

# Étude et amélioration d'un distributeur de quilles

TIPE

---

Haitam EL-KHAMALI

Juin 11, 2024

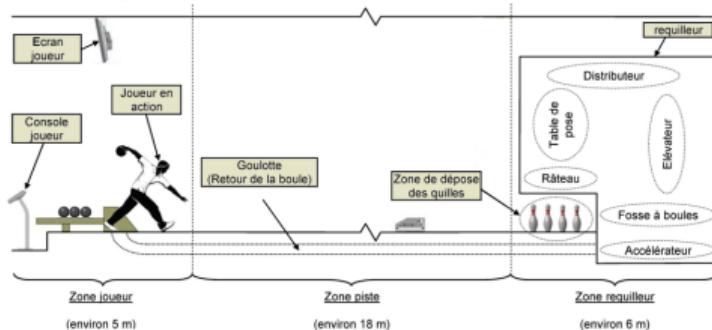
Code CNC : TE030T.

# I. Jeu de bowling; principe et industrialisation.

---

# Jeu de Bowling

- Le bowling nécessite une coordination œil-main et une technique pour lancer la boule.
- Renverser les 10 quilles est l'objectif primordiale du joueur.
- Les quilles sont repositionné d'une manière automatique.



# Plan du présentation

**I. Jeu de bowling; principe et industrialisation.**

**II. Étude du requilleur des quilles.**

1. Fonctionnement de ses sous systèmes.

2. Temps nécessaire pris par le distributeur.

3. Problématique.

4. Architecture du nouveau distributeur.

**III. Partie mécanique.**

1. Choix du matériau.

2. Choix du moteur et du vérin.

**IV. Partie automatique.**

1. Asservissement en vitesse du moteur.

2. Correction du système.



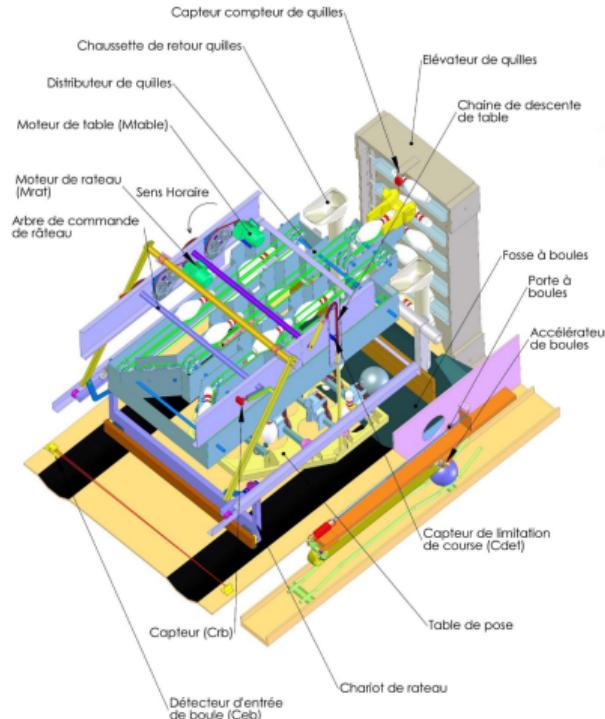
## II. Étude du requilleur des quilles.

---

# Requilleur des quilles

Le requilleur permet principalement de :

- Remplacer automatiquement les quilles abattues.
- Repositionner les quilles sur le Pindeck.
- Renvoyer la boule aux joueurs.



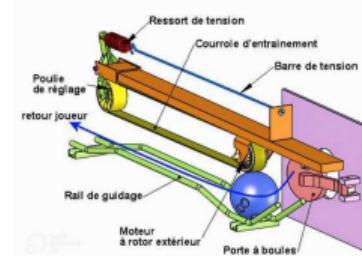
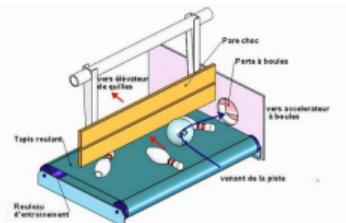
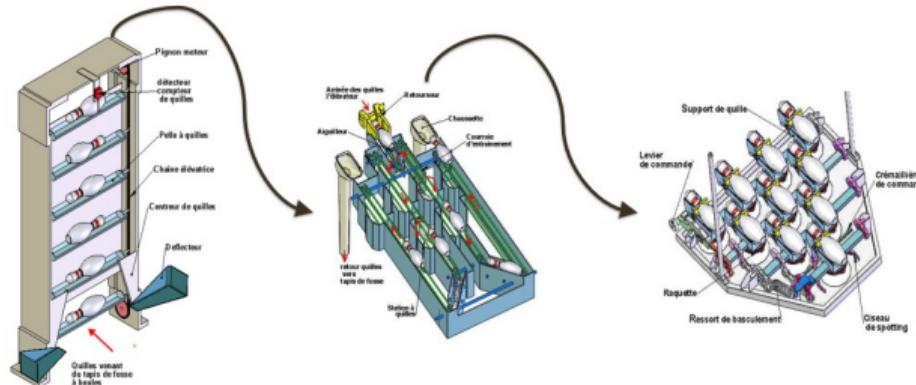
## **II. Étude du requilleur des quilles.**

---

### **1. Fonctionnement de ses sous systèmes.**

# Fonctionnement du requilleur

- Le distributeur recharge les 10 alvéoles pour que les quilles soient prêtes pour le prochain lancer.
- La table de pose reçoit les quilles du distributeur.

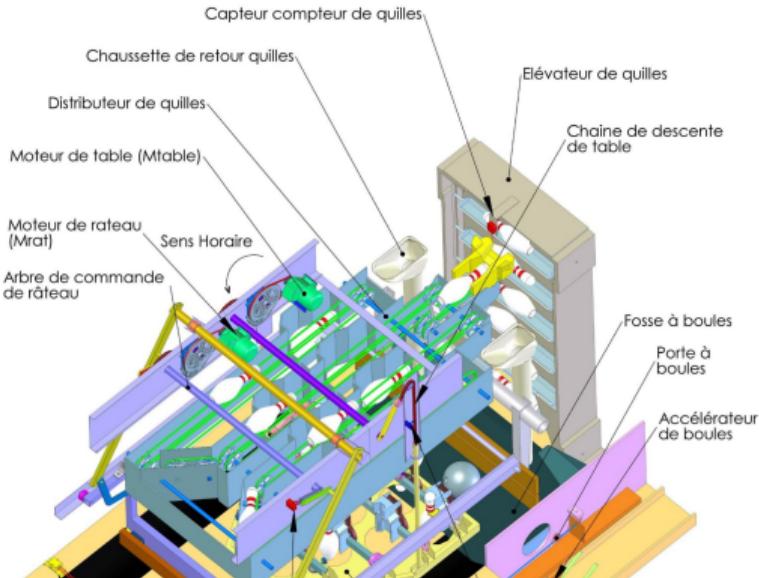


- La fosse à boules sépare les quilles et la boule après qu'elles ont été renversées.
- L'accélérateur de boules renvoie les boules aux joueurs.

# Distributeur

**Le distributeur de quilles permet principalement de :**

- Recevoir les quilles de l'élévateur.
- Déetecter les alvéoles vides et essayer de les remplir.
- Ne pas fonctionner si les alvéoles sont remplies.



Distributeur de quilles

# Illustration et Trajectoire des Quilles

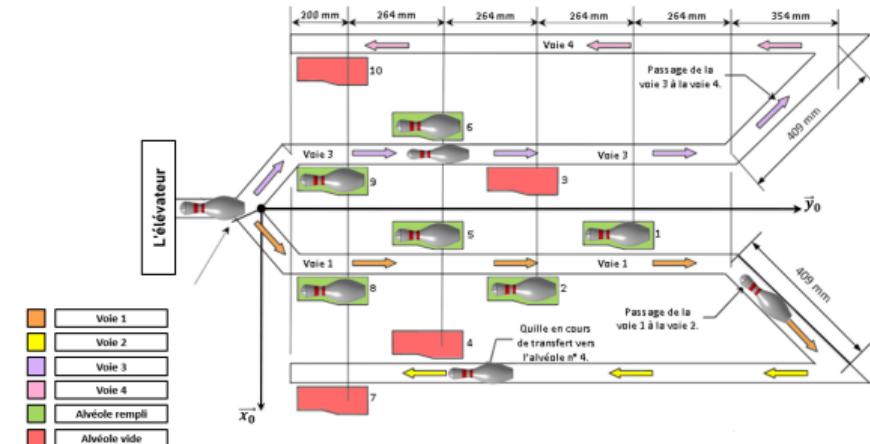
Chaque voie possède des alvéoles destinées à être remplies comme suit :

- Voie 1 : Alvéoles 8, 5, 2 et 1.
- Voie 3 : Alvéoles 9, 3 et 6.
- Voie 2 : Alvéoles 4 et 7.
- Voie 4 : Alvéole 10.

Pour séparer les voies 1 et 3, le système utilise *un aiguillage*.

L'ordre de rechargement des alvéoles :

8 → 5 → 9 → 2 → 6 → 3 → 4 → 7 → 10.



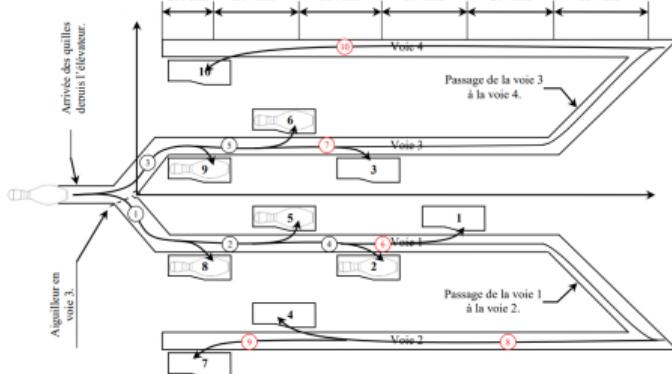
Remplissage des alvéoles

## **II. Étude du requilleur des quilles.**

---

### **2. Temps nécessaire pris par le distributeur.**

# Temps nécessaire pour le remplissage



| Numéro alvéole | Position $X_0$ | Position $Y_0$ | Angle associé |
|----------------|----------------|----------------|---------------|
| 1              | 0,000          | 1920,00        | 0,000         |
| 2              | -152,400       | 1656,038       | -5,260        |
| 4              | -304,800       | 1392,07        | -12,350       |
| 7              | -457,200       | 1128,11        | -22,060       |
| 8              | -152,400       | 1128,11        | -7,690        |
| 5              | 0,000          | 1392,07        | 0,000         |
| 9              | 152,400        | 1128,11        | 7,690         |
| 10             | 457,200        | 1128,11        | 22,060        |

Repérage des alvéoles

- La durée de basculement du quille dans l'alvéole est de **0,1 seconde**.
- La cadence d'arrivée des quilles depuis l'alvéole est d'**une quille par seconde**.

La durée pour remplir l'alvéole  $i$  :

$$\Delta T_i = \frac{L_i}{V} + 0,1$$

# Temps nécessaire pour le remplissage

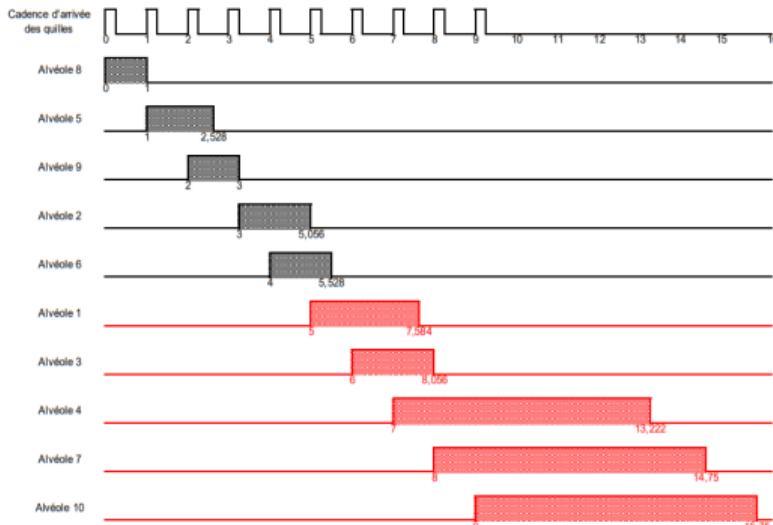


Diagramme de Gantt

| Alvéole | Course (mm) | Durée (s) | Durée + Cadence |
|---------|-------------|-----------|-----------------|
| 8       | 450         | 1         | 1               |
| 5       | 714         | 1,528     | 2,528           |
| 9       | 450         | 1         | 3               |
| 2       | 978         | 2,056     | 5,056           |
| 6       | 714         | 1,528     | 5,528           |
| 1       | 1242        | 2,584     | 7,584           |
| 3       | 978         | 2,056     | 8,056           |
| 4       | 3061        | 6,222     | 13,222          |
| 7       | 3325        | 6,75      | 14,75           |
| 10      | 3325        | 6,75      | 15,75           |

Durée de rechargement des alvéoles :

$$T_{\text{Totale}_1} = 15,75 \text{ s}$$

## **II. Étude du requilleur des quilles.**

---

### **3. Problématique.**

# Problématique

- Le rechargeement des 10 alvéoles prend une durée qui peut considérer long.
- Comment peut-on réduire la durée de rechargement des quilles en changeant le comportement du distributeur ?



Boules du jeu

## **II. Étude du requilleur des quilles.**

---

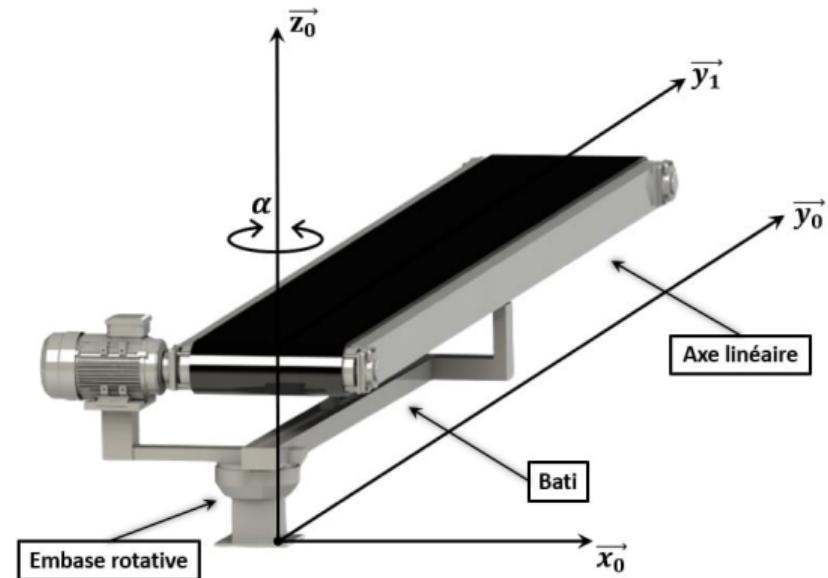
### **4. Architecture du nouveau distributeur.**

# Solution

- La solution est un bras contenant une seule voie transporteuse.
- Cette voie pivote selon un axe  $\vec{z}_0$  pour atteindre tous les alvéoles.
- En suivant un ordre chronologique de remplissage.
- Chaque alvéole est caractérisée par :
  - Une angle:  $\alpha_i$ .
  - Une longueur:  $L_i$ .

L'ordre de rechargement des alvéoles :

**1 → 2 → 4 → 7 → 8 → 9 → 10 → 6 → 3.**



Nouveau distributeur de quilles

# Solution

On définit la durée d'adaptation linéaire entre deux alvéoles consécutifs :

$$T_{\Delta L_{ij}} = \frac{|\Delta l_{ij}|}{V}$$

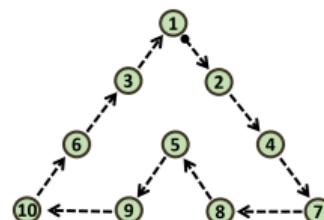
On définit la durée d'adaptation angulaire entre deux alvéoles consécutifs :

$$T_{\Delta \alpha_{ij}} = \frac{|\Delta \alpha_{ij}| \cdot \pi}{180 \cdot \dot{\alpha}}$$

Le bras combine les **deux mouvements à la fois**, donc :

$$T_{ij} = \max(T_{\Delta l_{ij}}, T_{\Delta \alpha_{ij}})$$

| Numéro alvéole | Variation linéaire (mm)       | Variation angulaire (°) |                                    |
|----------------|-------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| 1              | $\Delta L_{3 \rightarrow 1}$  | 256,970                 | $\Delta \alpha_{3 \rightarrow 1}$  |
| 2              | $\Delta L_{1 \rightarrow 2}$  | -256,970                | $\Delta \alpha_{1 \rightarrow 2}$  |
| 4              | $\Delta L_{2 \rightarrow 4}$  | -237,980                | $\Delta \alpha_{2 \rightarrow 4}$  |
| 7              | $\Delta L_{4 \rightarrow 7}$  | -207,820                | $\Delta \alpha_{4 \rightarrow 7}$  |
| 8              | $\Delta L_{7 \rightarrow 8}$  | -78,880                 | $\Delta \alpha_{7 \rightarrow 8}$  |
| 5              | $\Delta L_{8 \rightarrow 5}$  | 253,720                 | $\Delta \alpha_{8 \rightarrow 5}$  |
| 9              | $\Delta L_{5 \rightarrow 9}$  | -253,720                | $\Delta \alpha_{5 \rightarrow 9}$  |
| 10             | $\Delta L_{9 \rightarrow 10}$ | 78,880                  | $\Delta \alpha_{9 \rightarrow 10}$ |
| 6              | $\Delta L_{10 \rightarrow 6}$ | 207,820                 | $\Delta \alpha_{10 \rightarrow 6}$ |
| 3              | $\Delta L_{6 \rightarrow 3}$  | 237,980                 | $\Delta \alpha_{6 \rightarrow 3}$  |



# Solution

On calcule les durées prises par le distributeur, on trouve :

| Variation | Durée d'adaptation |              |
|-----------|--------------------|--------------|
|           | linéaire           | angulaire    |
| 3 → 1     | <b>0,652</b>       | <b>0,340</b> |
| 1 → 2     | <b>0,652</b>       | <b>0,340</b> |
| 2 → 4     | <b>0,604</b>       | <b>0,458</b> |
| 4 → 7     | <b>0,527</b>       | <b>0,627</b> |
| 7 → 8     | <b>0,200</b>       | <b>0,928</b> |
| 8 → 5     | <b>0,644</b>       | <b>0,497</b> |
| 5 → 9     | <b>0,644</b>       | <b>0,497</b> |
| 9 → 10    | <b>0,200</b>       | <b>0,928</b> |
| 10 → 6    | <b>0,527</b>       | <b>0,627</b> |
| 6 → 3     | <b>0,604</b>       | <b>0,458</b> |

On remarque que toutes les durées de remplissage sont *inférieures à 1 s.*

Le bras peut combiner entre les deux mouvements à la fois, alors on peut déduire :

$$T_{\text{Totale}_2} = T_{\text{quille1-alvéole1}} + 9 \times 1 = 12,84 \text{ s}$$

$$T_{\text{quille1-alvéole1}} = \frac{1,92}{0,5} + 9 = 12,84 \text{ s}$$

Durée de rechargement des alvéoles :

$$T_{\text{Totale}_2} = 12,84 \text{ s}$$

# Conclusion

La durée nécessaire pour que le nouveau distributeur recharge les 10 alvéoles est :

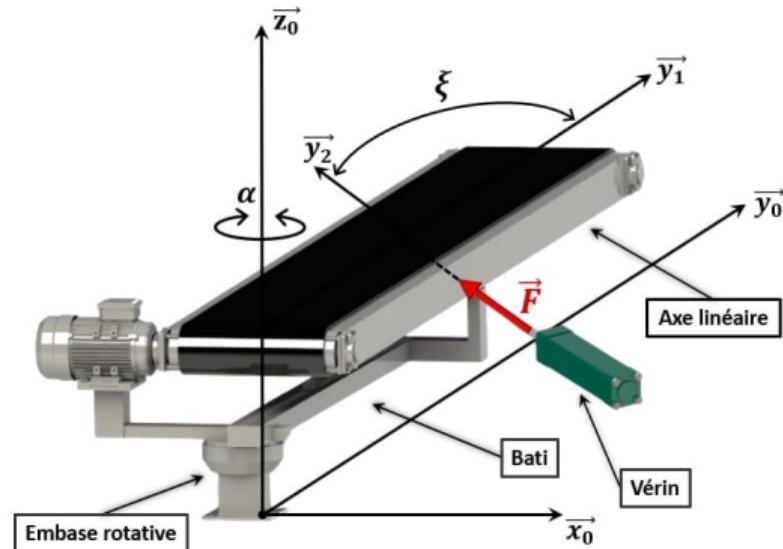
$$T_{\text{Totale}_2} = 12,84 \text{ s}$$

La durée pris pas le premier distributeur pour recharger les 10 alvéoles est :

$$T_{\text{Totale}_1} = 15,75 \text{ s}$$

Conclusion :

$$T_{\text{gagné}} = T_{\text{Totale}_1} - T_{\text{Totale}_2} \approx 3 \text{ s}$$



Remarque :

Tous les calculs sont faites avec un vitesse linéaire comme celui du premier requilleur de  $V = 0,5 \text{ ms}^{-1}$ .

## II. Partie mécanique.

---

## **II. Partie mécanique.**

---

### **1. Choix du matériau.**

# Torsion du tambour

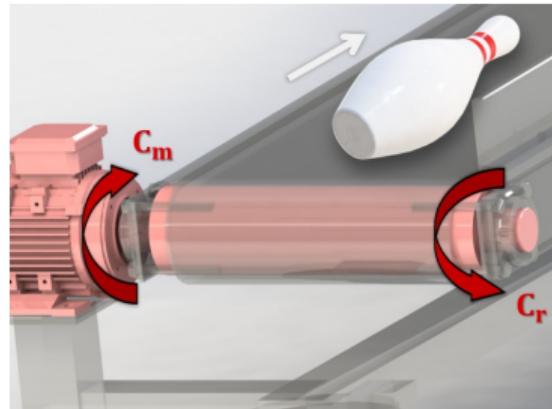
La condition de rigidité du tambour à la torsion :

$$\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \leq \theta_{\text{lim}}$$

Avec  $R_e = \lambda \cdot R_i$ ,  $\lambda > 1$ .

Le rayon minimale du tambour est :

$$R_{i_{\min}} = \left( \frac{2 \cdot C_r}{\pi G \theta_{\text{lim}} \cdot (\lambda^4 - 1)} \right)^{1/4}$$



Torsion du tambour

On définit le coût  $C$  par :

$$C = C_m \cdot \frac{\sqrt{2\pi C_r} \cdot L \cdot \sqrt{\lambda^2 - 1}}{\theta_{\text{lim}} \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1}} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{G}}$$

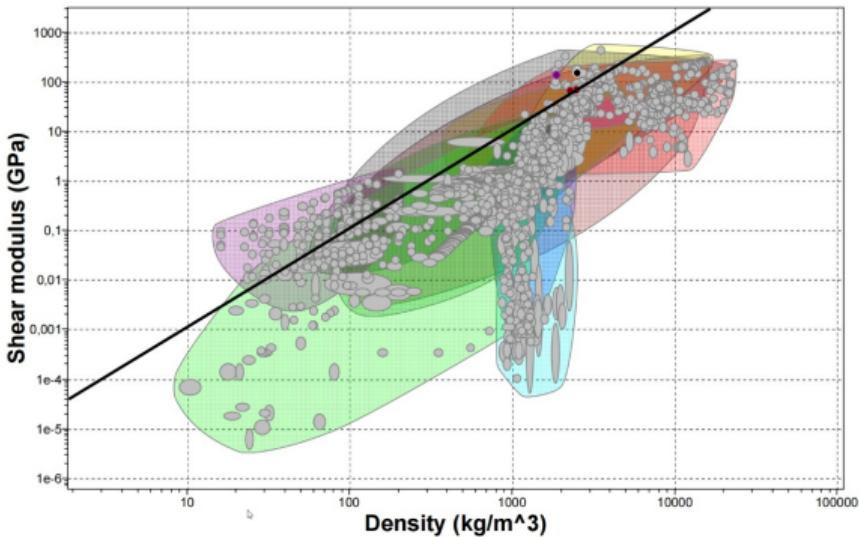
# Premier indice

L'indice qu'on cherche à maximiser est :

$$I_1 = \frac{\sqrt{G}}{\rho}$$

On obtient l'équation d'une droite de pente 2 :

$$\log(G) = 2 \log(\rho) + 2 \log(I_1)$$



Première courbe

# Flexion du tambour

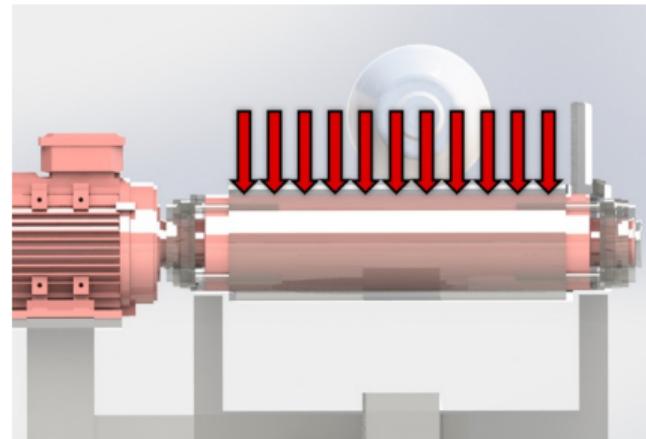
La condition de résistance du tambour au flexion :

$$\sigma_{max} = -\frac{M_{fz}}{I_{Gz}} \cdot y_{max} \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec  $R_e = \lambda \cdot R_i$ ,  $\lambda > 1$ .

Le rayon minimale du tambour est :

$$R_{i_{min}} = \left( \frac{4\lambda s \cdot C_r}{\pi \sigma_e \cdot (\lambda^4 - 1)} \right)^{1/3}$$



Flexion du tambour

On définit le coût  $C$  par :

$$C = C_m \cdot \frac{\pi L \cdot (4\lambda s)^{2/3} \cdot (\lambda^2 - 1) \cdot C_r^{2/3}}{(\pi \cdot (\lambda^4 - 1))^{2/3}} \cdot \frac{\rho}{\sigma_e^{2/3}}$$

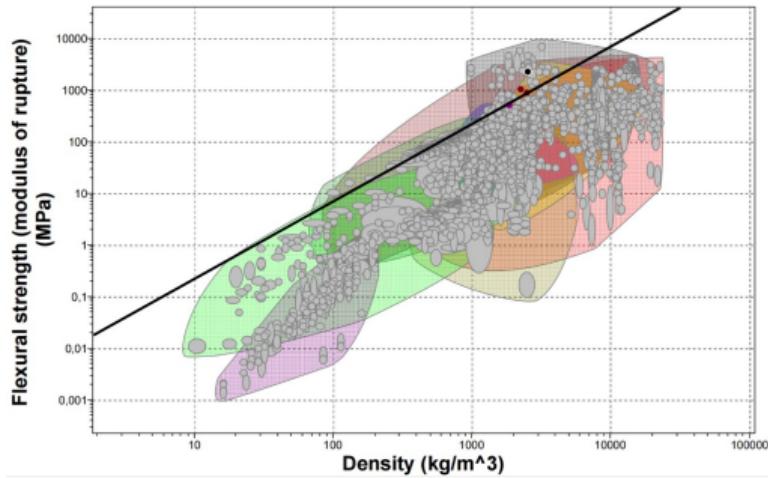
## Deuxième indice

L'indice qu'on cherche à maximiser est :

$$I_2 = \frac{\sigma_e^{2/3}}{\rho}$$

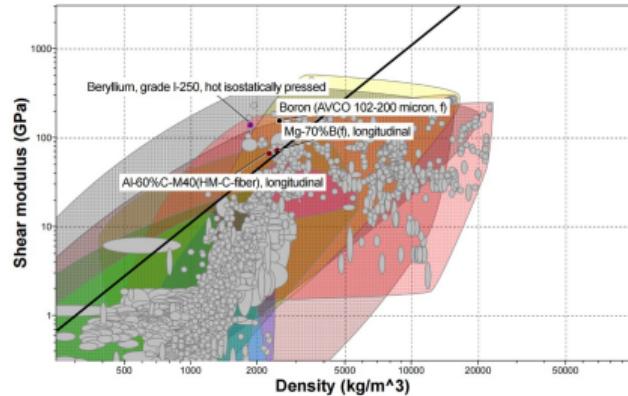
On obtient l'équation d'une droite de pente 1,5 :

$$\log(\sigma_e) = \frac{3}{2} \log(\rho) + \frac{3}{2} \log(I_2)$$



Deuxième courbe

# Choix du matériau



ICES 2016  
EDUPACK

Étape 3: Material family

Cliquez sur les en-têtes pour afficher/masquer des critères de sélection

Composition overview

Form

Material family

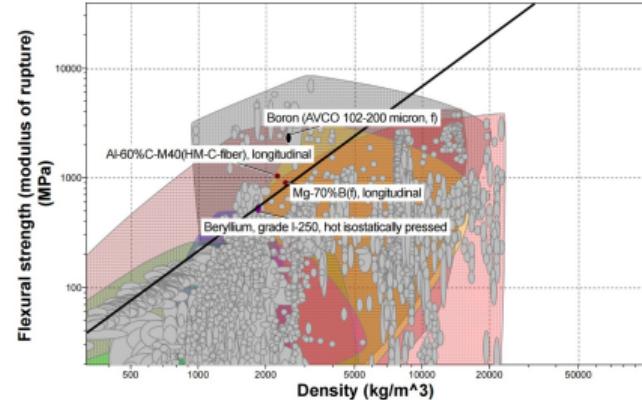
Base material

% Fiber by weight

Fill reinforcement

...  
...

| 3. Résultats : 4 validées sur 3947           |  |
|--|--|
| Afficher :                                   | Fiches passant toutes les étapes             |
| Classer par :                                | Étape 1 : Density ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) |
| Nom  |  |
| Beryllium, grade I-250, hot isostatically... | 1,84e3 - 1,86e3                              |
| Al-60%C-M40(HM-C-fiber), longitudinal...     | 2,2e3 - 2,3e3                                |
| Mg-70%B(f), longitudinal                     | 2,42e3 - 2,48e3                              |
| Boron (AVCO 102-200 micron, f)               | 2,46e3 - 2,57e3                              |



On choisit le matériau :

**Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed**

# Diamètre intérieur minimal pour le tambour

On suppose que:

$$\tau_{\text{Torsion}} \gg \sigma_{\text{Flexion}}$$

Condition de résistance au torsion donne :

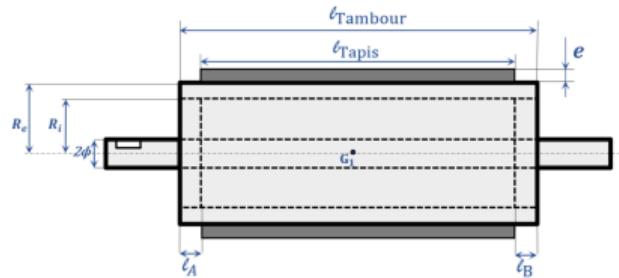
$$\tau = \frac{M_t}{I_O} r \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec :

$$I_O = \frac{\pi \cdot (R_e^4 - R_i^4)}{2}$$

Soit :

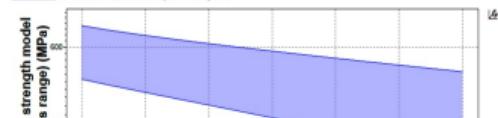
$$R_{i_{max}} = \left( R_e^4 - \frac{4s \cdot R_e \cdot C_r}{\pi \cdot \sigma_e} \right)^{1/4}$$



## Mechanical properties

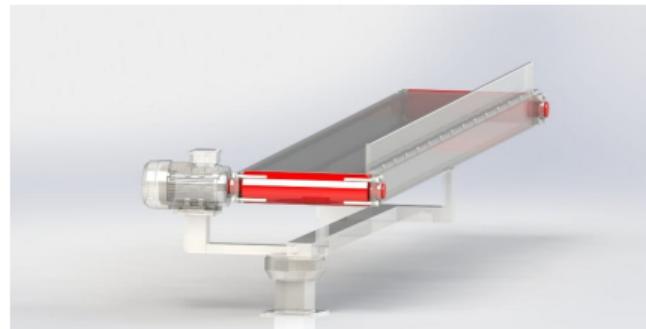
|  |       |   |       |          |
|--|-------|---|-------|----------|
| Young's modulus                        | 290   | - | 315   | GPa      |
| Yield strength (elastic limit)         | 400   | - | 575   | MPa      |
| Tensile strength                       | 505   | - | 685   | MPa      |
| Elongation                             | 2     | - | 4     | % strain |
| Compressive strength                   | * 500 | - | 665   | MPa      |
| Flexural modulus                       | 290   | - | 315   | GPa      |
| Flexural strength (modulus of rupture) | * 480 | - | 575   | MPa      |
| Shear modulus                          | 134   | - | 150   | GPa      |
| Bulk modulus                           | 108   | - | 124   | GPa      |
| Poisson's ratio                        | 0.06  | - | 0,075 |          |
| Shape factor                           | 38    |   |       |          |
| Hardness - Vickers                     | * 260 | - | 380   | HV       |
| Fatigue strength at 10^7 cycles        | * 300 | - | 515   | MPa      |
| Fatigue strength model (stress range)  | * 359 | - | 545   | MPa      |

Parameters : Stress Ratio = -1, Number of Cycles = 1e7cycles



# Caractéristiques du tambour

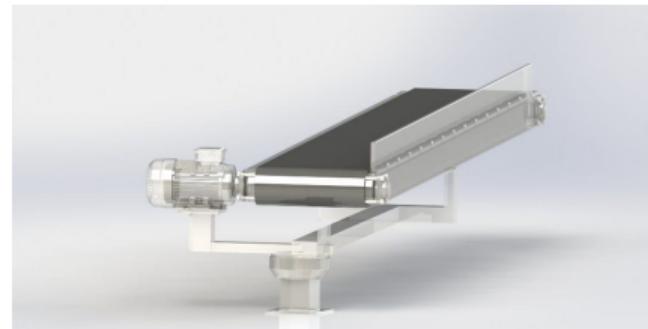
- **Matière :** Beryllium, grade I-250, hot isostatically pressed.
- **Rayon de l'arbre intérieure  $\Phi$  :**  $\Phi = 10 \text{ mm}$ .
- **Rayon extérieur  $R_e$  :**  $R_e = 40 \text{ mm}$ .
- **Rayon intérieur  $R_i$  :**  $36 \text{ mm}$ .
- **Hauteur de l'arbre du Tambour  $h$  :**  $h = 280 \text{ mm}$ .
- **Largeur  $l_{\text{Tambour}}$  :**  $l_{\text{Tambour}} = 220 \text{ mm}$ .
- **Distance  $l_A$  ou  $l_B$  :**  $l_A = l_B = 10 \text{ mm}$ .
- **Volume  $V_{\text{Tambour}}$  :**  $V_{\text{Tambour}} = 2,3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ .
- **Masse volumique  $\rho$  :**  $\rho = 1860 \text{ kg.m}^{-3}$ .
- **Masse  $M_{\text{Tambour}}$  :**  $M_{\text{Tambour}} = 0,61 \text{ kg}$ .
- **Résistance à la limite élastique  $\sigma_e$ :**  $\sigma_e = 575 \text{ MPa}$ .



Représentation des tambours

# Caractéristiques du tapis

- **Matière** : Netrill rubber carbocylated (XNBR, 25-55% Carbon Black).
- **Épaisseur**  $e$  :  $e = 10\% \cdot d_{Tambour} = 8 \text{ mm}$ .
- **Entraxe**  $E$  :  $E = 1920 - 381 - 48 = 1443 \text{ mm}$ .
- **Longueur**  $L_{\text{Tapis}}$  :  
$$L_{\text{Tapis}} = 1443 \times 2 + 2 \times \pi \times 40 = 2537,32 \text{ mm}$$
.
- **Largeur**  $l_{\text{Tapis}}$  :  $l_{\text{Tapis}} = 140 \text{ mm}$ .
- **Volume**  $V_{\text{Tapis}}$  :  $V_{\text{Tapis}} = 0,00284 \text{ m}^3$ .
- **Masse volumique**  $\rho_{\text{Tapis}}$  :  $\rho_{\text{Tapis}} = 1180 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- **Masse**  $M_{\text{Tapis}}$  :  $M_{\text{Tapis}} = 3,3533 \text{ kg}$ .



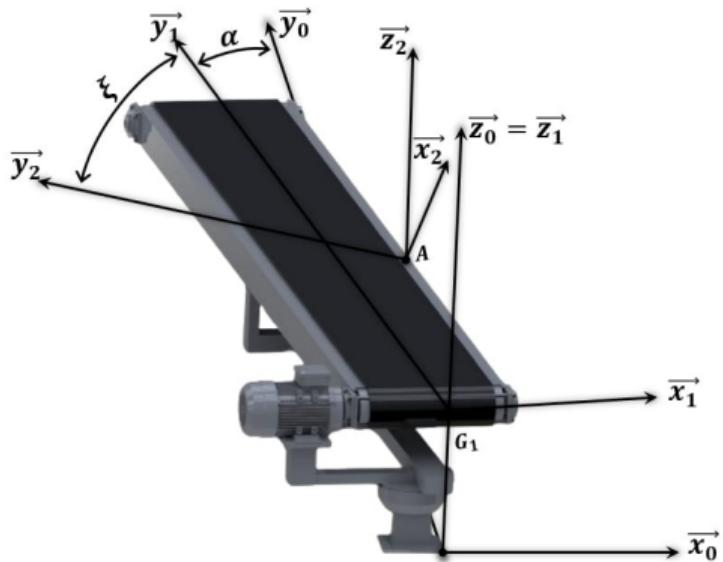
Représentation du tapis

## **II. Partie mécanique.**

---

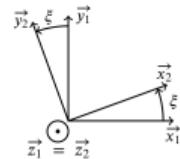
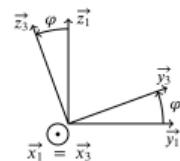
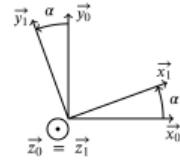
### **2. Choix du moteur et du vérin.**

# Paramétrages



On considère le paramétrage suivant :

- $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha / (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3) = \varphi. / (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \xi.$



# Couple résistant

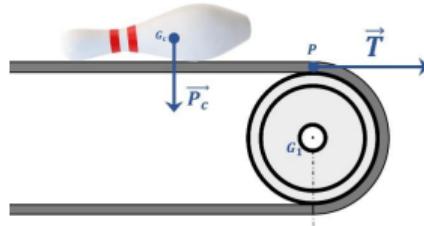
L'expression de l'effort  $\|\vec{T}\|$  :

On isole le tambour et on applique le théorème fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

On trouve :

$$T = (M_{\text{Tambour}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V}{\Delta t}$$



Caption

Hypothèses :

- Tapis non dissipative.
- Tapis non inextensible.
- Tapis s'enroulant et se déroulant sans glisser sur le tambour.
- Liaisons parfaites.
- Référentiel galiléen.

L'expression du couple résistant :

$$C_r = R_T (M_{\text{Tambour}} + M_{\text{Charge}}) \cdot \frac{V}{\Delta t}$$

# Moment d'inertie du tambour

On donne une partition du tambour :

- En Rouge : *Partie A et A'*.
- En Bleu : *Partie B*.
- En Jaune : *Partie C*.



Moment d'inertie, partie A :

$$I_{\mathbf{A}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_A \left( \frac{R_i^2 + \Phi^2}{2} + \frac{l_T}{2} \right)$$

Moment d'inertie, partie B :

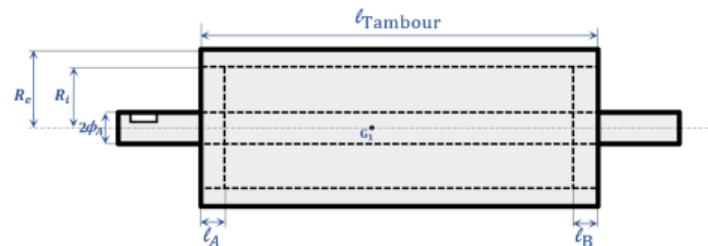
$$I_{\mathbf{B}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_B \left( \frac{R_i^2 + R_e^2}{2} \right)$$

Moment d'inertie, partie C :

$$I_{\mathbf{C}_{G_1, \vec{x}_1}} = M_C \frac{\Phi^2}{2}$$

L'expression du moment d'inertie scalaire du tambour 1 est :

$$I_{G_1, \vec{x}_1} = 2 \cdot I_{\mathbf{A}_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{\mathbf{B}_{G_1, \vec{x}_1}} + I_{\mathbf{C}_{G_1, \vec{x}_1}}$$



# Couple moteur

On isole le convoyeur et on applique le théorème du moment dynamique au point  $G_1$  scalaire  $\vec{x}_1$ .

**Énoncé du théorème :**

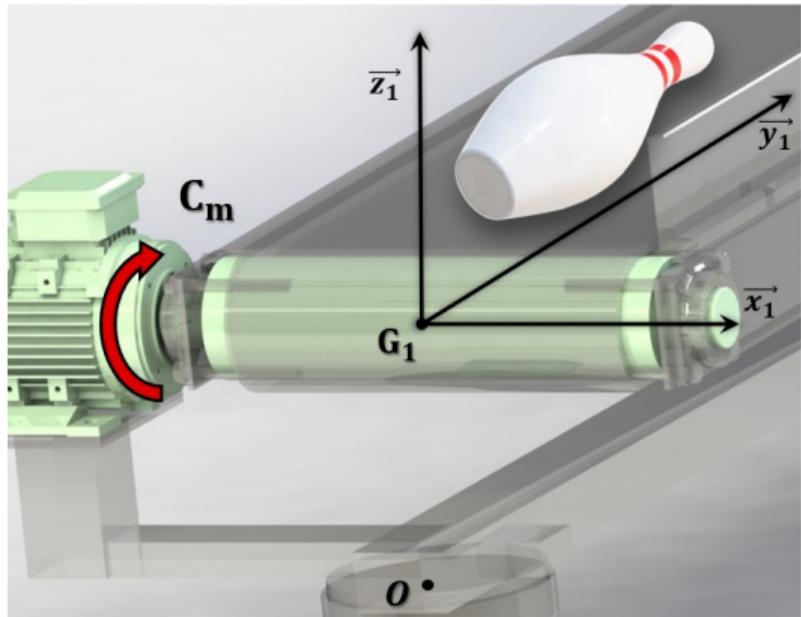
$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}} = \sum \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F})$$

**Moment dynamique  $\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}}$  du tambour :**

$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(1/0)}} = I_{G_1, \vec{x}_1} \cdot \ddot{\varphi} \cdot \vec{x}_1$$

L'expression du couple moteur est :

$$C_m = I_{G_1, \vec{x}_1} \cdot \ddot{\varphi} + C_r$$



Couple moteur

# Applications numériques

## Calcul Numérique :

- **Vitesse du convoyeur  $V$  :**  $V = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ .
- **Vitesse angulaire du convoyeur  $\omega_s$  :**  $\omega_s = 11,36 \text{ rad.s}^{-1}$ .
- **Couple résistant  $C_r$  :**  $C_r = 0,125 \text{ N.m}$ .
- **Moment d'inertie du tambour  $I_{G_1,\vec{x}_1}$  :**  $I_{G_1,\vec{x}_1} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ .
- **L'accélération angulaire du tambour  $\ddot{\varphi}$  :**  $\ddot{\varphi} = 7,09 \text{ rad.s}^{-2}$ .
- **Couple moteur  $C_m$  :**  $C_m = 0,179 \text{ N.m}$ .
- **Rapport de réduction du réducteur  $k$  :**  $k = 0.036$ .
- **Puissance moteur  $P_m$  :**  $P_m = 54 \text{ W}$ .
- **Masse du convoyeur  $M_{\text{Convoyeur}}$  :**  $M_C \approx 32 \text{ kg}$ .

# Caractéristiques moteur

| Paramètre                | Symbole          | Unité                      | Valeurs                |
|--------------------------|------------------|----------------------------|------------------------|
| Puissance nominale       | $P_{\text{nom}}$ | W                          | 60                     |
| Vitesse nominale         | $N_{\text{nom}}$ | $\text{min}^{-1}$          | 3000                   |
| Vitesse maximale         | $N_{\text{max}}$ | $\text{min}^{-1}$          | 3000                   |
| Couple continu           | $C_b$            | N·m                        | 0,156                  |
| Couple nominale          | $C_{\text{nom}}$ | N.m                        | 0,192                  |
| Couple maximale          | $C_{\text{max}}$ | N.m                        | 0,441                  |
| Tension nominale induit  | $U_{\text{nom}}$ | V                          | 75                     |
| Courant nominal          | $I_{\text{nom}}$ | A                          | 1,2                    |
| Courant continu          | $I_b$            | A                          | 1,3                    |
| Constante de couple      | $K_T$            | N.m/A                      | 0,183                  |
| Constante de tension     | $K_E$            | V/(tr/min)                 | $19,2 \times 10^{-3}$  |
| Résistance de l'induit   | $R$              | $\Omega$                   | 12,1                   |
| L'inductance de l'induit | $L$              | mH                         | 3,2                    |
| Inertie du rotor         | $J_m$            | $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ | $0,228 \times 10^{-4}$ |

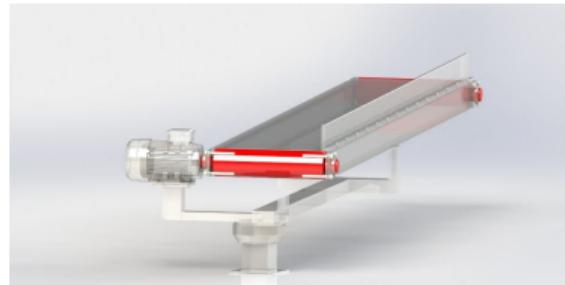
MCC Sanyo T506-012EL8



# Matrices d'inertie

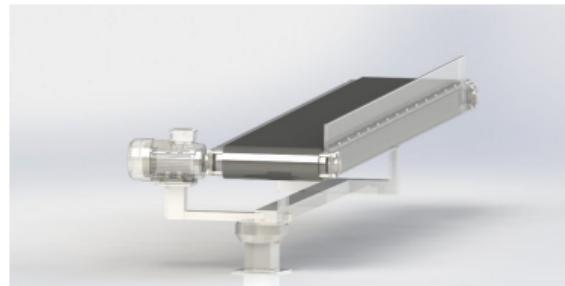
Pour le Tambour :

$$\bar{\bar{I}}_{G,\text{Tambour}} = \begin{bmatrix} 0,317 & 0 & 0 \\ 0 & 2,3 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0,838 \end{bmatrix}$$



Pour le Tapis :

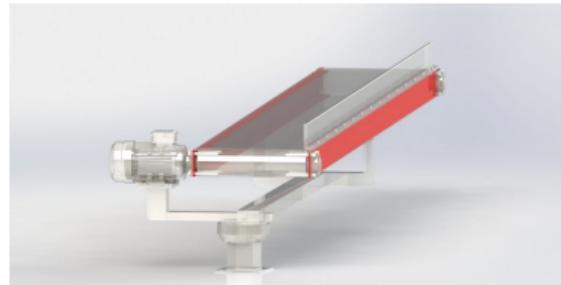
$$\bar{\bar{I}}_{G,\text{Tapis}} = \begin{bmatrix} 1,31 & 0 & 0 \\ 0 & 2,34 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1,308 \end{bmatrix}$$



# Matrices d'inertie

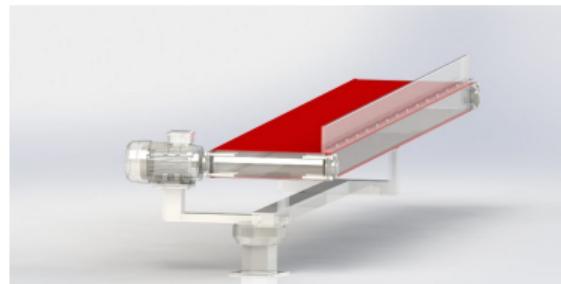
Pour le support latéral :

$$\bar{\bar{I}}_{G,SL} = \begin{bmatrix} 1,644 & 0 & 0 \\ 0 & 3,67 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1,672 \end{bmatrix}$$



Pour le support du bas :

$$\bar{\bar{I}}_{G,SB} = \begin{bmatrix} 1,734 & 0 & 0 \\ 0 & 0,026 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0,016 \end{bmatrix}$$



Le moment d'inertie du convoyeur est :

$$J = 2 \times J_{SL} + 2 \times J_{SB} + 2 \times J_{Tambour} + J_m + J_{Tapis}$$

# Détermination de l'effort du vérin $F$

On isole le convoyeur et on applique le théorème du moment dynamique au point  $G_1$  scalaire  $\vec{z}_1$  :

Énoncée du théorème :

$$\overrightarrow{\delta_{G_1,(\Sigma/0)}} = \sum_i \overrightarrow{M_{G_1}}(\vec{F}_i)$$

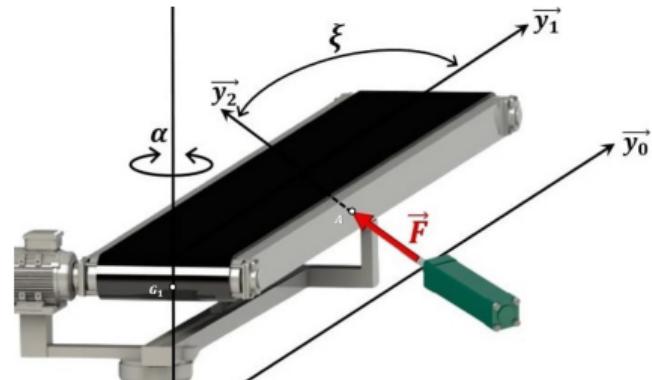
L'expression de l'effort du vérin est :

$$F(\xi) = J^* \cdot \frac{\ddot{\alpha}}{y_A \cdot \sin(\xi) + l_{\text{Tambour}}/2 \cdot \cos(\xi)}$$

Avec :

$J^*$  est le moment d'inertie du convoyeur ramené au point d'application du théorème  $G_1$ .

$$J^* = J + M_C \cdot \left( \frac{L_C}{2} \right)^2$$



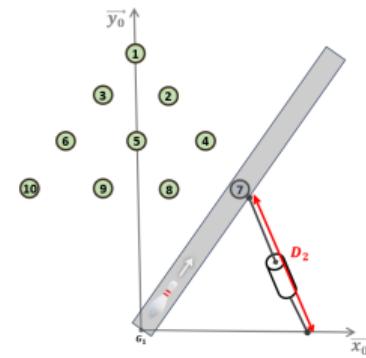
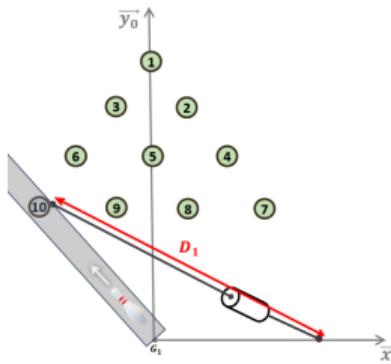
Effort du vérin

# Course du vérin

| Numéro alvéole | Position $X_0$ | Position $Y_0$ | Angle associé |
|----------------|----------------|----------------|---------------|
| 7              | -457,200       | 1128,11        | -22,060       |
| 10             | 457,200        | 1128,11        | 22,060        |

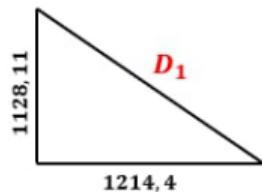
La course du vérin est :

$$C = D_1 - D_2 = 49 \text{ cm}$$

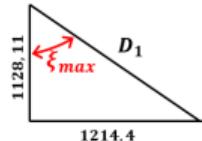
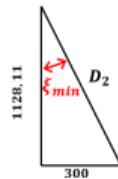
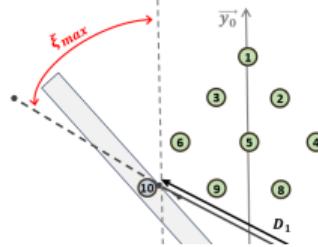
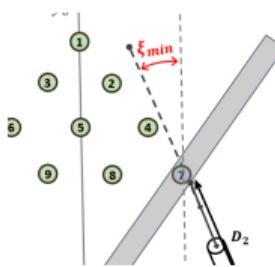


Valeurs numériques :

- Moment d'inertie :  $J^* = 35,85 \text{ kg.m}^2$ .
- La distance  $y_A$  :  $y_A = 1217,236 \text{ mm}$ .
- L'accélération angulaire :  
 $\ddot{\alpha} = 0,27 \text{ rad.s}^{-1}$ .

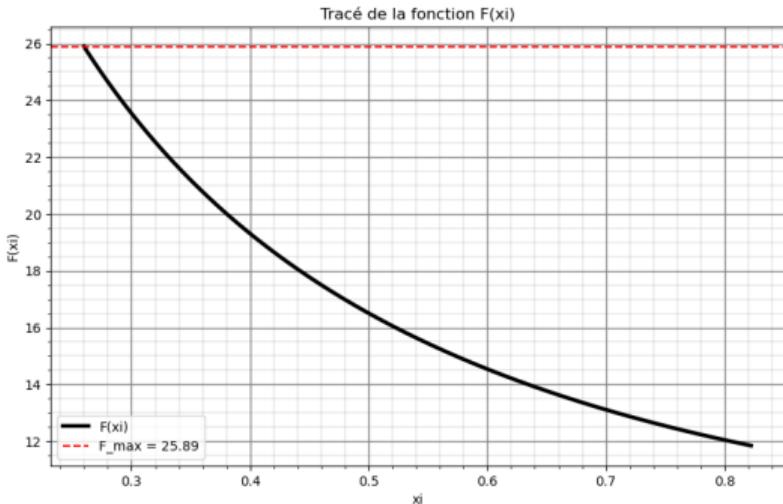


# Effort maximale



$$\xi_{min} = \arcsin \left( \frac{300}{D_2} \right)$$

$$\xi_{max} = \arcsin \left( \frac{1214,4}{D_1} \right)$$



$\text{Ximin} = 0.259 \text{ rad.} |$

$\text{Ximax: } 0.8223 \text{ rad.} |$

Valeur maximale de  $F : 25.893 \text{ N.} |$

# Choix du vérin

| Caractéristique        | Description   |
|------------------------|---|
| Nom du produit         | Actuonix P16 Linear Actuator  |
| Force                  | 50N (environ 11 lb)   |
| Course                 | 50 cm (500 mm)  |
| Tension d'alimentation | 12V DC ou 24V DC  |
| Modèle                 | P16-050-64-12 (pour 12V) ou P16-050-64-24 (pour 24V)  |
| Vitesse                | Variable selon le modèle  |
| Type de moteur         | Moteur à courant continu (DC)   |
| Environnement          | Utilisation en intérieur  |
| Dimensions             | Longueur totale variable selon la course  |
| Poids                  | Environ 0.4 kg (selon le modèle)  |
| Applications typiques  | Automatisation, robotique, contrôle de mouvement  |
| Lien d'achat           | <a href="https://fr.rs-online.com/web/c/?sra=oss&amp;searchTerm=Actuonix+P16+Linear+Actuator">https://fr.rs-online.com/web/c/?sra=oss&amp;searchTerm=Actuonix+P16+Linear+Actuator</a> |



Détails du vérin électrique Actuonix P16 Linear Actuator

### **III. Partie automatique.**

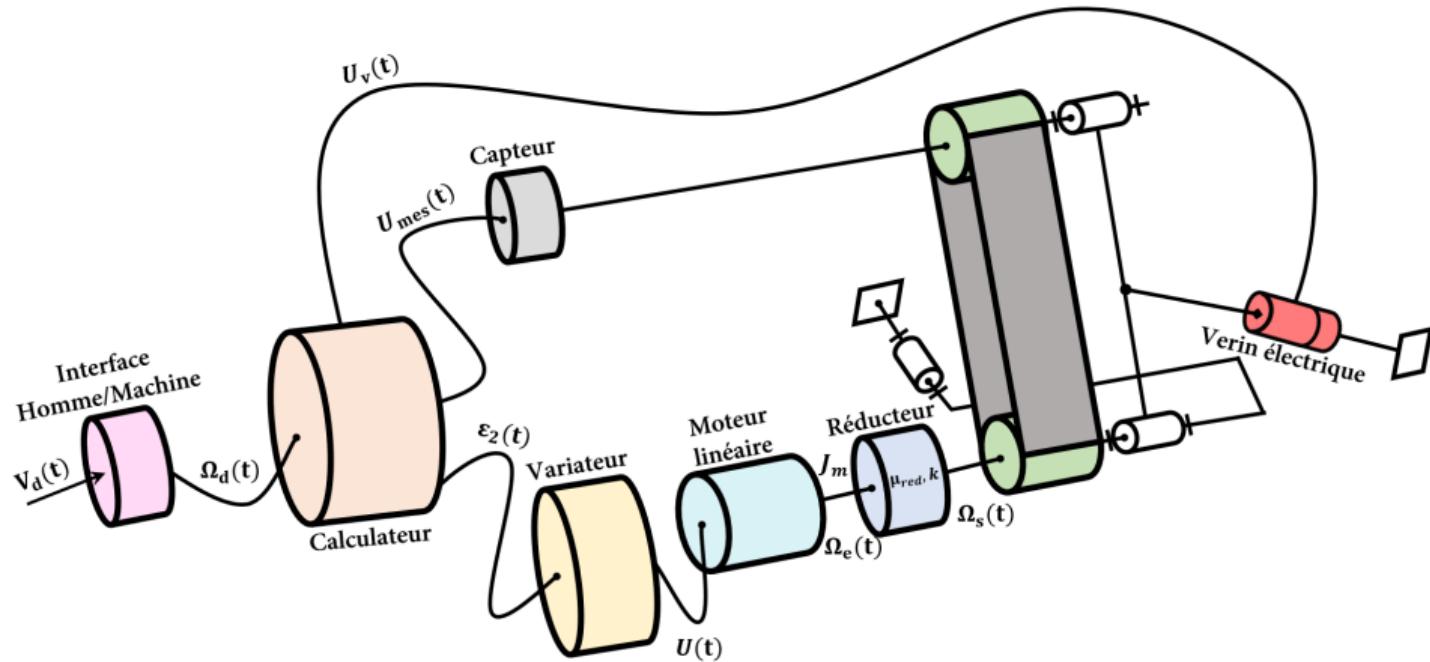
---

## **III. Partie automatique.**

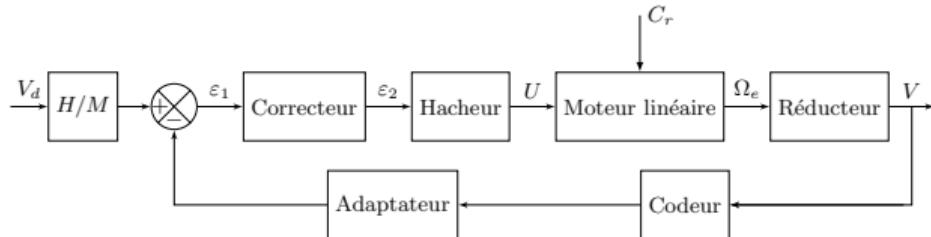
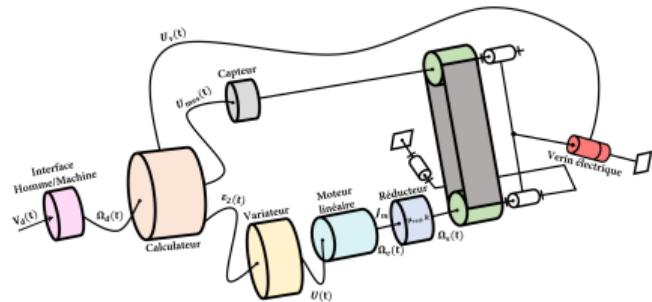
---

### **1. Asservissement du moteur.**

# Schéma cinématique



# Cahier des charges



| Exigence       | Critère  | Performance attendue         |
|----------------|--|------------------------------|
| Précision      | L'erreur statique en régime permanent en absence de perturbations.           | $\varepsilon_{v\infty} = 0$  |
|                | Système insensible aux perturbations.  | $\varepsilon'_{v\infty} = 0$ |
| Marge de Phase | La marge de phase doit être suffisante pour assurer la stabilité du système. | $M_\varphi \geq 60^\circ$    |
| Amortissement  | Réponse rapide sans oscillations   | $\zeta = 1$                  |

# Équations

Les équations de la MCC :

- Équation électrique :

$$U(t) = E(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

- Équation dynamique :

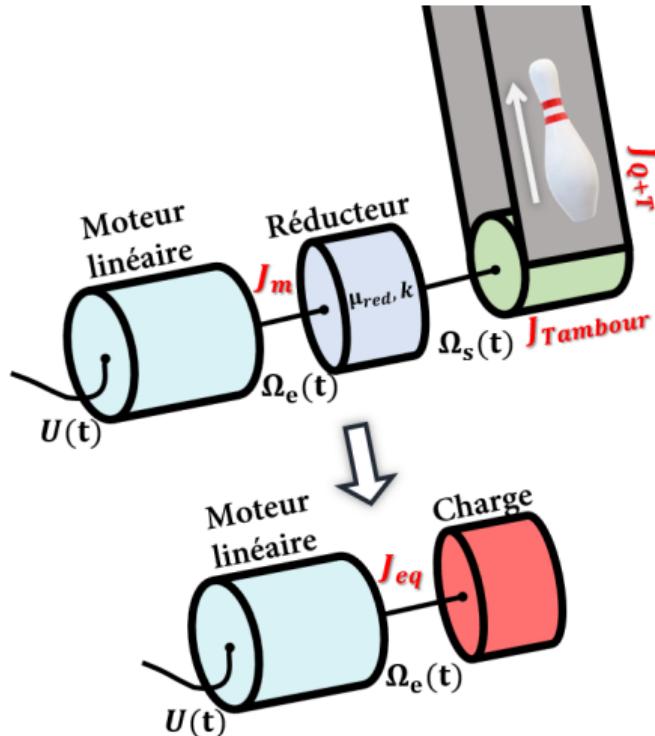
$$C_m(t) - C_r(t) = J_{\text{éq}} \cdot \frac{d\omega_e(t)}{dt}$$

- Couplages électromagnétiques :

$$C_m(t) = K_T \cdot i(t) \text{ et } E(t) = K_E \cdot \omega_e(t)$$

Avec :

$$J_{\text{éq}} = J_m + \frac{k^2}{\mu_{\text{red}}} (J_{\text{Tambour}} + J_{\text{Q+T}})$$



# Équations et schéma-bloc

Les équations de la MCC en domaine de Laplace :

- Équation électrique :

$$U(p) - E(p) = (Lp + R)I(p)$$

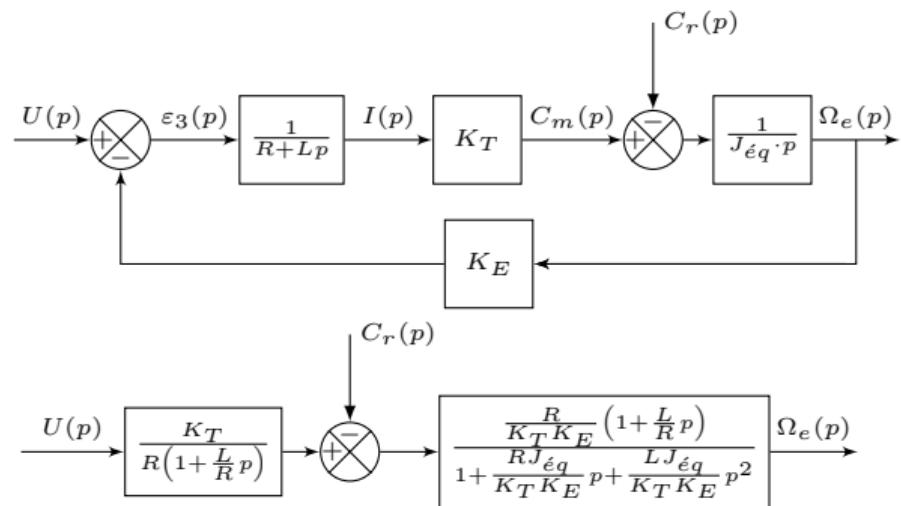
- Équation dynamique:

$$C_m(p) - C_r(p) = J_{éq} \cdot p \cdot \Omega_e(p)$$

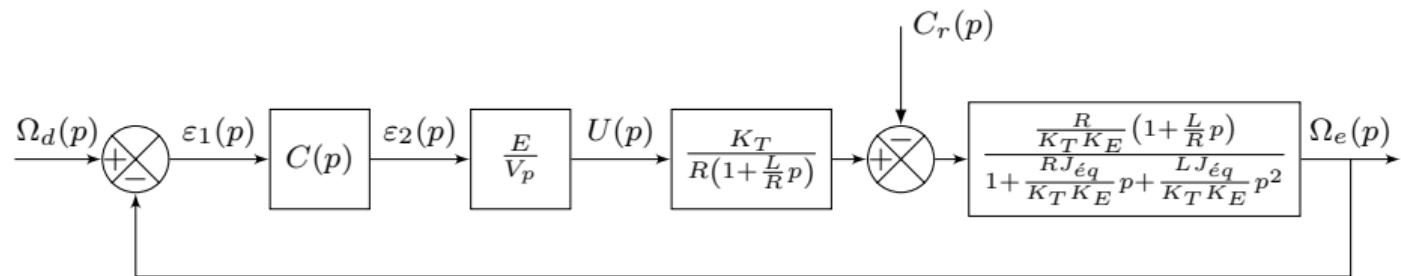
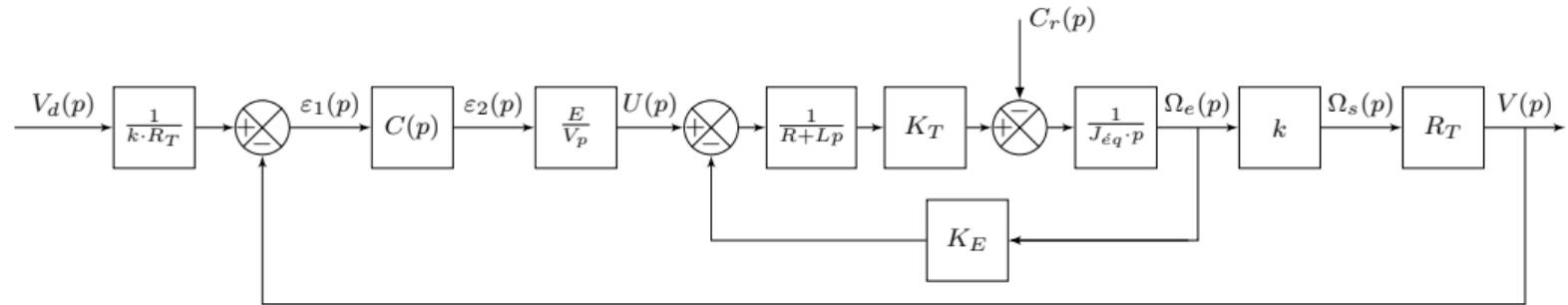
- Couplages électromagnétiques:

$$C_m(p) = K_T \cdot I(p)$$

et  $E(p) = K_E \cdot \Omega_e(p)$



# Boucle fermée



Correcteur à gain unitaire :

$$C(p) = 1$$

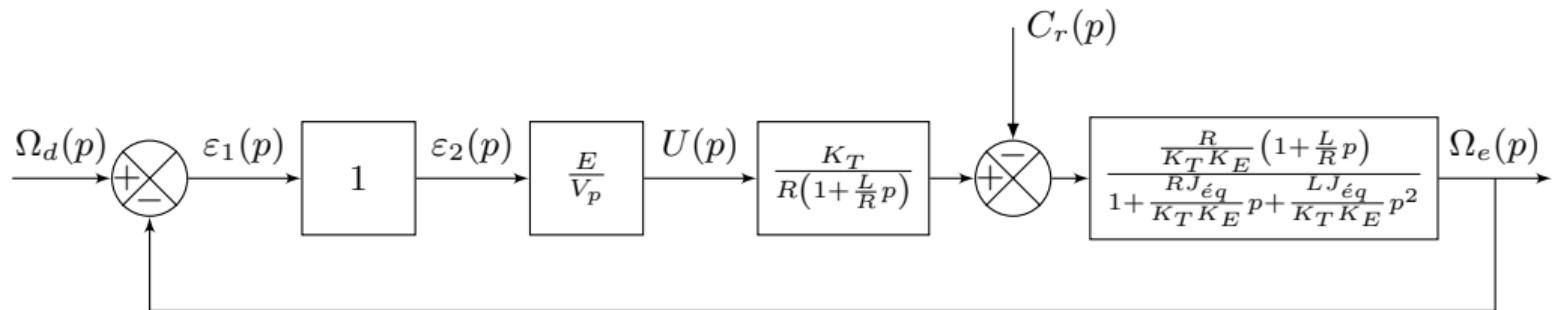


Schéma bloc avec un correcteur à gain unitaire

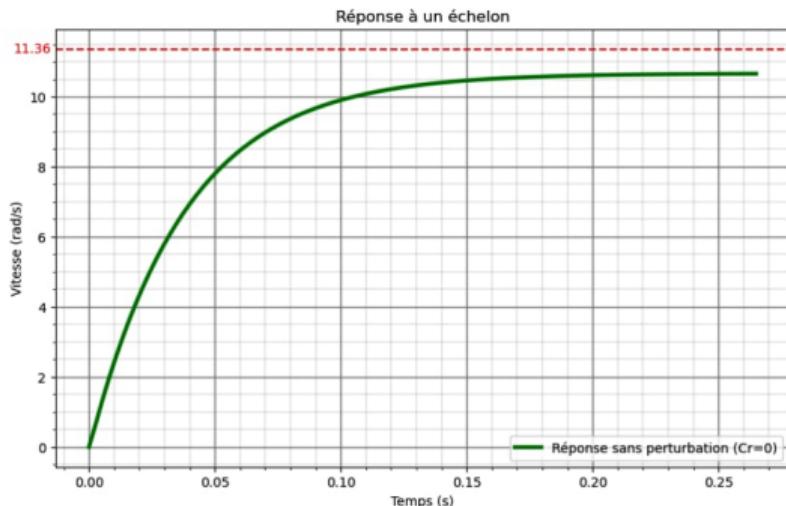
# Fonction de transfert sans perturbation

La fonction de transfert pour  $C_r(p) = 0$  :

$$H_1(p) = \frac{\Omega_{e1}(p)}{\Omega_d(p)} = \frac{\frac{E}{V_p K_E}}{1 + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2}$$

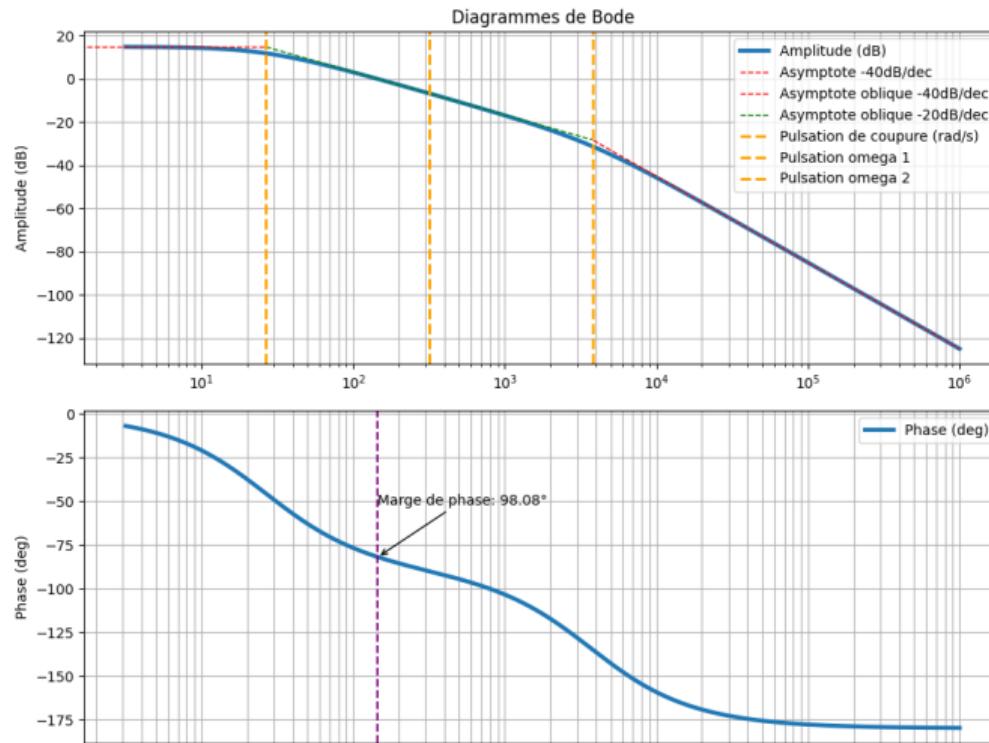
L'expression de la vitesse sur notre convoyeur en négligeant la perturbation  $C_r$  :

$$\Omega_{e1}(p) = \frac{\frac{E}{V_p K_E}}{1 + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2} \cdot \Omega_d(p)$$



Réponse sans perturbation

# Diagramme de Bode



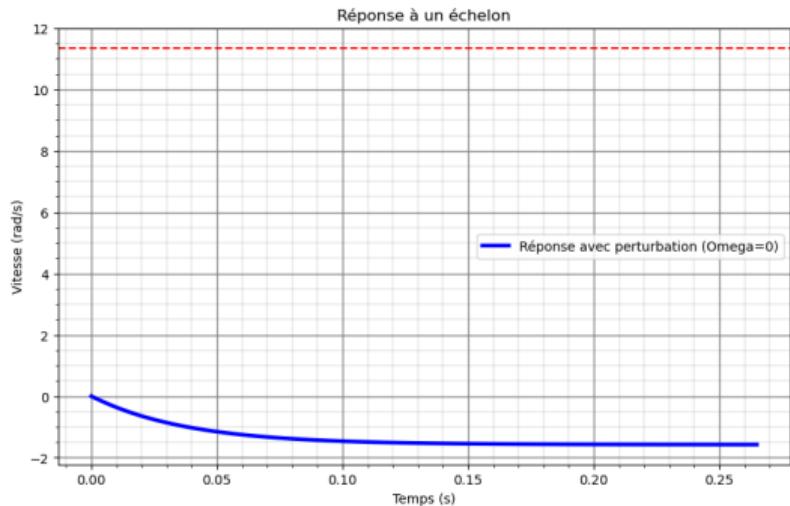
# Fonction de transfert sans entrée

La fonction de transfert pour  $\Omega_d(p) = 0$  :

$$H_2(p) = \frac{\Omega_{e2}(p)}{C_r(p)} = \frac{-\frac{R}{K_T K_E} - \frac{L}{K_T K_E} p}{1 + \frac{E}{K_E V_p} + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2}$$

L'expression de la vitesse sur notre convoyeur en négligeant l'entrée  $\Omega_d$  :

$$\Omega_{e2}(p) = \frac{-\frac{R}{K_T K_E} - \frac{L}{K_T K_E} p}{1 + \frac{E}{K_E V_p} + \frac{R \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p + \frac{L \cdot J_{éq}}{K_T K_E} p^2} \cdot C_r(p)$$



Réponse de la perturbation

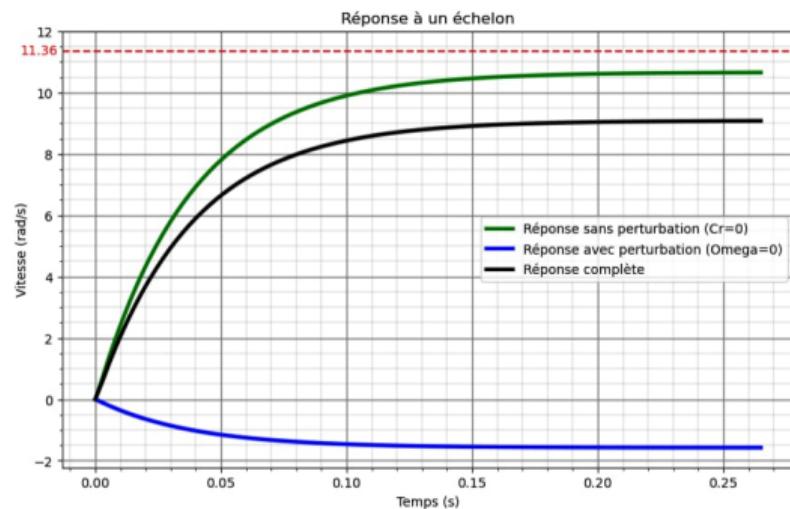
# Conclusion

Le principe de superposition donne :

$$\begin{aligned}\Omega_e(p) &= \Omega_{e1}(p) + \Omega_{e2}(p) \\ &= H_1(p) \cdot \Omega_d(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)\end{aligned}$$

Valeurs numériques :

- Couple résistant :  $C_r = 0,125$  N.m.
- Vitesse de rotation à la sortie du moteur :  $\omega_s = 11,36$  rad.s $^{-1}$ .
- Moment d'inertie ramené à l'arbre moteur :  $J_{eq} = 6,82 \times 10^{-4}$  kg.m $^2$ .



Réponse complète

## **III. Partie automatique.**

---

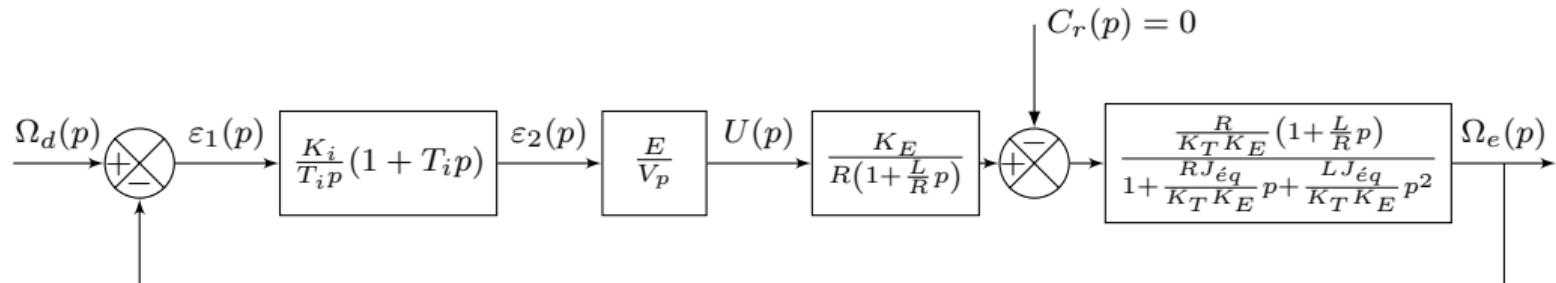
### **2. Correction du système.**

# Correction du système

On va choisir un correcteur proportionnel intégral pour annuler l'erreur statique.

Correcteur proportionnel intégral :

$$C(p) = \frac{K_i}{T_i p} (1 + T_i p)$$



# Correction

Remarque :

Synthétiser un correcteur revient à calculer  $T_i$  et  $K_i$  pour répondre au cahier des charges.

Calcul directe de la FTBO :

$$H_{BO}(p) = \frac{(1 + T_i p) \cdot \frac{EK_i}{V_p K_T T_i}}{p(1 + 0,0268p)(1 + 1,422p)}$$

$$T_i = 26,8 \text{ ms}$$

La FTBO devient:

$$H_{BO}(p) = \frac{\frac{EK_i}{V_p K_T \tau_1}}{p(1 + \tau_2 p)}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$  possède une intégration, alors **le système est précis**.

Calcul directe de la FTBF :

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{V_p K_T \tau_1}{EK_i} p + \frac{V_p K_t \tau_1 \tau_2}{EK_i} p^2}$$

On identifie à la forme canonique système deuxième ordre :

$$K_i = \frac{\tau_1 K_T V_p}{4E\zeta^2 \tau_2}$$

$$K_i = 0,37$$

# Merci pour votre attention!

## Questions?