



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

## V308 - Spulen und Magnetfelder

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

DURCHFÜHRUNG AM 21. DEZEMBER 2018

ABGABE AM 28. DEZEMBER 2018

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1 Magnetfeld einer Spule . . . . .	5
3.2 Magnetfeld eines Spulenpaars . . . . .	5
3.3 Toroid Spule . . . . .	6
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Lange Spule . . . . .	6
4.2 Kurze Spule . . . . .	8
4.3 Helmholtz-Spulenpaar . . . . .	10
4.3.1 Erster Abstand . . . . .	11
4.3.2 Zweiter Abstand . . . . .	12
4.3.3 Dritter Abstand . . . . .	13
4.4 Toroidspule . . . . .	14
<b>5 Diskussion</b>	<b>16</b>

## 1 Zielsetzung

Verschiedene Spulenanordnungen werden vermessen und dadurch werden die verschiedenen Magnetfelder ermittelt.

## 2 Theorie

Wenn elektrische Ladungen bewegt werden, erzeugen sie ein magnetisches Feld. Dieses stellt eine Vektorgröße dar, dessen Betrag und Richtung gegeben sind durch die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$ . Magnetfeldlinien sind immer geschlossen, Sie verlaufen tangential zu den Feldstärkevektoren. Das magnetische Moment beschreibt das permanente Magnetfeld, welches viele Atome besitzen. Dieses entsteht durch die Elektronenbewegung und ohne äußeres Magnetfeld. Durch die Wärmebewegung sind die magnetischen Momente in den Atomen statistisch verteilt. So lässt sich die Beziehung

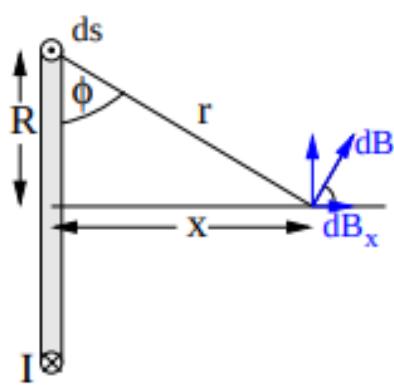
$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

zwischen der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  und der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  über die Permeabilität  $\mu$  darstellen. Die Permeabilität gibt die Durchlässigkeit von Materie für magnetische Felder an, und setzt sich zusammen aus  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ , wobei  $\mu_0$  die Vakuum-Permeabilität und  $\mu_r$  die relative Permeabilität darstellt und eine Materialkonstante ist.

Wird ein Leiter von einem Strom durchflossen, so wird dieser von einem Magnetfeld umgeben. Dieses besteht aus konzentrischen Kreisen, die senkrecht zum Stromfluss verlaufen und geschlossen sind. Eine Rechtsschraube entsteht durch die Stromrichtung und die Feldlinien. Mit dem Biot-Savart-Gesetz lässt sich nun die Magnetfeldstärke  $\vec{H}$  im Abstand  $r$  zum Draht folglich darstellen

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2)$$

Die Vakuum-Permeabilität ist gegeben durch  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  und  $I$  stellt den Strom dar, welcher durch den Draht fließt.



Das Magnetfeld der Abbildung rechts kann nun durch das Biot-Savart-Gesetz bestimmt werden. Im Mittelpunkt der stromdurchflossenen Spule ergibt sich

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \vec{x}. \quad (3)$$

Wird die Anzahl der Windungen  $n$  bei einer Spule erhöht, so steigt auch der magnetische Fluss. Eine langgestreckte stromdurchflossene Spule, welche auch als Solenoid bezeichnet wird, besitzt in der Mitte der Spule eine konstante magnetische Feldstärke. Innerhalb der Spulenachse verlaufen

**Abbildung 1:** Magnetfeld einer Spule im Abstand  $x$  vom Mittelpunkt.

die Feldlinien parallel. Somit ist das magnetisch Feld in dem Bereich homogen. Die Berechnung des homogenen Feldes  $B$  einer langen stromdurchflossenen Spule mit  $l$  größer als  $D$  mit der Windungszahl  $n$  und dem Spulenstrom  $I$  erfolgt nach

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I. \quad (4)$$

Wird nun der Fall bei einem Solenoid der Länge  $l$  betrachtet, welche zu einem Ring gebogen wird, verschwinden Randeffekte. Der Radius  $r_T$  ist viel kleiner als  $l$ . Das Magnetfeld außerhalb des Torus ist null. Innerhalb des Toroides ist das Magnetfeld wieder analog homogen und lässt sich ausdrücken durch

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T} \cdot I, \quad (5)$$

wobei  $l$  ersetzt wird durch  $2 \cdot \pi \cdot r_T$ .

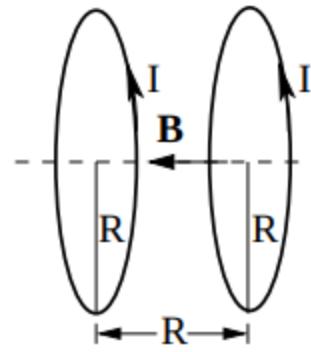
Um ein homogenes Magnetfeld aufzubauen, wird ein Spulenpaar genutzt, welches von dem Strom  $I$  durchflossen wird. Der Abstand der Spulen entspricht  $R$ , welches in Abbildung 2 ersichtlich ist. Solch ein Spulenpaar wird auch 'Helmholtz-Spulenpaar' bezeichnet, wobei das Magnetfeld auf der Symmetriechse im Inneren homogen ist. Dies kann aus dem Biot-Savart-Gesetz hergeleitet werden. Wird der Spulenradius  $R$  vom Abstand  $d = 2 \cdot x$  unterschieden, so muss ein allgemeiner Fall betrachtet und berechnet werden. Dieser ergibt für ein Feld in der Mitte des Paars mit einer Windung zu

$$B(0) = B_1(x) + B_1(-x) = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

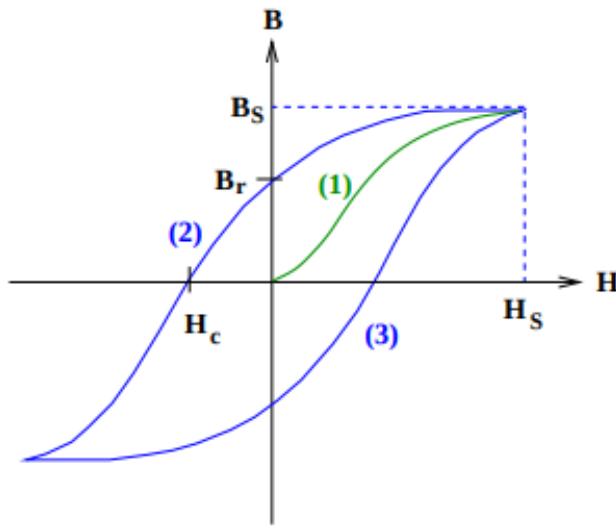
und mit einem Feldgradienten  $\frac{dB}{dx}$  entlang der Symmetriechse lässt sich die Gleichung umschreiben zu

$$\frac{dB}{dx} = -3\mu_0 I R^2 \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Ferromagnetische Materialien besitzen ein permanentes magnetisches Moment, ohne jedoch ein äußeres Magnetfeld zu erzeugen. In solchen Materialien ist die relative Permeabilität  $\mu_r$  sehr hoch und somit verliert die Gleichung (1) ihre Gültigkeit. Dieser Verlauf lässt sich gut in der Abbildung 3 erkennen.



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung Helmholz-Spulenpaar.



**Abbildung 3:** Hysteresekurve.

Die Kurve ist nicht eindeutig definiert, dies liegt daran, dass durch die Irreversibilität bei der Änderung des Magnetfeldes dieser Prozess statt findet. Die Neukurve entsteht, wenn ein äußeres Magnetfeld angelegt wird und die Magnetisierung der Probe den Sättigungswert  $B_s$  erreicht. Eine Remanenz bleibt bestehen, wenn das Magnetfeld abgeschaltet wird. Die Gegenkraft dazu, die Koerzitivkraft  $H_c$ , kann dies wieder aufheben. Wird nun das Gegenfeld weiter erhöht, so wird die Magnetisierung wieder negativ und erreicht den Sättigungswert  $-B_s$ . Die Hysteresekurve entsteht nun, wenn man das äußere Magnetfeld erhöht. Diese liegt im Ursprung symmetrisch vor. Die Kurven unterscheiden sich in ihrer Form durch verschiedenes Material.

### 3 Durchführung

#### 3.1 Magnetfeld einer Spule

Um das Magnetfeld einer Spule ermitteln zu können, wird diese an ein Netzgerät angeschlossen. Die Messung wird an zwei verschiedenen Spulen durchgeführt, an einer langen und an einer kurzen. Nun wird der Strom so eingestellt, dass ein Magnetfeld durch die Spannung erzeugt wird. Mithilfe einer longitudinalen Hallsonde kann nun das Magnetfeld auf der Achse der Spule gemessen werden. Es werden sowohl Messwerte innerhalb als auch außerhalb aufgenommen.

#### 3.2 Magnetfeld eines Spulenpaars

In diesem Teil der Messung wird ein Helmholtz-Spulenpaar in Reihe an ein Netzteil angeschlossen und Strom sowie Spannung werden in einen zulässigen Bereich eingestellt.

Dieser liegt unter 5V. Mit der transversalen Sonde wird nun das Magnetfeld innerhalb und außerhalb des Spulenpaars gemessen. Diese Messung wird für drei verschiedene Spulenabstände durchgeführt.

### 3.3 Toroid Spule

Eine Toroidspule wird analog wie in den anderen zwei Versuchsteilen an ein Netzteil angeschlossen, sodass ein Magnetfeld entsteht. Mithilfe der transversalen Sonde kann das Magnetfeld innerhalb des Ringes gemessen werden. Das Magnetfeld wird nun schrittweise erhöht und wieder verringert. Durch die Umpolung des Stromes wird das Gegenfeld erzeugt und wird ebenfalls durch Erhöhung und Verringerung ermittelt. Beendet wird diese Messung mit einer letzten Umpolung.

## 4 Auswertung

### 4.1 Lange Spule

Die versuchsspezifischen Werte für diese Messung lauten

$$\text{Länge } l_s = 0,19\text{m}$$

$$\text{Windungen } n = 300$$

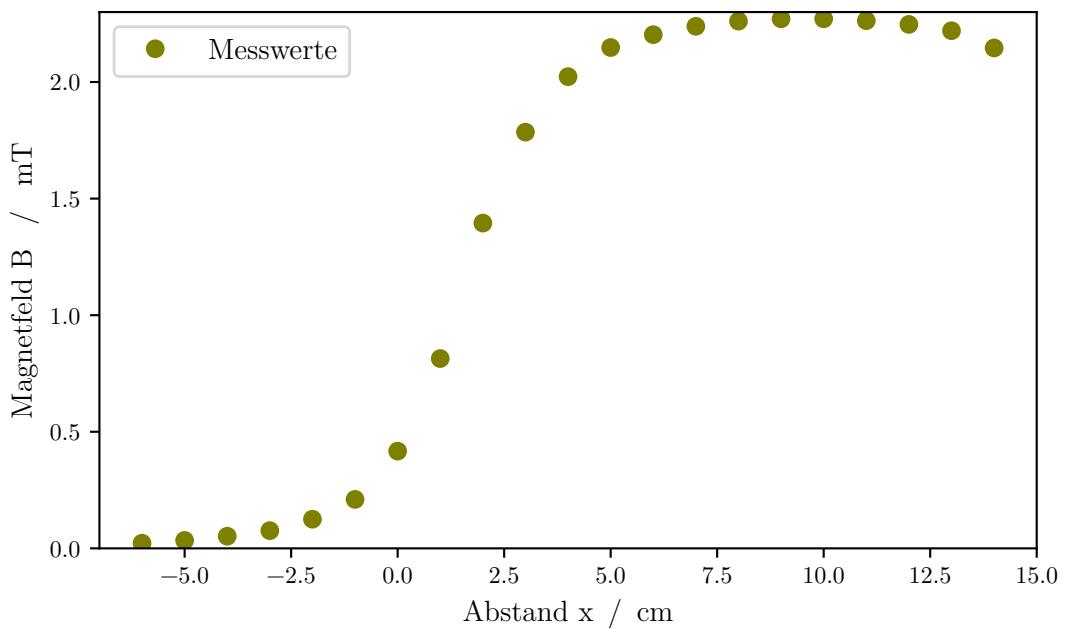
$$\text{Strom } I = 1\text{A}.$$

Die für den Versuch genutzten Werte sind in Tabelle 1 abgebildet, wobei die Abstände  $x$  diejenigen darstellen, die die Sonde zur Öffnung der Spule hat.

**Tabelle 1:** Messdaten der langen Spule.

$x / \text{cm}$	$B / \text{mT}$
-6	0,022
-5	0,034
-4	0,052
-3	0,076
-2	0,125
-1	0,210
0	0,417
1	0,814
2	1,395
3	1,785
4	2,023
5	2,148
6	2,203
7	2,239
8	2,261
9	2,271
10	2,271
11	2,263
12	2,247
13	2,220
14	2,146

Im Folgenden werden die Werte in die Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit zum Abstand  $x$ .

Um nun den theoretischen Wert für das Magnetfeld zu berechnen, wird Gleichung (4) genutzt. Es ergibt sich

$$B_{\text{theo}} = 1,984 \text{ mT}.$$

In diesem Fall wird die Permeabilität  $\mu_r$  als 1 angenommen,  $\mu_0$  ist die magnetische Feldkonstante. In diesem Versuch folgt aus dem Maximum der Abbildung ?? ein Magnetfeld von

$$B_{\text{exp}} = 2,271 \text{ mT}.$$

## 4.2 Kurze Spule

Die versuchsspezifischen Werte für diese Messung lauten

$$\text{Länge } l_s = 0,085 \text{ m}$$

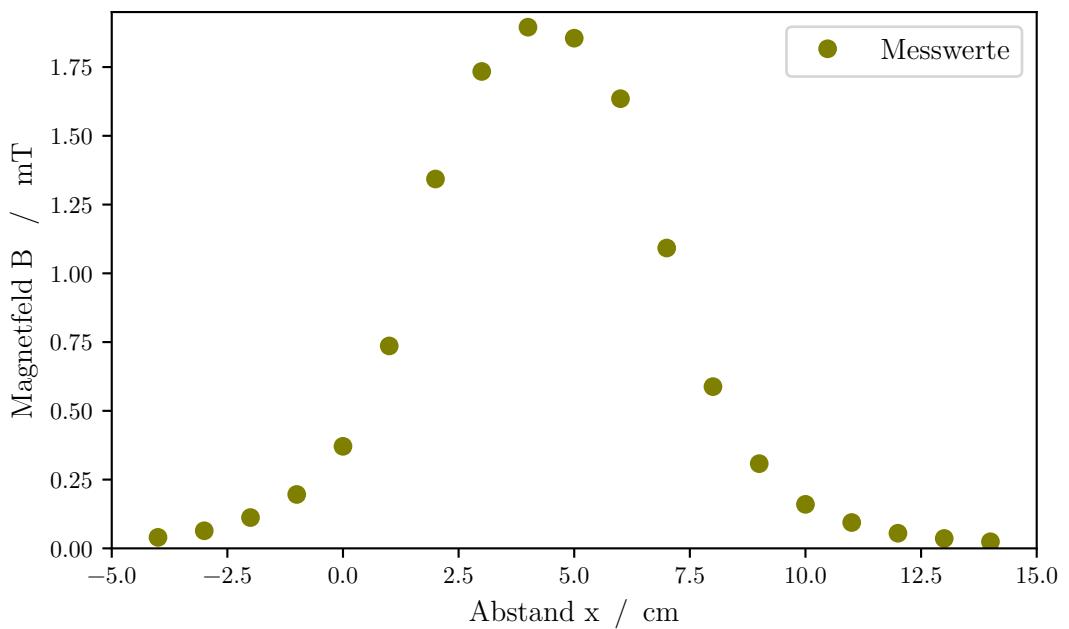
$$\text{Windungen } n = 100$$

$$\text{Strom } I = 1 \text{ A}.$$

Die zum Versuch notierten Messwerte sind in Tabelle 2 dargestellt und die Messwerte sind in der Abbildung 5 angegeben. Der Abstand  $x$  gibt die Differenz zwischen dem Anfang der Spule und dem Anfang der Sonde wieder.

**Tabelle 2:** Messdaten der kurzen Spule.

$x / \text{cm}$	$B / \text{mT}$
-4	0,040
-3	0,064
-2	0,112
-1	0,196
0	0,371
1	0,736
2	1,343
3	1,734
4	1,895
5	1,855
6	1,635
7	1,092
8	0,588
9	0,308
10	0,160
11	0,094
12	0,055
13	0,036
14	0,024



**Abbildung 5:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit zum Abstand  $x$ .

Analog zur Berechnung der langen Spule kann das Magnetfeld berechnet werden und ist gegeben durch

$$B_{\text{theo}} = 1,478 \text{ mT}.$$

Bei dieser Messung liegt das Maximum bei

$$B_{\text{exp}} = 1,895 \text{ mT}.$$

### 4.3 Helmholtz-Spulenpaar

Die versuchsspezifischen Werte für diese Messung lauten

$$\text{Abstand } d_1 = 0,11 \text{ m}$$

$$\text{Abstand } d_2 = 0,16 \text{ m}$$

$$\text{Abstand } d_3 = 0,21 \text{ m}$$

$$\text{Windungen } n = 100$$

$$\text{Radius } r_H = 0,0625 \text{ m}$$

$$\text{Strom } I = 4 \text{ A}.$$

Die in der Messreihe genutzten Werte werden in den Tabellen 3 und 4 dargestellt.

**Tabelle 3:** Messdaten innerhalb des Helmholtz-Spulenpaars bei verschiedenen Abständen.

$d_1$ / cm	$B$ / mT	$d_2$ / cm	$B$ / mT	$d_2$ / cm	$B$ / mT
1,0	1,920	1,0	1,582	1,0	1,485
1,5	1,889	2,0	1,393	2,5	1,170
2,0	1,846	3,0	1,231	4,0	0,900
2,5	1,821	4,0	1,111	5,5	0,730
3,0	1,806	5,0	1,045	7,0	0,637
3,5	1,809	6,0	1,030	8,5	0,615
4,0	1,827	7,0	1,069	10,0	0,659
4,5	1,857	8,0	1,163	11,5	0,775
5,0	1,904	9,0	1,308	13,0	0,975
5,5	1,954	10,0	1,483	14,5	1,253
6,0	2,001	11,0	1,669	16,0	1,570

**Tabelle 4:** Messdaten außerhalb des Helmholtz-Spulenpaars bei verschiedenen Abständen.

$d_1$ / cm	$B$ / mT	$d_2$ / cm	$B$ / mT	$d_2$ / cm	$B$ / mT
11,5	1,623	17,0	1,466	21,5	1,532
12,0	1,505	17,5	1,339	22,0	1,432
12,5	1,372	18,0	1,224	22,5	1,309
13,0	1,251	18,5	1,108	23,0	1,198
13,5	1,133	19,0	0,992	23,5	1,089
14,0	1,025	19,5	0,905	24,0	0,997
14,5	0,927	20,0	0,813	24,5	0,885
15,0	0,833	20,5	0,733	25,0	0,791

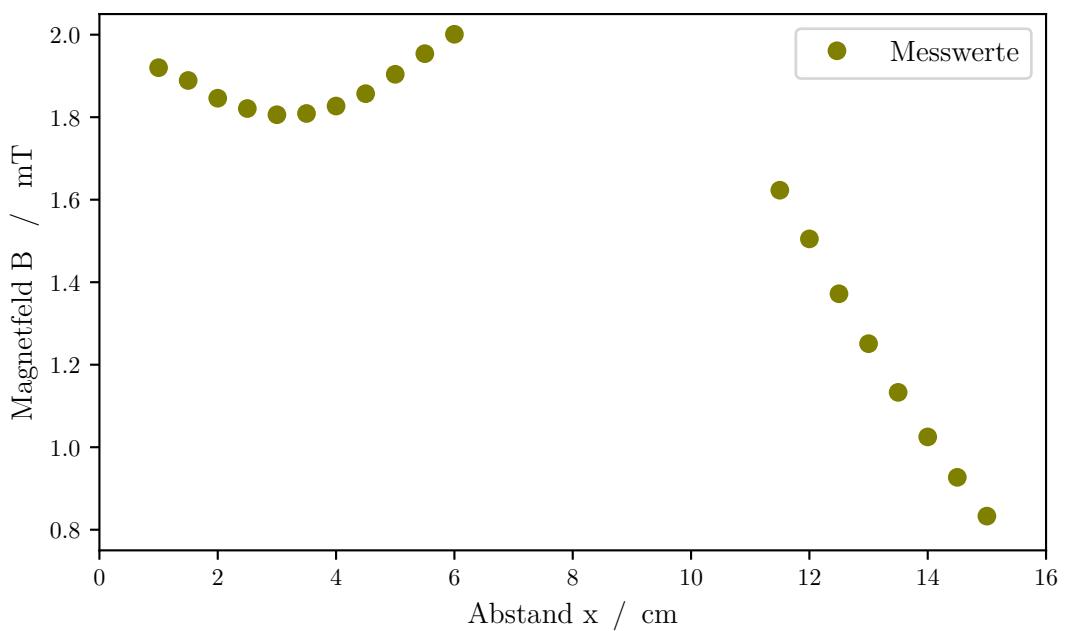
#### 4.3.1 Erster Abstand

Die Berechnung für das theoretische Magnetfeld ergibt sich aus der Formel (6) und ergibt

$$B_{\text{theo}} = 3,402 \text{ mT}.$$

Für den experimentellen Wert ergibt sich aus der Abbildung

$$B_{\text{exp}} = 2,001 \text{ mT}.$$



**Abbildung 6:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit zum Abstand  $x$ .

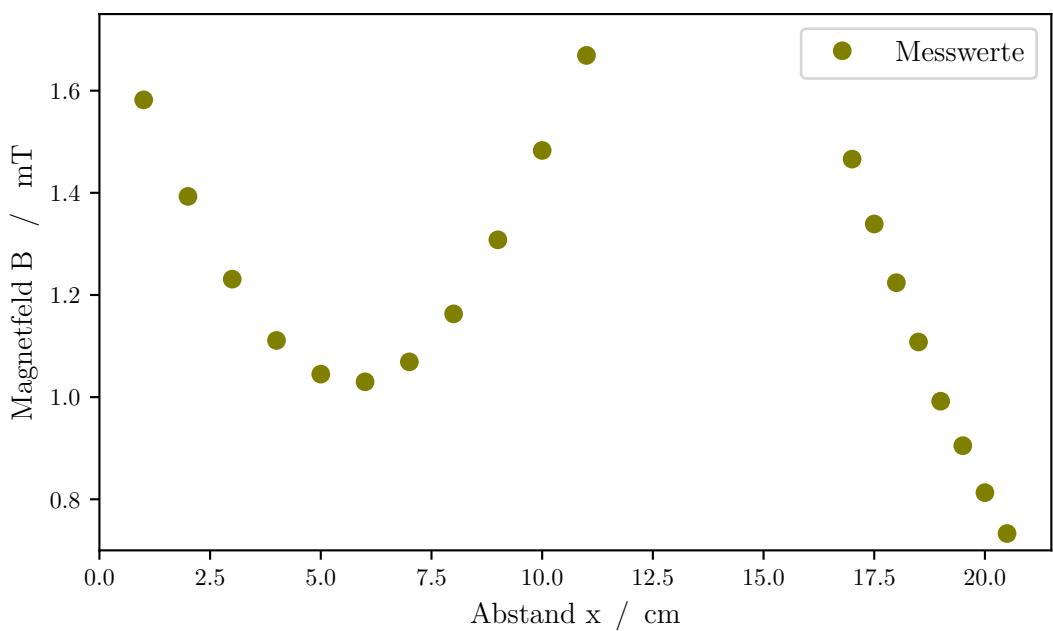
#### 4.3.2 Zweiter Abstand

Analog zum ersten Abstand ergibt sich hier ein theoretischer Wert von

$$B_{\text{theo}} = 1,876 \text{ mT}.$$

Experimentell ergab sich bei der Messreihe

$$B_{\text{exp}} = 1,669 \text{ mT}.$$



**Abbildung 7:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit zum Abstand  $x$ .

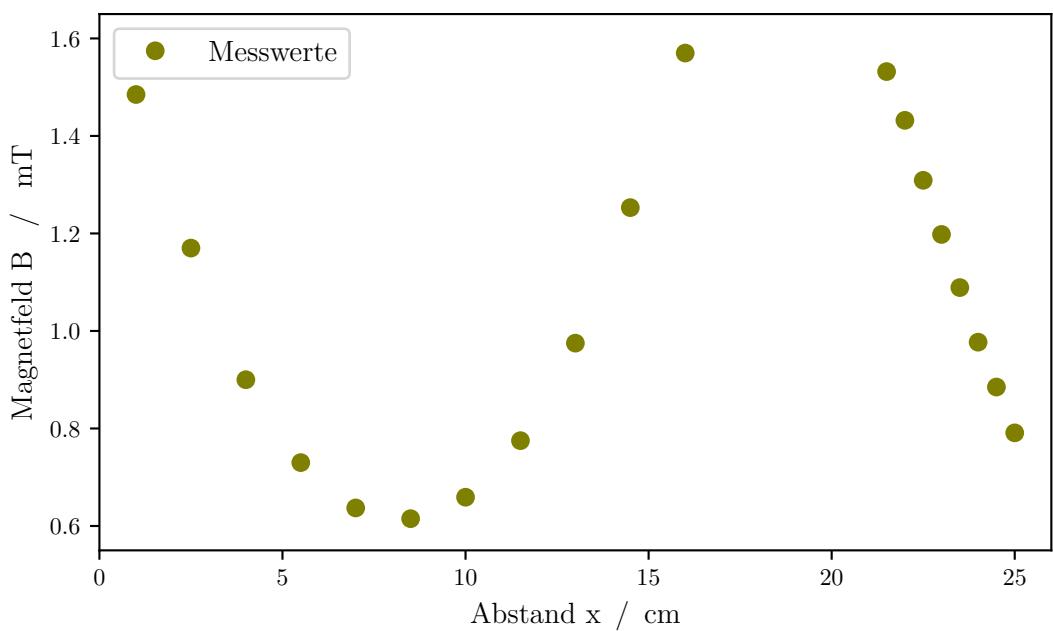
#### 4.3.3 Dritter Abstand

Analog zum ersten Abstand ergibt sich hier ein theoretischer Wert von

$$B_{\text{theo}} = 1,076 \text{ mT}.$$

Experimentell ergab sich bei der Messreihe

$$B_{\text{exp}} = 1,570 \text{ mT}.$$



**Abbildung 8:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit zum Abstand  $x$ .

#### 4.4 Toroidspule

Im letzten Versuchsteil wird eine Toroidspule betrachtet, welche einen Eisenkern im Inneren hat. Die versuchsspezifischen Daten lauten nun

$$\begin{aligned} \text{Windungen } n &= 595 \\ \text{Luftspalt } l_{ls} &= 0,003\text{m} \\ \text{Radius } r_T &= 0,1325\text{m}. \end{aligned}$$

Die magnetische Flussdichte wird bei ansteigendem und abfallendem Strom notiert und kann in Abbildung 9 beobachtet werden. Aus dieser lassen sich auch die Werte für die Remanenz  $B_r$ , den Sättigungswert  $B_s$  sowie der Koerzitivkraft  $H_c$  ablese.

**Tabelle 5:** Messdaten bei ansteigendem und abfallenden Strom.

$I / A$	$B / \text{mT}$	$I / A$	$B / \text{mT}$	$I / A$	$B / \text{mT}$
0	4			0	124
1	-150	-1	113	1	-75
2	-323	-2	241	2	-241
3	-422	-3	379	3	-376
4	-490	-4	469	4	-464
5	-539	-5	525	5	-522
6	-577	-6	570	6	-568
7	-611	-7	608	7	-604
8	-638	-8	638	8	-636
9	-666	-9	666	9	-662
10	-691	-10	691	10	-687
9	-675	-9	675		
8	-658	-8	658		
7	-637	-7	638		
6	-614	-6	615		
5	-585	-5	587		
4	-547	-4	553		
3	-505	-3	508		
2	-449	-2	449		
1	-327	-1	325		
0	-123				

Da für die Remanenz gelten muss, dass  $B_r(H = 0) \neq 0$ , folgt

$$B_r = 124 \text{ mT}.$$

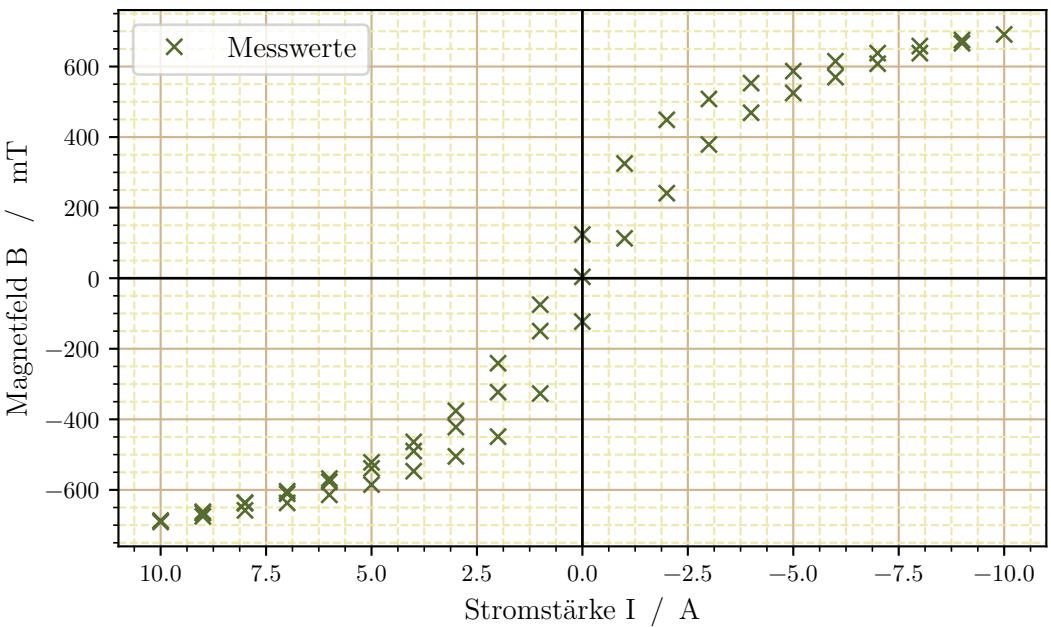
Für den Sättigungswert ergibt sich

$$B_s = 691 \text{ mT}.$$

Für die der Koerzitivkraft  $H_c$  entsprechenden Stromstärke ist der Wert

$$I_c = 0,48 \text{ A}$$

ablesbar.



**Abbildung 9:** Gemessenes Magnetfeld  $B$  in Abhängigkeit von dem Strom  $I$ .

## 5 Diskussion

In dieser Versuchsreihe wurden Magnetfelder von verschiedenen Spulen untersucht. Die Abweichungen von den Theoriewerten ist in Tabelle 6 dargestellt. Berechnet wurden diese Fehler durch die Gleichung

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r},$$

wobei  $x_r$  den Theoriewert darstellt.

**Tabelle 6:** Relative Abweichungen vom berechneten Theoriewert.

lange Spule $l_s$	kurze Spule $l_s$	Helmholtz-Spulen $d_1$	$d_2$	$d_3$
14,5%	28,2%	41,2%	11,0%	45,9%

Das Magnetfeld bei einer langen Spule ist im Inneren konstant, weil die Feldlinien parallel zu der Spulenachse verlaufen. Diesen Verlauf kann man in der Abbildung 4 gut erkennen. Die magnetische Flussdichte ist konstant. Da die Sonde zu kurz war, konnte das Abfallen des Magnetfeldes nicht aufgenommen werden.

Bei der kurzen Spule lässt erkennen, dass die magnetische Flussdichte nicht konstant ist. Die Spule war zu kurz und somit wurden mehr Messwerte außerhalb der Spule

aufgenommen als innerhalb, weshalb das Magnetfeld eine höhere Abweichung aufweist als bei der langen.

Beim Versuchsteil der Helmholtzspulen wird aus der Tabelle deutlich, dass der zweite Abstand die besten Messwerte liefert hat. Theoretisch sollte beim ersten Abstand ein viel größeres Magnetfeld gemessen werden. In der Abbildung 6 ist innerhalb der Spulen eine leichte Parabel und außerhalb der Spule ein linearer Abfall erkennbar. Abbildung 7 zeigt innerhalb des Magnetfeldes eine viel größere Parabel, welche jedoch nahezu symmetrisch aussieht. Auch hier kann ein linearer Abfall deutlich abgelesen werden. Bei Abbildung 8 ist der Abstand zwischen der Spulen so groß, dass im Mittelpunkt dieser nur noch die Hälfte des theoretischen Magnetfeldes messbar war. Schlussendlich lässt sich allerdings sagen, dass die Versuchsreihe und die Ergebnisse ein zufriedenstellendes Ergebnis liefern.

Zur Hysteresekurve lässt sich hinzufügen, dass hier kein Vergleich zu Theoriewerten aufgestellt werden konnte, da es keine gibt. Der Verlauf der Kurve ist jedoch konsistent und passt zu der Erwartung.