

Acadêmica: Ellen Junker

Exercícios: Padronização de variáveis e utilização da Tabela Normal Padrão (tabela Z). Use z com duas casas após a vírgula e arredondamento. Apresente o gráfico com Z localizado no gráfico. Apresente o desenvolvimento da questão. Responda em ordem no local indicado. Entregue no word. Listas resolvidas não seguindo as orientações serão desconsideradas.

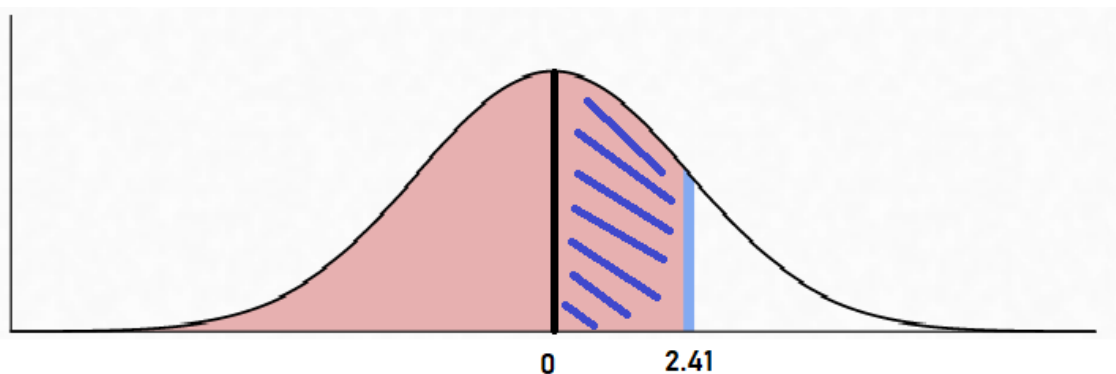
Observação: Para utilização da tabela Z:

A população deve ter distribuição normal ou

O tamanho amostral é suficientemente grande (em geral, maior que 30) e, então, conclui-se que as médias das possíveis amostras tendem à distribuição normal.

Exercício 1: (vale 2) Utilizando a tabela da Distribuição Normal Padronizada encontre e represente graficamente as seguintes probabilidades: Resposta em %

a) $P(Z < 2,41) =$



$$A(2,41) = 0,9920 \text{ (obtido através da tabela Z)}$$

$$P = 0,992$$

$$\text{Porcentagem} = 0,992 * 100 = 99,2\%$$

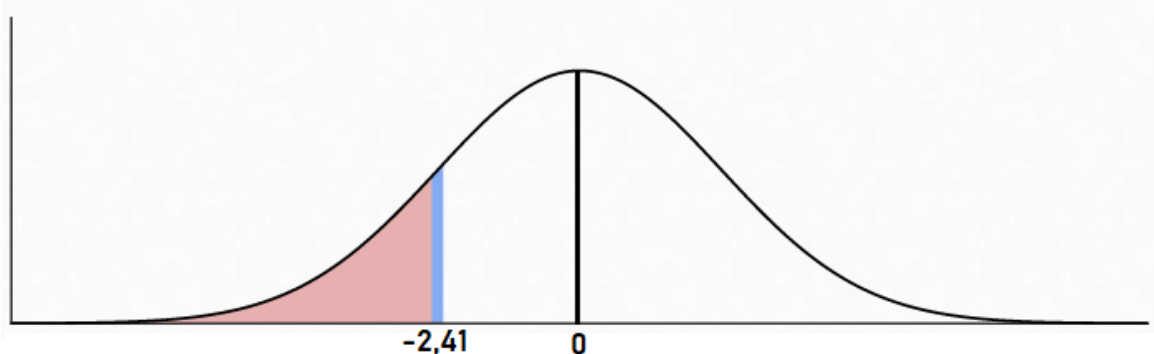
$$\text{(ARREDONDADO)} A(2,41) = 0,99$$

$$\text{(ARREDONDADO)} P = 0,99$$

$$\text{(ARREDONDADO)} \text{Porcentagem} = 0,99 * 100 = 99\%$$

Resposta: $P(Z < 2,41) = 99,2\%$ ou 99% arredondado

b) $P(Z < -2,41) =$



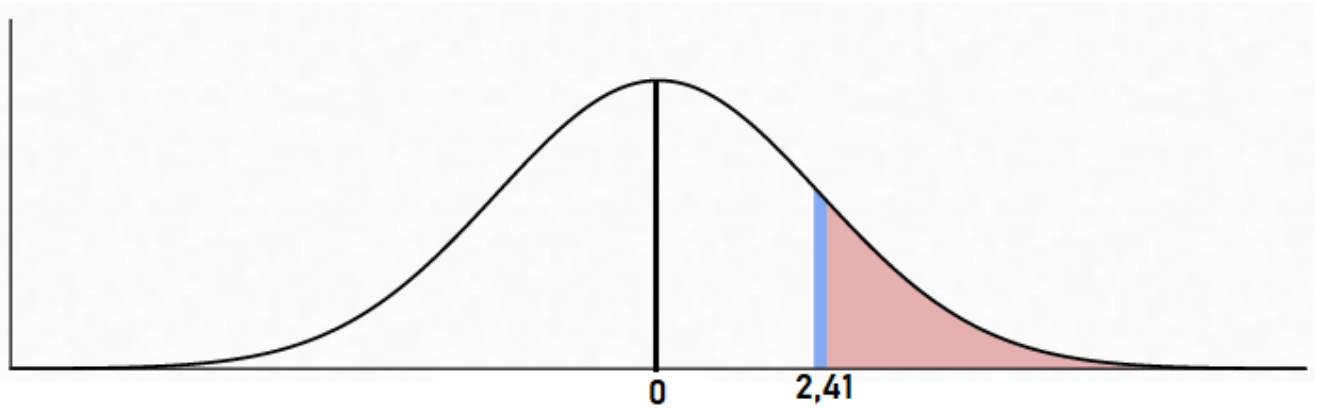
$$A(-2,41) = 0,0080$$

$$P = 0,0080$$

$$\text{Porcentagem} = 0,0080 * 100 = 0,8$$

Resposta: $P(Z < -2,41) = 0,8\%$

c) $P(Z > 2,41) =$

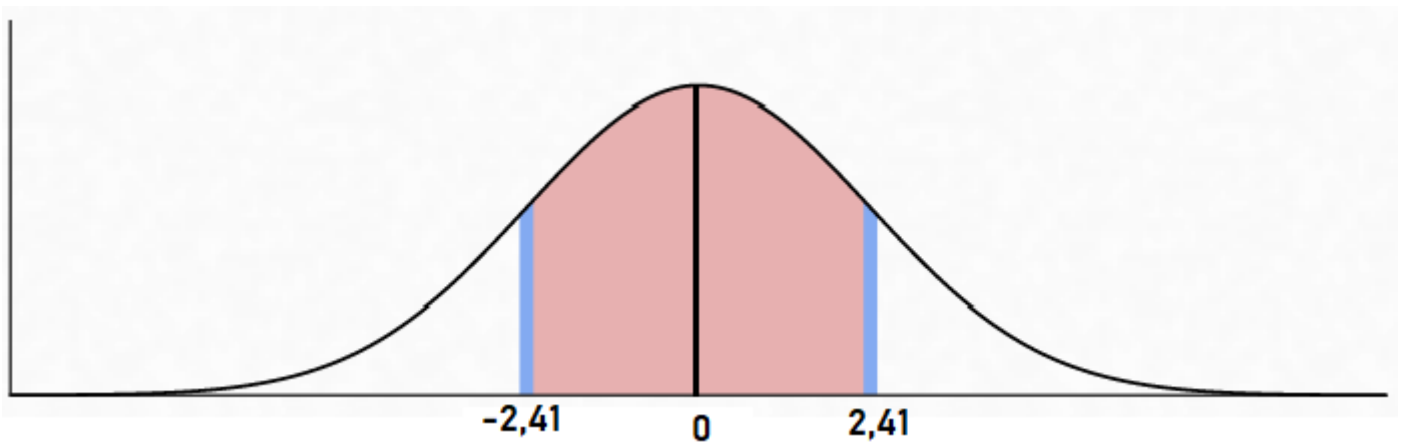


$$P(Z > 2,41) = 1 - P(Z < 2,41) = 1 - 0,9920 = 0,008$$

$$\text{Porcentagem} = 0,008 * 100 = 0,8$$

Resposta: $P(Z > 2,41) = 0,8\%$

d) $P(-2,41 < Z < 2,41) =$



$$P(-2,41 < Z < 2,41) = P(Z < 2,41) - P(Z < -2,41)$$

$$P(Z < 2,41) - P(Z < -2,41) = A(2,41) - A(-2,41)$$

$$A(2,41) = 0,9920$$

$$A(-2,41) = 0,0080$$

$$A(2,41) - A(-2,41) = 0,992 - 0,008 = 0,984$$

$$P = 0,984$$

$$\text{Porcentagem} = 0,982 * 100 = 98,2\%$$

Resposta: $P(-2,41 < Z < 2,41) = 98,4\%$

Exercício 2 (vale 1,5): A tensão de resistência à compressão de corpos de prova de concreto podem ser modeladas por uma distribuição normal com média de 800 Mpa e um desvio padrão de 10MPa.

Resposta em %

a) Qual é a probabilidade de que a tensão de um corpo de prova seja menor que 825 MPa? Represente graficamente essa probabilidade.

$$x = 825 \text{ MPa}$$

$$\mu = 800 \text{ Mpa}$$

$$\sigma = 10\text{MPa}$$

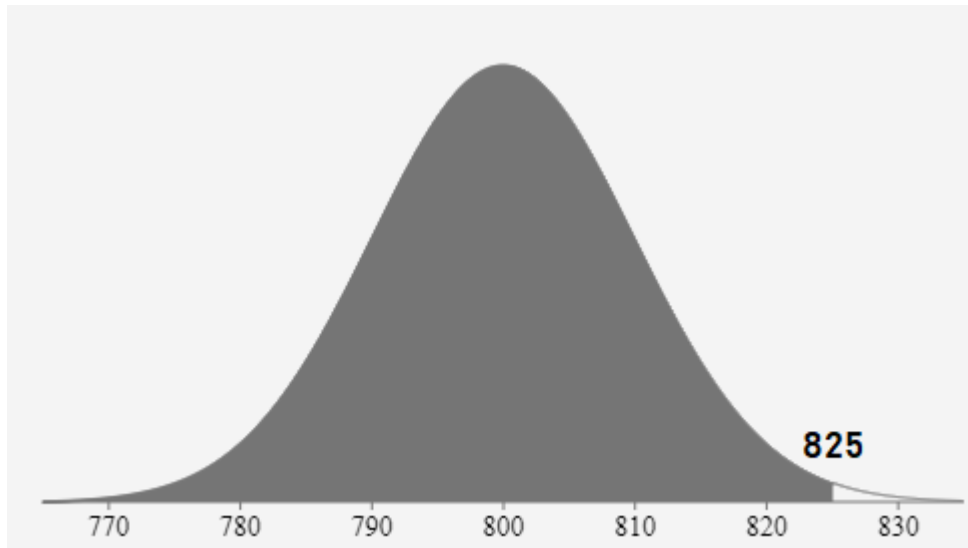
$$z = (x - \mu) / \sigma = (825 - 800) / 10 = 25/10 = 2,5$$

$$P(z < 2,5) = 0,9938$$

$$\text{Porcentagem: } 0,9938 * 100 = 99,38\%$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < 2,5) = 0,9938 = 0,99$$

$$(\text{ARREDONDADO}) \text{ Porcentagem: } 0,99 * 100 = 99\%$$



Resposta: A probabilidade que a tensão seja menor que 825 é de 99,38% ou 99% arredondado

b) Qual é a probabilidade de que a tensão de um corpo de prova esteja entre 680 e 790 MPa? Represente graficamente essa probabilidade.

$$\mu = 800 \text{ Mpa}$$

$$\sigma = 10\text{MPa}$$

$$x_1 = 680 \text{ MPa}$$

$$x_2 = 790 \text{ MPa}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

$$z_1 = (680 - 800) / 10 = -120/10 = -12$$

$$z_2 = (790 - 800) / 10 = -10/10 = -1$$

$$P(-12 < Z < -1) = P(Z < -1) - P(Z < -12)$$

$$P(Z < -1) - P(Z < -12) = A(-1) - A(-12)$$

$$A(-1) = 0,1587$$

$$A(-12) = 0,0000$$

$$A(-1) - A(-12) = 0,1587 - 0,00 = 0,1587$$

$$P = 0,1587$$

$$\text{Porcentagem} = 0,1587 * 100 = 15,87\%$$

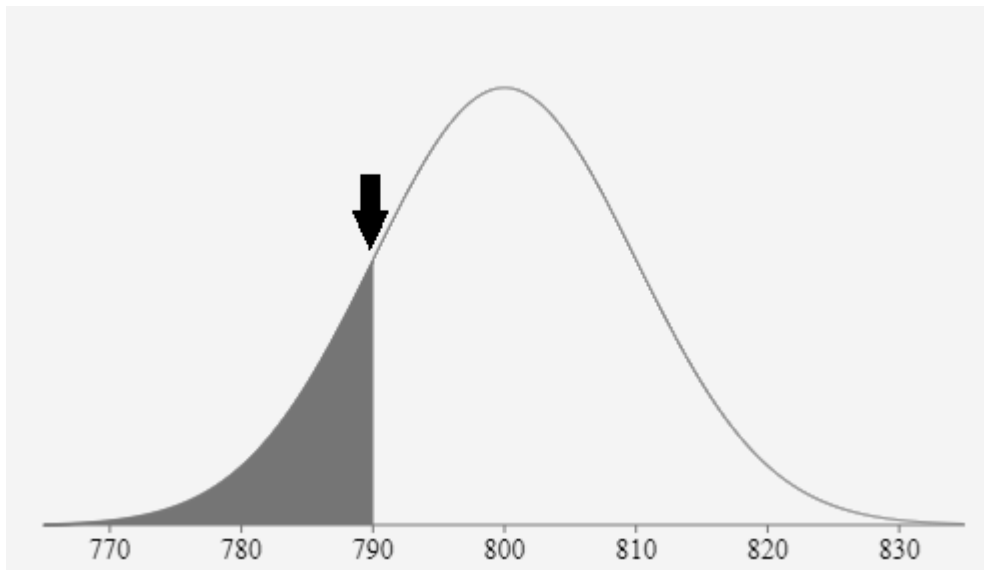
$$(\text{ARREDONDADO}) A(-1) = 0,1587 = 0,16$$

$$(\text{ARREDONDADO}) A(-12) = 0,0000$$

(ARREDONDADO) $A(-1) - A(-12) = 0,16 - 0,00 = 0,16$

(ARREDONDADO) $P = 0,16$

(ARREDONDADO) Porcentagem = $0,16 * 100 = 16\%$



Resposta: $P(-12 < Z < -1) = 15,87\%$ ou 16% arredondado

Exercício 3 (1,5): A altura variável de mudas para uma dada população é normalmente distribuída com média $\mu = 170$ mm e $\sigma = 5$ mm. Encontre a probabilidade dos seguintes eventos: Resposta em %

a) As alturas das plantas sejam de pelo menos 160 mm. Represente graficamente essa probabilidade.

$x = 160$ mm

$\mu = 170$ mm

$\sigma = 5$ mm

$z = (x - \mu) / \sigma = (160 - 170) / 5 = -10 / 5 = -2$

$P(z \geq -2) = 1 - P(z < -2)$

$P(z < -2) = 0,0228$

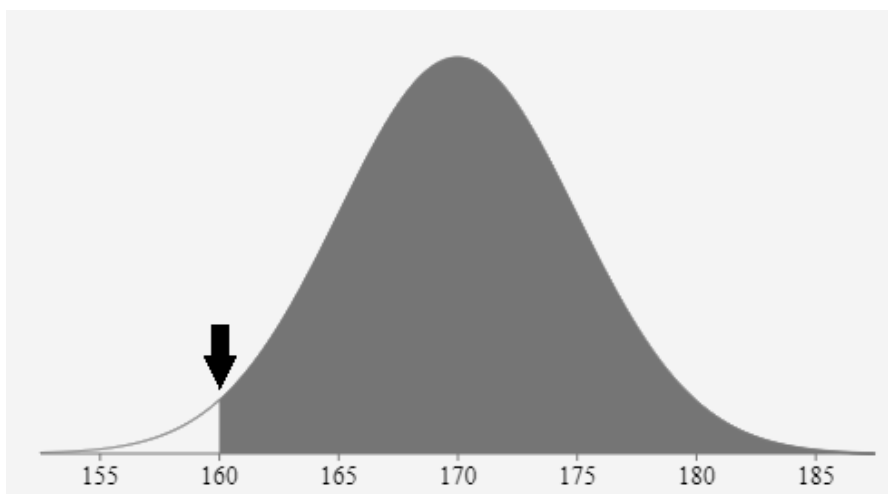
$P(z \geq -2) = 1 - 0,0228 = 0,9772$

Porcentagem: $0,9772 * 100 = 97,72\%$

(ARREDONDADO) $P(z < -2) = 0,0228 = 0,02$

(ARREDONDADO) $P(z \geq -2) = 1 - 0,02 = 0,98$

(ARREDONDADO) Porcentagem: $0,98 * 100 = 98\%$



Resposta: a probabilidade de que as plantas sejam de pelo menos 160mm é de $97,72\%$ ou 98% arredondado

b) Plantas com alturas entre 165 e 175 mm. Represente graficamente essa probabilidade.

$$\mu = 170 \text{ mm}$$

$$\sigma = 5 \text{ mm}$$

$$x_1 = 165 \text{ mm}$$

$$x_2 = 175 \text{ mm}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

$$z_1 = (165 - 170) / 5 = -5/5 = -1$$

$$z_2 = (175 - 170) / 5 = 5/5 = 1$$

$$P(-1 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -1)$$

$$P(Z < 1) - P(Z < -1) = A(1) - A(-1)$$

$$A(1) = 0,8413$$

$$A(-1) = 0,1587$$

$$A(1) - A(-1) = 0,8413 - 0,1587 = 0,6826$$

$$P = 0,6826$$

$$\text{Porcentagem} = 0,6826 * 100 = 68,26\%$$

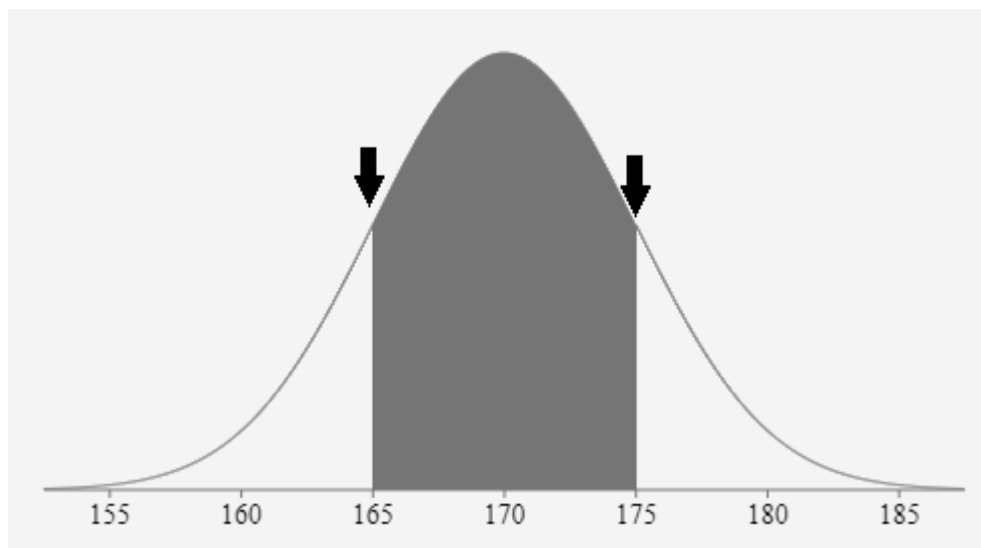
$$(\text{ARREDONDADO}) A(1) = 0,8413 = 0,84 \text{ (arredondada)}$$

$$(\text{ARREDONDADO}) A(-1) = 0,1587 = 0,16 \text{ (arredondada)}$$

$$(\text{ARREDONDADO}) A(1) - A(-1) = 0,84 - 0,16 = 0,68$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P = 0,68$$

$$(\text{ARREDONDADO}) \text{ Porcentagem} = 0,68 * 100 = 68\%$$



Resposta: a probabilidade das plantas terem alturas entre 165mm e 175 mm é de 68,26% ou 68% arredondado

Exercício 4 (vale 1,5): A vazão de um rio canalizado medido em m³/s é uma variável aleatória com distribuição aproximadamente normal com média de 3 m³/s e desvio padrão de 0,8 m³/s. A partir dessas referências calcular a probabilidade dos seguintes eventos: Resposta em %

- a) Evento A: a vazão num dado momento, é de no máximo, 2,4 m³/s. Represente graficamente a probabilidade de ocorrer o Evento A.

$$x = 2,4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\mu = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\sigma = 0,8 \text{ m}^3/\text{s}$$

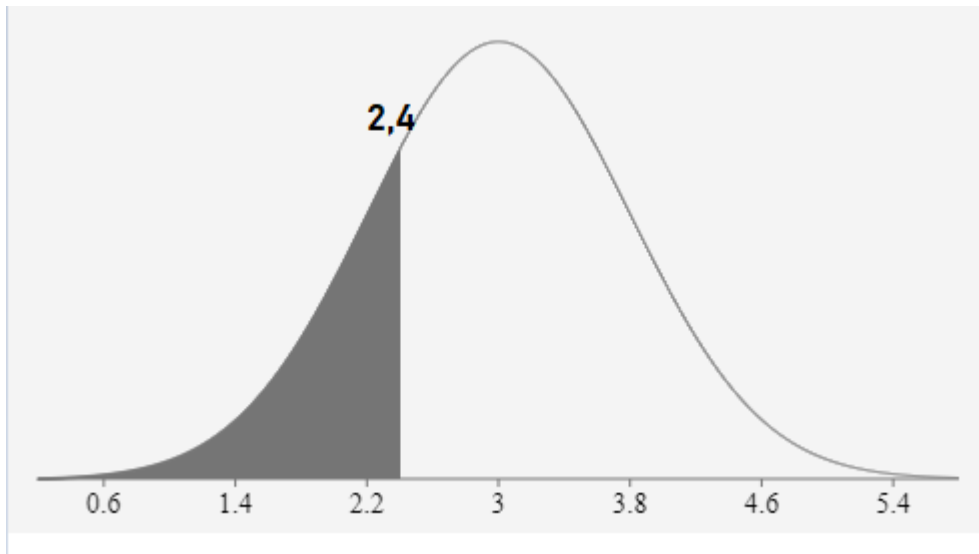
$$z = (x - \mu) / \sigma = (2,4 - 3) / 0,8 = -0,6 / 0,8 = -0,75$$

$$P(z \leq -0,75) = 0,2266$$

$$\text{Porcentagem: } 0,2266 * 100 = 22,66\%$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z \leq -0,75) = 0,2266 = 0,23 \text{ arredondado}$$

$$(\text{ARREDONDADO}) \text{ Porcentagem: } 0,23 * 100 = 23\%$$



Resposta: a probabilidade de ocorrer o evento A é de 22,66% ou 23% arredondado

- b) Evento B: a vazão num dado momento, está entre 2,8 e 3,4 m³/s. Represente graficamente a probabilidade de ocorrer o Evento A.

$$\mu = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\sigma = 0,8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$x_1 = 2,8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$x_2 = 3,4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

$$z_1 = (2,8 - 3) / 0,8 = -0,2 / 0,8 = -0,25$$

$$z_2 = (3,4 - 3) / 0,8 = 0,4 / 0,8 = 0,5$$

$$P(-0,25 < Z < 0,5) = P(Z < 0,5) - P(Z < -0,25)$$

$$P(Z < 0,5) - P(Z < -0,25) = A(0,5) - A(-0,25)$$

$$A(0,5) = 0,6915$$

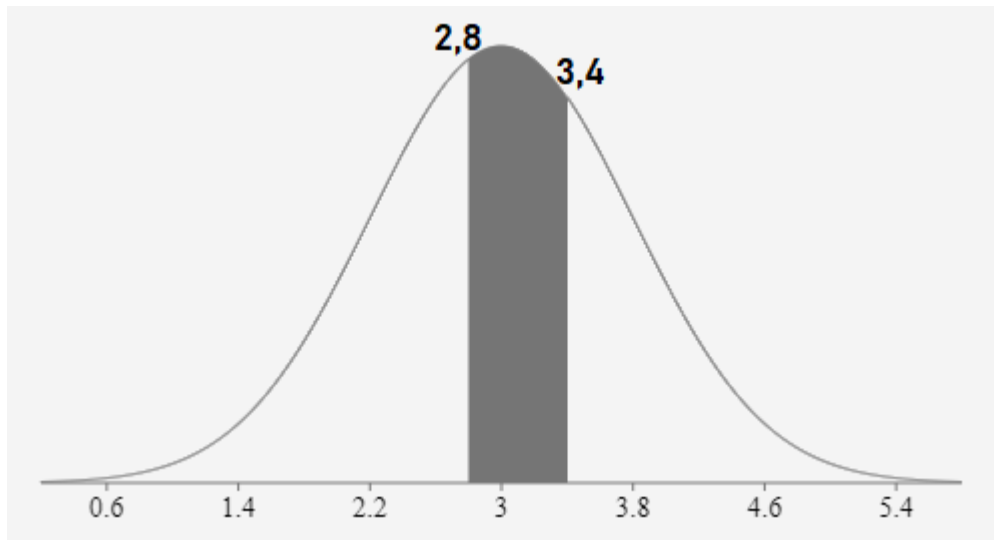
$$A(-0,25) = 0,4013$$

$$A(0,5) - A(-0,25) = 0,6915 - 0,4013 = 0,2902$$

$$P = 0,2902$$

$$\text{Porcentagem} = 0,2902 * 100 = 29,02\%$$

(ARREDONDADO) $A(0,5) = 0,6915 = 0,69$
 (ARREDONDADO) $A(-0,25) = 0,4013 = 0,40$
 (ARREDONDADO) $A(0,5) - A(-0,25) = 0,69 - 0,40 = 0,29$
 (ARREDONDADO) $P = 0,29$
 (ARREDONDADO) Porcentagem $= 0,29 * 100 = 29\%$



Resposta: a probabilidade de ocorrer o evento B é de 29,02% ou 29% arredondado

Exercício 5 (1,0): O diâmetro do eixo principal de um disco rígido segue a distribuição Normal com média 25,08 pol. e desvio padrão 0,05 pol. Se as especificações para esse eixo são $25,00 \pm 0,15$ pol., determine o percentual de unidades produzidas em conformidades com as especificações. Resposta em %

$$\mu = 25,08 \text{ pol}$$

$$\sigma = 0,05 \text{ pol}$$

$$x1 = 25 - 0,15 = 24,85 \text{ pol}$$

$$x2 = 25 + 0,15 = 25,15 \text{ pol}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

$$z1 = (24,85 - 25,08) / 0,05 = -0,23 / 0,05 = -4,6$$

$$z2 = (25,15 - 25,08) / 0,05 = 0,07 / 0,05 = 1,4$$

$$P(-4,6 < Z < 1,4) = P(Z < 1,4) - P(Z < -4,6)$$

$$P(Z < 1,4) - P(Z < -4,6) = A(1,4) - A(-4,6)$$

$$A(1,4) = 0,9192$$

$$A(-4,6) = 0,0000$$

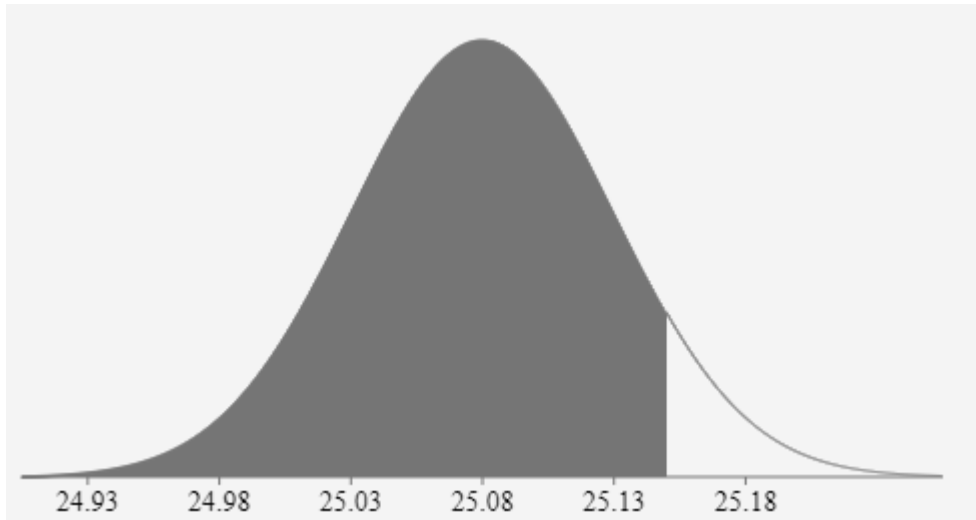
$$A(1,4) - A(-4,6) = 0,9192 - 0,00 = 0,9192$$

$$P = 0,9192$$

$$\text{Porcentagem} = 0,9192 * 100 = 91,92\%$$

(ARREDONDADO) $A(1,4) = 0,9192 = 0,92$ arredondado
 (ARREDONDADO) $A(-4,6) = 0,0000$
 (ARREDONDADO) $A(1,4) - A(-4,6) = 0,92 - 0,00 = 0,92$
 (ARREDONDADO) $P = 0,92$

(ARREDONDADO) Porcentagem = $0,92 \cdot 100 = 92\%$



Resposta: O percentual de unidades produzidas em conformidades com as especificações é de **91,92% ou 92% arredondado**

Exercício 6 (1,5) Através de levantamentos anteriores, verificou-se que o tempo médio gasto por um candidato a supervisor de vendas, em determinado teste, é aproximadamente normal com média de 60 minutos e desvio padrão de 20 minutos. Resposta em %

a) Que porcentagem de candidatos levará menos de 60 minutos para concluir o teste?

$$\mu = 60 \text{ min}$$

$$\sigma = 20 \text{ min}$$

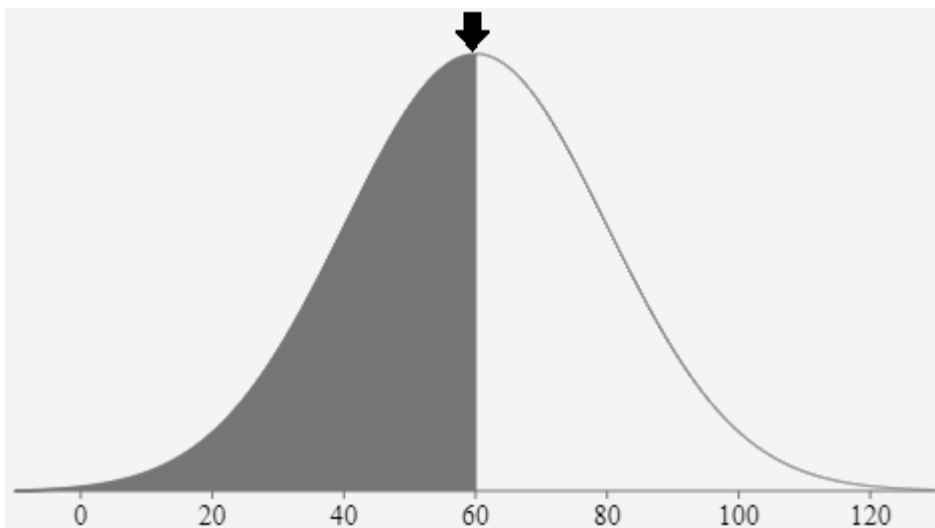
$$x = 60 \text{ min}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma = (60 - 60) / 20 = 0 / 20 = 0$$

$$P(z < 0) = 0,50$$

$$\text{Porcentagem: } 0,5 \cdot 100 = 50\%$$

$$\text{Porcentagem: } 0,5 \cdot 100 = 50\%$$



Resposta: 50% dos candidatos levarão menos de 60 minutos para a conclusão do teste

b) Que percentagem não terminará o teste se o tempo máximo concedido é de 90 minutos?

$$\mu = 60 \text{ min}$$

$$\sigma = 20 \text{ min}$$

$$x = 90 \text{ min}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma = (90 - 60) / 20 = 30/20 = 1,5$$

$$P(z > 1,5) = 1 - P(z < 1,5)$$

$$P(z < 1,5) = 0,9332$$

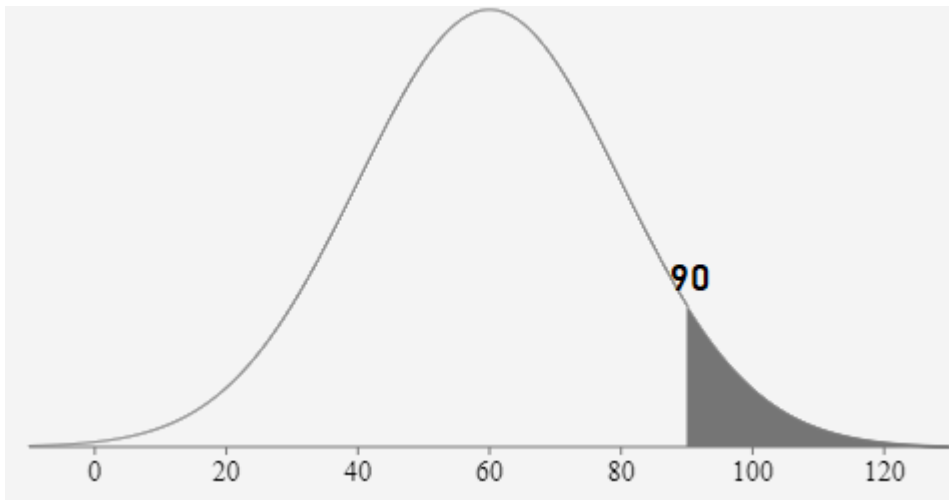
$$P(z > 1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

$$\text{Porcentagem: } 0,0668 * 100 = 6,68\%$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < 1,5) = 0,9332 = 0,93 \text{ arredondado}$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z > 1,5) = 1 - 0,93 = 0,07$$

$$(\text{ARREDONDADO}) \text{ Porcentagem: } 0,07 * 100 = 7\%$$



Resposta: 6,68% (ou 7% arredondado) não terminará o teste se o tempo máximo concedido for de 90 minutos.

c) Se 50 candidatos fazem o teste, quantos podem esperar que o terminem nos primeiros 40 minutos?

$$\mu = 60 \text{ min}$$

$$\sigma = 20 \text{ min}$$

$$x = 40 \text{ min}$$

$$z = (x - \mu) / \sigma = (40 - 60) / 20 = -20/20 = -1$$

$$P(z < -1) = 0,1587$$

$$P = 0,1587$$

$$\text{Porcentagem: } 0,1587 * 100 = 15,87\%$$

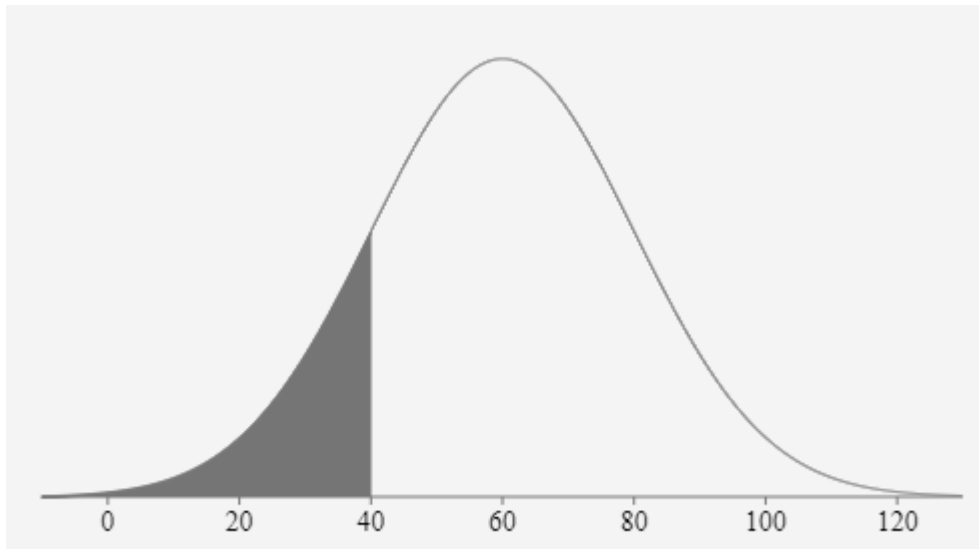
$$15,87 \text{ de } 50 \text{ candidatos: } (15,87 * 50) / 100 = 793,5 / 100 = 7,935$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < -1) = 0,1587 = 0,16 \text{ arredondado}$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < -1) P = 0,16$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < -1) \text{ Porcentagem: } 0,16 * 100 = 16\%$$

$$(\text{ARREDONDADO}) P(z < -1) 16\% \text{ de } 50 \text{ candidatos: } (16 * 50) / 100 = 800 / 100 = 8$$



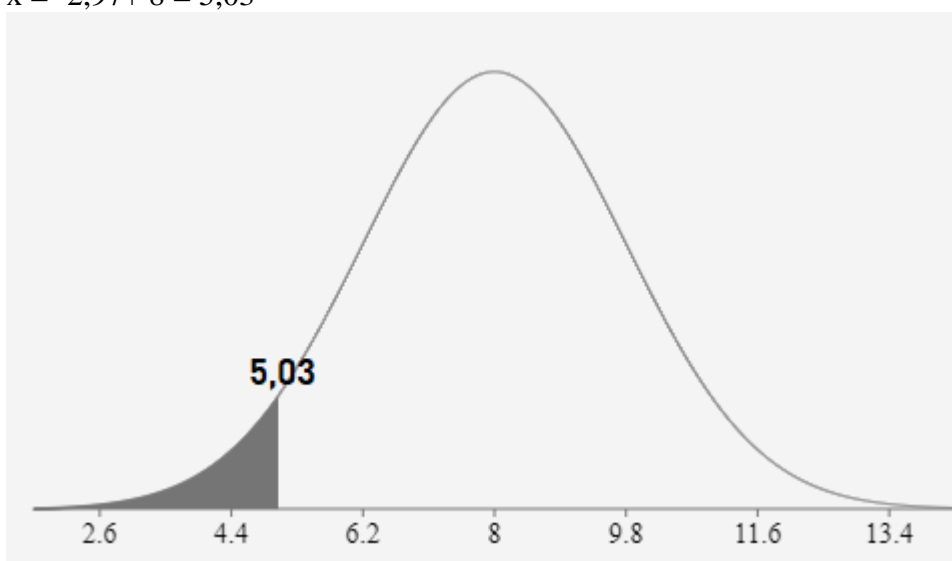
Resposta: Se 50 candidatos fizerem o teste se espera que 7 (ou 8, se considerarmos arredondamentos) terminem nos primeiros 40 minutos

Exercício 7 (1,0)-A vida média de uma marca de televisão é de 8 anos com desvio padrão de 1,8 anos. A campanha de lançamento diz que todos os produtos que tiverem defeito dentro do prazo de garantia serão trocados por novos. Se você fosse o gerente de produção, qual seria o tempo de garantia que você especificaria para ter no máximo 5% de trocas?

$$\begin{aligned}\mu &= 8 \text{ anos} \\ \sigma &= 1,8 \text{ anos} \\ x &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P &= 5/100 = 0,05 \\ 0,05 &\rightarrow z < -1,65 \text{ (0,0495 na tabela, o mais próximo de 0,05 sem ultrapassar esse valor)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-1,64 &= (x - \mu) / \sigma \\ (x - 8) / 1,8 &= -1,65 \\ x - 8 &= -1,65 * 1,8 \\ x - 8 &= -2,97 \\ x &= -2,97 + 8 = 5,03\end{aligned}$$



Resposta: O tempo de garantia para se ter no máximo 5% de trocas deveria ser de 5,03 anos