

חלק ב' - הסבר תיאורתי:

בחירת מבנה נתונים:

מבנה הנתונים אותו בחרנו הינו השדה היחיד במחלקה `DataSet`, המבנה הינו מערך בגודל 2 המכיל בכל אחד מהתאים רשימה מקושרת, ממיינת, דו כיוונית, המכילה מצביעים לחוליות ה-`first`, וה-`last`. בנוסף במחלקה `DLink` (double link) הוספו שדה שנקרא `otherLink` המשמש מצביע לחוליה המכילה את אותה ה-`data` ברשימה המקבילה, דבר המאפשר לנו מעבר מהיר וזול בין שתי הרשימות.

1. `DataSet()`

בנאי- מאתחל לנו את ה- `comparators` הדרושים בונה שתי רשימות מקושרות ממוינות דו-כיוונית, בונה מערך בגודל 2 ומציב את הרשימות בתאי המערך כאשר `index 0` ממוין לפי ציר ה-`y`, `index 1` ממוין לפי ציר ה-`x`.

זמן ריצה: 5 שורות בזמן ריצה קבוע לכן $O(1)$.

2. `Void addPoint(Point point)`

פונקציה זו קוראת לפונקציית `add` של `SLL` אשר עוברת חוליה חוליה ברשימה המקושרת ומוסיפה חוליה חדשה עם ה-`data` החדש במקום אשר לא יפגע בסדר הממוין של הרשימה. לאחר ההוספה הפונקציה `add` של `SLL` מחזירה את החוליה החדשה שנוצרה, בכדי לאפשר לנו לעדכן את השדה `otherLink` ב-`DLink` הנדרש.

זמן ריצה: במקרה הגרוע ביותר פונקציית `add` של `SLL` תעבור על כל החוליות בשביל למצוא את המקום הדרוש לחולייה החדשה, ולכן פעולה זאת תיקח לכל היותר $O(n)$, בנוסף עדכון ה-`otherLink` הינו צירוף של שני פעולות קבועות ולכן דורש בנוסף $O(1)$, מכאן שה"כ זמן הריצה של הפונקציה $2n+2$ שזהו $O(n)$.

3. `Point[] getPointInRangeRegAxis(int min,int max,Boolean axis)`

ראשית הפונקציה ניגשת לרשימה המתאימה לפי ציר ה-`axis` לאחר מכן מדלגים חוליה חוליה עד שמגיעים לחוליה אשר עונה על הדרישות (הערך הנדרש גדול מ-`min`), ממשיכים לדלג חוליה חוליה תוך כדי ספירה של כמה חוליות עברנו עד שמגיעים לחוליה שכבר לא עונה על הדרישות (הערך הנדרש גדול מ-`max`), כעת נקרא לפונקציית עזר פרטית שבונה מערך בגודל הנדרש, רצה מהחוליה הראשונה עד לרגע שהמערך מלא ומוסיפה את ה-`data` שלהן ומחזירה את המערך.

זמן ריצה: במקרה הגרוע ביותר ערך ה-`max`, גדול מהערך הנדרש בחוליה ה-`last`, ולכן נעבור חוליה חוליה על כל ה-`SLL` ($O(n)$), לאחר מכן פונקציית העזר אשר בונה את המערך צריכה להוסיף את כל ה-`data` שמוכל בחוליות שבתחום, וגם כאן במקרה הגרוע ביותר $O(n)$. שה"כ $2n$ שזהו $O(n)$.

4. Point[] bgetPointInRangeOppAxis(int min,int max,Boolean axis)

על מנת לייעל את האלגוריתם שלנו, העדפנו לחזור על חלקים מפונקציה מס' 3. בשביל לרדת לזמן ריצה ליניארי. נעבור על הציר oppAxis חוליה חוליה ונבדוק האם הערכים שלה בציר ה-axis נמצאים בין min ל- max אם כן נוסיף אותה ל LinkedList רגילה כאשר אנו יודעים כי היא ממויינת (בשביל להשתמש ב-add של LinkedList).
נמיר למערך

זמן ריצה: לסרוק את ה SLL המתאימה במקרה הגרוע ביותר זהו $O(n)$, להעביר למערך במקרה הגרוע ביותר לוקח גם $O(n)$, לכן סה"כ הפונקציה רצה ב $O(n)$.

5. Double getDensity()

שיטה זו בודקת כי במבנה הנתונים לפחות 2 נק, לוקחת את המידע הדרוש מהמבנה בפעולות שקוראות בזמן $O(1)$, מציבה בנוסחה הנתונה בדרישות השאלה ומחזירה את הצפיפות.

זמן ריצה: מורכבת רק מתשעה פעולות קבועות לכן $O(1)$.

6. Void narrowRange(int min, int max, Boolean axis)

שיטה זה עוברת חוליה חוליה מההתחלה עד אשר מגיעים לחוליה הראשונה שערך הX או Y שלה גדול מmin לפי ציר ה-axis. עבור כל חוליה אשר נמצאת מחוץ לתחום נשתמש בפונקציית remove(otherLink) אשר זמן הריצה שלה הוא $O(1)$ וכך נוכל להוריד את כל החוליות גם מה SLL לפי ציר ה-axis.

באותה שיטה נעבור גם חוליה חוליה מהסוף עד החוליה הראשונה שערך הXorY שלה קטן מmax.

לבסוף נחתוך את הקצוות בציר ה-axis ונאתחל את שדות הfirst&last של הsll.

זמן הריצה הוא מעבר רק על הנקודות הנמצאות מחוץ לתחום כאשר כל פעולות remove היא בזמן ריצה של $O(1)$ ולכן זמן הריצה הסופי יהיה $O(|A|)$ כאשר $|A|$ הינו מספר הנקודות שיש למחוק.

7. Boolean getLargestAxis()

הפונקציה לוקחת את המידע ממבנה הנתונים (ערך X מקסימלי ומינימלי, ערך Y מקסימלי ומינימלי) ובודקת איזה ציר גדול יותר (ההפרש הגדול יותר הינו הציר הגדול יותר).

זמן ריצה: הפונקציה מורכבת מחמישה פעולות בזמן ריצה קבוע ולכן סה"כ $O(1)$.

8. Container getMedian(Boolean axis)

משום שאנו עובדים עם SLL הנקודה החציונית בציר הנבחר היא בעצם הנקודה במקום $[n/2]$ (הערך השלם). ולכן ניגשנו לרשימה הנכונה לפי ציר ה-axis, נעדכן את שדות ה-

Container במצביע על חוליה, ה- data שלה וה- otherLink של החוליה (להחליף את ה- get).

זמן ריצה: מישום שאנו עובדים עם SLL על מנת להגיע למיקום ה- $[n/2]$ יש לעבור חוליה חוליה המשמעות היא $O(n)$.

9. `Point[] nearestPairInStrip(Container container, double width, Boolean axis)`

על מנת לא לעבור בצורה מיותר על נקודות שמחוץ לרצועה, השתמשנו במידע הנוסף שאנו מקבלים בפונקציה הזאת והוא ה- container, אשר אנו יודעים כי הוא ממוקם בדיק באמצע רוחב הרצועה, בעזרתו ייצרנו רשימה מקושרת (כאשר אנו יודעים כי הינה ממויינת לפי הציר ההפוך מ-axis), כעת נותר לבדוק מי זוג הנקודות הכי קרובות בתוך רשימה זו, לשם כך נשתמש בהוכחה מתמטית שמראה כי מספיק לבדוק רק את ה-7 נק' הקרובות - <http://people.csail.mit.edu/indyk/6.838-old/handouts/lec17.pdf> בעמוד 7-8. את המרחק נבדוק באמצעות פונקציית עזר `double findDistance(Point a, Point b)` אשר עובדת ב- $O(1)$, נשווה בין המרחקים הזוג הכי קרוב הינו הזוג הקרוב ביותר ברצועה ואתו נחזיר במערך.

זמן ריצה: יצירת רשימה את לקחה מאיתנו $O(|c|)$ כאשר c הינו מספר הנקודות ברצועה. מציאת הזוג הקרוב יקח לנו 7 השוואות עבור כל חוליה מתוך c החוליות, סה"כ $8c$ שזה $O(|c|)$.

10. `Point[] nearestPair()`

פונקציה זו הינה פונקציה רקורסיבית אשר בחלק קריאה מחלקת את מבנה הנתונים לשניים בזמן ריצה של $O(n)$ ומחזירה את זוג הנקודות הקרובות ביותר במבנה הנתונים. תנאי העצירה שלה הוא כשאר מבנה הנתונים מכיל פחות מ-3 נק'. כאשר היא מקבל זוג נק מהחלק הראשון, וזוג מהחלק השני, היא משווה בין המרחקים בודקת איזה זוג קרוב יותר ובודקת בעזרת `nearestPairInStrip` אם אין שתי נק אחת מחלק אחד ואחת מחלק שני שקרובות יותר מהזוג שמצאנו עד כה. לבסוף מחזירה את הנקודות הקרובות ביותר במבנה.

זמן ריצה: מפני שהפונקציה בכל קריאה רקורסיבית מפצלת ל-2 קיימים $\log(n)$ פיצולים כשאר כל פיצול לוקח $O(n)$ ומפעלים את `nearestPairInStrip` אשר במקרה הכי גרוע $c=n$ אז כל קריאה דורשת $O(n)$ סה"כ $O(n \log(n))$.

מפני שפיצלנו את ה- `DataStructuer` הרווחנו את כל הפעולות שמוגדרות עליו ובעיקר את `nearestPairInStrip` ולא היינו צריכים לבצע התאמה שהייתה דרושה במידה והיינו מפצלים את הרשימה בתוך ה- `DataStructuer`.

כיצד פיצלנו את מבנה הנתונים ב $O(n)$:

בנינו בנאי חדש ב-SLL אשר מקבל חוליה ראשונה, אחרונה, comparator, וגודל הרשימה. בנאי זה מאפשר לנו לפצל רשימות מקושרות ממיינות ב $O(n)$, לאחר מכן יצרנו בנאי חדש ב DataStructuer אשר מקבל מערך של SLL ומאתחל אותו מיד בשדה היחיד של המחלקה. כעת אנו יכולים לפצל את השדה של מבנה הנתונים ולייצר ממנו 2 מבני נתונים חדשים כל זה ב $O(n)$.

הפונקציה (public SortedLinkedList[] split(int value , Boolean axis) :

הפונקציה ספליט מחזירה מערך בגודל 2 המכיל SortedLinkedList.

בתא הראשון יתקבל ה-SLL שערך ה-axis של כל האיברים בו קטנים ממש מ value.

ובתא השני יתקבל ה-SLL שערך ה-axis של כל האיברים בו גדולים מ value.

הגישה לכל נקודה באוסף תתבצע בעזרת מעבר רגיל על ה-SLL כאשר ניתן להתחיל מהחוליה הראשונה או מהחוליה האחרונה בכיוון הרצוי.

זמן הריצה של הפונקציה ספליט הוא $O(|C|)$ משום שלולאת ה-while תרוץ במקביל מהסוף לכיוון value ומההתחלה לכיוון value עד אשר תמצא החוליה המדויקת בה תתבצע ההפרדה.

במקרה כזה לולאת ה-while תעצר לאחר שתעבור על $|C|+1$ חוליות במקרה הגרוע ביותר.

```

SortedLinkedList[] output = new SortedLinkedLists[2];

SortedLinkedList myList , beginToValue , endToValue;

If(axis)  myList = sortedLists[0];    else  myList = sortedLists[1];

DLink fromBegin = myList.getFirst();  DLink fromEnd = myList.getLast();

Int counter;

While( ( getXorY( fromBegin.getData() , axis ) < value ) &&
.      ( getXorY( fromEnd.getData() , axis ) >= value )      )    {

    fromBegin = fromBegin.getNext();

    fromEnd = fromEnd.getPrev();

    counter++

}

DLink toChange;  int firstSize , secondSize;

if(! getXorY( fromBegin.getData() , axis ) < value )

{

    toChange = fromBegin . getPrev() ;

    firstSize = counter  ;  secondSize = myList.size – counter

}

else

{

    toChange = fromEnd;

    secondSize = counter  ;  firstSize = myList.size – counter

}

beginToValue.first = myList.first;  endToValue.last = myList.last;

beginToValue.last = toChange;    endToValue.first = toChange.getNext();

beginToValue.size = firstSize  ;  endToValue.size = secondSize;

beginToValue . last . setNext ( null );

endToValue . first . setPrev ( null );

output[0] = beginToValue;  output[1] = endToValue;

return output;

```