



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

## V602 - Röntgenemission und -absorption

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

DURCHFÜHRUNG AM 16. APRIL 2019

ABGABE AM 23. APRIL 2019

# **Inhaltsverzeichnis**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Zielsetzung</b>   | <b>3</b>  |
| <b>2 Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1 Kontinuierliches Bremsspektrum der Röntgenstrahlung . . . . .  | 3         |
| 2.2 Charakteristisches Spektrum der Röntgenstrahlung . . . . .   | 3         |
| 2.3 Absorption von Röntgenstrahlung . . . . .  | 4         |
| 2.4 Bragg-Reflexion . . . . .  | 4         |
| <b>3 Durchführung</b>  | <b>5</b>  |
| 3.1 Aufbau des Versuches . . . . .   | 5         |
| 3.2 Durchführung . . . . .   | 5         |
| <b>4 Auswertung</b>  | <b>6</b>  |
| 4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .  | 6         |
| 4.2 Bremsspektrum einer Cu-Röntgenröhre . . . . .  | 8         |
| 4.3 Charakteristisches Spektrum einer Cu-Röntgenröhre . . . . .  | 8         |
| 4.4 Absorptionsspektrum ( $K$ -Kante) verschiedener Absorbermaterialien mit $Z < 70$ . . . . .                   | 10        |
| 4.5 Moseleysches Gesetz . . . . .  | 15        |
| 4.6 Absorptionsspektrum ( $L$ -Kante) eines Absorbers mit $Z > 70$ . . . . .                                     | 18        |
| <b>5 Diskussion</b>  | <b>18</b> |
| 5.1 Ergebnisse der Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .   | 18        |
| 5.2 Ergebnisse der Untersuchung des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre                                     | 18        |
| 5.3 Ergebnisse der Untersuchung der Absorptionsspektren verschiedener Absorbermaterialien mit $Z < 70$ . . . . . | 19        |
| 5.4 Ergebnisse der Untersuchung eines Absorptionsspektrums eines Absorbers mit $Z > 70$ . . . . .                | 19        |
| 5.5 Ergebnisse der Berechnungen zum Moseleyschen Gesetz . . . . .  | 20        |
| <b>Literatur</b>   | <b>20</b> |

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre sowie die Absorptionsspektren verschiedener Materialien erfasst und analysiert.

## 2 Theorie

Zur Erzeugung von Röntgenstrahlung werden im Vakuum aus einer Glühkathode Elektronen zur Emission angeregt und mithilfe einer Anode beschleunigt. An der Anode werden zwei Anteile der Röntgenstrahlung sichtbar. Sie besteht einerseits aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und andererseits aus der charakteristischen Strahlung.

### 2.1 Kontinuierliches Bremsspektrum der Röntgenstrahlung

Das kontinuierliche Bremsspektrum wird durch Abbremsen der Elektronen im Coulomb-Potential des Atomkerns erzeugt. Der Verlust kinetischer Energie  $\Delta E_{\text{kin}}$  des Elektrons wird dabei durch Aussendung eines Photons mit der Energie  $\Delta E_{\text{kin}}$  kompensiert. Dieses Photon wird auch als Röntgenquant bezeichnet. Das kontinuierliche Spektrum entsteht, da ein Elektron auch nur einen Teil seiner kinetischen Energie beim Abbremsen verlieren kann. Daher entsteht ein Photon maximaler Energie oder analog minimaler Wellenlänge  $\lambda_{\min}$  nur bei vollständiger Bremsung des Elektrons. Für die Wellenlänge folgt dann

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}, \quad (1)$$

wobei  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $e_0 U$  die kinetische Energie der Elektronen durch die Beschleunigungsspannung  $U$  darstellen.

### 2.2 Charakteristisches Spektrum der Röntgenstrahlung

Das charakteristische Spektrum ist materialspezifisch, ändert sich also bei verschiedenen Anodenmaterialien. Es entsteht durch Ionisation des Anodenmaterials, wodurch eine Leerstelle in einer der inneren Schalen mit Energieniveau  $E_n$  entsteht. Auf diese Leerstelle fällt dann aufgrund der geringeren Energie des Zustands ein Elektron der äußeren Schale mit Energieniveau  $E_m$  zurück. Daraus ergibt sich die Energie des Röntgenquants zu  $E_{\text{Rö}} = h\nu = E_m - E_n$ . Somit lässt sich begründen, dass das charakteristische Spektrum aus scharfen Linien besteht. Namensgebend für die jeweiligen Linien ( $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$ ) ist die Zielschale ( $K, L, M, \dots$ ) des herabfallenden Elektrons sowie seine Ursprungsschale. Diese ist dem griechischen Buchstaben zu entnehmen.

Bei Mehrelektronenatomen ist zudem die Abschirmung der Kernladung durch die Hüllenelektronen und die Wechselwirkung der Elektronen untereinander zu beachten. Dadurch verringert sich die effektive Coulomb-Anziehung der Außenelektronen und für die Bindungsenergie gilt

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot n^{-2}, \quad (2)$$

wobei  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$  ist und mit  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  die Abschirmung mit Abschirmkonstante  $\sigma$  berücksichtigt wird. Diese ist für jedes Elektron verschieden und empirisch bestimmbar.

Aufgrund verschiedener Bahndrehimpulse und Spins der Außenelektronen besitzen sie keine identische Bindungsenergie und jede Linie des charakteristischen Spektrums besteht tatsächlich aus mehreren nahe beieinander liegenden Linien. Dies wird als sogenannte Feinstruktur bezeichnet.

### 2.3 Absorption von Röntgenstrahlung

Bei der Betrachtung der Absorption von Röntgenstrahlung überwiegen der Photoeffekt und Comptoneffekt. Charakteristisch ist der sogenannte Absorptionskoeffizient, der mit zunehmender Energie abnimmt. Er steigt allerdings sprunghaft an, sobald die Energie der Röntgenquanten größer ist als die Bindungsenergie der Elektronen der nächsttieferen Schale. Die Energien, bei denen ein solch sprunghafter Anstieg zu beobachten ist, berechnen sich analog zur Emission nach  $h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_\infty$ . Die Bezeichnung der Schalen erfolgt hier nach der Ursprungsschale des Elektrons als  $K-, L-, M-$ -Absorptionskanne. Auch hier tritt wieder eine Feinstruktur auf (z.B.  $L_I, L_{II}, L_{III}$ ), allerdings nur eine  $K-$ -Kante. Um die Feinstruktur mit einzubeziehen, wird die Bindungsenergie  $E_{n,j}$  eines Elektrons mit Hauptquantenzahl  $n$  und Gesamtdrehimpuls  $j$  nach der Sommerfeldschen Feinstrukturformel

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{\text{eff},1}^2 \cdot n^{-2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot n^{-3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (3)$$

berechnet, wobei  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante darstellt.

Zur Bestimmung der Abschirmkonstante  $\sigma_L$  ist zu berücksichtigen, dass die Abschirmzahlen aller beteiligten Elektronen mit einbezogen werden müssen. Da dies sehr komplex ist, kann die Berechnung vereinfacht werden, indem die Energiedifferenz  $\Delta E_L$  zweier L-Kanten bestimmt wird. Anhand der im Folgenden bestimmten  $L_I-$  und  $L_{II}-$ Kanten kann die Abschirmkonstante aus

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2} \quad (4)$$

bestimmt werden.

### 2.4 Bragg-Reflexion

Zur experimentellen Bestimmung der Photonenergie und damit der Wellenlänge der Röntgenquanten wird die Bragg-Reflexion verwendet. Dazu werden die Röntgenstrahlen auf ein dreidimensionales Kristallgitter (z.B. LiF-Kristall) gelenkt. Dort treten an den Gitteratomen Beugungsphänomene auf, sodass die Röntgenstrahlen miteinander interferieren. Unter dem sogenannten Glanzwinkel  $\theta$  tritt dann konstruktive Interferenz auf. Sofern der Gitterabstand  $d$  des verwendeten Kristalls bekannt ist, kann mithilfe der Bragg-Gleichung

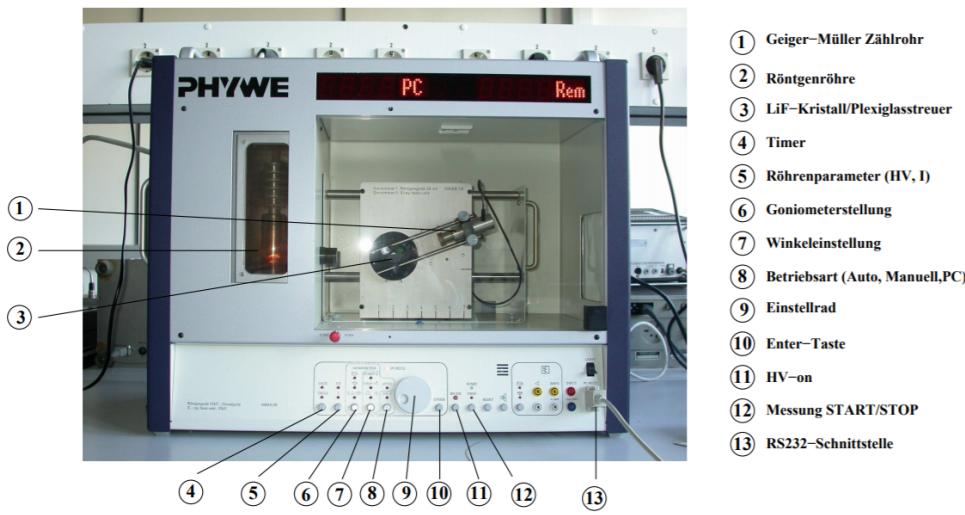
$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (5)$$

die Wellenlänge  $\lambda$  der Röntgenstrahlung bestimmt werden, wobei  $n$  die Ordnung des Interferenzmaximums angibt.

### 3 Durchführung

#### 3.1 Aufbau des Versuches

Der experimentelle Aufbau des Versuches ist gegeben durch eine Kupfer-Röntgenröhre, einem Lithiumfluorid-Kristall und einem Geiger-Müller-Zählrohr. Der Aufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.



**Abbildung 1:** Der experimentelle Aufbau der Röntgenröhre [2].

Die Aufnahme der jeweiligen Messwerte kann von dem Gerät manuell als auch elektronisch erfolgen. Zu Anfang werden folgende Parameter überprüft:

1. Die Messart : Spektren
2. Beschleunigungsspannung  $U_b = 35 \text{ kV}$
3. Emissionstrom  $I = 1 \text{ mA}$
4. Waagerechte Haltung der Schlitzblende auf dem Geiger-Müller-Zählrohr

Der waagerechte Sitz ist von großer Bedeutung, da ansonsten die Schichtdicke nicht konstant zum Einfallswinkel steht.

#### 3.2 Durchführung

Zu Beginn wird bei einem Winkel von  $\theta = 14^\circ$  die Bragg-Bedingung der Kristallwinkel überprüft. Im Anschluss wird das Geiger-Müller-Zählrohr in einem Winkelbereich von

$26^\circ < \alpha < 30^\circ$  die Intensität der Röntgenstrahlung gemessen. Die Schritte sind jeweils in einem  $0,1^\circ$  Unterschied zu vernehmen. Aus den nun ermittelten Messwerten wird das Maximum der Kurve bestimmt und mit gegebenen Literaturwinkeln verglichen.

Im Folgenden wird das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre untersucht. Dazu wird der Koppelmodus von 2:1 gewählt, wobei die erste Beugungsordnung ( $n = 1$ ) in einem Bereich von  $4^\circ$  bis  $26^\circ$  gemessen wird. Hier werden  $0,2^\circ$  Schritte genutzt. Pro Winkel ist eine Integrationszeit von  $\Delta t = 5$  s eingestellt.

Zum Schluss wird ein Germaniumabsorber vor dem Geiger-Müller-Zählrohr eingesetzt und gemessen. Hier wird in  $0,1^\circ$  Schritten gemessen, und eine Integrationszeit von  $\Delta t = 20$  s eingestellt. Der zu untersuchende Winkelbereich wird durch eine Rechnung der Braggwinkel festgelegt. Um den nun ermittelten Winkel wird ein Bereich von  $2^\circ$  eingestellt. Analog werden für vier weitere Absorber mit den Kernladungszahlen im Bereich von 30 bis 50  $Z$  die Messreihe wiederholt. Letztenendes wird die Messung des Absorptionsspektrums für einen Absorber mit einer Kernladungszahl bis einschließlich 70 gemessen, und die Messung beendet.

## 4 Auswertung

Die Daten aus Tabelle 1 werden zur Auswertung und Ermittlung benötigt.

**Tabelle 1:** Verwendete Literaturwerte zur Einstellung der passenden Winkelbereiche für verschiedene Absorbermaterialien [4].

| Metall                    | Kernladungszahl $Z$ | $E_K^{Lit.}$ / keV | $\theta_K^{Lit.}$ |
|---------------------------|---------------------|--------------------|-------------------|
| Zink                      | 30                  | 9,65               | $18,6^\circ$      |
| Germanium                 | 32                  | 11,11              | $16,09^\circ$     |
| Brom                      | 35                  | 13,47              | $13,21^\circ$     |
| Strontium                 | 38                  | 16,10              | $11,02^\circ$     |
| Zirkonium                 | 40                  | 18,01              | $9,85^\circ$      |
| Quecksilber ( $L_I$ )     | 80                  | 14,84              | $11,97^\circ$     |
| Quecksilber ( $L_{II}$ )  | 80                  | 14,21              | $12,51^\circ$     |
| Quecksilber ( $L_{III}$ ) | 80                  | 12,28              | $14,52^\circ$     |

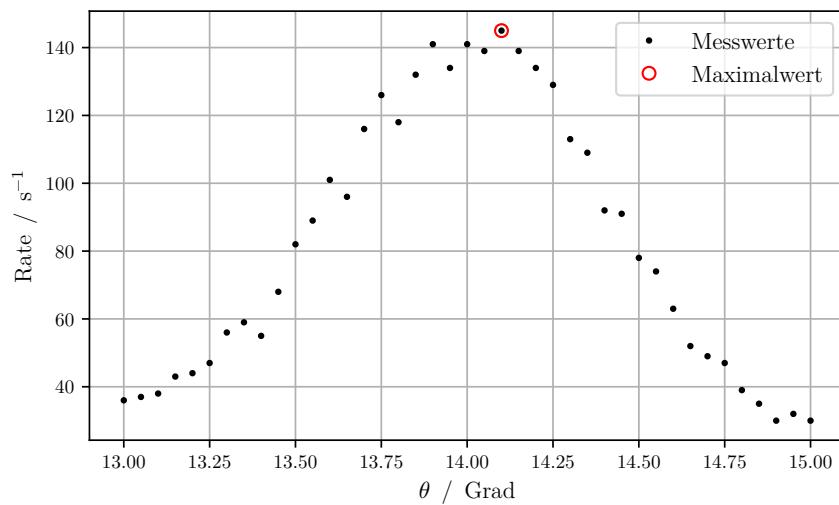
### 4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Bei der Messung zur Überprüfung der Bragg-Bedingung ergibt sich aus den in Tabelle 2 aufgenommenen Messwerten die in Abbildung 2 dargestellte Kurve.

Das gemessene Maximum der Kurve liegt bei  $\theta_{max} = 14,1^\circ$  bei einem Sollwert von  $\theta_{soll} = 14^\circ$ . Somit liegt der Wert im Toleranzbereich und die Bragg-Bedingung wird als erfüllt angesehen.

**Tabelle 2:** Aufgenommene Messwerte zur Überprüfung der Bragg-Bedingung.

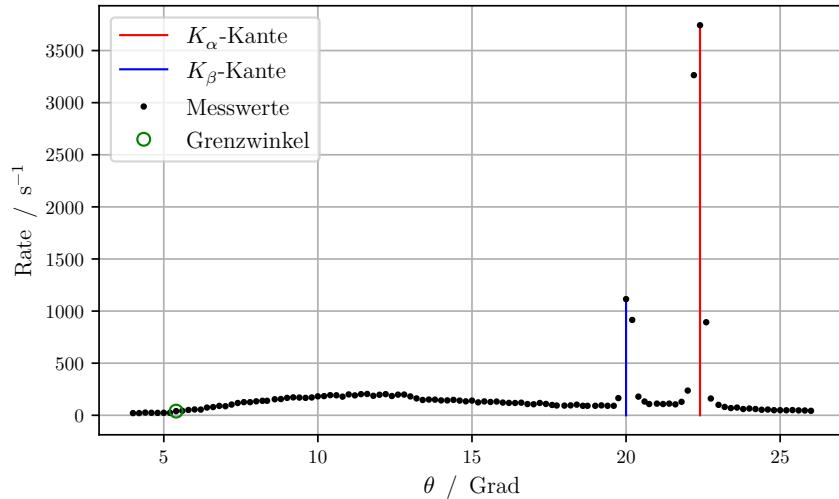
| Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| 13,0                           | 36,0                | 14,1                           | 139,0               |
| 13,1                           | 37,0                | 14,1                           | 145,0               |
| 13,1                           | 38,0                | 14,2                           | 139,0               |
| 13,2                           | 43,0                | 14,2                           | 134,0               |
| 13,2                           | 44,0                | 14,2                           | 129,0               |
| 13,2                           | 47,0                | 14,3                           | 113,0               |
| 13,3                           | 56,0                | 14,3                           | 109,0               |
| 13,3                           | 59,0                | 14,4                           | 92,0                |
| 13,4                           | 55,0                | 14,4                           | 91,0                |
| 13,4                           | 68,0                | 14,5                           | 78,0                |
| 13,5                           | 82,0                | 14,6                           | 74,0                |
| 13,6                           | 89,0                | 14,6                           | 63,0                |
| 13,6                           | 101,0               | 14,7                           | 52,0                |
| 13,7                           | 96,0                | 14,7                           | 49,0                |
| 13,7                           | 116,0               | 14,8                           | 47,0                |
| 13,8                           | 126,0               | 14,8                           | 39,0                |
| 13,8                           | 118,0               | 14,8                           | 35,0                |
| 13,8                           | 132,0               | 14,9                           | 30,0                |
| 13,9                           | 141,0               | 14,9                           | 32,0                |
| 13,9                           | 134,0               | 15,0                           | 30,0                |
| 14,0                           | 141,0               |                                |                     |



**Abbildung 2:** Graphische Darstellung der Messdaten zur Überprüfung der Bragg-Bedingung.

## 4.2 Bremsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Die aufgenommenen Messwerte für das gesamte Emissionsspektrum der verwendeten Cu-Röntgenröhre sind in Tabelle 3 zu finden. Außerdem sind sie in Abbildung 3 graphisch dargestellt.



**Abbildung 3:** Graphische Darstellung des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre sowie Kennzeichnung des Maximums des Bremsbergs und der charakteristischen Linien.

Aus den Messdaten ergibt sich ein Grenzwinkel von  $\theta_{\text{grenz}} = 5,4^\circ$ . Daraus ergeben sich minimale Wellenlänge nach  $\lambda_{\min} = 2d \sin \theta$  bzw. maximale Energie nach  $E_{\max} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\min}}$  zu

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= 3,791 \cdot 10^{-11} \text{ m} \\ E_{\max} &= 32,711 \text{ keV},\end{aligned}$$

wobei  $d = 201,4 \text{ pm}$  der Kristallgitterabstand des LiF-Kristalls ist,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit.

## 4.3 Charakteristisches Spektrum einer Cu-Röntgenröhre

Die  $K_\beta$ -Kante lässt sich aus dem Spektrum in Abbildung 3 bei  $\theta_\beta = 20^\circ$  erkennen. Daraus ergeben sich eine minimale Wellenlänge und eine maximale Energie von

$$\begin{aligned}\lambda_{K_\beta} &= 1,378 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ E_{K_\beta} &= 9,000 \text{ keV}.\end{aligned}$$

Zur Bestimmung der Halbwertsbreite wird eine lineare Interpolation an der linken und rechten Flanke um den Maximalwert durchgeführt und damit die Differenz der

**Tabelle 3:** Messwerte des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre.

| Winkel $\theta/^\circ$ | Rate $n/s^{-1}$ | Winkel $\theta/^\circ$ | Rate $n/s^{-1}$ | Winkel $\theta/^\circ$ | Rate $n/s^{-1}$ |
|------------------------|-----------------|------------------------|-----------------|------------------------|-----------------|
| 4,0                    | 21,0            | 11,4                   | 203,0           | 18,8                   | 91,0            |
| 4,2                    | 21,0            | 11,6                   | 205,0           | 19,0                   | 91,0            |
| 4,4                    | 26,0            | 11,8                   | 187,0           | 19,2                   | 95,0            |
| 4,6                    | 24,0            | 12,0                   | 197,0           | 19,4                   | 91,0            |
| 4,8                    | 23,0            | 12,2                   | 203,0           | 19,6                   | 91,0            |
| 5,0                    | 24,0            | 12,4                   | 185,0           | 19,8                   | 165,0           |
| 5,2                    | 24,0            | 12,6                   | 198,0           | 20,0                   | 1115,0          |
| 5,4                    | 40,0            | 12,8                   | 199,0           | 20,2                   | 915,0           |
| 5,6                    | 43,0            | 13,0                   | 181,0           | 20,4                   | 179,0           |
| 5,8                    | 51,0            | 13,2                   | 162,0           | 20,6                   | 132,0           |
| 6,0                    | 56,0            | 13,4                   | 147,0           | 20,8                   | 108,0           |
| 6,2                    | 55,0            | 13,6                   | 151,0           | 21,0                   | 112,0           |
| 6,4                    | 74,0            | 13,8                   | 150,0           | 21,2                   | 108,0           |
| 6,6                    | 79,0            | 14,0                   | 143,0           | 21,4                   | 112,0           |
| 6,8                    | 90,0            | 14,2                   | 143,0           | 21,6                   | 105,0           |
| 7,0                    | 87,0            | 14,4                   | 148,0           | 21,8                   | 129,0           |
| 7,2                    | 103,0           | 14,6                   | 141,0           | 22,0                   | 237,0           |
| 7,4                    | 118,0           | 14,8                   | 134,0           | 22,2                   | 3264,0          |
| 7,6                    | 126,0           | 15,0                   | 141,0           | 22,4                   | 3743,0          |
| 7,8                    | 126,0           | 15,2                   | 124,0           | 22,6                   | 893,0           |
| 8,0                    | 134,0           | 15,4                   | 133,0           | 22,8                   | 161,0           |
| 8,2                    | 139,0           | 15,6                   | 128,0           | 23,0                   | 100,0           |
| 8,3                    | 139,0           | 15,8                   | 132,0           | 23,2                   | 80,0            |
| 8,6                    | 154,0           | 16,0                   | 122,0           | 23,4                   | 69,0            |
| 8,8                    | 156,0           | 16,2                   | 119,0           | 23,6                   | 74,0            |
| 9,0                    | 167,0           | 16,4                   | 118,0           | 23,8                   | 60,0            |
| 9,2                    | 172,0           | 16,6                   | 121,0           | 24,0                   | 65,0            |
| 9,4                    | 170,0           | 16,8                   | 108,0           | 24,2                   | 60,0            |
| 9,6                    | 167,0           | 17,0                   | 106,0           | 24,4                   | 53,0            |
| 9,8                    | 171,0           | 17,2                   | 118,0           | 24,6                   | 55,0            |
| 10,0                   | 182,0           | 17,4                   | 109,0           | 24,8                   | 49,0            |
| 10,2                   | 184,0           | 17,6                   | 99,0            | 25,0                   | 49,0            |
| 10,4                   | 193,0           | 17,8                   | 94,0            | 25,2                   | 48,0            |
| 10,6                   | 192,0           | 18,0                   | 93,0            | 25,4                   | 50,0            |
| 10,8                   | 179,0           | 18,2                   | 95,0            | 25,6                   | 47,0            |
| 11,0                   | 200,0           | 18,4                   | 102,0           | 25,8                   | 46,0            |
| 11,2                   | 191,0           | 18,6                   | 91,0            | 26,0                   | 43,0            |

errechneten theoretischen Winkel auf halber Höhe des Peaks berechnet. Es ergibt sich eine Halbwertsbreite von  $\theta_{\text{HWB}} = 0,444^\circ$  und damit ein Auflösungsvermögen der Apparatur von 190,13 eV.

Analoge Berechnungen werden für die  $K_\alpha$ -Kante ausgeführt: Hier berechnen sich minimale Wellenlänge und maximale Energie zu

$$\begin{aligned}\lambda_{K_\alpha} &= 1,535 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ E_{K_\alpha} &= 8,078 \text{ keV.}\end{aligned}$$

Die lineare Interpolation ergibt eine Halbwertsbreite von  $\theta_{\text{HWB}} = 0,423^\circ$  und ein Auflösungsvermögen von 145,90 eV. Daraus folgt ein mittleres Auflösungsvermögen von  $(168,015 \pm 22,115)$  eV.

Die Abschirmkonstante berechnet sich aus der nach  $\sigma$  umgestellten Gleichung (2):

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= -\sqrt{\frac{E_{K_\beta}}{R_\infty}} + Z \\ &= 3,28.\end{aligned}$$

Für  $\sigma_2$  ergibt sich

$$\begin{aligned}E_{K_\alpha} &= R_\infty(z - \sigma_1)^2 - \frac{1}{4}R_\infty(z - \sigma_2)^2 \\ \Rightarrow \sigma_2 &= -\sqrt{4(z - \sigma_1)^2 - \frac{4E_{K_\alpha}}{R_\infty}} + Z \\ &= 12,62.\end{aligned}$$

Für  $\sigma_3$  ergibt sich

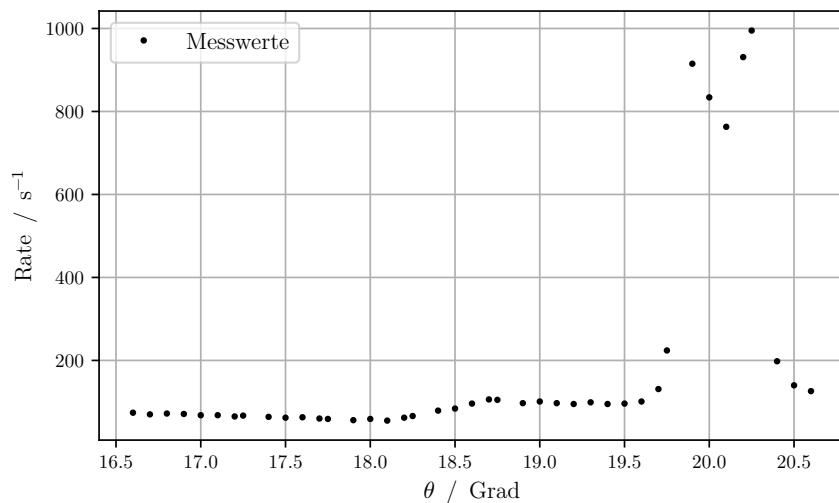
$$\begin{aligned}E_{K_\beta} &= R_\infty(z - \sigma_1)^2 - \frac{1}{9}R_\infty(z - \sigma_3)^2 \\ \Rightarrow \sigma_3 &= -\sqrt{9(z - \sigma_1)^2 - \frac{9E_{K_\beta}}{R_\infty}} + Z \\ &= 28,36.\end{aligned}$$

#### 4.4 Absorptionsspektrum ( $K$ -Kante) verschiedener Absorbermaterialien mit $Z < 70$

Im zweiten Versuchsteil werden bei vier verschiedenen Absorbermaterialien die Absorptionskanten sowie die Absorptionskoeffizienten untersucht. Die dazu aufgenommenen Messdaten sind in Tabelle 4 bis 7 sowie Abbildung 4 bis 7 dargestellt. Aus Tabelle 4 bis 7 sowie Abbildung 4 bis 7 lassen sich jeweils die Winkel der  $K_\alpha$ -Kante ablesen. Diese sowie die dazugehörigen Energien und Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle

**Tabelle 4:** Messwerte des Absorptionsspektrums von Zink.

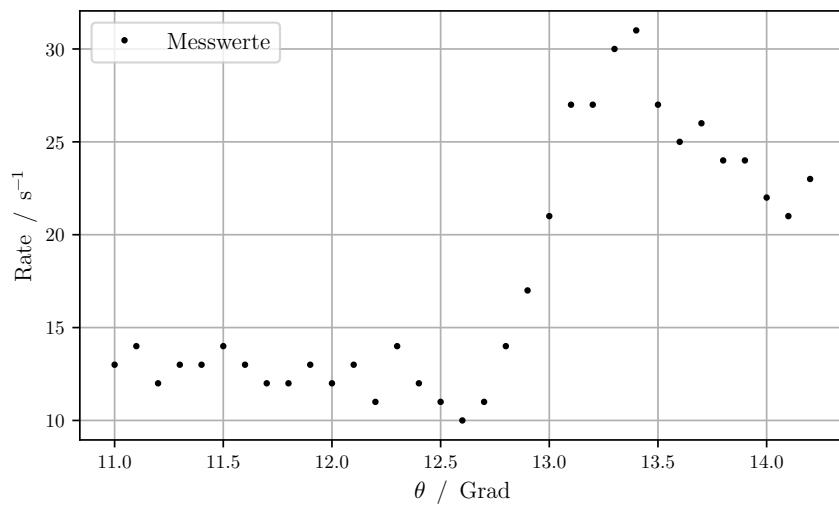
| Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| 16,6                           | 74,0                | 18,7                           | 106,0               |
| 16,7                           | 70,0                | 18,8                           | 105,0               |
| 16,8                           | 72,0                | 18,9                           | 97,0                |
| 16,9                           | 71,0                | 19,0                           | 101,0               |
| 17,0                           | 68,0                | 19,1                           | 97,0                |
| 17,1                           | 68,0                | 19,2                           | 95,0                |
| 17,2                           | 65,0                | 19,3                           | 99,0                |
| 17,2                           | 67,0                | 19,4                           | 95,0                |
| 17,4                           | 64,0                | 19,5                           | 96,0                |
| 17,5                           | 62,0                | 19,6                           | 101,0               |
| 17,6                           | 63,0                | 19,7                           | 131,0               |
| 17,7                           | 60,0                | 19,8                           | 224,0               |
| 17,8                           | 59,0                | 19,9                           | 915,0               |
| 17,9                           | 56,0                | 20,0                           | 834,0               |
| 18,0                           | 59,0                | 20,1                           | 763,0               |
| 18,1                           | 55,0                | 20,2                           | 931,0               |
| 18,2                           | 62,0                | 20,2                           | 995,0               |
| 18,2                           | 66,0                | 20,4                           | 198,0               |
| 18,4                           | 79,0                | 20,5                           | 140,0               |
| 18,5                           | 84,0                | 20,6                           | 126,0               |
| 18,6                           | 96,0                |                                |                     |



**Abbildung 4:** Graphische Darstellung des Absorptionsspektrums von Zink.

**Tabelle 5:** Messwerte des Absorptionsspektrums von Brom.

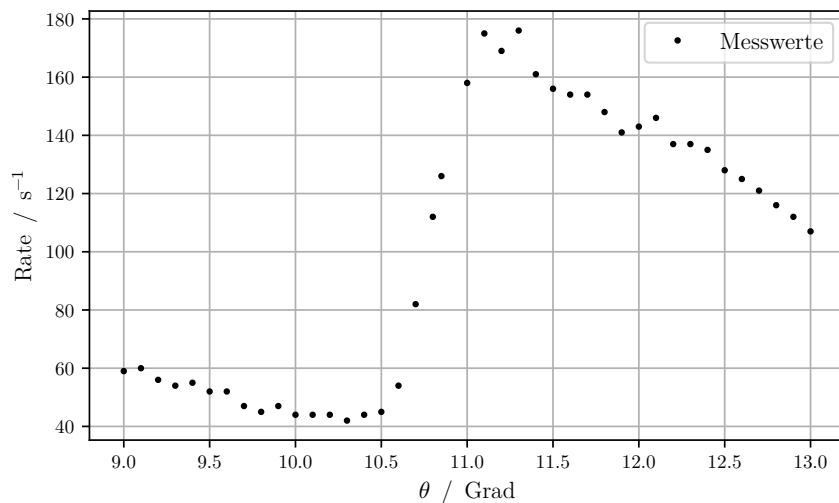
| Zählrohrwinkel $\theta / ^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta / ^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|
| 11,0                             | 13,0                | 12,7                             | 11,0                |
| 11,1                             | 14,0                | 12,8                             | 14,0                |
| 11,2                             | 12,0                | 12,9                             | 17,0                |
| 11,3                             | 13,0                | 13,0                             | 21,0                |
| 11,4                             | 13,0                | 13,1                             | 27,0                |
| 11,5                             | 14,0                | 13,2                             | 27,0                |
| 11,6                             | 13,0                | 13,3                             | 30,0                |
| 11,7                             | 12,0                | 13,4                             | 31,0                |
| 11,8                             | 12,0                | 13,5                             | 27,0                |
| 11,9                             | 13,0                | 13,6                             | 25,0                |
| 12,0                             | 12,0                | 13,7                             | 26,0                |
| 12,1                             | 13,0                | 13,8                             | 24,0                |
| 12,2                             | 11,0                | 13,9                             | 24,0                |
| 12,3                             | 14,0                | 14,0                             | 22,0                |
| 12,4                             | 12,0                | 14,1                             | 21,0                |
| 12,5                             | 11,0                | 14,2                             | 23,0                |
| 12,6                             | 10,0                |                                  |                     |



**Abbildung 5:** Graphische Darstellung des Absorptionsspektrums von Brom.

**Tabelle 6:** Messwerte des Absorptionsspektrums von Strontium.

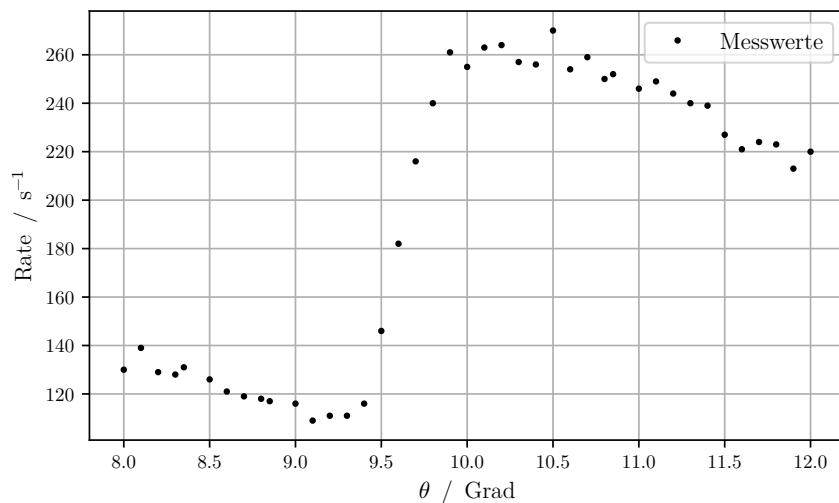
| Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| 9,0                            | 59,0                | 11,1                           | 175,0               |
| 9,1                            | 60,0                | 11,2                           | 169,0               |
| 9,2                            | 56,0                | 11,3                           | 176,0               |
| 9,3                            | 54,0                | 11,4                           | 161,0               |
| 9,4                            | 55,0                | 11,5                           | 156,0               |
| 9,5                            | 52,0                | 11,6                           | 154,0               |
| 9,6                            | 52,0                | 11,7                           | 154,0               |
| 9,7                            | 47,0                | 11,8                           | 148,0               |
| 9,8                            | 45,0                | 11,9                           | 141,0               |
| 9,9                            | 47,0                | 12,0                           | 143,0               |
| 10,0                           | 44,0                | 12,1                           | 146,0               |
| 10,1                           | 44,0                | 12,2                           | 137,0               |
| 10,2                           | 44,0                | 12,3                           | 137,0               |
| 10,3                           | 42,0                | 12,4                           | 135,0               |
| 10,4                           | 44,0                | 12,5                           | 128,0               |
| 10,5                           | 45,0                | 12,6                           | 125,0               |
| 10,6                           | 54,0                | 12,7                           | 121,0               |
| 10,7                           | 82,0                | 12,8                           | 116,0               |
| 10,8                           | 112,0               | 12,9                           | 112,0               |
| 10,8                           | 126,0               | 13,0                           | 107,0               |
| 11,0                           | 158,0               |                                |                     |



**Abbildung 6:** Graphische Darstellung des Absorptionsspektrums von Strontium.

**Tabelle 7:** Messwerte des Absorptionsspektrums von Zirkonium.

| Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| 8,0                            | 130,0               | 10,1                           | 263,0               |
| 8,1                            | 139,0               | 10,2                           | 264,0               |
| 8,2                            | 129,0               | 10,3                           | 257,0               |
| 8,3                            | 128,0               | 10,4                           | 256,0               |
| 8,3                            | 131,0               | 10,5                           | 270,0               |
| 8,5                            | 126,0               | 10,6                           | 254,0               |
| 8,6                            | 121,0               | 10,7                           | 259,0               |
| 8,7                            | 119,0               | 10,8                           | 250,0               |
| 8,8                            | 118,0               | 10,8                           | 252,0               |
| 8,8                            | 117,0               | 11,0                           | 246,0               |
| 9,0                            | 116,0               | 11,1                           | 249,0               |
| 9,1                            | 109,0               | 11,2                           | 244,0               |
| 9,2                            | 111,0               | 11,3                           | 240,0               |
| 9,3                            | 111,0               | 11,4                           | 239,0               |
| 9,4                            | 116,0               | 11,5                           | 227,0               |
| 9,5                            | 146,0               | 11,6                           | 221,0               |
| 9,6                            | 182,0               | 11,7                           | 224,0               |
| 9,7                            | 216,0               | 11,8                           | 223,0               |
| 9,8                            | 240,0               | 11,9                           | 213,0               |
| 9,9                            | 261,0               | 12,0                           | 220,0               |
| 10,0                           | 255,0               |                                |                     |



**Abbildung 7:** Graphische Darstellung des Absorptionsspektrums von Zirkonium.

8 zu finden. Die Absorptionskoeffizienten  $\sigma$  berechnen sich dabei durch Einsetzen von  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  in Gleichung (2) und Umstellen zu

$$\sigma = \sqrt{\frac{E_K \cdot 1^2}{R_\infty}} - Z.$$

**Tabelle 8:** Übersicht über Winkel und Energien der  $K$ –Kante der verschiedenen Absorbermaterialien.

| Absorber  | Kernladungszahl $Z$ | Winkel $\theta/^\circ$ | Energie $E_K/\text{keV}$ | Absorptionskoeffizient $\sigma$ |
|-----------|---------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| Zink      | 30                  | 20,2°                  | 8,915                    | 4,40                            |
| Brom      | 35                  | 13,5°                  | 13,187                   | 3,87                            |
| Strontium | 38                  | 11,2°                  | 15,849                   | 3,87                            |
| Zirkonium | 40                  | 10,5°                  | 16,892                   | 4,77                            |

#### 4.5 Moseleysches Gesetz

Das Moseleysche Gesetz besagt, dass die Absorptionsenergie  $E_{K_\alpha}$  proportional zu  $Z^2$  ist. Für die in dieser Versuchsreihe verwendeten Absorbermaterialien ist die Wurzel der Absorptionsenergie in Abbildung 8 gegen die Kernladungszahl  $Z$  aufgetragen. Die Theoriekurve ist

$$\sqrt{E_{K_\alpha}} = R_y \cdot Z,$$

wobei  $R_y$  die Rydbergenergie ist. Bei einer linearen Ausgleichsrechnung der Form

$$\sqrt{E_{K_\alpha}} = a \cdot Z + b$$

mit Python ergeben sich die Parameter zu

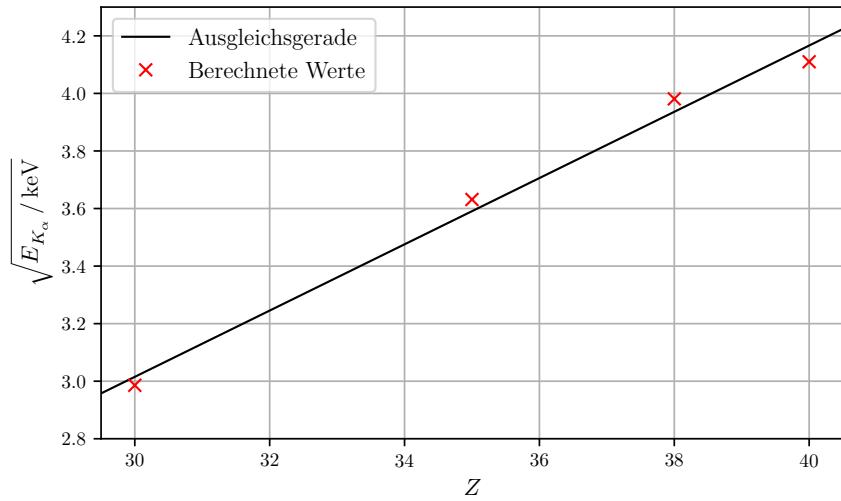
$$a = (0,115 \pm 0,008) \text{ keV}^{1/2}$$

$$b = (-0,438 \pm 0,296) \text{ keV}^{1/2}.$$

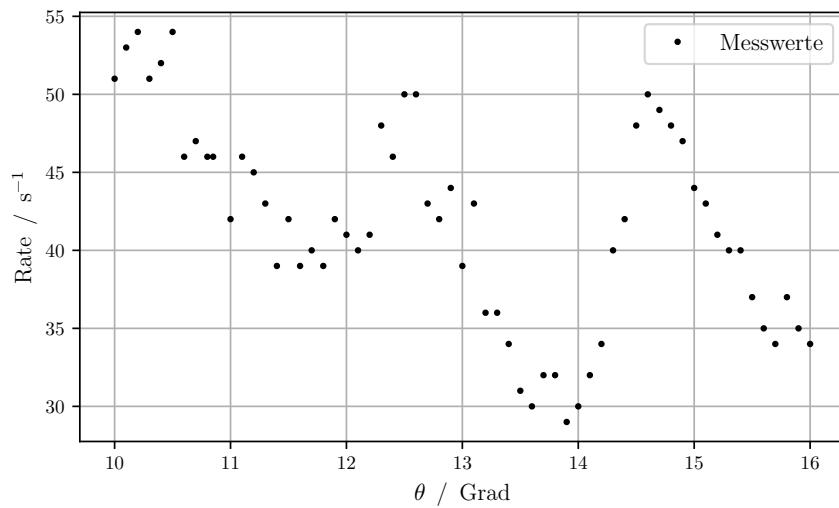
Daraus folgt mit  $R_y = a^2$  für die Rydbergkonstante

$$R_y = (13,225 \pm 1,840) \text{ eV}$$

$$\Rightarrow R_\infty = \frac{R_y}{hc} = (1,066 \pm 0,148) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$$



**Abbildung 8:** Graphische Darstellung der Wurzel der Absorptionsenergie gegen die Kernladungszahl zum Moseleyschen Gesetz.



**Abbildung 9:** Graphische Darstellung des Absorptionsspektrums von Quecksilber.

**Tabelle 9:** Messwerte des Absorptionsspektrums von Quecksilber.

| Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ | Zählrohrwinkel $\theta/^\circ$ | Zählrate $n/s^{-1}$ |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| 10,0                           | 51,0                | 13,1                           | 43,0                |
| 10,1                           | 53,0                | 13,2                           | 36,0                |
| 10,2                           | 54,0                | 13,3                           | 36,0                |
| 10,3                           | 51,0                | 13,4                           | 34,0                |
| 10,4                           | 52,0                | 13,5                           | 31,0                |
| 10,5                           | 54,0                | 13,6                           | 30,0                |
| 10,6                           | 46,0                | 13,7                           | 32,0                |
| 10,7                           | 47,0                | 13,8                           | 32,0                |
| 10,8                           | 46,0                | 13,9                           | 29,0                |
| 10,8                           | 46,0                | 14,0                           | 30,0                |
| 11,0                           | 42,0                | 14,1                           | 32,0                |
| 11,1                           | 46,0                | 14,2                           | 34,0                |
| 11,2                           | 45,0                | 14,3                           | 40,0                |
| 11,3                           | 43,0                | 14,4                           | 42,0                |
| 11,4                           | 39,0                | 14,5                           | 48,0                |
| 11,5                           | 42,0                | 14,6                           | 50,0                |
| 11,6                           | 39,0                | 14,7                           | 49,0                |
| 11,7                           | 40,0                | 14,8                           | 48,0                |
| 11,8                           | 39,0                | 14,9                           | 47,0                |
| 11,9                           | 42,0                | 15,0                           | 44,0                |
| 12,0                           | 41,0                | 15,1                           | 43,0                |
| 12,1                           | 40,0                | 15,2                           | 41,0                |
| 12,2                           | 41,0                | 15,3                           | 40,0                |
| 12,3                           | 48,0                | 15,4                           | 40,0                |
| 12,4                           | 46,0                | 15,5                           | 37,0                |
| 12,5                           | 50,0                | 15,6                           | 35,0                |
| 12,6                           | 50,0                | 15,7                           | 34,0                |
| 12,7                           | 43,0                | 15,8                           | 37,0                |
| 12,8                           | 42,0                | 15,9                           | 35,0                |
| 12,9                           | 44,0                | 16,0                           | 34,0                |
| 13,0                           | 39,0                |                                |                     |

**Tabelle 10:** Abgelesene Winkel der  $L$ -Kanten des Absorbers Quecksilber sowie dazu berechnete Absorptionsenergien.

| Absorber    | Kernladungszahl $Z$ | $L$ -Kante | Winkel $\theta/^\circ$ | Energie $E_L/\text{keV}$ |
|-------------|---------------------|------------|------------------------|--------------------------|
| Quecksilber | 80                  | LI         | 10,3                   | 17,216                   |
|             |                     | LII        | 12,6                   | 14,112                   |
|             |                     | LIII       | 14,6                   | 12,212                   |

## 4.6 Absorptionsspektrum (*L*-Kante) eines Absorbers mit $Z > 70$

In einem weiteren Versuchsteil wird das Absorptionsspektrum von Quecksilber ( $Z = 80$ ) untersucht. Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 9 zu finden und die dazugehörige graphische Darstellung in Abbildung 9. Im Absorptionsspektrum des Quecksilber sind drei *L*-Kanten zu erkennen. Die entsprechenden Winkel und dazu berechneten Energien sind in Tabelle 10 dargestellt. Für die *L*-Kanten berechnet sich der Absorptionskoeffizient aus der Energiedifferenz der jeweiligen Kanten nach Gleichung (4). Bei den in Tabelle 10 ergeben sich die Absorptionskoeffizienten  $\sigma_{L1} = 4,79$  und  $\sigma_{L2} = 6,81$ .

## 5 Diskussion

Im Folgenden werden die Ergebnisse der vorherigen Versuchsteile abschnittsweise diskutiert.

### 5.1 Ergebnisse der Überprüfung der Bragg-Bedingung

Im ersten Teil der Versuchsreihe wurde die Bragg-Bedingung überprüft. Es ergab sich ein Wert von  $\theta_{\max} = 14,1^\circ$ . Die Abweichung zum Sollwert von  $\theta_{\text{soll}} = 14^\circ$  beträgt weniger als einen Prozent, und liegt damit im Toleranzbereich. Somit erfolgt eine erfüllte Bragg-Bedingung.

### 5.2 Ergebnisse der Untersuchung des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre

Im nächsten Versuchsteil wird das Emissionsspektrum der Kupfer-Röhre untersucht. Im Folgenden werden die Messwerte mit den errechneten Theoriewerten verglichen und sind den Tabellen 11 und 12 dargestellt. Die sich ergebenden Abweichungen sind relativ klein,

**Tabelle 11:** Relative Abweichung der charakteristischen Energien der Cu-Röntgenröhre.

| Absorptionskante | $E_K^{\text{Exp}} / \text{keV}$ | $E_K^{\text{Lit}} / \text{keV} [3]$ | proz. Abw. |
|------------------|---------------------------------|-------------------------------------|------------|
| $K_\alpha$       | 8,078                           | 8,048                               | 0,37 %     |
| $K_\beta$        | 9,000                           | 8,905                               | 1,07 %     |

**Tabelle 12:** Relative Abweichung der Absorptionskoeffizienten der Cu-Röntgenröhre.

| Absorptionskoeffizient | $\sigma_{\text{Exp}}$ | $\sigma_{\text{Lit}} [3]$ | proz. Abw. |
|------------------------|-----------------------|---------------------------|------------|
| $\sigma_1$             | 3,28                  | 3,41                      | 4,00%      |
| $\sigma_2$             | 12,61                 | 13,08                     | 3,61%      |
| $\sigma_3$             | 28,35                 | 21,05                     | 34,70%     |

was für eine hohe Qualität des verwendeten Messgeräts sowie Messprogramms spricht. Die eher größere Abweichung von  $\sigma_3$  lässt sich dadurch erklären, dass die Energie in der Berechnung unter der Wurzel bereits mit Faktor 9 eingeht.

### 5.3 Ergebnisse der Untersuchung der Absorptionsspektren verschiedener Absorbermaterialien mit $Z < 70$

In Tabelle 13 sind die Abweichungen der gemessenen Energien und Winkel der Absorbermaterialien von den Theoriewerten dargestellt. Hierbei ist deutlich sichtbar, dass die

**Tabelle 13:** Relative Abweichung der gemessenen Energien und Winkel zu den Literaturwerten der K-Kante.

| Metall    | $E_K^{\text{Exp}} / \text{keV}$ | $E_K^{\text{Lit}} / \text{keV}$ [4] | proz. Abw. | $\theta_K^{\text{Exp}}$ | $\theta_K^{\text{Lit}}$ | proz. Abw. |
|-----------|---------------------------------|-------------------------------------|------------|-------------------------|-------------------------|------------|
| Zink      | 8,91                            | 9,65                                | 7,67%      | 20,20°                  | 18,60°                  | 8,60%      |
| Brom      | 13,18                           | 13,47                               | 2,15%      | 13,50°                  | 13,21°                  | 2,20%      |
| Strontium | 15,84                           | 16,10                               | 1,61%      | 11,20°                  | 11,02°                  | 1,63%      |
| Zirkonium | 16,89                           | 18,01                               | 6,22%      | 10,50°                  | 9,85°                   | 6,60%      |

Messreihe sehr gut verlaufen ist. Die ermittelten Werte liegen sehr nahe an den Literaturwerten. Die Fehler sind auf systematische Ursachen zurück zu führen. Die Abweichungen zwischen experimentell bestimmten und theoretischen Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle 14 dargestellt. Die auftretenden Abweichungen sind dabei auf Ungenauigkeiten beim

**Tabelle 14:** Relative Abweichung der experimentell ermittelten Absorptionskoeffizienten zu ihren Theoriewerten.

| Metall    | $\sigma_K^{\text{Exp}}$ | $\sigma_K^{\text{Lit}}$ [4] | proz. Abw. |
|-----------|-------------------------|-----------------------------|------------|
| Zink      | 4,40                    | 3,37                        | 30,56%     |
| Brom      | 3,87                    | 3,54                        | 9,32%      |
| Strontium | 3,87                    | 3,60                        | 7,50%      |
| Zirkonium | 4,77                    | 3,62                        | 31,77%     |

Ablesen in den Messdaten oder eventuell auf Unreinheiten der Absorber zurückzuführen.

### 5.4 Ergebnisse der Untersuchung eines Absorptionsspektrums eines Absorbers mit $Z > 70$

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchung der  $L$ -Kanten eines schweren Absorbers diskutiert. Die Abweichungen der Winkel und Energien sind in Tabelle 15 dargestellt.

Hier wird deutlich, dass die Messungen mit Ausnahme der  $L_I$ -Kante sehr nahe an den Literaturwerten liegen. Die berechneten Abweichungen sind sehr klein, und liegen nicht mehr in der Größenordnung, weshalb sie als nahezu 0 angenommen werden. Die eher

**Tabelle 15:** Relative Abweichung der gemessenen Energien und Winkel zu den Literaturwerten der L-Kante [6] .

| Metall                | $E_L^{\text{Exp}} / \text{keV}$ | $E_L^{\text{Lit}} / \text{keV}$ [4] | Abweichung / % |
|-----------------------|---------------------------------|-------------------------------------|----------------|
| Quecksilber $L_I$     | 17,216                          | 14,84                               | 16,01          |
| Quecksilber $L_{II}$  | 14,110                          | 14,21                               | 0,70           |
| Quecksilber $L_{III}$ | 12,212                          | 12,30                               | 0,71           |

stärkere Abweichung der  $L_I$ -Kante lässt sich eventuell auf einen Ablesefehler im Plot oder eine Unreinheit des Absorbers zurückführen.

Die erstellten Graphen für die einzelnen Metalle erwiesen sich jedoch als sehr schwierig ablesbar. Es lässt sich größtenteils kein charakteristischer Verlauf erkennen. Trotzdem sind die Abweichungen zu den Theoriewerten vergleichsweise sehr gering. Dies lässt auf eine hohe Qualität und genaue Justierung der Messapparatur schließen.

## 5.5 Ergebnisse der Berechnungen zum Moseleyschen Gesetz

Bei den aufgenommenen Messwerte ergab sich für die Rydbergenergie  $R_y$  ein Wert von

$$R_y = (13,225 \pm 1,840) \text{ eV}.$$

Dies entspricht einer Abweichung von 2,80 % vom Theoriewert  $R_y = 13,606 \text{ eV}$  [1].

Für die Rydbergkonstante  $R_\infty$  ergibt sich ein Wert von

$$R_\infty = (1,066 \pm 0,148) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1},$$

was einer Abweichung von 2,83 % zu dem Theoriewert  $R_\infty = 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$  [5] entspricht.

Es ist zu erwähnen, dass die genutzten Messwerte nicht unsere eigenen waren. Da die Apparatur ab der Probe Brom versagte, mussten die Messwerte von anderen Kommilitonen genutzt werden.

## Literatur

- [1] Lumitos AG. *Rydberg-Energie*. 3. Mai 2019. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Rydberg-Energie.html>.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V602*. 14. Apr. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIFT/RoentgenAbs.pdf>.
- [3] National Physical Laboratory. *4.2.1 X-ray absorption edges, characteristic X-ray lines and fluorescence yields*. 3. Mai 2019. URL: [http://www.kayelaby.npl.co.uk/atomic\\_and\\_nuclear\\_physics/4\\_2/4\\_2\\_1.html](http://www.kayelaby.npl.co.uk/atomic_and_nuclear_physics/4_2/4_2_1.html).
- [4] Ethan A. Merritt. *X-ray absorption edges*. 3. Mai 2019. URL: <http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/periodic-table.html>.

- [5] Marco Schreck. *Atome und Moleküle*. 14. Apr. 2019. URL: <http://ms.zneb.at/inhalte/exphys4.pdf>.
- [6] Steffens Wissensblog. *Wellenlänge und Anregungsenergien von K- und L-Absorptionskanten*. 14. Apr. 2019. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/>.