

Coq でプログラムの正しさを保証する

クイックソートとその性質の証明が [RyanGIScott/QuickSort.v](#) にあるので利用させていただく。

```
Require Extraction.  
Require Import Extr0camlNatInt.  
Extraction "quicksort.ml" quickSort.
```

を末尾に追加し、ターミナル上で `coqc QuickSort.v` を実行すると `quicksort.ml` が作られる。

※元のコードにOmegaライブラリが使われており、最新バージョンではコンパイルできない（少なくとも `v8.8.2` では可能）

[coq/coq](#).

Coq のリストについて

```
Inductive list (A : Type) : Type :=  
  | nil : list A  
  | cons : A -> list A -> list A.
```

略記が用意されている。

- 要素を1つ追加するときは `x :: xs`
- リストを連結するときは `l1 ++ l2`

たとえば `cons 1 (cons 2 (cons 3 nil))` は `1 :: 2 :: 3 :: nil` となる。

各種注釈

- `flip_ltb x y` : $y < x$ なら true
- `flip_geb x y` : $x \leq y$ なら true
- `filter f v` : v の要素で f に渡して true になるものだけ残す
- `QSAcc l` : リスト l がピボットで分割でき、さらに分割された2つの列も各々分割でき...という状態を表しているっぽい。分割統治できるという性質? (QuickSort Accumulateの略と思われる)
- `induction_ltofl_Prop` : 任意の n について、「 n 以下の自然数について正しい」ならすべての自然数について正しい (そんな気はする)

- `quickSort'` : リスト `l` と、`l` が分割統治できることの証明を受け取って、クイックソートを行う。クイックソートのアルゴリズムを思い浮かべると、この関数が行うのは連結だけ。
- `filter_length` : `filter` すると長さが元のリスト以下になる。
- `qsAcc` : 任意のリストは分割統治できる。
- `quickSort` : 任意のリストが分割統治できることが分かったので `quickSort'` をラップした関数を作る。
- `unit_test` : 動作確認。auto をやるだけ。
- `quickSort'_PI'` : 整列の結果は一意。

- `quickSort'_cons` : 元の列のクイックソートは、ピボットで分割した各列をクイックソートしてつなげるのと同じ。
- `quickSort_cons_QSAccCons` : ピボットを分割したうちのどっちにくっつけても同じ。
- `Sorted_partition` : $l1, l2$ が整列済みで x が $l1$ の上界、 $l2$ の下界なら `[l1++x::l2]` も整列済み。
- `Sorted_filter` : 整列済みの列の部分列も整列済み。
- `In_quickSort'` : 整列前に含まれていた要素は整列後も含まれている。
- `Permutation_filter_ltb_geb` : ピボットでの分割は置換で表せる。

- `quickSort'_Sorted` : 整列済みなら小さい順に並んでいる。
- `quickSort_correct` : クイックソート後のリストは整列済みかつ元のリストの並べ替えになっている。

OCaml に抽出

- 付け加えた行の2行目は、Coq の nat を Ocaml の int に変換してくれる。実用的になる。
- 抽出されたコードを眺めると、証明に関する部分は省かれている。（quickSort' の引数から QSAcc が消えているなど。）
- `ocaml` で対話環境を起動し、`#use "quicksort.ml";;` してから `quickSort [1;4;3;2];;` などと打つと、性質の保証されたクイックソートが使える（今回は実装がおなじみなので証明の情報量は少ない）。

参考文献

- [RyanGIScott/QuickSort.v](#)
- [関数型言語OCaml入門\(PDF\)](#), [Ocaml爆速入門](#)
- [依存型の話\(PDF\)](#).