

# Notas de Aula - Matemática no Ensino Médio

Leandro Vieira

30 de Maio de 2018



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Considerações Iniciais</b>	<b>7</b>
<b>I</b>	<b>2ª Série do Ensino Médio</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Conjuntos Numéricos</b>	<b>13</b>
2.1	Os Conjuntos Numéricos . . . . .	13
2.2	A Reta Real . . . . .	13
2.3	O Plano Cartesiano . . . . .	13
2.3.1	Equação da Reta . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Matrizes e Determinantes</b>	<b>15</b>
3.1	Matrizes . . . . .	15
3.1.1	Introdução . . . . .	15
3.1.2	Construção . . . . .	15
3.1.3	Operações com Matrizes . . . . .	15
3.1.4	Multiplicação de Matrizes . . . . .	15
3.2	Determinantes . . . . .	15
3.2.1	Introdução . . . . .	15
3.2.2	Matrizes $2 \times 2$ . . . . .	15
3.2.3	Matrizes $3 \times 3$ . . . . .	15
3.3	Aplicações de Determinantes . . . . .	15
3.3.1	Sistemas Lineares: 2 equações e 2 incógnitas . . . . .	15
3.3.2	Sistemas Lineares: 3 equações e 3 incógnitas . . . . .	15
3.3.3	Área de Triângulos no Plano . . . . .	15
3.3.4	Equação da Reta no Plano . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Funções Afim</b>	<b>17</b>
4.1	Introdução ao Estudo de Funções . . . . .	17
4.2	Função Afim . . . . .	17
4.2.1	Introdução . . . . .	17
4.2.2	Gráficos . . . . .	17
4.2.3	Progressões Aritméticas . . . . .	17
4.2.4	A Função Afim na Física . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Áreas e Volumes</b>	<b>19</b>
5.1	Unidades de Medida . . . . .	19
5.2	Áreas . . . . .	19
5.3	Volumes . . . . .	19

<b>6</b>	<b>Funções Quadráticas</b>	<b>23</b>
6.1	Introdução . . . . .	23
6.2	Equações do Segundo Grau . . . . .	23
6.3	A Função Quadrática . . . . .	23
6.4	Gráfico da Função Quadrática . . . . .	23
6.5	A Função Quadrática na Física . . . . .	23
<b>7</b>	<b>Geometria Espacial</b>	<b>25</b>
7.1	Paralelepípedos Retângulos . . . . .	25
7.1.1	Área Superficial . . . . .	25
7.1.2	Volume . . . . .	25
7.1.3	Diagonal . . . . .	25
7.2	Prismas e Pirâmides . . . . .	25
7.2.1	Área Superficial . . . . .	25
7.2.2	Volume . . . . .	25
7.3	Cilindros, Cones e Esferas . . . . .	25
7.3.1	Área Superficial . . . . .	25
7.3.2	Volume . . . . .	25
7.4	Volumes: Troncos de Cones e Troncos de Pirâmides . . . . .	25
7.5	Geometria Espacial de Posição . . . . .	25
<b>8</b>	<b>Análise Combinatória</b>	<b>27</b>
8.1	Introdução . . . . .	27
8.2	Permutações . . . . .	27
8.2.1	Permutações Simples . . . . .	27
8.2.2	Permutações Circulares . . . . .	27
8.2.3	Permutações com Repetição . . . . .	27
8.2.4	Problemas e Exercícios . . . . .	27
8.3	Combinações . . . . .	27
8.3.1	Combinações Simples . . . . .	27
8.3.2	Combinações Completa . . . . .	27
8.3.3	Problemas e Exercícios . . . . .	27
8.4	Problemas e Exercícios Gerais de Análise Combinatória . . . . .	27
<b>9</b>	<b>Trigonometria</b>	<b>31</b>
9.1	Teorema de Tales . . . . .	31
9.1.1	Teorema de Tales . . . . .	31
9.1.2	Semelhança de Triângulos . . . . .	31
9.1.3	Relações Métricas num Triângulo Qualquer . . . . .	31
9.2	Triângulo Retângulo . . . . .	31
9.2.1	Teorema de Pitágoras . . . . .	31
9.2.2	Relações Métricas no Triângulo Retângulo . . . . .	31
9.2.3	Trigonometria no Triângulo Retângulo . . . . .	31
9.3	Trigonometria num Triângulo Qualquer . . . . .	31
9.3.1	Lei dos Senos . . . . .	31
9.3.2	Lei dos Cossenos . . . . .	31
<b>10</b>	<b>Trigonometria no Ciclo</b>	<b>33</b>

<i>CONTEÚDO</i>	<i>5</i>
<b>11 Vetores no Plano</b>	<b>35</b>
<b>12 Funções Exponenciais</b>	<b>37</b>
<b>13 Porcentagens</b>	<b>39</b>
<b>14 Proporcionalidade e Regra de Três</b>	<b>41</b>
<b>15 Probabilidade</b>	<b>43</b>
<b>16 Números Binomiais</b>	<b>47</b>
16.1 Triângulo de Pascal . . . . .	47
16.2 Binômio de Newton . . . . .	47
<b>17 Estatística</b>	<b>49</b>
<b>18 Propriedades dos Conjuntos Numéricos</b>	<b>51</b>
<b>19 Figuras Poligonais</b>	<b>53</b>
<b>20 Volumes</b>	<b>55</b>
 <b>II 3ª Série do Ensino Médio</b>	 <b>57</b>
<b>21 Porcentagem</b>	<b>61</b>
21.1 Porcentagem . . . . .	61
21.2 Juros Simples e Composto . . . . .	61
<b>22 Polinômios</b>	<b>63</b>
<b>23 Números Complexos</b>	<b>65</b>
<b>24 Geometria Analítica</b>	<b>67</b>
24.1 Geometria Analítica: Retas e Circunferência . . . . .	71
24.1.1 Retas no Plano . . . . .	71
24.1.2 Circunferência no Plano . . . . .	71
24.2 Função Seno . . . . .	71
24.2.1 Aplicações da Função seno na Física . . . . .	71
<b>25 Geometria Analítica: Cônicas</b>	<b>75</b>
<b>26 Função Cosseno</b>	<b>77</b>
<b>27 Volumes</b>	<b>79</b>
<b>28 Análise Combinatória</b>	<b>81</b>
28.1 Arranjos e Combinações . . . . .	81
28.2 Probabilidade . . . . .	81
28.3 Vetores . . . . .	81
<b>29 ●</b>	<b>83</b>

<b>30 Estatística</b>	<b>87</b>
<b>31 Volumes</b>	<b>89</b>
<b>32 Proporcionalidade</b>	<b>91</b>
32.1 Proporcionalidade Direta e Inversa . . . . .	91
32.2 Regra de Três Simples . . . . .	91
32.3 Regra de Três Composta . . . . .	91
32.4 Porcentagem . . . . .	91
<b>33 As Funções Trigonométricas e Movimento Circular</b>	<b>93</b>
<b>34 Operações com vetores</b>	<b>95</b>
 <b>III Anexos</b>	 <b>97</b>
<b>35 Aulas Clube de Matemática</b>	<b>99</b>
<b>36 Proposta Curricular para o Ensino Médio - PE</b>	<b>101</b>
36.1 1 <sup>a</sup> Série . . . . .	101
36.1.1 I Unidade . . . . .	101
36.1.2 II Unidade . . . . .	101
36.1.3 III Unidade . . . . .	101
36.1.4 IV Unidade . . . . .	101
36.2 2 <sup>a</sup> Série . . . . .	101
36.2.1 I Unidade . . . . .	101
36.2.2 II Unidade . . . . .	101
36.2.3 III Unidade . . . . .	101
36.2.4 IV Unidade . . . . .	101
36.3 3 <sup>a</sup> Série . . . . .	101
36.3.1 I Unidade . . . . .	101
36.3.2 II Unidade . . . . .	101
36.3.3 III Unidade . . . . .	101
36.3.4 IV Unidade . . . . .	101
 <b>37 Planejamento Bimestral</b>	 <b>103</b>
37.1 1 <sup>a</sup> Série . . . . .	103
37.1.1 I Unidade . . . . .	103
37.1.2 II Unidade . . . . .	103
37.1.3 III Unidade . . . . .	103
37.1.4 IV Unidade . . . . .	103
37.2 2 <sup>a</sup> Série . . . . .	103
37.2.1 I Unidade . . . . .	103
37.2.2 II Unidade . . . . .	103
37.2.3 III Unidade . . . . .	103
37.2.4 IV Unidade . . . . .	103
37.3 3 <sup>a</sup> Série . . . . .	103
37.3.1 I Unidade . . . . .	103
37.3.2 II Unidade . . . . .	103

37.3.3 III Unidade . . . . .	103
37.3.4 IV Unidade . . . . .	103
<b>38 Resposta dos Problemas e Exercícios Propostos</b>	<b>105</b>





# Capítulo 1

## Considerações Iniciais



Parte I

2ª Série do Ensino Médio



# I Unidade



## Capítulo 2

# Conjuntos Numéricos

### 2.1 Os Conjuntos Numéricos

### 2.2 A Reta Real

### 2.3 O Plano Cartesiano

#### 2.3.1 Equação da Reta





## Capítulo 3

# Matrizes e Determinantes

### 3.1 Matrizes

#### 3.1.1 Introdução

#### 3.1.2 Construção

#### 3.1.3 Operações com Matrizes

#### 3.1.4 Multiplicação de Matrizes

### 3.2 Determinantes

#### 3.2.1 Introdução

#### 3.2.2 Matrizes $2 \times 2$

#### 3.2.3 Matrizes $3 \times 3$

### 3.3 Aplicações de Determinantes

#### 3.3.1 Sistemas Lineares: 2 equações e 2 incógnitas

#### 3.3.2 Sistemas Lineares: 3 equações e 3 incógnitas

#### 3.3.3 Área de Triângulos no Plano

#### 3.3.4 Equação da Reta no Plano



# Capítulo 4

## Funções Afim

### 4.1 Introdução ao Estudo de Funções

### 4.2 Função Afim

#### 4.2.1 Introdução

#### 4.2.2 Gráficos

#### 4.2.3 Progressões Aritméticas

#### 4.2.4 A Função Afim na Física



# Capítulo 5

## Áreas e Volumes

### 5.1 Unidades de Medida

### 5.2 Áreas

### 5.3 Volumes



## II Unidade





## Capítulo 6

# Funções Quadráticas

6.1 Introdução

6.2 Equações do Segundo Grau

6.3 A Função Quadrática

6.4 Gráfico da Função Quadrática

6.5 A Função Quadrática na Física



# Capítulo 7

## Geometria Espacial

### 7.1 Paralelepípedos Retângulos

#### 7.1.1 Área Superficial

#### 7.1.2 Volume

#### 7.1.3 Diagonal

### 7.2 Prismas e Pirâmides

#### 7.2.1 Área Superficial

#### 7.2.2 Volume

### 7.3 Cilindros, Cones e Esferas

#### 7.3.1 Área Superficial

#### 7.3.2 Volume

### 7.4 Volumes: Troncos de Cones e Troncos de Pirâmides

### 7.5 Geometria Espacial de Posição



# Capítulo 8

## Análise Combinatória

### 8.1 Introdução

### 8.2 Permutações

#### 8.2.1 Permutações Simples

#### 8.2.2 Permutações Circulares

#### 8.2.3 Permutações com Repetição

#### 8.2.4 Problemas e Exercícios

### 8.3 Combinações

#### 8.3.1 Combinações Simples

#### 8.3.2 Combinações Completa

#### 8.3.3 Problemas e Exercícios

### 8.4 Problemas e Exercícios Gerais de Análise Combinatória



## III Unidade





# Capítulo 9

## Trigonometria

### 9.1 Teorema de Tales

#### 9.1.1 Teorema de Tales

#### 9.1.2 Semelhança de Triângulos

#### 9.1.3 Relações Métricas num Triângulo Qualquer

### 9.2 Triângulo Retângulo

#### 9.2.1 Teorema de Pitágoras

#### 9.2.2 Relações Métricas no Triângulo Retângulo

#### 9.2.3 Trigonometria no Triângulo Retângulo

### 9.3 Trigonometria num Triângulo Qualquer

#### 9.3.1 Lei dos Senos

#### 9.3.2 Lei dos Cossenos



## Capítulo 10

### Trigonometria no Ciclo



# Capítulo 11

## Vetores no Plano



## Capítulo 12

### Funções Exponenciais





## Capítulo 13

### Porcentagens



## Capítulo 14

### Proporcionalidade e Regra de Três



# Capítulo 15

## Probabilidade



## IV Unidade





## Capítulo 16

### Números Binomiais

#### 16.1 Triângulo de Pascal

#### 16.2 Binômio de Newton



# Capítulo 17

## Estatística



## Capítulo 18

# Propriedades dos Conjuntos Numéricos



## Capítulo 19

### Figuras Poligonais





# Capítulo 20

## Volumes



Parte II

3ª Série do Ensino Médio



# I Unidade



# Capítulo 21

## Porcentagem

### 21.1 Porcentagem

### 21.2 Juros Simples e Composto





## Capítulo 22

### Polinômios



## Capítulo 23

# Números Complexos



## Capítulo 24

### Geometria Analítica



## II Unidade





## 24.1 Geometria Analítica: Retas e Circunferência

### 24.1.1 Retas no Plano

### 24.1.2 Circunferência no Plano

## 24.2 Função Seno

### 24.2.1 Aplicações da Função seno na Física



## III Unidade



## Capítulo 25

### Geometria Analítica: Cônicas



## Capítulo 26

### Função Cosseno





## Capítulo 27

### Volumes



## Capítulo 28

### Análise Combinatória

28.1 Arranjos e Combinações

28.2 Probabilidade

28.3 Vetores



## Capítulo 29





## IV Unidade





# Capítulo 30

## Estatística



# Capítulo 31

## Volumes



## Capítulo 32

### Proporcionalidade

32.1 Proporcionalidade Direta e Inversa

32.2 Regra de Três Simples

32.3 Regra de Três Composta

32.4 Porcentagem



## Capítulo 33

### As Funções Trigonométricas e Movimento Circular





## Capítulo 34

### Operações com vetores



# Parte III

## Anexos



## Capítulo 35

### Aulas Clube de Matemática



## Capítulo 36

### Proposta Curricular para o Ensino Médio - PE

#### 36.1 1<sup>a</sup> Série

##### 36.1.1 I Unidade

##### 36.1.2 II Unidade

##### 36.1.3 III Unidade

##### 36.1.4 IV Unidade

#### 36.2 2<sup>a</sup> Série

##### 36.2.1 I Unidade

##### 36.2.2 II Unidade

##### 36.2.3 III Unidade

##### 36.2.4 IV Unidade

#### 36.3 3<sup>a</sup> Série

##### 36.3.1 I Unidade

##### 36.3.2 II Unidade

##### 36.3.3 III Unidade

##### 36.3.4 IV Unidade





## Capítulo 37

### Planejamento Bimestral

#### 37.1 1<sup>a</sup> Série

##### 37.1.1 I Unidade

##### 37.1.2 II Unidade

##### 37.1.3 III Unidade

##### 37.1.4 IV Unidade

#### 37.2 2<sup>a</sup> Série

##### 37.2.1 I Unidade

##### 37.2.2 II Unidade

##### 37.2.3 III Unidade

##### 37.2.4 IV Unidade

#### 37.3 3<sup>a</sup> Série

##### 37.3.1 I Unidade

##### 37.3.2 II Unidade

##### 37.3.3 III Unidade

##### 37.3.4 IV Unidade



## Capítulo 38

### Resposta dos Problemas e Exercícios Propostos