

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

V406 - Beugung am Spalt

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

DURCHFÜHRUNG AM 07.05.2019

ABGABE AM 14.05.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Lichtintensität	3
2.2 Beugung am Doppelspalt	5
3 Durchführung	6
4 Auswertung	7
4.1 Messung am Einzelspalt	7
4.2 Messung am Doppelspalt	9
4.3 Vergleich zwischen Einzelspalt und Doppelspalt	11
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Beugung von Licht an einem Einzelspalt und an einem Doppelspalt untersucht. Das entstehende Muster durch den Spalt wird danach untersucht.

2 Theorie

Kann eine Lichtausbreitung nicht mit der geometrischen Optik erklärt werden, so spricht man von Beugung. Dies kann beobachtet werden wenn Licht einen kleinen Spalt oder wenn ein Lichtbündel auf ein Objekt trifft, welches kleiner ist als der Durchmesser des Lichtbündels. Mit Hilfe des Wellenmodells von Licht kann das Beugungsphänomen erklärt werden. Ein Beispiel hierzu ist das Huygen'sche Prinzip, welches an einem Einzelspalt noch erklärt wird. Eine Funktion $I(\varphi)$ der Lichtintensität in Abhängigkeit des Beugungswinkels φ wird dadurch geliefert. Folgend kann ein Zusammenhang zwischen der Form des beugenden Objektes, der Amplitudenverteilung und der Aperturfunktion erschlossen werden. Die Funktion wird dann mittels einer Fourier-Transformation ineinander überführt.

2.1 Lichtintensität

Es wird zwischen zwei Versuchsaufbauten unterschieden.

Bei dem Fresnel'schen Versuchsaufbau liegt der Beobachtungspunkt P im Unendlichen. Dies trägt zur Folge, dass divergente Strahlbündel auftreten. Somit können an zwei unterschiedlichen Winkeln gebeugte Strahlen an einem Punkt interferieren. Anders als bei dem Fresnel'schen Versuchsaufbau, liegt die Lichtquelle bei dem Fraunhofer'schen Aufbau im Unendlichen. Dadurch fällt eine ebene Wellenfront auf den Spalt. Dies kann in der Abbildung 3 beobachtet werden.

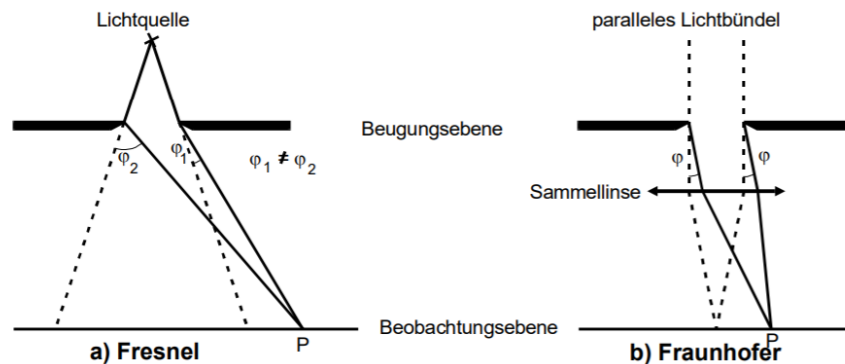


Abbildung 1: Aufbau von Fresnel'scher und Fraunhofer'scher Beugung am Spalt [1].

Es fällt eine ebene Wellenfront auf einen Spalt, und meistens werden die gebeugten Strahlen mittels einer Sammellinse in den Punkt P gebrochen. Dies führt dazu, dass alle in P interferierende Strahlen unter dem selben Winkel gebeugt werden. Dieser Aufbau wird

häufig genutzt um die Brechung an einem Spalt zu behandeln, da dieser Fall mathematisch einfacher zu behandeln ist. Wird an einem Einzelspalt die Feldstärke einer Laserstrahls gebeugt, so gilt

$$A(z,t) = a_0 \cdot e^{i(\frac{\lambda\omega t - 2\pi z}{\lambda})}.$$

Hierzu muss die Breite b klein zur Länge l sein. Daraus folgt dass am Punkt P nur die unter dem gleichen Winkel φ gebeugten Strahlen zur Wirkung kommen. Die Erklärung erfolgt durch eine Kombination des Huygen'schen Prinzips und dem Interferenzprinzips. Das Huygen'sche Prinzip besagt nämlich, dass jeder Punkt einer Wellenfront wiederum Elementarwellen in Form von Kugelwellen aussendet. Diese interferieren miteinander und erzeugen eine neue Wellenfront welches die Einhüllende der Elementarwellen darstellt. Die Schwindung ist dadurch gegeben, dass die Überlagerung aller Elementarwellen zum gleichen Zeitpunkt in einem Punkt ankommen. Dies kann nun auf einen Einzelspalt angewendet werden, und bedeutet, dass an jedem Punkt innerhalb des Spaltes wieder eine neue Kugelwelle ausgesendet wird. Soll nun die Amplitude des am Winkel φ gebeugten Strahlenbündels berechnet werden, so wird über alle Strahlenbündel, die an unterschiedlichen Punkten innerhalb dieser Spaltöffnung mit der selben Richtung passieren, summiert werden.

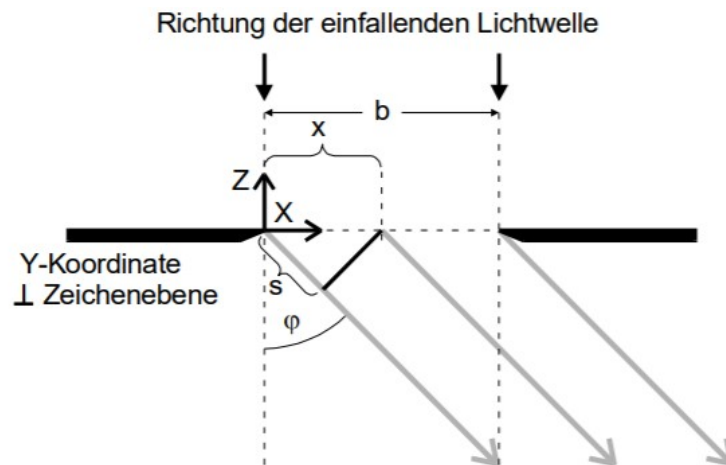


Abbildung 2: Beugung an einem Einzelspalt [1].

Der Phasenunterschied zweier Strahlenbündel deren Ausgangspunkte um den Abstand x voneinander entfernt sind, kann mittels des Gangunterschiedes aus Abbildung 2 berechnet werden. Um daraus die Amplitude B eines Strahlenbündels auszurechnen, muss zuerst die Exponentialfunktion genutzt werden. Diese kann zwar eine Phasenfunktion darstellen, jedoch keinen Einfluss in die Intensitätsmessung. So wird mit

$$\eta = \frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda}$$

die Form B beschrieben werden, zu

$$B(\varphi) = a_0 b \cdot \frac{\sin(\eta)}{\eta} . \quad (1)$$

Es entsteht eine Funktion eines Interferenzmusters. Dieses kann in Abbildung ?? betrachtet werden. Jedoch kann die Amplitude auf Grund der hohen Frequenzen von Licht nicht gemessen werden. Folgend wird dann die zeitlich gemittelte Intensität gemessen. Sie kann beschrieben werden durch

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = a_0^2 \cdot b^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Hierbei nimmt die Höhe der Maxima mit dem Quadrat des Beugungswinkels ab. Die Nullstellen der Funktion liegen bei

$$\sin(\varphi_n) = \pm n \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) .$$

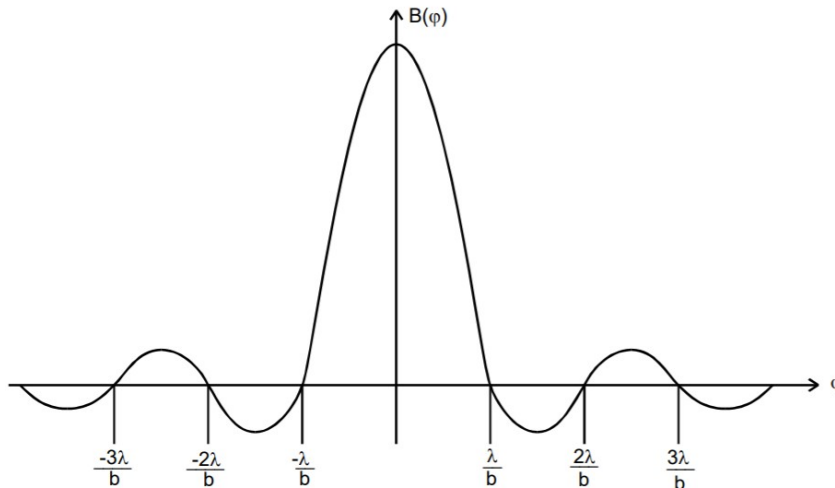


Abbildung 3: Amplitude an einem Spalt gebeugten Welle [1].

2.2 Beugung am Doppelspalt

Analog wie bei dem Einzelspalt kann die Intensitätsverteilung $I()$ am Doppelspalt berechnet werden. Diese stellt hier eine Überlagerung zweier Einzelspalte im Abstand s einer quadratischen Cosinus-Verteilung dar. Die Intensitätsverteilung kann beschrieben werdend durch

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$

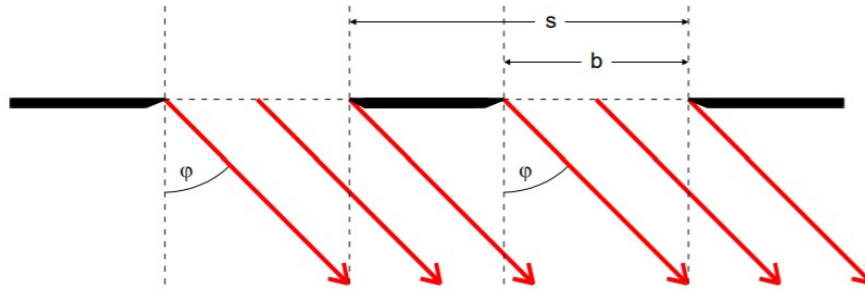


Abbildung 4: Beugung eines parallelen Lichtstrahls am Doppelspalt [1].

Zusätzlich zu den Minima an dem Einzelspalt besitzt diese Funktion noch Minima an den Stellen

$$\varphi(k) = \arcsin \left(\frac{2k+1}{2s} \right) \cdot \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Der Winkel wird, sowohl bei Einzelspalt als auch bei Doppelspalt, bestimmt über

$$\varphi = \frac{\zeta - \zeta_0}{l} \quad (4)$$

bestimmt. Hierbei stellt ζ die Position der Photodiode in der Messebene und ζ_0 die Position des Hauptmaximums des gebeugten Lichtes dar.

3 Durchführung

In der Abbildung 5 ist eine schematische Darstellung des genutzten Versuchsaufbaus dargestellt. Die Lichtquelle stellt hierbei einen HeNe-Laser dar, die Wellenlänge ist in 4 angegeben. Der Spalt ist von 20 bis 200 nm groß, und wird von dem Laser beleuchtet. Ein lichtempfindlicher Detektor misst mittels einer Photodiode das einfallende Licht, und steht in einem Abstand von 100 bis 120 cm zum Spalt.

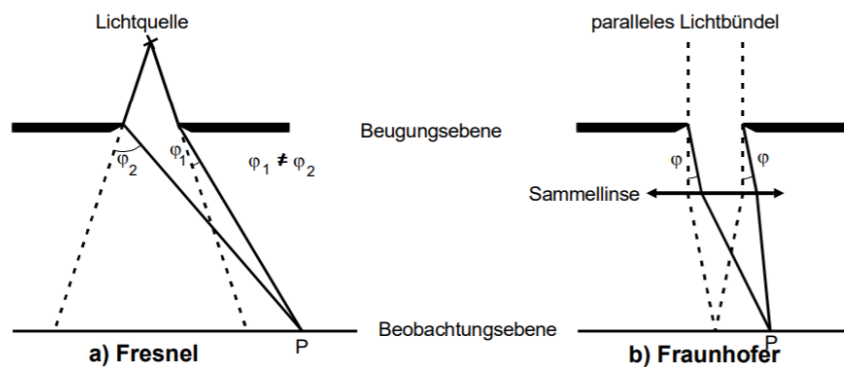


Abbildung 5: Schematischer Versuchsaufbau [1].

Der Detektor ist hierbei senkrecht zur Strahlachse verschiebbar, um das Beugungsbild aufzunehmen.

Es ist zu erwähnen, dass die Photodiode auch bei aufgeschaltetem Laser einen thermischen Dunkelstrom I_{Dunkel} misst. Dieser wird vor der Versuchsreihe bestimmt und notiert. Zusätzlich muss noch die Längenverschiebung der Photodiode verfolgt und zur Kenntnis genommen werden.

Bei dem Einzelspalt wird ein fester Spalt eingestellt, und ein Beugungsbild punktweise aufgenommen. Es werden mindestens X Messwerte benötigt, um ein deutliches Bild zu erkennen. Der nächste Abstand wird mittels einer halben Trommelumdrehung eingestellt. Folgend wird die theoretische Verteilung an die gemessenen Daten angepasst, und die Spaltbreite b wird daraus bestimmt. Dazu wird ein Mikroskop genutzt, um die Spaltbreite mittels eines Vergleiches auszumessen.

Im zweiten Versuchsteil wird die Durchführung analog für zwei Doppelspalte mit verschiedener Spaltbreite wiederholt. Die Trommelumdrehung hierbei beträgt pro Messwert jedoch nur einen Viertel.

4 Auswertung

Im Folgenden werden die aufgenommenen Messergebnisse zuerst für den Einzelspalt und dann für den Doppelspalt ausgewertet. Abschließend werden die Ergebnisse für Einzelspalt und Doppelspalt verglichen. Die Wellenlänge des verwendeten Lasers beträgt $\lambda = 635 \text{ nm}$. Der Abstand zwischen Spaltebene und Detektor beträgt für beide Messungen $d = 1,08 \text{ m}$.

4.1 Messung am Einzelspalt

Die aufgenommenen Messwerte zur Beugung am Einzelspalt sind in Tabelle 1 dargestellt. In Abbildung 6 ist außerdem eine graphische Darstellung der Messwerte zu sehen. Zusätzlich ist die Theoriekurve nach Gleichung (2) eingezeichnet. Es wird davon ausgegangen, dass bei der Messung das Abtasttheorem nicht erfüllt ist. Dies besagt, dass pro Schwingungsperiode mehr als zwei Messpunkte vorhanden sein müssen, um eine Interpolation durchführen zu können. Daher ist eine Ausgleichsrechnung mithilfe von Python nicht möglich und die eingezeichnete Theoriekurve wird durch sukzessives Anpassen der Parameter herausgefunden. Dabei ergeben sich die Parameter

$$\begin{aligned} A_0 &\approx 3,299 \cdot 10^{-8} \text{ A} \\ b &\approx 0,133 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Tabelle 1: Aufgenommene Messwerte zur Beugung am Einzelspalt.

Abstand d/m	Intensität I/nA	Abstand d/m	Intensität I/nA
0	0,640	26	30,000
1	0,640	27	22,000
2	0,600	28	14,000
3	0,530	29	8,000
4	0,550	30	4,300
5	0,620	31	3,850
6	0,920	32	3,200
7	1,010	33	2,600
8	0,980	34	1,900
9	0,910	35	1,400
10	1,000	36	1,300
11	1,190	37	1,290
12	1,200	38	1,270
13	1,010	39	1,200
14	0,990	40	1,000
15	1,240	41	0,820
16	2,000	42	0,800
17	2,620	43	0,800
18	2,800	44	0,700
19	2,580	45	0,580
20	3,380	46	0,570
21	6,420	47	0,580
22	12,500	48	0,600
23	22,000	49	0,600
24	30,000	50	0,500
25	33,000		

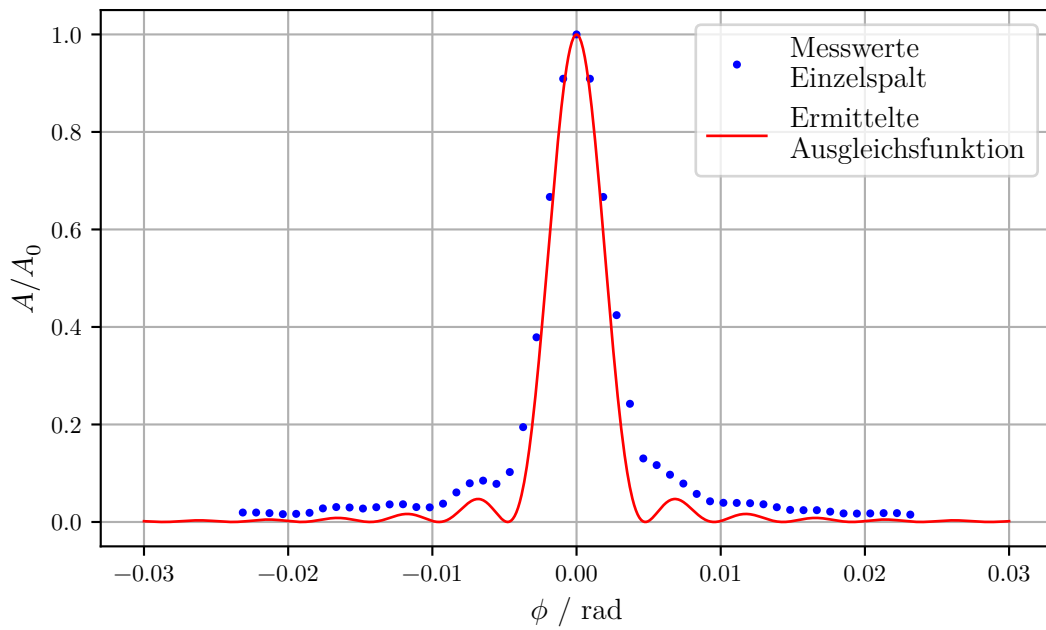


Abbildung 6: Graphische Darstellung der Messwerte zur Beugung am Einzelspalt sowie angepasste Theoriekurve.

4.2 Messung am Doppelspalt

Die aufgenommenen Messwerte zur Beugung am Doppelspalt sind in Tabelle 2 dargestellt. Die graphische Darstellung ist in Abbildung 7 zu sehen. Auch hier wird davon ausgegangen, dass das Abtasttheorem nicht erfüllt ist und daher wird die Theoriekurve nach Gleichung (3) ebenfalls durch Anpassen erzeugt. Die theoretische Form der Hüllkurve folgt analog aus Gleichung (2). Es ergeben sich die Parameter

$$\begin{aligned}
 A_0 &\approx 7,798 \cdot 10^{-9} \text{ A} \\
 b &\approx 0,150 \text{ mm} \\
 s &\approx 0,45 \text{ mm},
 \end{aligned}$$

wobei der Spaltabstand s für die Hüllkurve keine Relevanz hat.

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte zur Beugung am Doppelspalt.

Abstand d/m	Intensität I/nA	Abstand d/m	Intensität I/nA
0	0,089	26	0,580
1	0,088	27	0,400
2	0,108	28	0,176
3	0,140	29	0,150
4	0,162	30	0,170
5	0,160	31	0,210
6	0,130	32	0,222
7	0,100	33	0,260
8	0,103	34	0,198
9	0,143	35	0,140
10	0,200	36	0,196
11	0,230	37	0,120
12	0,220	38	0,162
13	0,170	39	0,200
14	0,120	40	0,182
15	0,120	41	0,167
16	0,162	42	0,118
17	0,222	43	0,117
18	0,280	44	0,107
19	0,280	45	0,123
20	0,220	46	0,140
21	0,165	47	0,140
22	0,160	48	0,118
23	0,218	49	0,100
24	1,400	50	0,008
25	7,800		

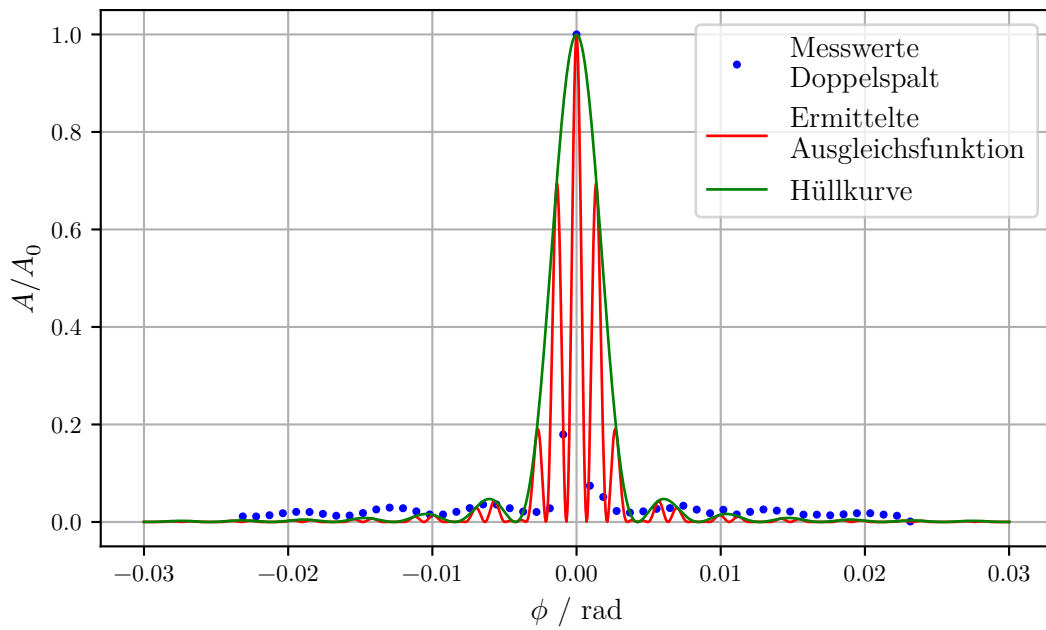


Abbildung 7: Graphische Darstellung der Messwerte zur Beugung am Doppelspalt sowie angepasste Theoriekurve und Hüllkurve.

4.3 Vergleich zwischen Einzelspalt und Doppelspalt

Sowohl die Messwerte des Einzelspalts als auch des Doppelspalts sind in Abbildung 8 zu sehen. Es ist dabei gut der Zusammenhang der beiden Beugungsmuster zu erkennen, da die Hüllkurve, die gleichzeitig einem Beugungsmuster am Einzelspalt entspricht, sehr gut die theoretischen Maxima der Ausgleichskurve trifft. Insbesondere im Bereich des Hauptmaximums ist relativ bzw. normiert betrachtet ein nahezu gleicher Verlauf der Ausgleichskurven sowie Messpunkte zu erkennen.

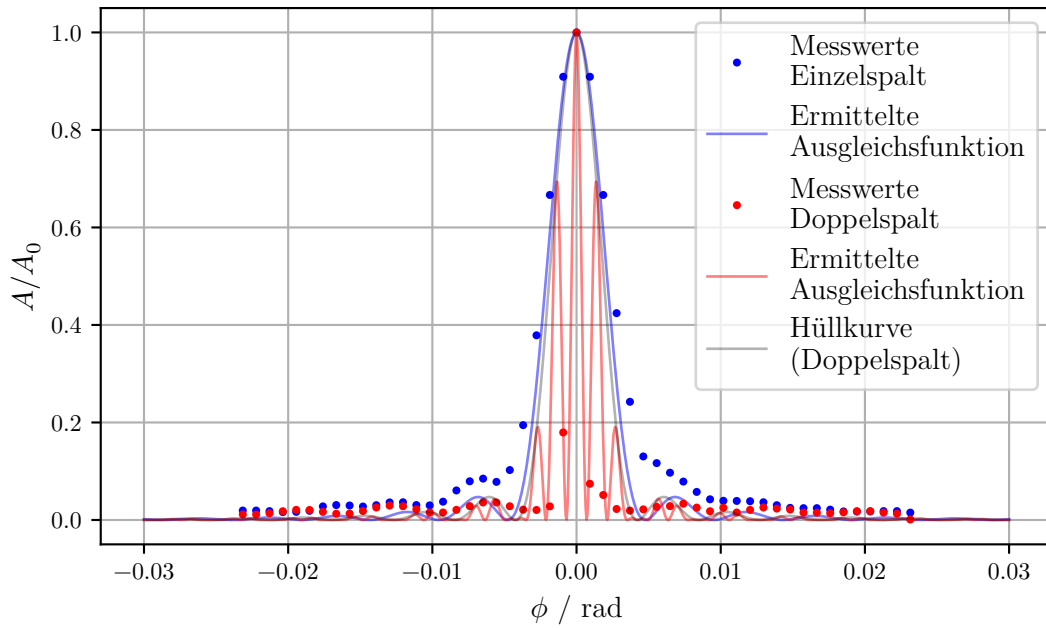


Abbildung 8: Graphische Darstellung des Vergleichs zwischen den Beugungsmustern am Einzelspalt bzw. Doppelspalt.

5 Diskussion

Für die Messwerte des Einzelspalts ergab sich die Spaltbreite $b_{\text{Exp}} = 0,133 \text{ mm}$. Diese weicht vom Theoriewert $b_{\text{Theo}} = 0,15 \text{ mm}$ um 11,33% ab.

Bei der Messung am Doppelspalt ergab sich für die Spaltbreite $b_{\text{Exp}} = 0,150 \text{ mm}$. Dies entspricht einer Abweichung von 50,00% vom Theoriewert $b_{\text{Theo}} = 0,1 \text{ mm}$. Außerdem ergab sich ein Spaltabstand von $s_{\text{Exp}} = 0,45 \text{ mm}$, welcher vom Theoriewert $b_{\text{Theo}} = 0,4 \text{ mm}$ um 12,50% abweicht. Da die Amplitude A_0 auf Basis der Messwerte angepasst wurde, ergibt eine Diskussion dieses Parameters in beiden Fällen keinen Sinn, weil die Abweichung verschwindet.

Insgesamt bewegen sich die Abweichungen also in einer überschaubaren Größenordnung. Allerdings sind die Ergebnisse der Messung sowie die angenommenen experimentell ermittelten Werte vermutlich nicht sehr aussagekräftig, da eine Ausgleichsrechnung mithilfe von Python keine Ergebnisse geliefert hat und die Theoriekurve manuell angepasst wurde. Auch ist beim Beugungsmuster des Doppelspalts kein Anhaltspunkt für die an das Hauptmaximum angrenzenden Nebenmaxima zu finden, sodass die Anpassung der Theoriekurve nur anhand der groben Breite der Verteilung sowie der Lage der beiden ersten Nebenmaxima möglich war. Die Messergebnisse entsprechen allerdings in ihrem Verlauf den Erwartungen gemäß der Theorie. Weiterhin ist gut zu erkennen, dass die theoretische Hüllkurve beim Doppelspalt sehr gut mit dem Verlauf der theoretischen Maxima der Ausgleichskurve sowie dem Beugungsmuster des Einzelspalts übereinstimmt.

Dies stimmt ebenfalls mit den Erwartungen überein. Anzumerken ist allerdings, dass das Hauptmaximum bei der Beugung am Einzelspalt um eine Größenordnung über dem Hauptmaximum bei der Beugung am Doppelspalt liegt. Außerdem ist die Messung durch Störeinflüsse, z.B. einen nicht konstanten Dunkelstrom, verursacht durch externe Lichtquellen und das Öffnen und Schließen der Tür des Messraums, beeinflusst worden, was zu den Abweichungen der Spaltbreiten und -abständen von den Theoriewerten geführt haben kann. Ein weiterer Aspekt ist die endlich schmale Breite der Detektorblende von $d_{\text{Detektor}} = 1 \text{ mm}$, die dazu führt, dass bei der Aufnahme der Messwerte immer über einen Bereich integriert wird. Dies sorgt für eine Verwischung der Messwerte sowie für eine begrenzte Auflösungsschärfe der Messapparatur. Daraus resultiert also eine zusätzliche Messunsicherheit, die für Abweichungen sorgt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V406*. 7. Mai 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>.