

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

LUCAS BRAUNE

Entregue suas soluções para os exercícios abaixo até as 22:00 da terça-feira, dia 25 de Outubro de 2016.

Alguns exercícios abaixo foram tirados do livro *Álgebra Linear e suas Aplicações* de Gilbert Strang (tradução da quarta edição americana).

- (1) (Seção 3.3, exercício 6) Encontre a projeção de b no espaço coluna de A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Decomponha b na forma $p + q$ com p no espaço coluna e q perpendicular a este espaço. Dos quatro subespaços associados a A , qual deles contém q ?

- (2) (Seção 3.3, exercício 23) Encontre a reta que melhor aproxima as seguintes medidas:
- $y = 2$ em $t = -1$;
 - $y = 0$ em $t = 0$;
 - $y = -3$ em $t = 1$;
 - $y = -5$ em $t = 2$.

Faça um esboço do plano ty com esta reta e os quatro pontos.

- (3) (Seção 3.3, exercício 21) Vamos supor que, em vez de usar uma reta, aproximemos os dados do problema anterior com uma parábola: $y = C + Dt + Et^2$. Substituindo nesta equação os quatro pares (t, y) , obtemos um sistema inconsistente $Ax = b$ de quatro equações lineares para os coeficientes C, D, E . Escreva este sistema explicitamente, indicando quem são A, x e b .
- (4) (Seção 3.3, exercício 24; opcional) Um homem da idade média é esticado em uma mesa, atingindo os comprimentos de $L = 1, 50, 1, 80$ e $2, 10$ metros sob forças aplicadas de $F = 1, 2$ e 4 toneladas. Supondo aplicável ao homem a lei de Hooke $L = a + bF$, descubra a sua altura normal a utilizando mínimos quadrados.¹
- (5) (Seção 3.4, exercício 9) Aplique o processo de Gram-Schmidt aos vetores

$$a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e escreva o resultado na forma $A = QR$.

- (6) (Seção 3.4, exercício 14) Sendo Q_1 e Q_2 matrizes ortogonais (de forma que $Q^T Q = I$), mostre que $Q_1 Q_2$ também é ortogonal.

¹Tortura é deplorável. Desconfortável com este problema, considerei substituir nele a expressão “homem da idade média” por “chapa de aço”. Não o fiz por razões pedagógicas.

- (7) (Seção 3.4, exercício 21) Encontre o quarto polinômio de Legendre. Ele é uma expressão cúbica $x^3 + ax^2 + bx + c$ ortogonal a 1, x e $x^2 - \frac{1}{3}$ no intervalo $-1 \leq x \leq 1$.
- (8) (Seção 3.4, exercício 26) Encontre os coeficientes de Fourier a_0 , a_1 e b_1 da função degrau y dada por

$$y(x) = \begin{cases} +1 & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \\ -1 & \text{se } \pi < x \leq 2\pi. \end{cases}$$