Zadatak 3

MC studija za ispitivanje utjecaja distribucije na snagu t testa

Belcar Eva, Detić Eleonora

8. lipnja 2022.

Sažetak

Cilj ovog projekta jest provesti Monte Carlo eksperiment za ispitivanje utjecaja distribucije podataka na snagu t testa za testiranje jednostrane hipoteze. Navedeni eksperiment provodimo za više vrijednosti veličine uzorka i različite distribucije. Prikazane su krivulje snage testa te su rezultati uspoređeni s postojećim SAS procedurama.

Sadržaj

1 Opis zadatka **3**

2 Generiranje uzoraka iz zadanih distribucija **3**

2.1 SAS kod 3

2.2 Generiranje brojeva iz Normalne distribucije 4

2.3 Generiranje brojeva iz Laplace distribucije 4

2.4 Generiranje brojeva iz Gamma distribucije s parametrom oblika 0.5 4

2.5 Generiranje brojeva iz Weibull distribucije s parametrom oblika 0.5 5

2.6 Generiranje brojeva iz Uniformne distribucije 5

3 Algoritam **6**

4 Rezultati za fiksnu distribuciju **6**

4.1 Normalna distribucija 6

4.1.1 Usporedba s procedurom POWER 8

4.2 Laplace distribucija 9

4.3 Gamma distribucija 11

4.4 Weibull distribucija 13

4.5 Uniformna distribucija 15

5 Rezultati za fiksnu veličinu uzorka **18**

6 T-test za varijablu LSAT **19**

7 Dodatak rješenju **21**

1 Opis zadatka

Provodile smo Monte Carlo studiju kako bismo ispitale utjecaj distribucije podataka na snagu t-testa za testiranje jednostrane hipoteze

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$

Eksperiment provodimo za sljedeće vrijednosti faktora n, veličine uzorka:

$$10, 15, 20, 50, 100$$

i tipa distribucije:

Normalna, Laplace, Gamma s parametrom oblika 0.5,
Weibull s parametrom oblika 0.5 te uniformna

U svim slučajevima zadana je populacijska sredina 600 i standardna devijacija 42. Za svaku kombinaciju izvodimo 500 replikacija.

Za svaku hipotetsku vrijednost sredine (μ_0) od 500 do 700 sa korakom 20, računat ćemo proporciju uzoraka za koje ćemo odbaciti nultu hipotezu na dvije razine značajnosti, $\alpha = 0.01$ i 0.05.

2 Generiranje uzoraka iz zadanih distribucija

2.1 SAS kod

U nastavku navodimo dio SAS koda kojeg smo koristili u generiranju brojeva, a kasnije navodimo račune i obrazloženja za pojedina generiranja.

```
data generate;
        call streaminit(&seed);
do mu_0 = 500 to 700 by 20;
         do rep = 1 to &n_rep;
         do i = 1 to &n - 1;
             if &distribution = "N" then do;
                 x = RAND("NORMAL", &mu, &sigma);
                 x = x - mu_0;
             end;
             if &distribution = "L" then do;
                 x = RAND('LAPLACE', &mu, &sigma / sqrt(2));
                 x = x - mu_0;
             end;
             if &distribution = "G" then do;
                 x = 42 * sqrt(2) * RAND('GAMMA', 0.5,1)
```

```
                    + 600 - 21 * sqrt(2);
                x = x - mu_0;
            end;
            if &distribution = "W" then do;
                x = 21 / sqrt(5) * RAND('WEIBULL', 0.5,1)
                    + 600 - 42/sqrt(5);
                x = x - mu_0;
            end;
            if &distribution = "U" then do;
                x = RAND("UNIFORM", &mu - (&sigma /2) * sqrt(12),
                    &mu + (&sigma /2) * sqrt(12));
                x = x - mu_0;
            end;
            output;
        end;
          output;
          end;
          output;
      end;
      label rep = "Repetition";
run;
```

2.2 Generiranje brojeva iz Normalne distribucije

Podatke koji dolaze iz normalne razdiobe generirale smo na standardan način koristeći funkciju `rand()` pritom zadajući argument "Normal" zajedno s populacijskim očekivanjem i standardnom devijancom.

2.3 Generiranje brojeva iz Laplace distribucije

Funkcija `rand()` za generiranje brojeva koji dolaze iz Laplace distribucije prima location (θ) i scale (λ) parametar. Sjetimo se da za $X \sim (\theta, \lambda)$ vrijedi:

$$\mathbb{E}(X) = \theta$$
$$\mathrm{Std}(X) = \lambda \cdot \sqrt{2}$$

Uvrštavanjem $\mathbb{E}(Y) = 600$ i $\mathrm{Std}(Y) = 42$ dobivamo da su željeni parametri $\theta = 600$ i $\frac{42}{\sqrt{2}}$.

2.4 Generiranje brojeva iz Gamma distribucije s parametrom oblika 0.5

Funkcija `rand()` kod generiranja Gamma distribucije uzima i shape (a) i scale (λ) parametre. Namještamo shape parametar na $a = 0.5$ i uzimamo scale $\lambda = 1$ koji iznosi 1 po defaultu, pa se može i izostaviti. Međutim, želimo da populacijska sredina iznosi 600, a standardna devijacija 42.

Uočimo da za $X \sim \text{Gamma}(a, \lambda)$ imamo

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= a \cdot \lambda = 0.5 \cdot 1 = 0.5 \\ \text{Std}(X) &= \sqrt{a} \cdot \lambda = \sqrt{0.5}\end{aligned}$$

Neka je $Y = cX + d$, tada vrijedi:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y) &= c \cdot \mathbb{E}(X) + d \\ \text{Std}(Y) &= c \cdot \text{Std}(X)\end{aligned}$$

Uvrštavanjem $\mathbb{E}(Y) = 600$ i $\text{Std}(Y) = 42$ u gornju jednadžbu i korištenjem jednakosti za očekivanje i standardnu devijaciju od X dobivamo

$$c = 42\sqrt{2},\ d = 600 - 21\sqrt{2}.$$

2.5 Generiranje brojeva iz Weibull distribucije s parametrom oblika 0.5

Funkcija `rand()` kod generiranja Weibull distribucije uzima i shape (a) i scale (b) parametre. Namještamo shape parametar na $a = 0.5$ i uzimamo scale $b = 1$ kako bi pojednostavili račun. Isto kao i kod generiranja brojeva s Gamma distribucijom, želimo da populacijska sredina iznosi 600, a standardna devijacija 42.

Uočimo da za $X \sim \text{Weibull}(a, b)$ imamo

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= b \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) = 2 \\ \text{Std}(X) &= b \cdot \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right)^2} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

Neka je $Y = cX + d$, tada vrijedi:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y) &= c \cdot \mathbb{E}(X) + d \\ \text{Std}(Y) &= c \cdot \text{Std}(X)\end{aligned}$$

Uvrštavanjem $\mathbb{E}(Y) = 600$ i $\text{Std}(Y) = 42$ u gornju jednadžbu i korištenjem jednakosti za očekivanje i standardnu devijaciju od X dobivamo

$$c = \frac{21}{\sqrt{5}},\ d = 600 - \frac{42}{\sqrt{5}}.$$

2.6 Generiranje brojeva iz Uniformne distribucije

Za $X \sim U(a, b)$ vrijedi:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= \frac{a + b}{2} \\ \text{Std}(X) &= \frac{b - a}{\sqrt{12}}\end{aligned}$$

Uvrštavanjem $\mathbb{E}(Y) = 600$ i $\mathrm{Std}(Y) = 42$ i rješavanjem gornjeg sustava dobijemo

$$a = 600 - \frac{42}{2} \cdot \sqrt{12}, \; b = 600 + \frac{42}{2} \cdot \sqrt{12}.$$

3 Algoritam

Snaga testa je vjerojatnost odbacivanja nulte hipoteze ako je ona lažna. Za svaki od 500 simuliranih uzoraka računamo vrijednost testne t-statistike. Za svaku t-vrijednost gledamo pripada li kritičnom području i računamo udio takvih vrijednosti. Upravo to proporcija će predstavljati snagu testa, udio uzoraka kod kojih odbacujemo nultu hipotezu.

4 Rezultati za fiksnu distribuciju

4.1 Normalna distribucija

Započinjemo generiranjem podataka koji dolaze iz normalne distribucije sa sredinom 600 i standardnom devijacijom 42. Radimo 500 replikacija za svaku veličinu uzorka, $n = 10, 15, 20, 50, 100$ i računamo snagu testa na razini značajnosti od $\alpha = 0.01$. Dobiveni rezultati su prikazani u tablici:

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	N	10
2	520	0.00200	N	10
3	540	0.00200	N	10
4	560	0.00200	N	10
5	580	0.00200	N	10
6	600	0.01796	N	10
7	620	0.17565	N	10
8	640	0.64671	N	10
9	660	0.94212	N	10
10	680	0.99601	N	10
11	700	1.00000	N	10

N = 10

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	N	20
2	520	0.00200	N	20
3	540	0.00200	N	20
4	560	0.00200	N	20
5	580	0.00200	N	20
6	600	0.00998	N	20
7	620	0.36327	N	20
8	640	0.94411	N	20
9	660	1.00000	N	20
10	680	1.00000	N	20
11	700	1.00000	N	20

N = 20

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	N	50
2	520	0.00200	N	50
3	540	0.00200	N	50
4	560	0.00200	N	50
5	580	0.00200	N	50
6	600	0.01198	N	50
7	620	0.79641	N	50
8	640	1.00000	N	50
9	660	1.00000	N	50
10	680	1.00000	N	50
11	700	1.00000	N	50

N = 50

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	N	100
2	520	0.00200	N	100
3	540	0.00200	N	100
4	560	0.00200	N	100
5	580	0.00200	N	100
6	600	0.01397	N	100
7	620	0.99202	N	100
8	640	1.00000	N	100
9	660	1.00000	N	100
10	680	1.00000	N	100
11	700	1.00000	N	100

N = 100

Slika 1: Normal distribuion

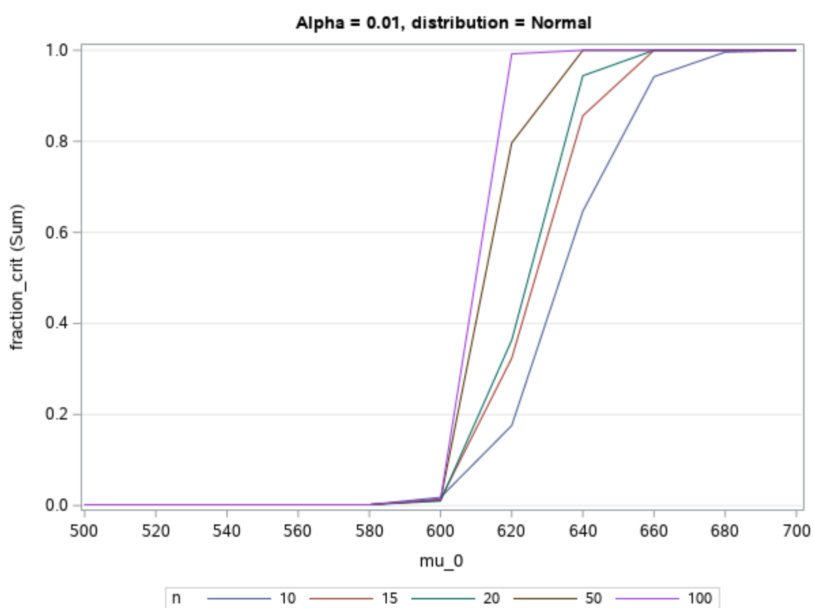
Vrijednosti navedene u tablici nam daju udio uzoraka za koje smo odbacili nultu hipotezu (ovisno o zadanom α). Na primjer, za $n = 10$ i $\mu_0 = 640$, generiramo 500 uzoraka duljine 10 i provodimo jednostrani t-test

$$H_0 : \mu \geq 640$$
$$H_1 : \mu < 640$$

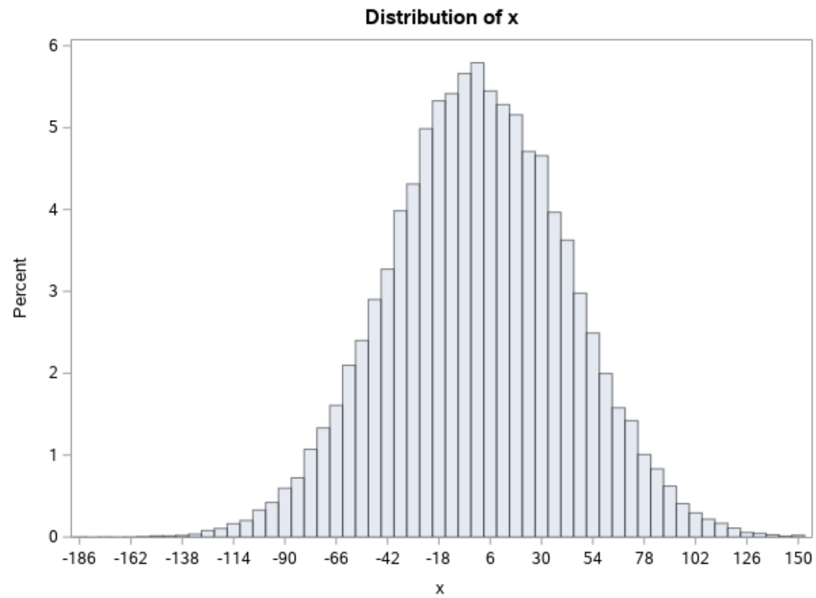
Za $\alpha = 0.05$, udio iznosi oko 0.6467, što znači da samo u 64.67% slučajeva odbacili nultu hipotezu što je dobar znak jer smo generirali podatke tako da μ iznosi 600.

Kako povećavamo veličinu uzorka, tako i raste snaga testa za $\mu_0 \geq 600$. Uočimo da je snaga testa jednaka (i mala) za sve veličine uzorka i za $\mu_0 \leq 580$ što je dobar pokazatelj jer u tim slučajevima ne želimo odbaciti nultu hipotezu jer je ona istinita.

Na grafu možemo lakše vidjeti kako snaga testa raste povećanjem veličine uzorka.



Analogni rezultati dobivaju se za $\alpha = 0.05$. Pogledajmo još histogram brojeva generiranih za μ_{600}:



Histogram je simetričan što je i očekivano s obzirom da su brojevi generirani pomoću normalne distribucije.

4.1.1 Usporedba s procedurom POWER

Koristit ćemo gotovu SAS proceduru `POWER` kako bismo odredili snagu testa s obzirom na razliku sredina i veličinu uzorka. Na primjeru koda objasnit ćemo kako smo ju primijenili.

```
proc power;
  onesamplemeans
  mean   = 20
  ntotal = .
  stddev = 42
  alpha = 0.01
  sides = 1
  power  = 0.8;
run;
```

Za jednostrani t-test u kojem testiramo iznosi li razlika uzorka i teoretske vrijednosti 20 ako uzorak dolazi iz populacije čija standardna devijacija iznosi 42. Razina značajnosti iznosi 0.01 i specificiramo jakost test 0.8, odnosno želimo u 80% slučajeva odbaciti nultu hipotezu tako da možemo tvrditi da je razlika veća od 20. Točkom određujemo vrijednost koju želimo dobiti.

Za gornji kod potreban je uzorak duljine 48 kako bi snaga testa (s danim parametrima) bila barem 0.8.

```
proc power;
  onesamplemeans
  mean   = 20
  ntotal = 20
  stddev = 42
  alpha = 0.01
  sides = 1
  power  = .;
run;
```

Slično, ako želimo izračunati jakost testa na uzorku određene veličine, možemo pozvati proceduru kako je navedeno gore.

Jakost testa u gornjem kodu je 0.364 što znači da očekujemo da ćemo u 36.4% slučajeva odbaciti nultu hipotezu.

U navedenoj tablici se nalaze jakosti testa dobivene pomoću MC eksperimenta i pomoću procedure `POWER` za $\alpha = 0.05$ i za $\mu_0 = 620$ i $\mu_0 = 640$.

n	MC eksperiment	proc POWER	MC eksperiment	proc POWER
10	0.453	0.400	0.872	0.871
15	0.611	0.544	0.968	0.968
20	0.657	0.658	0.992	0.993
50	0.944	0.953	1.000	> 0.999
100	1.000	0.999	1.000	> 0.999

Iz tablice možemo vidjeti da su snage testa dobivene MC eksperimentom jako blizu snage testa dobivene pomoću `POWER` procedure. Analogni zaključak vrijedi i za $\alpha = 0.01$.

4.2 Laplace distribucija

Isti postupak generiranja koji so provodili za podatke koji dolaze iz normalne distribucije ponavljamo za Laplace distribuciju koju smo opisali na početku uz $\alpha = 0.01$. Dobivene snage testa za različite veličine uzoraka prikazane su u tablicama:

Na grafu možemo lakše vidjeti ponašanje snage testa s obzirom na povećavanje veličine uzorka:

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	L	10
2	520	0.00200	L	10
3	540	0.00200	L	10
4	560	0.00200	L	10
5	580	0.00200	L	10
6	600	0.01198	L	10
7	620	0.24551	L	10
8	640	0.70459	L	10
9	660	0.92814	L	10
10	680	0.99202	L	10
11	700	0.99601	L	10

N = 10

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	L	20
2	520	0.00200	L	20
3	540	0.00200	L	20
4	560	0.00200	L	20
5	580	0.00200	L	20
6	600	0.01996	L	20
7	620	0.43313	L	20
8	640	0.94212	L	20
9	660	0.99601	L	20
10	680	1.00000	L	20
11	700	1.00000	L	20

N = 20

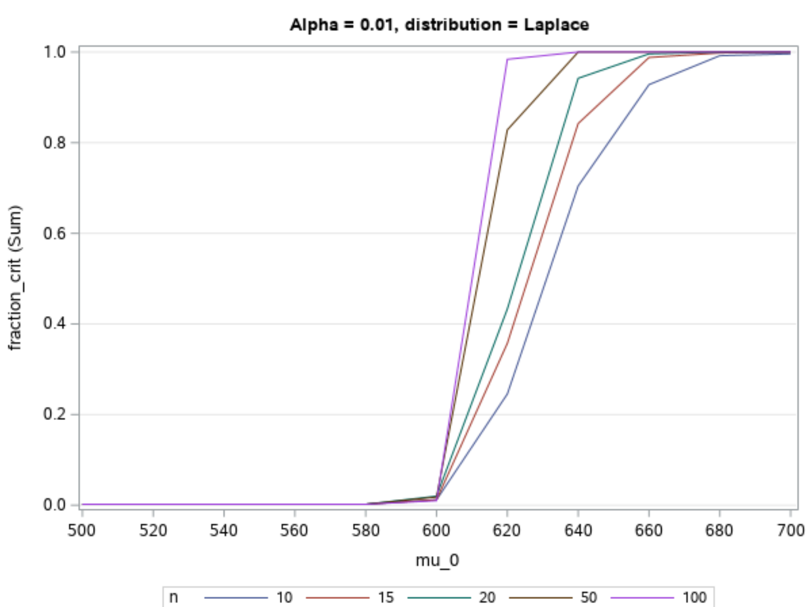
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	L	50
2	520	0.00200	L	50
3	540	0.00200	L	50
4	560	0.00200	L	50
5	580	0.00200	L	50
6	600	0.01796	L	50
7	620	0.82834	L	50
8	640	1.00000	L	50
9	660	1.00000	L	50
10	680	1.00000	L	50
11	700	1.00000	L	50

N = 50

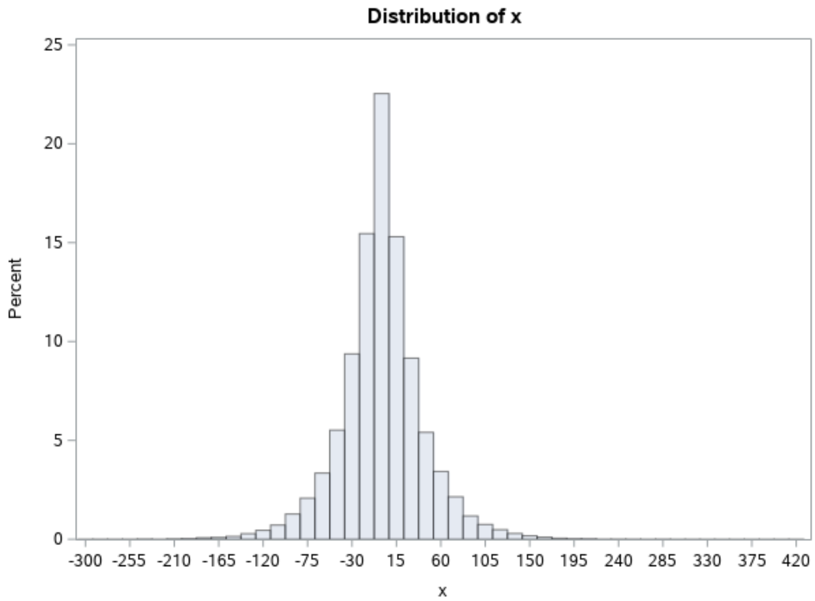
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	L	100
2	520	0.00200	L	100
3	540	0.00200	L	100
4	560	0.00200	L	100
5	580	0.00200	L	100
6	600	0.00998	L	100
7	620	0.98403	L	100
8	640	1.00000	L	100
9	660	1.00000	L	100
10	680	1.00000	L	100
11	700	1.00000	L	100

N = 100

Slika 2: Laplace distribuion



Ponašanje snage testa je jako slično kao i kod normalne distribucije. Pogledajmo kako izgleda histogram generiranih podataka za $\mu_0 = 600$:



Uočimo da je histogram brojeva koji dolaze iz Laplace distribucije simetričan što možemo povezati s normalnom distribucijom koja je također simetrična.

4.3 Gamma distribucija

Ponavljamo isti postupak za Gamma distribuciju koju smo opisali na početku uz $\alpha = 0.01$. Dobivene snage testa za različite veličine uzoraka prikazane su u tablicama. Na grafu možemo lakše vidjeti ponašanje snage testa s obzirom na povećavanje veličine uzorka:

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	G	10
2	520	0.00200	G	10
3	540	0.00200	G	10
4	560	0.00200	G	10
5	580	0.00200	G	10
6	600	0.09980	G	10
7	620	0.40918	G	10
8	640	0.70659	G	10
9	660	0.84830	G	10
10	680	0.92016	G	10
11	700	0.97405	G	10

N = 10

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	G	20
2	520	0.00200	G	20
3	540	0.00200	G	20
4	560	0.00200	G	20
5	580	0.00200	G	20
6	600	0.09182	G	20
7	620	0.49301	G	20
8	640	0.85230	G	20
9	660	0.98403	G	20
10	680	0.99202	G	20
11	700	1.00000	G	20

N = 20

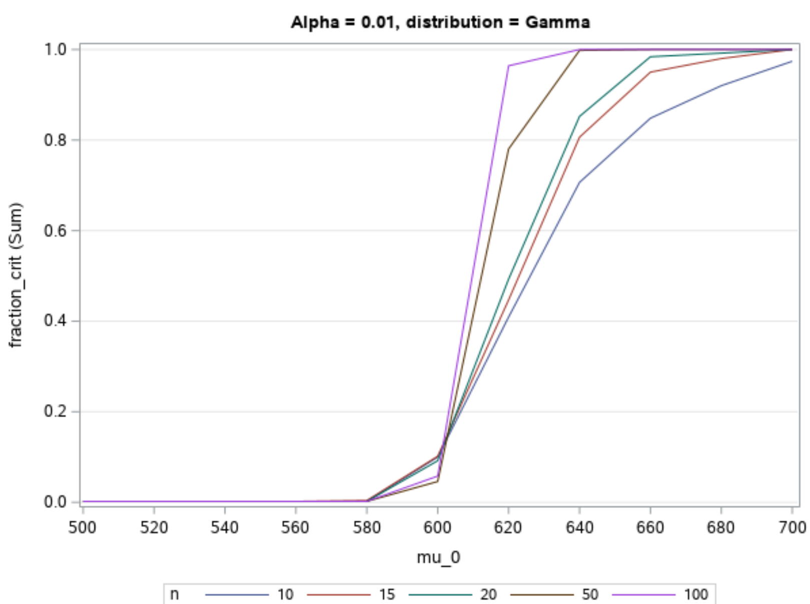
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	G	50
2	520	0.00200	G	50
3	540	0.00200	G	50
4	560	0.00200	G	50
5	580	0.00200	G	50
6	600	0.04591	G	50
7	620	0.78044	G	50
8	640	0.99800	G	50
9	660	1.00000	G	50
10	680	1.00000	G	50
11	700	1.00000	G	50

N = 50

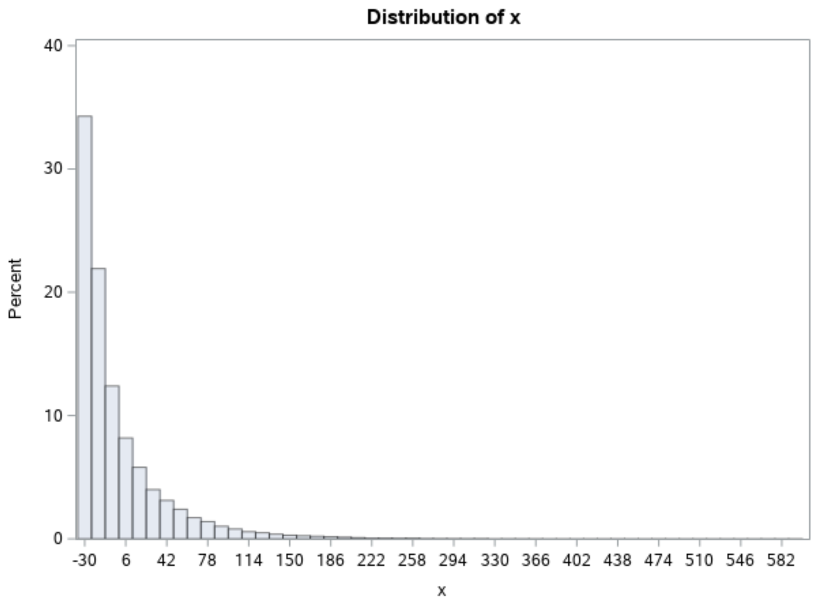
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	G	100
2	520	0.00200	G	100
3	540	0.00200	G	100
4	560	0.00200	G	100
5	580	0.00200	G	100
6	600	0.05788	G	100
7	620	0.96407	G	100
8	640	1.00000	G	100
9	660	1.00000	G	100
10	680	1.00000	G	100
11	700	1.00000	G	100

N = 100

Slika 3: Gamma distribuion



Ovdje vidimo sporije povećanje snage testa s obzirom na povećanje uzorka. Pogledajmo histogram generiranih brojeva za $\mu_0 = 600$:



Vidimo da generirani podaci imaju dugi desni rep i da nisu simetrično distribuirani.

4.4 Weibull distribucija

Ponavljamo isti postupak za Weibull distribuciju koju smo opisali na početku uz $\alpha = 0.01$. Dobivene snage testa za različite veličine uzoraka prikazane su u tablicama. Na grafu možemo lakše vidjeti ponašanje snage testa s obzirom na povećavanje veličine uzorka.

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	W	10
2	520	0.00200	W	10
3	540	0.00200	W	10
4	560	0.00200	W	10
5	580	0.00200	W	10
6	600	0.19960	W	10
7	620	0.58483	W	10
8	640	0.78842	W	10
9	660	0.87226	W	10
10	680	0.92814	W	10
11	700	0.95010	W	10

N = 10

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	W	20
2	520	0.00200	W	20
3	540	0.00200	W	20
4	560	0.00200	W	20
5	580	0.00200	W	20
6	600	0.16567	W	20
7	620	0.63473	W	20
8	640	0.88822	W	20
9	660	0.94810	W	20
10	680	0.97605	W	20
11	700	0.99002	W	20

N = 20

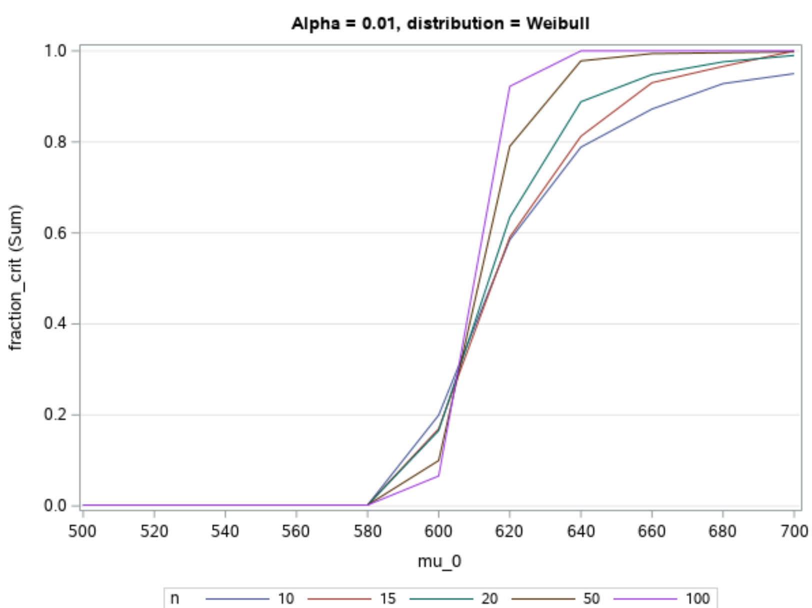
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	W	50
2	520	0.00200	W	50
3	540	0.00200	W	50
4	560	0.00200	W	50
5	580	0.00200	W	50
6	600	0.09980	W	50
7	620	0.79042	W	50
8	640	0.97804	W	50
9	660	0.99401	W	50
10	680	0.99601	W	50
11	700	0.99800	W	50

N = 50

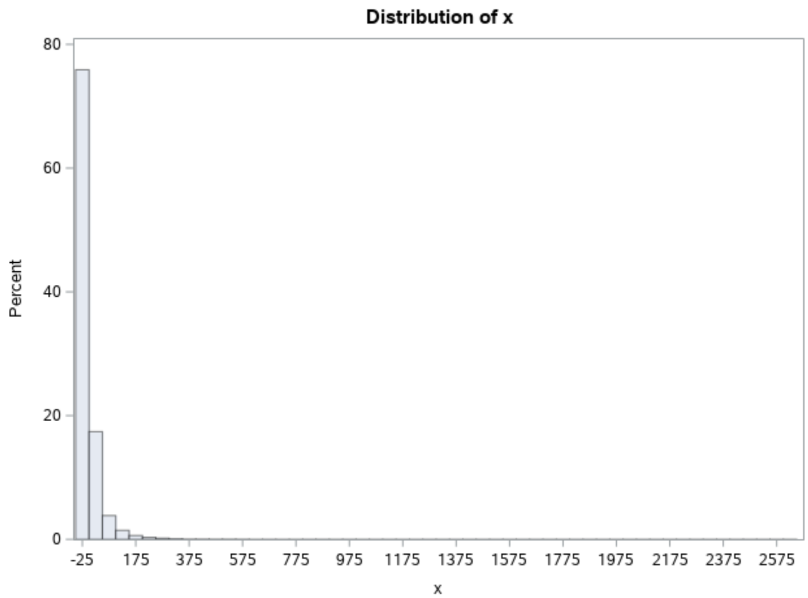
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	W	100
2	520	0.00200	W	100
3	540	0.00200	W	100
4	560	0.00200	W	100
5	580	0.00200	W	100
6	600	0.06587	W	100
7	620	0.92216	W	100
8	640	1.00000	W	100
9	660	1.00000	W	100
10	680	1.00000	W	100
11	700	1.00000	W	100

N = 100

Slika 4: Weibull distribuion



Ovdje vidimo još sporije povećanje snage testa s obzirom na povećanje uzorka. Pogledajmo histogram generiranih brojeva za $\mu_0 = 600$:



Uočimo da generirani podaci imaju dugi desni rep i da nisu simetrično distribuirani već su jako koncentrirani na lijevu stranu (čak i više od Gamma distribucije).

4.5 Uniformna distribucija

Na kraju ponavljamo postupak za uniformnu distribuciju koju smo opisali na početku uz $\alpha = 0.01$. Dobivene snage testa za različite veličine uzoraka prikazane su u tablicama.Na grafu možemo lakše vidjeti ponašanje snage testa s obzirom na povećavanje veličine uzorka.

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	U	10
2	520	0.00200	U	10
3	540	0.00200	U	10
4	560	0.00200	U	10
5	580	0.00200	U	10
6	600	0.02794	U	10
7	620	0.15968	U	10
8	640	0.63074	U	10
9	660	0.97405	U	10
10	680	1.00000	U	10
11	700	1.00000	U	10

N = 10

Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	U	20
2	520	0.00200	U	20
3	540	0.00200	U	20
4	560	0.00200	U	20
5	580	0.00200	U	20
6	600	0.02395	U	20
7	620	0.37525	U	20
8	640	0.94611	U	20
9	660	1.00000	U	20
10	680	1.00000	U	20
11	700	1.00000	U	20

N = 20

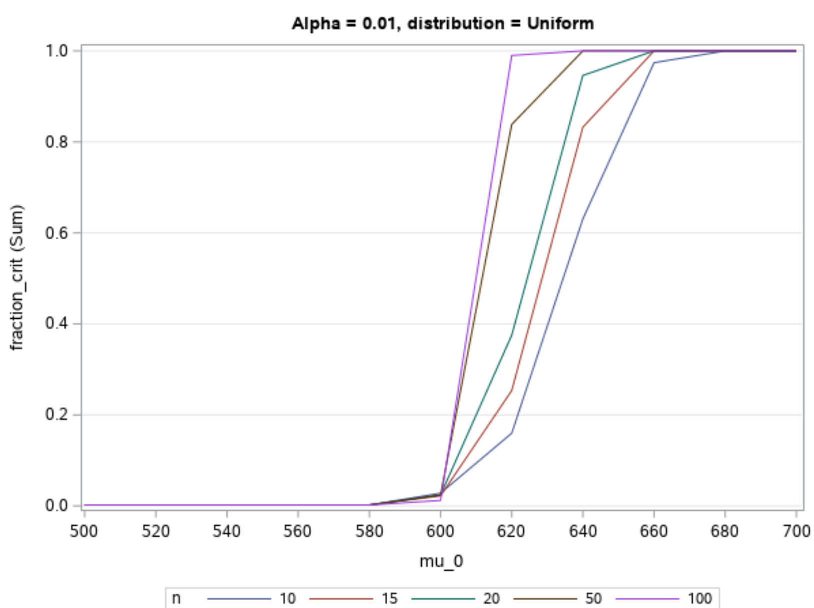
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	U	50
2	520	0.00200	U	50
3	540	0.00200	U	50
4	560	0.00200	U	50
5	580	0.00200	U	50
6	600	0.02395	U	50
7	620	0.83832	U	50
8	640	1.00000	U	50
9	660	1.00000	U	50
10	680	1.00000	U	50
11	700	1.00000	U	50

N = 50

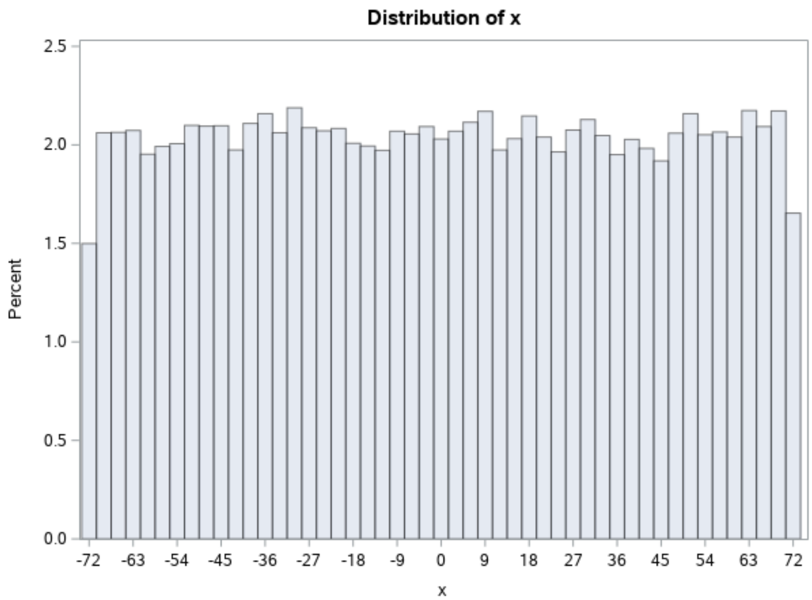
Obs	mu_0	fraction_crit	distribution	n
1	500	0.00200	U	100
2	520	0.00200	U	100
3	540	0.00200	U	100
4	560	0.00200	U	100
5	580	0.00200	U	100
6	600	0.01198	U	100
7	620	0.99002	U	100
8	640	1.00000	U	100
9	660	1.00000	U	100
10	680	1.00000	U	100
11	700	1.00000	U	100

N = 100

Slika 5: Uniform distribuion



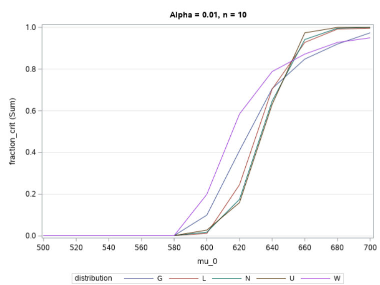
Ponašanje snage testa je jako slično kao i kod normalne distribucije. Pogledajmo kako izgleda histogram generiranih podataka za $\mu_0 = 600$:



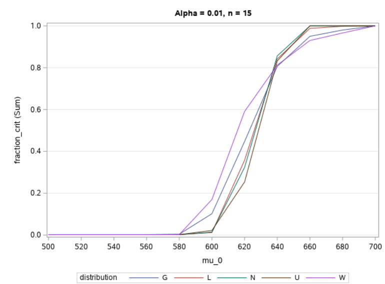
Uočimo da je histogram brojeva koji dolaze iz uniformne distribucije simetričan što možemo povezati s normalnom distribucijom koja je također simetrična, no nema zvonolik oblik.

5 Rezultati za fiksnu veličinu uzorka

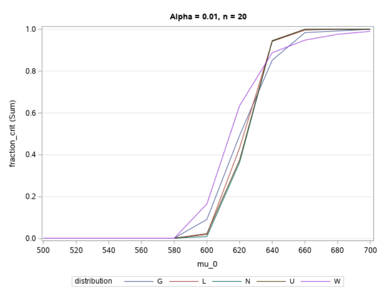
Prikažimo grafove snage testa spomenutih distribucija s obzirom na veličinu uzorka:



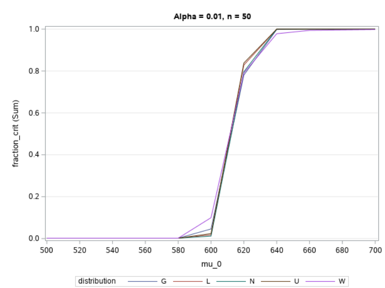
N = 10



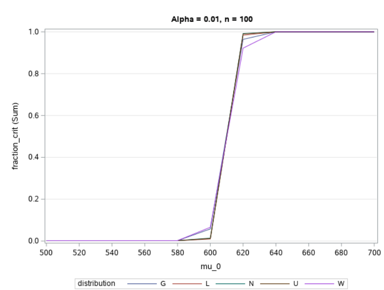
N = 15



N = 20



N = 50



N = 100

Slika 6: Rezultati ovisno o veličini uzorka

Kod uzoraka manjih veličina jače je izražen sporiji rast snage testa. Za $n = 10$, vidimo da najsporije raste Webull, zatim Gamma, pa Laplace, a normalna i uniformna se ponašaju slično.

Povećanjem uzorka se te razlike smanjuju, a najviše odskače Weibull.

Kod uzorka veličine 100 vidimo isti poredak, no razlika u snazi testa se smanjila.

6 T-test za varijablu LSAT

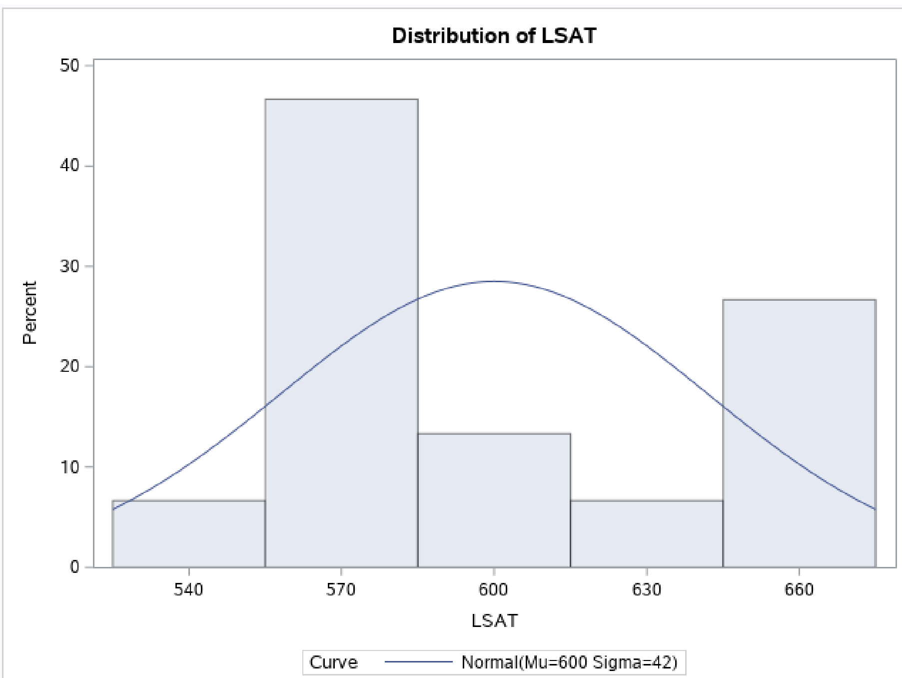
Zadnji dio zadatka bio je testirati hipoteze

$$H_0 : \mu \geq 580$$
$$H_1 : \mu < 580$$

za varijablu LSAT iz dataseta lib.LAW. Prvo smo primijenile `MEANS` proceduru kako bismo se bolje upoznale s danim podacima.

Analysis Variable : LSAT				
N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
15	600.2666667	41.7945086	545.0000000	666.0000000

Sredina uzorka iznosi 600.27, a standardna devijacija 41.79. Nadalje, ispitujemo dolazi li uzorak iz normalne razdiobe



Fitted Normal Distribution for LSAT

Goodness-of-Fit Tests for Normal Distribution				
Test	Statistic		p Value	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.21636399	Pr > D	>0.250
Cramer-von Mises	W-Sq	0.12237485	Pr > W-Sq	>0.250
Anderson-Darling	A-Sq	0.71073202	Pr > A-Sq	>0.250

Kako je dobivena p-vrijednost u KS-testu velika, ne možemo odbaciti nultu hipotezu da uzorak dolazi iz normalne razdiobe.

Primjenjujemo t-test i dobivamo veliku p-vrijednost, $p = 0.9593$. Zaključujemo da ne možemo odbaciti nultu hipotezu.

Provedimo `POWER` proceduru kako bismo vidjeli koliko veliki uzorak moramo uzeti da bi snaga testa bila 0.8 ili više.

```
proc power;
    onesamplemeans test = t sides = L
    nullmean= 580
    mean = 600
    stddev = 42
    ntotal = 10  to 100 by 5
    alpha = 0.01 0.05
    power = .;
run;
```

Computed Power		
Index	N Total	Power
1	10	<.001
2	15	<.001
3	20	<.001
4	25	<.001
5	30	<.001
6	35	<.001
7	40	<.001
8	45	<.001
9	50	<.001
10	55	<.001
11	60	<.001
12	65	<.001
13	70	<.001
14	75	<.001
15	80	<.001
16	85	<.001
17	90	<.001
18	95	<.001
19	100	<.001

Alpha = 0.01

Computed Power		
Index	N Total	Power
1	10	0.001
2	15	<.001
3	20	<.001
4	25	<.001
5	30	<.001
6	35	<.001
7	40	<.001
8	45	<.001
9	50	<.001
10	55	<.001
11	60	<.001
12	65	<.001
13	70	<.001
14	75	<.001
15	80	<.001
16	85	<.001
17	90	<.001
18	95	<.001
19	100	<.001

Alpha = 0.05

Slika 7: PROC POWER

Uočimo kako je snaga testa jako mala u svim slučajevima. Ako bolje razmislimo, to ima smisla zato što znamo da je sredina uzorka 600, a nulta hipoteza glasi $H_0 : \ \mu \geq 580$, odnosno, ne želimo ju odbaciti jer znamo da je točna.

Da bi došli do nekog zanimljivijeg zaključka, odlučili smo testirati i hipoteze:

$$H_0 : \mu \geq 620$$
$$H_1 : \mu < 620$$

Provođenjem t-testa dobivamo da p-vrijednost iznosi 0.044, što znači da na razini značajnosti od 0.05 možemo odbaciti nultu hipotezu.

Nađimo veličinu uzorka potrebu da se dobije snaga testa od barem 0.8:

Computed Power		
Index	N Total	Power
1	40	0.719
2	41	0.732
3	42	0.744
4	43	0.756
5	44	0.768
6	45	0.779
7	46	0.790
8	47	0.800
9	48	0.810
10	49	0.819
11	50	0.828

Alpha = 0.01

Computed Power		
Index	N Total	Power
1	20	0.658
2	21	0.678
3	22	0.697
4	23	0.715
5	24	0.732
6	25	0.748
7	26	0.763
8	27	0.778
9	28	0.791
10	29	0.804
11	30	0.816

Alpha = 0.05

Slika 8: PROC POWER

Uočimo da je za $\alpha = 0.01$, za postizanje željene snage testa, potreban uzorak veličine 48, a za $\alpha = 0.05$, uzorak veličine 29.

7 Dodatak rješenju

Drugi način pomoću kojeg se može odrediti snaga jakosti testa je pomoću p-vrijednosti. Preciznije, može se iskoristiti kao način da se utvrdi udio odbačenih nultih hipoteza.

Korišteni kod naveden je u nastavku:

```
%macro power_t_test2(n, n_rep, seed, distribution, mu, sigma, alpha);

data generate;
     call streaminit(&seed);
     do mu_0 = 500 to 700 by 20;
         do rep = 1 to &n_rep;
             do i = 1 to &n;
                 if &distribution = "N" then do;
                     x = RAND("Normal", &mu, &sigma);
                     x = x - mu_0;
                 end;
                 if &distribution = "L" then do;
                     x = RAND('LAPLace', &mu, &sigma / sqrt(2));
```

```
                    x = x - mu_0;
                end;
                if &distribution ="G" then do;
                    x = 42*sqrt(2)*RAND('GAMMa', 0.5,1)
                        +600-21*sqrt(2);
                    x = x - mu_0;
                end;
                if &distribution = "W" then do;
                    x = 21/sqrt(5)*RAND('WEIBull', 0.5,1)
                        +600-42/sqrt(5);
                    x = x - mu_0;
                end;
                if &distribution = "U" then do;
                    x = RAND("Uniform", &mu - (&sigma /2) * sqrt(12),
                        &mu + (&sigma /2) * sqrt(12));
                    x = x - mu_0;
                end;
                output;
            end;
              output;
          end;
          output;
     end;
     label rep = "Repetition";
run;

ods exclude all;

proc ttest data = generate side = L alpha = &alpha;
    var x;
    by mu_0 rep;
    ods output ttests = ttValues(keep=tvalue probt mu_0 rep);
run;

ods exclude none;

data fraction;
    set ttValues;
    t_crit = tinv(&alpha, &n - 1);
       fraction_crit = (tvalue le t_crit);
       fraction_pvalue = (probt le &alpha);
run;

proc means data = fraction nway noprint;
    var fraction_crit fraction_pvalue;
     output out = fractions mean=;
```

```
      class mu_0;
run;

data fractions;
     set fractions;
     distribution = &distribution;
     n = &n;
     keep mu_0 fraction_crit fraction_pvalue distribution n;
run;

%mend;
```

Kako se za svaki uzorak mora računati t-test, memorijska i vremenska složenost je puno veća što rezultira u puno sporije dobivenom outputu.

Ova pomoćna funkcija korištena je kao alat za provjeru rezultata dobivenim prvotno opisanim načinom.