

PROBABILIDADES SIMPLES E BINOMIAL (RESPOSTAS EM % COM DUAS CASAS APÓS A VIRGULA E ARREDONDAMENTOS) DEVERÁ APARECER A RESOLUÇÃO ABAIXO DE CADA QUESTÃO DE FORMA ORGANIZADA E CLARA E DEVERÁ SER POSTADA SOMENTE NO PORTFÓLIO ATÉ DIA DIA 10/05

- 1) No processo produtivo de uma empresa são utilizados diariamente 4 unidades de um certo insumo. Ocorre que as diferentes formulações desse insumo podem afetar o rendimento do processo bem como o nível de poluição ambiental. Num determinado dia a empresa possui 40 unidades desse insumo em estoque e elas podem ser classificadas segundo a tabela a seguir:

| Polui o ambiente? | | | |
|-------------------------------|-----|-----|-------|
| Acelera o processo produtivo? | Sim | Não | Total |
| Sim | 8 | 12 | 20 |
| Não | 2 | 18 | 20 |
| Total | 10 | 30 | 40 |

Admita que as 4 unidades a serem usadas nesse dia serão sorteadas aleatoriamente do estoque. Qual a probabilidade de que:

- (a) Não seja usado nenhum insumo que polui o ambiente?
(b) Seja usado pelo menos um insumo que acelera o processo produtivo?
(c) Seja usado pelo menos um insumo que acelera o processo produtivo, dado que não foi usado nenhum insumo que polui o ambiente?
(d) Não seja usado nenhum insumo que polui o ambiente, dado que foi usado pelo menos um insumo que acelera o processo produtivo?

$$\begin{aligned} A) P(A) &= 30/40 \\ P(B) &= (30-1)/(40-1) = 29/39 \\ P(C) &= (29-1)/(39-1) = 28/38 \\ P(D) &= (28-1)/(38-1) = 27/37 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30/40 + 29/39 + 28/38 + 27/37 &= 0,75 * 0,7435897435897436 * \\ 0,7368421052631579 * 0,7297297297297297 &= 0,2998686946 \end{aligned}$$

$$0,2998686946 * 100 = 29,98686946 \cong \mathbf{29,99\%}$$

RESPOSTA: 29,99%

$$\begin{aligned} B) \text{ Chances de nenhum acelerar: } 20/40 \\ P(A) &= 20/40 \\ P(B) &= (20-1)/(40-1) = 19/39 \end{aligned}$$

$$P(C) = (19-1)/(39-1) = 18/38$$

$$P(D) = (18-1)/(38-1) = 17/37$$

$$20/40 + 19/39 + 18/38 + 17/37 = 0,5 * 0,4871794871794872 * 0,4736842105263158 * 0,4594594594594595 = 0,05301455301$$

$$\text{Chances de pelo menos 1 acelerar} = 1 - 0,05301455301 = 0,94698544699$$

$$0,94698544699 * 100 = 94,698544699 \cong \mathbf{94,70\%}$$

RESPOSTA: 94,70%

C) A - Pelo menos um insumo que acelera o processo produtivo = 0,94698544699

B - Nenhum insumo que polui o ambiente = 0,2998686946

Probabilidade da intersecção de não polui e não acelera

$$P(B \cap NA) = 18/40 * 17/39 * 16/38 * 15/37 = 0,45 * 0,4358974358974359 * 0,4210526315789474 * 0,4054054054054054 = 0,03348287558$$

Probabilidade da intersecção de não polui e acelera

$$P(A \cap B) = P(B) - P(B \cap NA) = 0,2998686946 - 0,03348287558 = 0,26638581902$$

$$P(A \cap B)/P(B) = 0,26638581902 / 0,2998686946 = 0,8883415435390367$$

$$0,8883415435390367 * 100 = 88,83415435390367 \cong \mathbf{88,83\%}$$

RESPOSTA: 88,83%

D) A - Pelo menos um insumo que acelera o processo produtivo = 0,94698544699

B - Nenhum insumo que polui o ambiente = 0,2998686946

$$P(A \cap B) = 0,26638581902 \text{ (calculado na questão anterior)}$$

$$P(A \cap B)/P(A) = 0,26638581902 / 0,94698544699 = 0,28129874631$$

$$0,28129874631 * 100 = 28,129874631 \cong \mathbf{28,13\%}$$

RESPOSTA: 28,13%

2) Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número nas seguintes condições:

a) par

b) primo

- c) par ou primo
- d) par e primo

A) Total de números $n(S) = 15$
Números pares $n(A) = 7$
 $P(A) = n(A)/n(S) = 7/15 = 0,46666$
 $0,46666 * 100 = 46,666 \cong \mathbf{46,67\%}$

RESPOSTA: 46,67%

B) Total de números $n(S) = 15$
Números primos $n(A) = 6$
 $P(A) = n(A)/n(S) = 6/15 = 0,4$
 $0,4 * 100 = \mathbf{40\%}$

RESPOSTA: 40%

C) Par: $P(A) = n(A)/n(S) = 7/15 = 0,4666$
Primos: $P(B) = n(B)/n(S) = 6/15 = 0,4$

$$A \cap B = \{\text{par ou primo}\} = \{2\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$n(S) = 15$$

$$\text{Intersecção: } P(A \cap B) = n(A \cap B)/n(S) = 1/15 = 0,06666$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4666 + 0,4 - 0,06666 = 0,79994$$
$$0,79994 * 100 = 79,994 \cong \mathbf{79,99\%}$$

RESPOSTA: 79,99%

D) Par: $P(A) = n(A)/n(S) = 7/15 = 0,4666$
Primos: $P(B) = n(B)/n(S) = 6/15 = 0,4$

$$A \cap B = \{\text{par e primo}\} = \{2\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$\text{Números pares } n(A) = 7$$

$$P(A/B) = n(A \cap B)/n(A) = 1/7 = 0,14285$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = 0,4666 \times 0,14285 = 0,06665$$

$$0,06665 * 100 = 6,665 \cong \mathbf{6,67\%}$$

RESPOSTA: 6,67%

3) a probabilidade de atingir um alvo num disparo é 0,3. Qual é a probabilidade de que em quatro disparos o alvo seja atingido no mínimo 3 vezes?

$$n = 4$$

$$x = 3$$

$$p = 0,3$$

$$q = 0,7$$

$$P(x=3) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [4! / 3! (4-3)!] 0,3^3 \cdot 0,7^{(4-3)}$$

$$= (4! / 3!1!) 0,3^3 \cdot 0,7^1 = (4! / 3!) 0,3^3 \cdot 0,7$$

$$4! = 4.3.2.1 = 24$$

$$3! = 3.2.1 = 6$$

$$0,3^3 = 0,027$$

$$P(x=3) = 24/6 \cdot 0,027 \cdot 0,7 = 0,0756$$

$$P(x=4) = 0,3^4 = 0,0081$$

$$P(X \geq 3) = 0,0756 + 0,0081 = 0,0837$$

$$0,0837 \cdot 100 = \mathbf{8,37\%}$$

RESPOSTA: 8,37%

- 4) Um inspetor de qualidade extrai uma amostra de 10 tubos aleatoriamente de carga muito grande de tubos que se sabe que contem 20% de tubos defeituosos. Qual é a probabilidade de que não mais do que 2 tubos extraídos sejam defeituosos?

$$P(0 \leq X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

$$P(x=0) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [10! / 0! (10-0)!] p^0 \cdot q^{10-0}$$

$$P(x=0) = [10! / (0! 10!)] p^0 \cdot q^{10-0}$$

$$10! = 3628800$$

$$0! = 1$$

$$10! = 3628800$$

$$0,2^0 = 1,0$$

$$0,8^{10-0} = 0,107374182400000006$$

$$P(x=0) = 3628800 / (1 \cdot 3628800) \cdot 1,0 \cdot 0,107374182400000006$$

$$P(x=0) = 3628800 / 3628800 \cdot 0,107374182400000006$$

$$P(x=0) = 0,107374182400000006$$

$$P(x=1) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [10! / 1! (10-1)!] p^1 \cdot q^{10-1}$$

$$P(x=1) = [10! / (1! 9!)] p^1 \cdot q^{10-1}$$

$$10! = 3628800$$

$$1! = 1$$

$$9! = 362880$$

$$0,2^1 = 0,2$$

$$0,8^{10-1} = 0,134217728000000006$$

$$P(x=1) = 3628800 / (1 \cdot 362880) \cdot 0,2 \cdot 0,134217728000000006$$

$$P(x=1) = 3628800 / 362880 \cdot 0,0268435456000000015$$

$$P(x=1) = 0,26843545600000001$$

$$P(x=2) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [10! / 2! (10-2)!] p^2 \cdot q^{10-2}$$

$$P(x=2) = [10! / (2! 8!)] p^2 \cdot q^{10-2}$$

$$10! = 3628800$$

$$2! = 2$$

$$8! = 40320$$

$$0,2^2 = 0,040000000000000001$$

$$0,8^{10-2} = 0,16777216000000001$$

$$P(x=2) = 3628800 / (2 \cdot 40320) \cdot 0,040000000000000001 \cdot 0,16777216000000001$$

$$P(x=2) = 3628800 / 80640 \cdot 0,0067108864000000005$$

$$P(x=2) = 0,30198988800000002$$

$$P(0 \leq X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

$$P(0 \leq X \leq 2) = 0,107374182400000006 + 0,26843545600000001 + 0,30198988800000002 = 0,6777995264$$

$$0,6777995264 \cdot 100 = 67,77995264 \cong \mathbf{67,78\%}$$

RESPOSTA: 67,78%

- 5) Um engenheiro de inspeção extrai uma amostra de 15 itens aleatoriamente de um processo de fabricação, onde é sabido que esse processo produz 85% de itens aceitáveis. Qual a probabilidade de que 10 dos itens extraídos sejam aceitáveis?

$$n = 15$$

$$x = 10$$

$$p = 0,85$$

$$q = 1 - 0,85 = 0,15$$

$$P(x) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [15! / 10! (15-10)!] p^{10} \cdot q^{15-10}$$

$$P(x) = [15! / (10! 5!)] p^{10} \cdot q^{15-10}$$

$$15! = 1307674368000$$

$$10! = 3628800$$

$$5! = 120$$

$$0,85^{10} = 0,1968744043407226$$

$$0,150000000000000002^{15-10} = 7,5937500000000005e-05$$

$$P(x) = 1307674368000 / (3628800 \cdot 120) \cdot 0,1968744043407226 \cdot 7,593750000000005e-05$$

$$P(x) = 1307674368000 / 435456000 \cdot 1,4950150079623631e-05$$

$$P(x) = 0,04489530068910976$$

$$0,044895300689 \cdot 100 = 4,4895300689 \cong \mathbf{4,49\%}$$

RESPOSTA: 4,49%

- 6) Acredita-se que 20% dos moradores das proximidades de uma grande siderúrgica têm alergia aos poluentes lançados ao ar. Admitindo que este percentual de alérgicos seja real (correto), calcule a probabilidade de que pelo menos 4 moradores tenham alergia entre 13 selecionados ao acaso.

Calculando a probabilidade de apenas 3 terem alergia, para o cálculo ser menos extenso

$$n = 13$$

$$p = 0,2$$

$$q = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$x = 0, 1, 2, 3$$

$$P(x) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x}$$

$$P(x < 4) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$$

$$P(x=0) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [13! / 0! (13-0)!] p^0 \cdot q^{13-0}$$

$$P(x=0) = [13! / (0! 13!)] p^0 \cdot q^{13-0}$$

$$13! = 6227020800$$

$$0! = 1$$

$$0,2^0 = 1,0$$

$$0,8^{13-0} = 0,054975581388800036$$

$$P(x=0) = 6227020800 / (1 \cdot 6227020800) \cdot 1,0 \cdot 0,054975581388800036$$

$$P(x=0) = 6227020800 / 6227020800 \cdot 0,054975581388800036$$

$$P(x=0) = 0,054975581388800036$$

$$P(x=1) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [13! / 1! (13-1)!] p^1 \cdot q^{13-1}$$

$$P(x=1) = [13! / (1! 12!)] p^1 \cdot q^{13-1}$$

$$13! = 6227020800$$

$$1! = 1$$

$$12! = 479001600$$

$$0,2^1 = 0,2$$

$$0,8^{13-1} = 0,06871947673600004$$

$$P(x=1) = 6227020800 / (1 \cdot 479001600) \cdot 0,2 \cdot 0,06871947673600004$$

$$P(x=1) = 6227020800 / 479001600 \cdot 0,013743895347200009$$

$$P(x=1) = 0,1786706395136001$$

$$P(x=2) = [n! / x! (n-x)!] p^x * q^{n-x} = [13! / 2! (13-2)!] p^2 * q^{13-2}$$

$$P(x=2) = [13! / (2! 11!)] p^2 * q^{13-2}$$

$$13! = 6227020800$$

$$2! = 2$$

$$11! = 39916800$$

$$0,2^2 = 0,040000000000000001$$

$$0,8^{13-2} = 0,08589934592000005$$

$$P(x=2) = 6227020800 / (2*39916800) * 0,040000000000000001 * 0,08589934592000005$$

$$P(x=2) = 6227020800 / 79833600 * 0,0034359738368000027$$

$$P(x=2) = 0,2680059592704002$$

$$P(x=3) = [n! / x! (n-x)!] p^x * q^{n-x} = [13! / 3! (13-3)!] p^3 * q^{13-3}$$

$$P(x=3) = [13! / (3! 10!)] p^3 * q^{13-3}$$

$$13! = 6227020800$$

$$3! = 6$$

$$10! = 3628800$$

$$0,2^3 = 0,0080000000000000002$$

$$0,8^{13-3} = 0,10737418240000006$$

$$P(x=3) = 6227020800 / (6*3628800) * 0,0080000000000000002 * 0,10737418240000006$$

$$P(x=3) = 6227020800 / 21772800 * 0,0008589934592000007$$

$$P(x=3) = 0,24567212933120022$$

$$P(x < 4) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$$

$$P(x < 4) = 0,054975581388800036 + 0,1786706395136001 + 0,2680059592704002 + 0,24567212933120022$$

$$P(x < 4) = 0,7473243095$$

$$P(x > 4) = 1 - 0,7473243095 = 0,2526756905$$

$$0,2526756905 * 100 = 25,26756905 \cong \mathbf{25,27\%}$$

RESPOSTA: 25,27%

- 7) Seis parafusos são escolhidos ao acaso da produção de uma certa máquina que apresente 10% de peças defeituosas. Qual a probabilidade de serem defeituosos dois deles?

$$n = 6$$

$$x = 2$$

$$p = 0,1$$

$$q = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$P(x) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [6! / 2! (6-2)!] 0,1^2 \cdot 0,9^{(6-2)}$$

$$P(x) = [6! / (2! 4!)] 0,1^2 \cdot 0,9^4$$

$$6! = 720$$

$$2! = 2$$

$$4! = 24$$

$$0,1^2 = 0,01$$

$$0,9^4 = 0,6561$$

$$P(x) = [720 / (2 \cdot 24)] \cdot 0,01 \cdot 0,6561$$

$$P(x) = 720 / 48 \cdot 0,006561 = 0,098415$$

$$0,098415 \cdot 100 = 9,8415 \cong \mathbf{9,84\%}$$

RESPOSTA: 9,84%

- 8) Um processo de produção produz 10 itens defeituosos por hora. Encontre a probabilidade que 4 ou menos itens sejam defeituosos numa retirada aleatória por hora.

$$\lambda = 10$$

$$P(x=k) = (e^{-\lambda} \lambda^k) / k!$$

$$P(x \leq 4) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4)$$

$$P(x \leq 4) = (e^{-10} 10^0) / 0! + (e^{-10} 10^1) / 1! + (e^{-10} 10^2) / 2! + (e^{-10} 10^3) / 3! + (e^{-10} 10^4) / 4!$$

$$e^{-10} = 0,00004539992$$

$$P(x \leq 4) = 0,00004539992 + 0,00004539992 \cdot 10 + 0,00004539992 \cdot 100 / 2 + 0,00004539992 \cdot 1000 / 6 + 0,00004539992 \cdot 10000 / 24$$

$$P(x \leq 4) = 0,0292526$$

$$0,0292526 \cdot 100 = 2,92526 \cong \mathbf{2,93\%}$$

RESPOSTA: 2,93%

- 9) Um departamento de polícia recebe em média 5 solicitações por hora. Qual a probabilidade de receber 2 solicitações numa hora selecionada aleatoriamente?

$$\lambda = 5$$

$$k = 2$$

$$P(x=k) = (e^{-\lambda} \lambda^k) / k! = (e^{-5} 5^2) / 2!$$

$$e^{-5} = 0,00673794699$$

$$5^2 = 25$$

$$2! = 2$$

$$P(x=k) = (0,00673794699 * 25)/2 = 0,08422$$

$$0,08422 * 100 = 8,422 \cong \mathbf{8,42\%}$$

RESPOSTA: 8,42%

10) Uma cidade tem 20% de sua força de trabalho desempregada. Uma amostra aleatória de 14 pessoas é analisada. Qual a probabilidade de que se encontrem 3 desempregados na amostra?

$$n = 14$$

$$x = 3$$

$$p = 0,2$$

$$q = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$P(x) = [n! / x! (n-x)!] p^x \cdot q^{n-x} = [14! / 3! (14-3)!] 0,2^3 \cdot 0,8^{(14-3)}$$

$$= [14! / 3! 11!] 0,2^3 \cdot 0,8^{11}$$

$$14! = 87178291200$$

$$3! = 6$$

$$11! = 39916800$$

$$0,2^3 = 0,008$$

$$0,8^{11} = 0,08589934592$$

$$P(x) = [87178291200 / (6 * 39916800)] * 0,008 * 0,08589934592$$

$$P(x) = (87178291200 / 239500800) * 0,00068719476736$$

$$P(x) = 364 * 0,00068719476736 = 0,25013889531904$$

$$0,25013889531904 * 100 = 25,013889531904 \cong \mathbf{25,01\%}$$

RESPOSTA: 25,01%