E \cdot (\langle K_1(t) \rangle - 1) \quad \text{avec } \langle K_1(t) \rangle = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_2(t)}{V_p} \right)$$

#### FINALEMENT :

$$U(t) = \frac{E}{V_p} \cdot \varepsilon_2(t) = G_H \cdot \varepsilon_2(t)$$

Caractéristiques Tapis :

Finalement, le gain du hacheur est :

$$G_H = \frac{E}{V_p}$$

#### III.1.4 Détermination $E$ et $V_p$ :

Dans cette analyse, nous étudions le système de modulation de largeur d'impulsion (MLI) utilisé pour contrôler un moteur linéaire. Nous discuterons des caractéristiques du moteur, des spécifications du hacheur, du choix de la tension d'entrée ( $E$ ), et de la détermination de la tension de la porteuse ( $V_p$ ).

##### – Choix de la tension d'entrée ( $E$ ) :

Pour choisir la valeur de la tension d'entrée ( $E$ ), vous devez prendre en compte plusieurs facteurs, notamment les spécifications de votre moteur et les contraintes de votre système. Voici quelques considérations à prendre en compte :

### 1. Tension nominale du moteur :

Vous avez mentionné que votre moteur fonctionne sous une tension nominale de 75 V. Cela pourrait servir de référence pour choisir la tension d'entrée du hacheur.

### 2. Tension minimale de fonctionnement du moteur :

Assurez-vous que la tension d'entrée choisie est suffisamment élevée pour garantir que le moteur fonctionne correctement dans toutes les conditions de charge.

### 3. Pertes dans le hacheur :

Considérez les pertes de tension à travers le hacheur, telles que les chutes de tension dans les composants et les pertes par commutation, pour déterminer la tension d'entrée minimale requise pour atteindre la tension de sortie souhaitée.

### 4. Marge de sécurité :

Il est conseillé de prévoir une marge de sécurité pour tenir compte des variations de charge, des fluctuations de tension du réseau, etc.

### 5. Efficacité du système :

Considérez l'efficacité globale de votre système lors du choix de la tension d'entrée. Une tension d'entrée plus élevée pourrait entraîner une meilleure efficacité si elle est bien gérée.

**Étant donné que votre moteur fonctionne sous une tension nominale de 75 V, nous pourrions choisir une tension d'entrée légèrement supérieure pour tenir compte des pertes dans le hacheur et pour permettre une certaine marge de sécurité. Une valeur courante pour la tension d'entrée pourrait être de 80 à 85 V.**

Cependant, pour une précision accrue, il serait préférable de prendre en compte les spécifications exactes du hacheur que vous utilisez, telles que les pertes de tension spécifiques à ce hacheur et les marges recommandées par le fabricant.

**Si vous avez des spécifications spécifiques pour le hacheur que vous utilisez ou si vous avez des exigences particulières pour la tension d'entrée, n'hésitez pas à les fournir, et je pourrai vous aider à choisir une valeur plus précise pour  $E$ .**

Alors, choisir une valeur de  $E = 80$  V semble être une décision raisonnable. Cela représente une légère augmentation par rapport à la tension nominale du moteur (75 V), offrant ainsi une marge de sécurité pour compenser les pertes dans le hacheur et les variations potentielles de tension du réseau.

$$E = 80 \text{ V}$$

#### – Détermination de la tension de la porteuse ( $V_p$ ) :

Dans un système de modulation de largeur d'impulsion (MLI), la porteuse est une onde périodique (généralement sinusoïdale, triangulaire ou carrée) qui est modulée en largeur en fonction du signal de commande pour produire une forme d'onde de sortie désirée. Voici les rôles principaux de la porteuse dans votre circuit :

### 1. Génération de signaux de commande :

La porteuse est utilisée comme référence pour générer les signaux de commande qui contrôlent les commutateurs du hacheur. En modulant la largeur des impulsions de la porteuse en fonction de la commande, le hacheur produit une tension de sortie moyenne ajustable.

## 2. Contrôle de la tension de sortie :

La modulation de la largeur d'impulsion permet de contrôler la tension de sortie du hacheur. En ajustant le rapport cyclique des impulsions de la porteuse, la tension moyenne de sortie peut être augmentée ou réduite, permettant ainsi un contrôle précis de la vitesse ou du couple du moteur.

## 3. Réduction des harmoniques :

La modulation de largeur d'impulsion aide également à réduire les harmoniques indésirables dans la sortie du hacheur. En utilisant une porteuse de fréquence beaucoup plus élevée que la fréquence de commutation du hacheur, les harmoniques sont réparties sur une gamme de fréquences plus large, ce qui peut faciliter le filtrage et réduire les interférences électromagnétiques.

## 4. Minimisation des pertes :

Une porteuse bien choisie peut contribuer à minimiser les pertes dans le hacheur en optimisant le fonctionnement des commutateurs, en réduisant les pertes de commutation et en améliorant le rendement global du système.

### – Choix du $V_p$ :

Choisir une valeur appropriée pour  $V_p$  dans le contexte de la modulation de largeur d'impulsion (MLI) dépend de plusieurs facteurs, notamment la fréquence de commutation du hacheur, les caractéristiques du moteur, les exigences de performance du système, et les contraintes de conception. Pour déterminer une valeur raisonnable pour  $V_p$ , nous devrions considérer les points suivants :

### 1 - Fréquence de commutation :

Une valeur typique pour la fréquence de commutation dans les hacheurs modernes se situe généralement entre quelques kilohertz et plusieurs dizaines de kilohertz. Cette fréquence peut être choisie en fonction des exigences de rendement et de la taille physique des composants du hacheur.

### 2 - Spécifications du moteur :

Les caractéristiques du moteur, telles que la tension nominale, le courant nominal, la fréquence de fonctionnement, et les exigences de couple, peuvent influencer le choix de  $V_p$ . Il est important de choisir une valeur qui permet d'obtenir les performances souhaitées du moteur tout en respectant ses limites de fonctionnement.

### 3 - Efficacité du système :

Une valeur appropriée de  $V_p$  devrait permettre d'optimiser l'efficacité globale du système en minimisant les pertes de commutation et en fournissant une régulation précise de la tension de sortie du hacheur.

### 4 - Interférences électromagnétiques (EMI) :

Le choix de  $V_p$  peut également être influencé par les exigences en matière de compatibilité électromagnétique (CEM), en veillant à ce que les niveaux d'émissions électromagnétiques restent dans les limites réglementaires.

En tenant compte de ces facteurs et en l'absence d'informations spécifiques supplémentaires sur votre système, je vais choisir une valeur de  $V_p$  typique qui se situe généralement dans la plage de 10% à 20% de la tension d'entrée  $E$ . Cette valeur permet généralement d'obtenir un bon compromis entre la régulation de la tension de sortie, les pertes de commutation et les interférences électromagnétiques.

Je vais donc choisir  $V_p = 0,15 \times E$ , ce qui correspond à 15% de la tension d'entrée  $E$ . Cette valeur est couramment utilisée dans de nombreux systèmes de MLI et est souvent un bon point de départ pour l'optimisation du rendement et de la performance du système.

$$V_p = 12 \text{ V}$$

Alors :

$$\varepsilon_2(t) \in [-12 \text{ V}, +12 \text{ V}]$$

$\varepsilon_2(t)$  : tension à l'entrée du hacheur / sortie du correcteur.

### III.1.5 Correcteur à gain unitaire $C(p) = 1$ :

Pour  $C(p) = 1$ , on obtient le schéma bloc suivant :

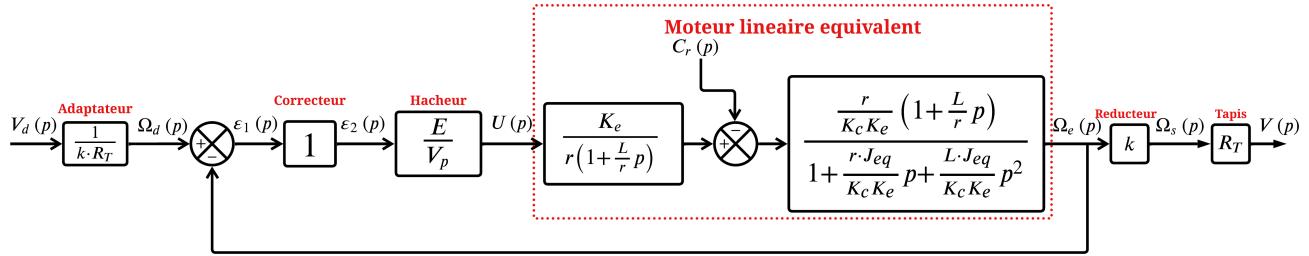


FIGURE 41 – Enter Caption

#### Élaboration de la fonction de transfert en boucle fermée :

D'après le principe de superposition :

Déterminons  $H_{BF}(p)$  pour  $C_r(p) = 0$  :

$$\begin{aligned} H_{\Omega_d}(p) &= \frac{\Omega_e(p)}{\Omega_d(p)} \\ &= \frac{\frac{E}{V_p K_c}}{1 + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p^2} \end{aligned}$$

$H_{BF}(p)$  pour  $C_r(p) = 0$  :

$$H_{\Omega_d}(p) = \frac{\Omega_e(p)}{\Omega_d(p)} = \frac{E}{V_p K_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p^2}$$

Puisqu'on a :

$$V(p) = H_{\Omega_d}(p) \cdot V_d(p)$$

Fonction de transfert :

L'expression de la vitesse  $V$  sur notre convoyeur en négligeant la perturbation  $C_r$  est :

$$V_{V_d}(p) = \frac{\frac{E}{V_p K_c}}{1 + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p^2} \cdot V_d(p)$$

Maintenant, déterminons  $H_{BF}(p)$  pour  $V_d(p) = 0$  :

$$\begin{aligned} H_{C_r}(p) &= -\frac{\Omega_e(p)}{C_r(p)} \\ &= -\frac{\frac{r}{K_c K_e} \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{1 + \frac{E}{K_c V_p} + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p^2} \end{aligned}$$

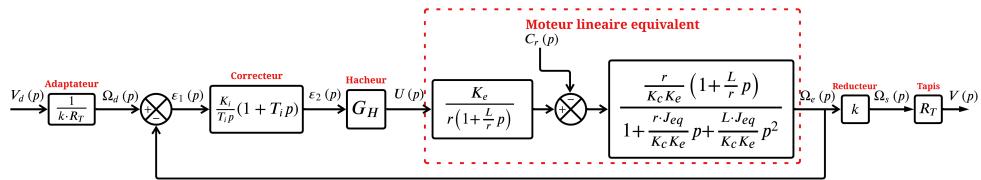


FIGURE 42 – Correcteur proportionnel intégral

une fois mise sous forme canonique on obtient :  
 $H_{BF}(p)$  pour  $\Omega_d(p) = V_d(p) = 0$  :

$$H_{Cr}(p) = -\frac{rV_p}{K_e(V_p K_c + E)} \cdot \frac{1 + \frac{L}{r}p}{1 + \frac{r \cdot J_{eq} \cdot V_p}{K_e(V_p K_c + E)}p + \frac{L \cdot J_{eq} \cdot V_p}{K_e(V_p K_c + E)}p^2}$$

Puisqu'on a :

$$V(p) = H_{Cr}(p) \cdot C_r(p)$$

Fonction de transfert :

L'expression de la vitesse  $V$  sur notre convoyeur en négligeant l'entrée  $\Omega_d$  est :

$$V_{Cr}(p) = -\frac{\frac{r}{K_e K_c} (1 + \frac{L}{r}p)}{1 + \frac{E}{K_c V_p} + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p^2} \cdot C_r(p)$$

Et d'après le principe de superposition, on trouve :

$$V(p) = V_{Cr}(p) + V_{\Omega_d}(p)$$

FINALEMENT :

Fonction de transfert :

L'expression de la vitesse  $V$ ,  $V(p)$  la sortie de notre système est :

$$V(p) = \frac{\frac{E}{V_p K_c}}{1 + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p^2} \cdot V_d(p) - \frac{\frac{r}{K_e K_c} (1 + \frac{L}{r}p)}{1 + \frac{E}{K_c V_p} + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e}p^2} \cdot C_r(p)$$

### III.2 Correction du système :

Le correcteur  $P$  ne satisfait pas le cahier des charges.

Pour  $C_r(p) = 0$ , on obtient un système de classe 0 ( $2^{eme}$  ordre), donc il faut que le correcteur soit de classe 1. Ce qui va nous imposer à choisir un correcteur proportionnel intégral  $PI$ .

$$C(p) = \frac{K_i}{T_i p} (1 + T_i p)$$

Avec :

$K_i$  : Gain du Correcteur.

$T_i$  : Constante de temps intégral du correcteur.

**Remarque :**

Synthétiser un correcteur revient à calculer  $K_i$  et  $T_i$  pour répondre au cahier des charges, ensuite il faut le réaliser.

— Trois méthodes classiques pour la synthèse du correcteur :

1. Compensation du pôle dominant du système.
2. Calcul direct de la FTBF ( $2^{eme}$  ordre) et détermination de  $K_i$  et  $T_i$  pour répondre au cahier des charges.
3. On peut également faire la synthèse dans le domaine fréquentielle (Bode) en s'imposant une marge de phase de l'ordre de  $60^\circ$  (on respecte la règle du  $1/10^{eme}$  pour le calcul de  $T_i$ ).

pour  $C_r(p) = 0$  :

$$H_{BO}(p) = \frac{\Omega_e(p)}{\varepsilon_1(p)} = \frac{(1 + T_i p) \frac{E K_i}{V_p T_i K_c}}{p(1 + \frac{r \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L \cdot J_{eq}}{K_c K_e} p^2)}$$

Autrement :

$$H_{BO}(p) = \frac{(1 + T_i p) \frac{E K_i}{V_p T_i K_c}}{p(1 + 7,16 \cdot p + 0,0018 \cdot p^2)}$$

Calculons les valeurs de  $p_1$  et  $p_2$  :

$$p_1 = \frac{-7.16 + \sqrt{51.2584}}{0.0036}$$

$$p_2 = \frac{-7.16 - \sqrt{51.2584}}{0.0036}$$

Calculons d'abord la racine carrée de 51.2584 :

$$\sqrt{51.2584} \approx 7.158$$

Maintenant, nous pouvons substituer cette valeur dans les expressions de  $p_1$  et  $p_2$  :

$$p_1 = \frac{-7.16 + 7.158}{0.0036}$$

$$p_2 = \frac{-7.16 - 7.158}{0.0036}$$

$$p_1 \approx \frac{-0.002}{0.0036} \approx -0.556$$

$$p_2 \approx \frac{-14.318}{0.0036} \approx -3982.778$$

Les valeurs approximatives des pôles sont  $p_1 \approx -0.556$  et  $p_2 \approx -3982.778$ .

$$H_{BO}(p) = \frac{\Omega_e(p)}{\varepsilon_1(p)} = \frac{(1 + T_i p) \frac{E K_i}{V_p T_i K_c}}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

Le choix de  $T_i$  par compensation du pôle dominant :

On choisit :

$$T_i = \tau_2$$

On obtient finalement :

$$H_{BO}(p) = \frac{\frac{EK_i}{K_c V_p \tau_1}}{p(1 + \tau_1 p)}$$

Puisque la fonction de transfert en boucle ouvert  $H_{BO}(p)$  possède une intégration, alors le système est précis, et donc l'erreur statique est nulle ;

$$\varepsilon_1 = 0$$

De même :

$$H_{BF}(p) = \frac{V(p)}{V_d(p)} = \frac{\Omega_e(p)}{\Omega_d(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)}$$

On obtient :

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{\tau_1 V_p K_c}{E K_i} p + \frac{K_c V_p \tau_1^2}{E K_i} p^2}$$

Alors, le correcteur qu'on va choisir pour notre système est :

$$C(p) = \frac{K_i}{T_i p} (1 + T_i p)$$

On identifie à la forme canonique d'un système du 2<sup>e</sup> ordre :

On trouve :

$$\begin{cases} \frac{2z}{\omega_n} = \frac{\tau V_p K_c}{E K_i} \\ \frac{1}{\omega_n} = \frac{K_c V_p \tau^2}{E K_i} \end{cases} \implies \begin{cases} K_i = \frac{K_c V_p}{4 E z^2} \\ \omega_n = \sqrt{\frac{E K_i}{K_c V_p \tau}} \end{cases}$$