

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

V14 - Tomographie mittels γ -Strahlung

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

DURCHFÜHRUNG AM 16.10.2019

ABGABE AM 30.10.2019

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Zielsetzung | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 2.1 | Wechselwirkung von Gamma-Strahlung mit Materie | 3 |
| 2.1.1 | Innerer Photoeffekt | 4 |
| 2.1.2 | Comptoneffekt | 4 |
| 2.1.3 | Paarbildung | 4 |
| 2.2 | Vorbereitung | 5 |
| 2.2.1 | Wirkungsquerschnitt und Absorptionskoeffizient | 5 |
| 2.2.2 | Mathematische Hilfsmittel | 5 |
| 3 | Aufbau und Durchführung | 7 |
| 3.1 | Aufbau | 7 |
| 3.1.1 | Szintillationsdetektor | 7 |
| 3.1.2 | Multichannelanalyzer | 8 |
| 3.2 | Durchführung | 8 |
| 4 | Auswertung | 8 |
| 4.1 | Spektrum des NaJ-Detektors | 9 |
| 4.2 | Abschwächung durch die Aluminium-Hülle | 11 |
| 4.3 | Homogene Würfel aus jeweils unbekanntem Material | 12 |
| 4.4 | Kombinierter Würfel unbekannter Zusammensetzung | 12 |
| 5 | Diskussion | 13 |
| | Literatur | 14 |

1 Zielsetzung

In der Versuchsreihe V14 wird ein bildgebendes Verfahren betrachtet. Ziel ist es mit Hilfe der Tomographie einen Würfel auf seine Materialien zu untersuchen. Dies erfolgt durch die Bestrahlung des Würfels unter unterschiedlichen Winkeln mit γ -Strahlung.

2 Theorie

Trifft ionisierende Strahlung auf ein Material, so wird diese unterschiedlich abgeschwächt. Mit Hilfe dieser Abschwächung können Strukturen und Materialien identifiziert werden. Im Folgenden wird ein Würfel, welcher aus Elementarwürfeln verschiedener Materialien zusammen gesetzt ist, mit γ -Strahlung bestrahlt. Die Intensität I der durchdringenden Strahlung wird beschrieben durch

$$I = I_0 \cdot \exp^{-\sum \mu_i d_i} . \quad (1)$$

Hierbei stellt μ_i den Absorptionskoeffizienten dar und d_i die Dicke in der Strahlrichtung. Um die Messgenauigkeit zu erhöhen, werden die Würfel jeweils mehrfach und aus verschiedenen Richtungen durchstrahlt. Die Koeffizienten werden dann durch das Lösen eines linearen Gleichungssystems ermittelt. Die Matrix A beschreibt die Würfelgeometrie und wird genutzt um das Gleichungssystem

$$A \cdot \vec{\mu} = \vec{I} \quad (2)$$

zu lösen.

Der Vektor \vec{I} beschreibt das logarithmierte Verhältnis der gemessenen Intensitäten, welche durch

$$\sum \mu_i d_i = \ln \left(\frac{I_0}{I_j} \right) \quad (3)$$

gegeben ist. Die Absorptionskoeffizienten der Elementarwürfel sind vektoriell dargestellt als $\vec{\mu}$. Das Gleichungssystem wird nun mit Hilfe des Linearen Least-Square-Verfahrens in eine Normalengleichung überführt, und kann umgestellt nach den Absorptionskoeffizienten μ dargestellt werden als

$$\vec{\mu} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \vec{I} . \quad (4)$$

Mit Hilfe der Diagonalelementen C_{ii} der Matrix kann mit dem Zusammenhang $C = \sigma_I^2 (A^T \cdot A)^{-1}$ die Varianz σ^2 und der Absorptionskoeffizient μ bestimmt werden. Dazu wird die Annäherung genutzt, dass jede Einzelmessung I_i dieselbe Messunsicherheit σ_i besitzt.

2.1 Wechselwirkung von Gamma-Strahlung mit Materie

Die Wechselwirkung von γ -Strahlung setzt sich aus drei Prozessen zusammen. Diese werden im Folgenden kurz erläutert.

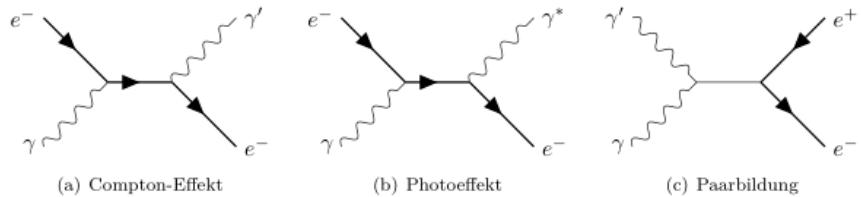


Abbildung 1: Darstellung der Feynmann-Diagramme zur Wechselwirkung von Photonen in Materie [4].

2.1.1 Innerer Photoeffekt

Beim Inneren Photoeffekt wird mit Hilfe der γ -Strahlung ein Hüllenelektron aus seiner Schale gelöst. Dazu muss die Energie dieser Strahlung größer als die Bindungsenergie des Elektrons sein. Das Elektron besitzt dann die Energie der γ -Strahlung, vermindert um die Energie, die zum Herauslösen benötigt wird. Folglich wird an der Stelle des Elektrons ein "Loch" erzeugt, was zur Folge hat, dass ein energetisch höher liegendes Elektron dieses auffüllt. Das führt zu einer Emission eines neuen Photons γ^* mit der Energie $E_{\text{höher}} - E_{\text{Loch}}$.

2.1.2 Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt trifft das Photon auf ein quasi-freies, ruhendes Elektron und gibt dabei einen Teil seiner Energie durch einen elastischen Stoß ab. Das Photon verringert sich auf die Energie E' , wodurch die Wellenlänge nach der Streuung um $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ zunimmt. Das Elektron vergrößert sich dann um die Energie ΔE , und wandelt diese in kinetische Energie um. Die Energieabgabe durch das Photon ist dabei abhängig von dem Streuwinkel θ . Ein maximaler Energieübertrag erfolgt bei einem Winkel $\theta = 180^\circ$. Dies ist ein wichtiger Unterschied zu den anderen Wechselwirkungen, dass das Photon bei dem Comptoneffekt nie vollständig absorbiert werden kann.

2.1.3 Paarbildung

Die Paarbildung beschreibt die Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares bei der Wechselwirkung des eintreffenden Photons mit dem elektrischen Feld des Atomkerns. Hierbei muss die Energie des eintreffenden Photons mindestens der Ruheenergie des Elektron-Positron-Paares entsprechen, also $E_{\min} = 1,02 \text{ MeV}$. Besitzt das Photon genau diese Energie, so entsteht ein Elektron-Positron-Paar mit Impuls gleich Null. Das widerspricht der Impulserhaltung, da der Photonenimpuls immer ungleich Null ist. Deswegen tritt die Paarbildung nur in Anwesenheit eines weiteren Teilchens auf, welches einen überschüssigen Photonenimpuls aufnimmt. In diesem Versuch wird ein ^{137}Cs -Strahler als Quelle verwendet, dessen γ -Strahlung mit einer Energie von $E_\gamma = 661,7 \text{ keV}$ unterhalb von E_{\min} [5] liegt. Deswegen wird keine Paarbildung erwartet.

2.2 Vorbereitung

2.2.1 Wirkungsquerschnitt und Absorptionskoeffizient

Die in Tabelle 1 aufgeführten Daten zeigen die theoretischen Werte, welche für die Wirkungsquerschnitte für den Comptoneffekt als auch für den Photoeffekt erwartet werden. Die Energie des Strahlers beträgt, wie bereits erwähnt, $E_\gamma = 661,7 \text{ keV}$. Die Bestimmung des Absorptionskoeffizienten μ erfolgt über $\mu = \rho \cdot \sigma$, wobei ρ die Dichte des Materials und σ den Wirkungsquerschnitt des Materials beschreiben.

Tabelle 1: Wirkungsquerschnitte und Absorptionskoeffizienten von verschiedenen Materialien [3] [5].

| | Aluminium | Blei | Eisen | Messing | Delrin |
|--|-----------|---------|--------|---------|--------|
| $\rho / \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ | 2,7000 | 11,3400 | 7,8600 | 8,6000 | 1,4100 |
| $\sigma_{\text{Compton}} / \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ | 0,0742 | 0,0601 | 0,0716 | 0,0702 | 0,0822 |
| $\mu_{\text{Compton}} / \text{cm}^{-1}$ | 0,2005 | 0,6821 | 0,5639 | 0,5806 | 0,1159 |
| $\sigma_{\text{Photo}} / \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ | 0,0000 | 0,0439 | 0,0008 | 0,0013 | 0,0000 |
| $\mu_{\text{Photo}} / \text{cm}^{-1}$ | 0,0001 | 0,4918 | 0,0068 | 0,0117 | 0,0000 |
| $\sigma_{\text{Gesamt}} / \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ | 0,0743 | 0,1035 | 0,0724 | 0,0716 | 0,0822 |
| $\mu_{\text{Gesamt}} / \text{cm}^{-1}$ | 0,2007 | 1,1741 | 0,5705 | 0,5917 | 0,1167 |

2.2.2 Mathematische Hilfsmittel

Die Abbildung 2 verdeutlicht das genutzte Messverfahren bzw. die Strahlrichtungen durch den jeweiligen Würfel. Die Nummerierung der Strahlengänge wurde im Versuch beibehalten und wird in der 4 nochmal aufgegriffen.

Das Gleichungssystem, welches durch Matrixmultiplikation aus Gleichung (4) resultiert, hat die Form

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{\mu} = \vec{I},$$

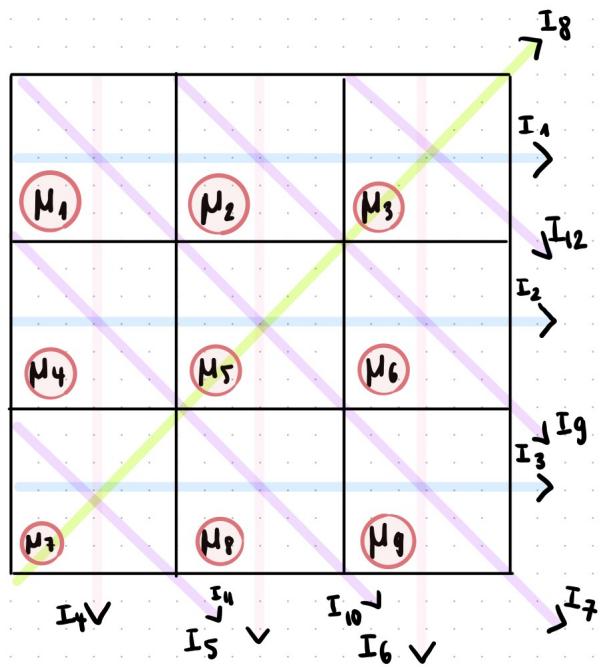


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Projektionen am Würfel [1] .

wobei die Matrix konkret die hier verwendeten Projektionen darstellt. Dieses wird folglich genutzt um die Absorptionskoeffizienten zu bestimmen.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in der Abbildung 3 dargestellt. Es wird ein ^{137}Cs -Strahler als γ -Quelle genutzt. Untersucht werden insgesamt vier Würfel, die jeweils 3cm x 3cm x 3cm groß sind. Die Würfel besitzen eine 1mm starke Aluminium-Hülle. Der erste Würfel besteht lediglich aus der Aluminiumhülle. Würfel zwei und drei bestehen aus jeweils einem Material. Der vierte Würfel besteht aus verschiedenen zusammengesetzten Materialien.

Die Würfel werden jeweils nur in der z-Ebene untersucht, da der Versuch ansonsten zu viel Zeit in Anspruch nehmen würde. Dafür werden die Würfel auf einer Vorrichtung in den Strahlgang eingebracht, auf der sie dann um die z-Achse drehbar sind.

Hinter dem Würfel befindet sich ein NaJ-Detektor. Dieser registriert die reduzierte Intensität der Strahlung, welche den Würfel passiert. Der Detektor besteht aus einem Szintillationsdetektor und einem Multichannelanalyser (MCA).

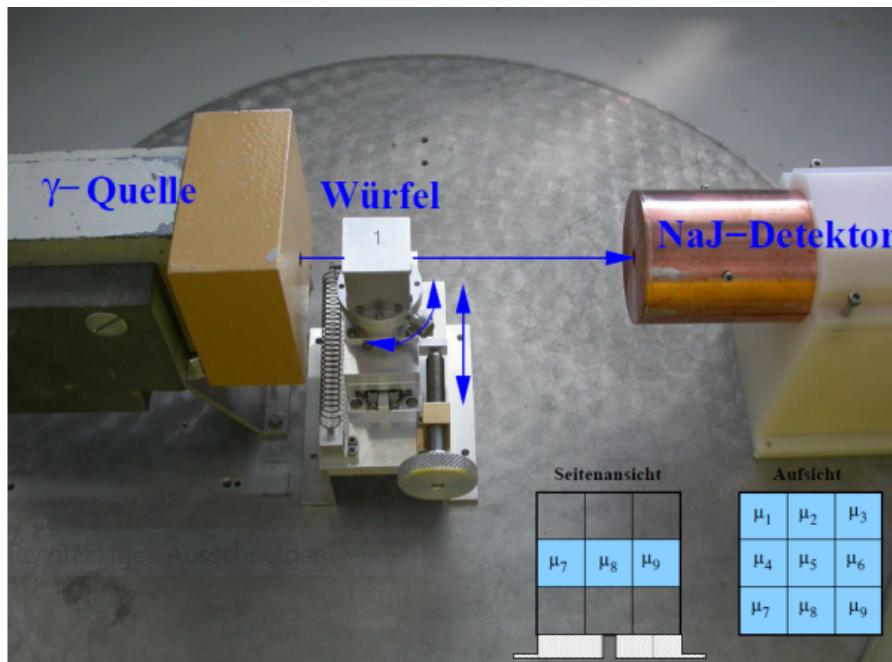


Abbildung 3: Versuchsaufbau des Versuches V14 [2] .

3.1.1 Szintillationsdetektor

Bestehend aus einem Szintillator und einem Photomultiplier werden in einem anorganischen Szintillationsdetektor Elektronen durch einfallende Strahlung vom Valenzband ins Leitungsband angehoben. Dadurch werden Elektron-Loch-Paare erzeugt. Fallen diese wieder in den Grundzustand, werden Photonen mit der Energie zwischen Valenz- und Leitungsband emittiert. Durch die Dotierung des Kristalls ist die Energiedifferenz an

einigen Stellen kleiner als im NaJ-Kristall selbst. Dies hat zur Folge, dass die Photonen den Kristall verlassen und im Photomultiplier auf eine Photokathode treffen. Dort lösen die Photonen Elektronen aus der Oberfläche aus (Photoeffekt). Die Beschleunigung und Fokussierung der Elektronen zur ersten Dynode erfolgt durch das elektrische Feld. Aus der Oberfläche der folgenden Dynodenreihen werden nun mehrere Sekundärelektronen pro auftreffendes Elektron herausgeschlagen. Dies dient zur Vervielfachung der Elektronen. Schluss endlich werden die von der Dynodenreihe erzeugten Elektronen an der Anode gesammelt.

3.1.2 Multichannelanalyser

Ein Multichannelanalyser (MCA) ist dafür zuständig, die elektrischen Impulse mit unterschiedlichen Amplituden nach ihrer Häufigkeit zu sortieren. Die Amplitude ist proportional zum Integral des Impulses, welches wiederum proportional zur Anzahl der Photonen in Szintillator ist. Die Anzahl der Photonen in Szintillator ist dabei proportional zur Energie, die der Cs-Strahler im Szintillator deponiert. Zusammenfassend wird deutlich, dass die Amplitude proportional zur deponierten Energie ist. Daraus folgt, dass die Häufigkeitsverteilung das Spektrum der untersuchten Strahlung darstellt.

3.2 Durchführung

Die Messung wird mittels MAESTRO durchgeführt. Diese Software ist dafür zuständig einen Echtzeitplot des vom Mehrkanalanalysator erzeugten Histogramms zu erstellen. An diesem kann dann die detektierte Anzahl an Counts entnehmen werden. Zu Beginn der Messung wird die Strahlintensität des kollimierten Strahls 300s lang untersucht. Folgend wird der Einfluss der Aluminiumschicht der Würfel ermittelt. Hierzu wird der Hohlwürfel in den Strahlengang gestellt und aus je drei Positionen vermessen. Darauf folgend werden die mit 2, 3 und 4 gekennzeichneten Würfel sukzessive vermessen. Hierbei wird Würfel 4 aus zwölf Positionen vermessen. Jede Einzelmessung wird so lange durchgeführt, bis für jeden Würfel mindestens 2000 Counts innerhalb des für die Berechnungen interessanten Bereichs, dem sogenannten Photoeffekt-Peak, detektiert werden. Im Programm MAESTRO wird dieser Bereich dazu schon nach der Nullmessung als "Region of Interest" (ROI) festgelegt und während aller Messungen beibehalten. Nun ist im Interface des Programms die summierte Anzahl an Counts innerhalb des ROI angezeigt, sodass der Zeitpunkt erkennbar ist, an dem die 2000 Counts erreicht sind.

4 Auswertung

Im Folgenden werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet. Zunächst werden die Charakteristika des Absorptionsspektrums des Detektors identifiziert. Anhand dieser wird weiterhin die Energieachse skaliert. Außerdem werden die Histogramme der drei Einzelwürfel und des zusammengesetzten Würfels ausgewertet.

4.1 Spektrum des NaJ-Detektors

Zur Aufnahme eines Referenzwertes wird zunächst eine Messreihe ohne Absorber im Strahlengang durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen. Das sich ergebende vollständige Spektrum ist außerdem in Abbildung 4 graphisch dargestellt. In Abbildung 5 ist außerdem eine vergrößerte Darstellung des relevanten niedrigenergetischeren Bereichs zu sehen. Auffällig ist der Absorptionspeak durch den Photoeffekt, der im Spektrum

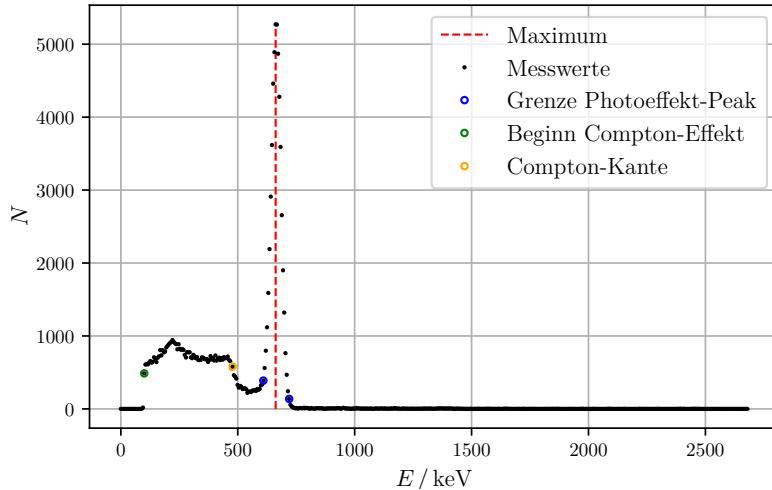


Abbildung 4: Graphische Darstellung des Spektrums des NaJ-Detektors.

rot gestrichelt markiert ist. Dieser liegt für ^{137}Cs bei circa $E = 662 \text{ keV}$. Daher wird anhand dieses bekannten Wertes für alle weiteren Abschnitte der Auswertung eine Energieskala festgelegt. Außerdem werden die Grenzen des durch Absorption durch Photoeffekt verursachten Peaks festgelegt. Diese sind in Abbildung 5 blau markiert. Das Einsetzen des Compton-Effekts wird bei einer Energie von ca. $E = 100 \text{ keV}$ beobachtet und ist in Abbildung 5 grün markiert. Der Compton-Effekt tritt dabei bis zu einer Energie von ungefähr $E = 478 \text{ keV}$ auf. Dort ist die sogenannte Compton-Kante zu beobachten, die in Abbildung 5 gelb markiert ist.

Tabelle 2: Für die weitere Auswertung relevanter Bereich der aufgenommenen Messwerte zum Absorptionsspektrum des NaJ-Detektors.

| Energie E / keV | Ereign. N |
|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|
| 0,000 | 0 | 189,143 | 787 | 378,286 | 670 | 567,429 | 251 |
| 5,254 | 0 | 194,397 | 842 | 383,540 | 724 | 572,683 | 258 |
| 10,508 | 0 | 199,651 | 864 | 388,794 | 679 | 577,937 | 247 |
| 15,762 | 0 | 204,905 | 885 | 394,048 | 694 | 583,190 | 273 |
| 21,016 | 0 | 210,159 | 903 | 399,302 | 664 | 588,444 | 262 |
| 26,270 | 0 | 215,413 | 918 | 404,556 | 732 | 593,698 | 272 |
| 31,524 | 0 | 220,667 | 944 | 409,810 | 663 | 598,952 | 323 |
| 36,778 | 0 | 225,921 | 920 | 415,063 | 691 | 604,206 | 334 |
| 42,032 | 0 | 231,175 | 901 | 420,317 | 703 | 609,460 | 388 |
| 47,286 | 0 | 236,429 | 888 | 425,571 | 669 | 614,714 | 561 |
| 52,540 | 0 | 241,683 | 817 | 430,825 | 697 | 619,968 | 798 |
| 57,794 | 0 | 246,937 | 887 | 436,079 | 675 | 625,222 | 1119 |
| 63,048 | 0 | 252,190 | 824 | 441,333 | 710 | 630,476 | 1590 |
| 68,302 | 0 | 257,444 | 810 | 446,587 | 695 | 635,730 | 2191 |
| 73,556 | 0 | 262,698 | 820 | 451,841 | 699 | 640,984 | 2910 |
| 78,810 | 0 | 267,952 | 809 | 457,095 | 718 | 646,238 | 3617 |
| 84,063 | 0 | 273,206 | 741 | 462,349 | 672 | 651,492 | 4459 |
| 89,317 | 1 | 278,460 | 705 | 467,603 | 655 | 656,746 | 4890 |
| 94,571 | 18 | 283,714 | 780 | 472,857 | 556 | 662,000 | 5271 |
| 99,825 | 487 | 288,968 | 775 | 478,111 | 581 | 667,254 | 5269 |
| 105,079 | 608 | 294,222 | 777 | 483,365 | 462 | 672,508 | 4869 |
| 110,333 | 614 | 299,476 | 707 | 488,619 | 443 | 677,762 | 4279 |
| 115,587 | 611 | 304,730 | 696 | 493,873 | 416 | 683,016 | 3592 |
| 120,841 | 636 | 309,984 | 741 | 499,127 | 329 | 688,270 | 2656 |
| 126,095 | 658 | 315,238 | 721 | 504,381 | 292 | 693,524 | 1900 |
| 131,349 | 633 | 320,492 | 695 | 509,635 | 315 | 698,778 | 1321 |
| 136,603 | 645 | 325,746 | 711 | 514,889 | 307 | 704,032 | 764 |
| 141,857 | 708 | 331,000 | 670 | 520,143 | 274 | 709,286 | 468 |
| 147,111 | 683 | 336,254 | 669 | 525,397 | 280 | 714,540 | 243 |
| 152,365 | 642 | 341,508 | 672 | 530,651 | 283 | 719,794 | 137 |
| 157,619 | 701 | 346,762 | 707 | 535,905 | 270 | 725,048 | 57 |
| 162,873 | 721 | 352,016 | 701 | 541,159 | 220 | 730,302 | 34 |
| 168,127 | 806 | 357,270 | 682 | 546,413 | 239 | 735,556 | 22 |
| 173,381 | 734 | 362,524 | 681 | 551,667 | 236 | 740,810 | 15 |
| 178,635 | 805 | 367,778 | 685 | 556,921 | 231 | 746,063 | 8 |
| 183,889 | 775 | 373,032 | 644 | 562,175 | 251 | 751,317 | 12 |

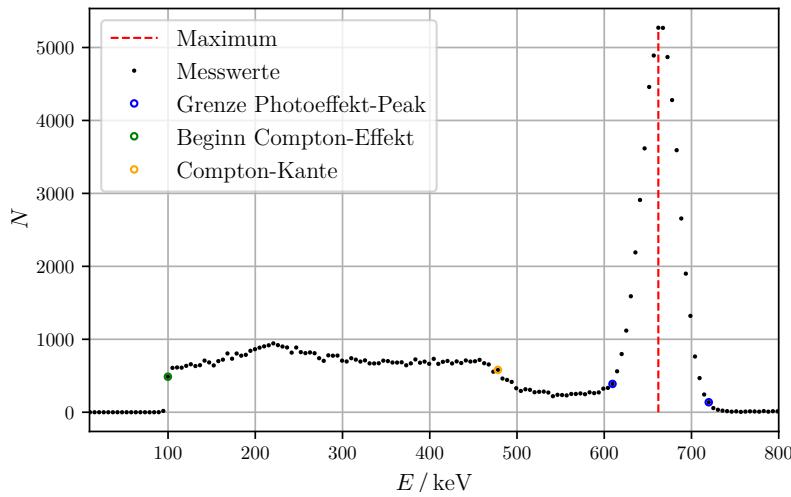


Abbildung 5: Vergrößerte Darstellung des Spektrums des NaJ-Detektors.

4.2 Abschwächung durch die Aluminium-Hülle

Als nächstes wird die Aluminium-Hülle mit einer Wandstärke von $\Delta x = 1 \text{ mm}$ untersucht. Diese wird dreimal durchstrahlt, bis im Photoeffekt-Peak eine Zählrate von mindestens 2000 erreicht ist, sodass der relative Fehler unter 3% liegt. In den sich daraus ergebenden Spektren werden die Messwerte an den in Kapitel 4.1 festgelegten Energiewerten analog zu den in Abbildung 5 exemplarisch blau markierten Werten für den Photoeffekt-Peak herausgesucht. Anschließend wird eine lineare Funktion durch diese beiden Werte gelegt sowie deren Funktionswert von den ursprünglich ermittelten Zählraten abgezogen. Somit ergibt sich durch Summation der Zählraten innerhalb des Peaks eine korrigierte Intensität. Für die Hülle sind diese Intensitäten in Tabelle 3 dargestellt. Durch Umstellen der

Tabelle 3: Korrigierte Intensitäten für die Aluminium-Hülle.

| Messung | Intensität I / s^{-1} |
|---------|--------------------------------|
| 1 | 125,434 |
| 2 | 124,475 |
| 3 | 128,120 |

Gleichung (3) und Reduzieren auf ein Summenglied ergibt sich daraus

$$\mu = \frac{\log \frac{I_0}{I(x)}}{d}. \quad (5)$$

Für diese Messreihe folgt damit ein Abschwächungskoeffizient von

$$\mu = (0,018 \pm 0,006) \text{ mm}^{-1}.$$

4.3 Homogene Würfel aus jeweils unbekanntem Material

Im Anschluss werden zwei weitere Würfel unbekannten Materials je dreimal durchstrahlt. Die gemessenen Zählraten werden wie in Kapitel 4.1 korrigiert und sind in Tabelle 4 dargestellt. Mit Gleichung (5) ergeben sich die Abschwächungskoeffizienten

Tabelle 4: Korrigierte Intensitäten der beiden unbekannten Würfel.

| Messung | Würfel 1 | Würfel 2 |
|---------|--------------------------------|--------------------------------|
| | Intensität I / s^{-1} | Intensität I / s^{-1} |
| 1 | 20,064 | 86,284 |
| 2 | 20,121 | 86,390 |
| 3 | 20,879 | 90,228 |

$$\begin{aligned}\mu_2 &= (0,0619 \pm 0,0006) \text{ mm}^{-1} \\ \mu_3 &= (0,0133 \pm 0,0007) \text{ mm}^{-1}.\end{aligned}$$

Aufgrund der in Tabelle 1 dargestellten Daten lassen sich die Materialien der Würfel als Messing (Würfel 2) und Delrin (Würfel 3) identifizieren.

4.4 Kombinierter Würfel unbekannter Zusammensetzung

Für den kombinierten Würfel werden die insgesamt zwölf Zählraten wiederum nach dem in Kapitel 4.1 beschriebenen Verfahren korrigiert. Die sich daraus ergebenden Intensitäten sind in Tabelle 5 zu sehen. Zur Bestimmung der Zusammensetzung des Würfels werden

Tabelle 5: Korrigierte Intensitäten des zusammengesetzten Würfels.

| Projektion | Intensität I / s^{-1} |
|------------|--------------------------------|
| 1 | 53,829 |
| 2 | 53,738 |
| 3 | 53,871 |
| 4 | 54,662 |
| 5 | 55,470 |
| 6 | 53,703 |
| 7 | 48,861 |
| 8 | 17,431 |
| 9 | 77,764 |
| 10 | 76,200 |
| 11 | 62,301 |
| 12 | 64,889 |

die Abschwächungskoeffizienten genutzt. Dazu wird das Matrixgleichungssystem (4)

aufgestellt, wobei die Matrix A die gemessenen Projektionen repräsentiert. Diese sind in Abbildung 2 graphisch dargestellt. Es ergibt sich bei der Lösung des Gleichungssystems der Vektor

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} (0,05 \pm 0,03) \text{ mm}^{-1} \\ (0,00 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,05 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,01 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,05 \pm 0,03) \text{ mm}^{-1} \\ (0,03 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,05 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,01 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \\ (0,00 \pm 0,02) \text{ mm}^{-1} \end{pmatrix}.$$

Daraus lässt sich die in Tabelle 6 dargestellte Zusammensetzung des Würfels folgern, wobei bekannt ist, dass dieser nur aus Delrin und Messing zusammengesetzt ist.

Tabelle 6: Nach Lösung des Matrixgleichungssystems ermittelte Abschwächungskoeffizienten für den zusammengesetzten Würfel und identifizierte Materialien der Basiswürfel.

| Index | Abschwächungskoeffizient μ_i / mm^{-1} | identifiziertes Material |
|-------|--|-----------------------------|
| 1 | $0,05 \pm 0,03$ | Messing |
| 2 | $0,00 \pm 0,02$ | Delrin |
| 3 | $0,05 \pm 0,02$ | Messing |
| 4 | $0,01 \pm 0,02$ | Delrin |
| 5 | $0,05 \pm 0,03$ | Messing |
| 6 | $0,03 \pm 0,02$ | Delrin |
| 7 | $0,05 \pm 0,02$ | Messing |
| 8 | $0,01 \pm 0,02$ | Delrin |
| 9 | $0,00 \pm 0,02$ | Delrin |

5 Diskussion

Bei der Messreihe zur Aluminiumhülle ergibt sich ein Abschwächungskoeffizient von

$$\mu = (0,018 \pm 0,006) \text{ mm}^{-1}.$$

Für die beiden Würfel unbekannten Materials ergeben sich die Abschwächungskoeffizienten

$$\begin{aligned}\mu_2 &= (0,0619 \pm 0,0006) \text{ mm}^{-1} \\ \mu_3 &= (0,0133 \pm 0,0007) \text{ mm}^{-1}.\end{aligned}$$

Im Vergleich mit den in Tabelle 1 dargestellten Literaturwerten folgen mit der allgemeinen Formel

$$\Delta x = \frac{x_{\text{exp}} - x_{\text{theo}}}{x_{\text{theo}}}.$$

die Abweichungen vom Theoriewert

$$\begin{aligned}\Delta\mu_{\text{Aluminium}} &= 10,3\% \\ \Delta\mu_{\text{Messing}} &= 4,6\% \\ \Delta\mu_{\text{Delrin}} &= 14,9\%.\end{aligned}$$

Da die Abweichungen und auch die Unsicherheiten relativ gering sind, ist davon auszugehen, dass sowohl die Messungen als auch die Zuordnungen erfolgreich waren.

Zur Ausdehnung des Strahls lässt sich sagen, dass diese sich hinter der Lochblende wieder kegelförmig ausbreitet. Dies sorgt dafür, dass nicht nur punktförmig bestrahlt wird, sondern insbesondere bei der diagonalen Bestrahlung des kombinierten Würfels immer mehr Elementarwürfel getroffen werden, als in der Rechnung berücksichtigt wurden. Zusammen mit der Schwierigkeit, dass die genaue Strahlrichtung nur ungefähr abgeschätzt werden konnte und somit die Positionierung des Würfels an der richtigen Stelle im Strahlgang sehr schwierig war, sorgt dies für Messunsicherheiten. An dieser Stelle hätte ein Laser zur Markierung der Strahlrichtung die Justierung vereinfacht. Hinzu kommt, dass die Wahl einer Projektion jeweils diagonal nur durch einen Elementarwürfel zwar zunächst mathematisch einfacher zu behandeln ist, messtechnisch aber vermutlich ungünstig gewählt ist. Die sich dabei ergebenden Intensitäten sind nicht redundant abgesichert, sondern geben mathematisch einen exakten Wert für die entsprechenden Abschwächungskoeffizienten vor. Dies sorgt dafür, dass die berechneten Unsicherheiten des Vektors μ sehr groß sind und somit keine gute Zuordnung der Elementarwürfel zu den Materialien möglich ist. Die Aluminiumhülle hat aufgrund ihrer geringen Wandstärke hingegen einen eher geringen Einfluss, wie die Ergebnisse aus Kapitel 4.2 zeigen. Mathematisch wurde dies berücksichtigt, indem als Ausgangsintensität diejenige angenommen wurde, die hinter der Aluminiumhülle gemessen wurde. Demnach hat die Hülle letztendlich keine Auswirkungen auf die Ergebnisse.

Insgesamt lässt sich also sagen, dass die ersten Messreihen zu den homogenen Würfeln gute Ergebnisse geliefert haben. Die Messreihe zu dem zusammengesetzten Würfel hat allerdings eher weniger zufriedenstellende Ergebnisse ergeben.

Literatur

- [1] Elcin Akay. *GoodNotes 5 für IOS*. 16. Okt. 2019. URL: <https://www.goodnotes.com/>.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V14*. 24. Okt. 2019. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/951338/mod_resource/content/2/V14_V1.pdf.

- [3] Sondermaschinenbau Forum. *Liste dichter Stoffe*. 16. Okt. 2019. URL: <http://www.forum-sondermaschinenbau.de/seiten/dichte.html>.
- [4] Leifiphysik. *Feynmann-Diagramme*. 16. Okt. 2019. URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/teilchenphysik/ausblick/feynman-diagramme>.
- [5] XCOM. *NIST*. 16. Okt. 2019. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>.