Exercícios de revisão 1

Lucas Braune

27 de setembro de 2016

Exercícios de revisão para a primeira prova do curso de Álgebra Linear 2. Não é necessário entregar suas soluções.

1. *(Livro, exercício 1.4.41)* Sendo A for m por n, quantas multiplicações separadas estarão envolvidas se
   (a) A multiplicar um vetor x com n componentes?
   (b) A multiplicar uma matriz B com n linhas e n colunas? Nesta situação, AB será m por p.
   (c) A multiplicar a si mesma para produzir A^2? Aqui $m = n$.
2. *(Livro, exercício 1.5.8)*
   (a) Por que são necessárias aproximadamente $n^2/2$ multiplicações para resolver cada um dos sistemas triangulares $Lc = b$ e $Ux = c$?
   (b) Quantas etapas a eliminação utiliza para resolver dez sistemas com a mesma matriz de coeficientes A com 60 linhas e 60 colunas?
3. *(Livro, exercício 1.5.9)* Aplique a eliminação para produzir os fatores L e U de
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$
4. *(Livro, exercício 1.5.42)* Encontre uma matriz de permutação 3 por 3 com $P^3 = 1$, mas não $P = I$. Encontre uma permutação 4 por 4 com $P^4 \neq I$.
5. *(Livro, exercício 2.4.13)* Encontre uma base para cada um dos quatro subespaços de
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
6. *(Livro, exercício 2.4.23)* A é uma matriz m por n de posto r. Suponha que haja lados direitos b para os quais $Ax = b$ *não tenha solução*.

(a) Quais desigualdades ($<$ ou $\leq$) devem ser verdadeiras entre m, n e r?

(b) Como é possível saber que $A^{\mathrm{T}}y = 0$ possui uma solução não-nula?

7. *(Livro, exercício 2.4.30)* (Espaço nulo à esquerda) Some a coluna adicional b e reduza A à forma escalonada:

$$\begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & b_1 \\ 4 & 5 & 6 & b_2 \\ 7 & 8 & 9 & b_3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & b_1 \\ 0 & -3 & -6 & b_2 - 4b_1 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 - 2b_2 + b1 \end{bmatrix}$$

Uma combinação das linhas de A produziu a linha nula. Que combinação é essa? (Note $b_3 - 2b_2 + b_1$ do lado direito.) Quais vetores estão no espaço nulo de A^{T} e quais estão no de A?