

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	5
3.1	Magnetfeld einer Spule	5
3.2	Magnetfeld eines Spulenpaares	6
3.3	Toroid-Spule	6
4	Auswertung	7
4.1	Lange Spule	7
4.2	Kurze Spule	7
4.3	Helmholtz-Spulenpaar	9
4.3.1	Erster Abstand	9
4.3.2	Zweiter Abstand	11
4.3.3	Dritter Abstand	11
4.4	Toroidspule	13
5	Diskussion	14
	Literatur	15

1 Zielsetzung

Verschiedene Spulenanordnungen werden vermessen und dadurch werden die verschiedenen Magnetfelder ermittelt.

2 Theorie

Wenn elektrische Ladungen bewegt werden, erzeugen sie ein magnetisches Feld. Dieses stellt eine Vektorgröße dar, dessen Betrag und Richtung gegeben sind durch die magnetische Feldstärke \vec{H} . Magnetfeldlinien sind immer geschlossen, Sie verlaufen tangential zu den Feldstärkevektoren. Das magnetische Moment beschreibt das permanente Magnetfeld, welches viele Atome besitzen. Dieses entsteht durch die Elektronenbewegung und ohne äußeres Magnetfeld. Durch die Wärmebewegung sind die magnetischen Momente in den Atomen statistisch verteilt. So lässt sich die Beziehung

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

zwischen der magnetischen Flussdichte \vec{B} und der magnetischen Feldstärke \vec{H} über die Permeabilität μ darstellen. Die Permeabilität gibt die Durchlässigkeit von Materie für magnetische Felder an, und setzt sich zusammen aus $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, wobei μ_0 die Vakuum-Permeabilität und μ_r die relative Permeabilität darstellt und eine Materialkonstante ist.

Wird ein Leiter von einem Strom durchflossen, so wird dieser von einem Magnetfeld umgeben. Dieses besteht aus konzentrischen Kreisen, die senkrecht zum Stromfluss verlaufen und geschlossen sind. Eine Rechtsschraube entsteht durch die Stromrichtung und die Feldlinien. Mit dem Biot-Savart-Gesetz lässt sich nun die Magnetfeldstärke \vec{H} im Abstand r zum Draht folglich darstellen

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2)$$

Die Vakuum-Permeabilität ist gegeben durch $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ und I stellt den Strom dar, welcher durch den Draht fließt.

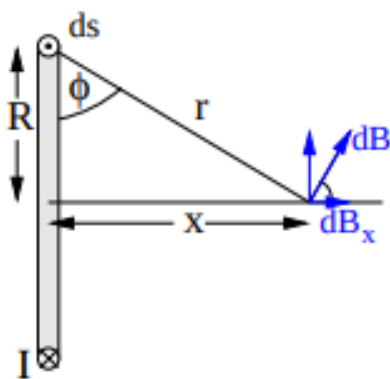


Abbildung 1: Magnetfeld einer Spule im Abstand x vom Mittelpunkt [1].

Das Magnetfeld der Abbildung rechts kann nun durch das Biot-Savart-Gesetz bestimmt werden. Im Mittelpunkt der stromdurchflossenen Spule ergibt sich

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \vec{x}. \quad (3)$$

Wird die Anzahl der Windungen n bei einer Spule erhöht, so steigt auch der magnetische Fluss. Eine langgestreckte stromdurchflossene Spule, welche auch als Solenoid bezeichnet wird, besitzt in der Mitte der Spule eine konstante magnetische Feldstärke. Innerhalb der Spulenachse verlaufen

die Feldlinien parallel. Somit ist das magnetisch Feld in dem Bereich homogen. Die Berechnung des homogenen Feldes B einer langen stromdurchflossenen Spule mit l größer als D mit der Windungszahl n und dem Spulenstrom I erfolgt nach

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I. \quad (4)$$

Wird nun der Fall bei einem Solenoid der Länge l betrachtet, welche zu einem Ring gebogen wird, verschwinden Randeffekte. Der Radius r_T ist viel kleiner als l . Das Magnetfeld außerhalb des Torus ist null. Innerhalb des Toroides ist das Magnetfeld wieder analog homogen und lässt sich ausdrücken durch

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T} \cdot I, \quad (5)$$

wobei l ersetzt wird durch $2 \cdot \pi \cdot r_T$.

Um ein homogenes Magnetfeld aufzubauen, wird ein Spulenpaar genutzt, welches von dem Strom I durchflossen wird. Der Abstand der Spulen entspricht R , welches in Abbildung 2 ersichtlich ist. Solch ein Spulenpaar wird auch 'Helmholtz-Spulenpaar' bezeichnet, wobei das Magnetfeld auf der Symmetrieachse im Inneren homogen ist. Dies kann aus dem Biot-Savart-Gesetz hergeleitet werden. Wird der Spulenradius R vom Abstand $d = 2 \cdot x$ unterschieden, so muss ein allgemeiner Fall betrachtet und berechnet werden. Dieser ergibt für ein Feld in der Mitte des Paares mit einer Windung zu

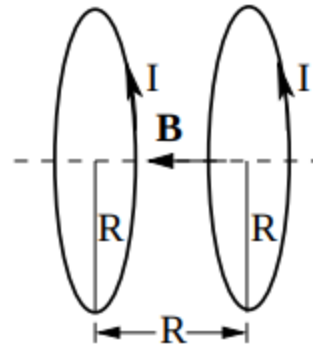


Abbildung 2: Schematische Darstellung Helmholtz-Spulenpaar [1].

$$B(0) = B_1(x) + B_1(-x) = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

und mit einem Feldgradienten $\frac{dB}{dx}$ entlang der Symmetrieachse lässt sich die Gleichung umschreiben zu

$$\frac{dB}{dx} = -3\mu_0 I R^2 \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Ferromagnetische Materialien besitzen ein permanentes magnetisches Moment, ohne dass dazu ein äußeres Magnetfeld benötigt wird. Innerhalb des Materials existieren dabei Bereiche, in denen die magnetischen Momente parallel zueinander ausgerichtet sind. Diese Bereiche werden als Weißsche Bezirke bezeichnet. Im unbehandelten Zustand sind die Weißschen Bezirke statistisch verteilt ausgerichtet. Wird dieses Material nun in ein äußeres Magnetfeld eingebracht, vergrößern sich die Weißschen Bezirke, bis schlussendlich alle magnetischen Momente gleichgerichtet sind. In ferromagnetischen Materialien ist die relative Permeabilität μ_r sehr hoch. Somit verliert die Gleichung (1) ihre Gültigkeit. Dieser Verlauf lässt sich gut in der Abbildung 3 erkennen.

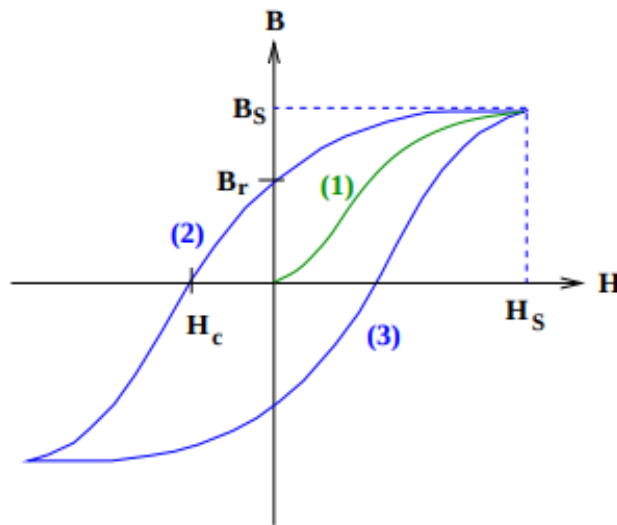


Abbildung 3: Hysteresekurve [1].

Die Kurve ist nicht eindeutig definiert, dies liegt daran, dass durch die Irreversibilität bei der Änderung des Magnetfeldes dieser Prozess statt findet. Die Neukurve entsteht, wenn ein äußeres Magnetfeld angelegt wird und die Magnetisierung der Probe den Sättigungswert B_s erreicht. Eine Remanenz bleibt bestehen, wenn das Magnetfeld abgeschaltet wird. Die Gegenkraft dazu, die Koerzitivkraft H_c , kann dies wieder aufheben. Wird nun das Gegenfeld weiter erhöht, so wird die Magnetisierung wieder negativ und erreicht den Sättigungswert $-B_s$. Die Hysteresekurve entsteht nun, wenn man das äußere Magnetfeld erhöht. Diese liegt im Ursprung symmetrisch vor. Die Kurven unterscheiden sich in ihrer Form durch verschiedenes Material.

Weitere Formen des Magnetismus von Materialien sind Diamagnetismus und Paramagnetismus. Diamagnetismus ist dadurch charakterisiert, dass die relative Permeabilität der entsprechenden Stoffe $\mu_r < 1$ ist. Diamagnetische Materialien besitzen ohne äußeres Magnetfeld kein eigenes Magnetfeld und keine magnetische Ordnung. Werden sie allerdings in ein äußeres Magnetfeld eingebracht, induzieren sie ein Gegenfeld zum externen Magnetfeld. Bei paramagnetischen Stoffen liegt die relative Permeabilität $\mu_r > 1$. Im Gegensatz zum Diamagnetismus ist das entstehende Magnetfeld eines paramagnetischen Stoffes im äußeren Magnetfeld gleichgerichtet mit diesem. Allerdings existiert auch hier ohne äußeres Magnetfeld keine magnetische Ordnung.

3 Durchführung

3.1 Magnetfeld einer Spule

Um das Magnetfeld einer Spule ermitteln zu können, wird diese an ein Netzgerät angeschlossen. Die Messung wird an zwei verschiedenen Spulen durchgeführt, an einer langen

und an einer kurzen. Nun wird der Strom so eingestellt, dass ein Magnetfeld durch die Spannung erzeugt wird. Mithilfe einer longitudinalen Hallsonde kann nun das Magnetfeld auf der Achse der Spule gemessen werden. Es werden sowohl Messwerte innerhalb als auch außerhalb aufgenommen. Die Daten der langen Spule lauten

$$\text{Länge } l_s = 0,19\text{m}$$

$$\text{Windungen } n = 300$$

$$\text{Strom } I = 1\text{A}$$

und die der kurzen Spule sind

$$\text{Länge } l_s = 0,085\text{m}$$

$$\text{Windungen } n = 100$$

$$\text{Strom } I = 1\text{A}.$$

3.2 Magnetfeld eines Spulenpaares

In diesem Teil der Messung wird ein Helmholtz-Spulenpaar in Reihe an ein Netzteil angeschlossen und Strom sowie Spannung werden in einen zulässigen Bereich eingestellt. Dieser liegt unter 5V. Mit der transversalen Sonde wird nun das Magnetfeld innerhalb und außerhalb des Spulenpaares gemessen. Diese Messung wird für drei verschiedene Spulenabstände durchgeführt. Die Abmessungen des Helmholtz-Spulenpaares und die verwendeten Parameter sind

$$\text{Abstand } d_1 = 0,11\text{m}$$

$$\text{Abstand } d_2 = 0,16\text{m}$$

$$\text{Abstand } d_3 = 0,21\text{m}$$

$$\text{Windungen } n = 100$$

$$\text{Radius } r_H = 0,0625\text{m}$$

$$\text{Strom } I = 4\text{A}.$$

3.3 Toroid-Spule

Eine Toroidspule wird analog wie in den anderen zwei Versuchsteilen an ein Netzteil angeschlossen, sodass ein Magnetfeld entsteht. Mithilfe der transversalen Sonde kann das Magnetfeld innerhalb des Ringes gemessen werden. Das Magnetfeld wird nun schrittweise erhöht und wieder verringert. Durch die Umpolung des Stromes wird das Gegenfeld erzeugt und wird ebenfalls durch Erhöhung und Verringerung ermittelt. Beendet wird

diese Messung mit einer letzten Umpolung. Die relevanten Daten der Toroidspule sind

Windungen $n = 595$

Luftspalt $l_{\text{ls}} = 0,003\text{m}$

Radius $r_{\text{T}} = 0,1325\text{m}$.

4 Auswertung

4.1 Lange Spule

Die für den Versuch genutzten Werte sind in Tabelle 1 abgebildet, wobei die Abstände x diejenigen darstellen, die die Sonde zur Öffnung der Spule hat.

Tabelle 1: Messdaten der langen Spule.

x / cm	B / mT	x / cm	B / mT
−6	0,022	5	2,148
−5	0,034	6	2,203
−4	0,052	7	2,239
−3	0,076	8	2,261
−2	0,125	9	2,271
−1	0,210	10	2,271
0	0,417	11	2,263
1	0,814	12	2,247
2	1,395	13	2,220
3	1,785	14	2,146
4	2,023	—	—

Im Folgenden werden die Werte in die Abbildung 4 dargestellt.

Um nun den theoretischen Wert für das Magnetfeld zu berechnen, wird Gleichung (4) genutzt. Es ergibt sich

$$B_{\text{theo}} = 1,984 \text{ mT}.$$

In diesem Fall wird die Permeabilität μ_{r} als 1 angenommen, μ_0 ist die magnetische Feldkonstante. In diesem Versuch folgt aus dem Maximum der Abbildung 4 ein Magnetfeld von

$$B_{\text{exp}} = 2,271 \text{ mT}.$$

4.2 Kurze Spule

Die zum Versuch notierten Messwerte sind in Tabelle 2 dargestellt und die Messwerte sind in der Abbildung 5 angegeben. Der Abstand x gibt die Differenz zwischen dem Anfang der Spule und dem Anfang der Sonde wieder.

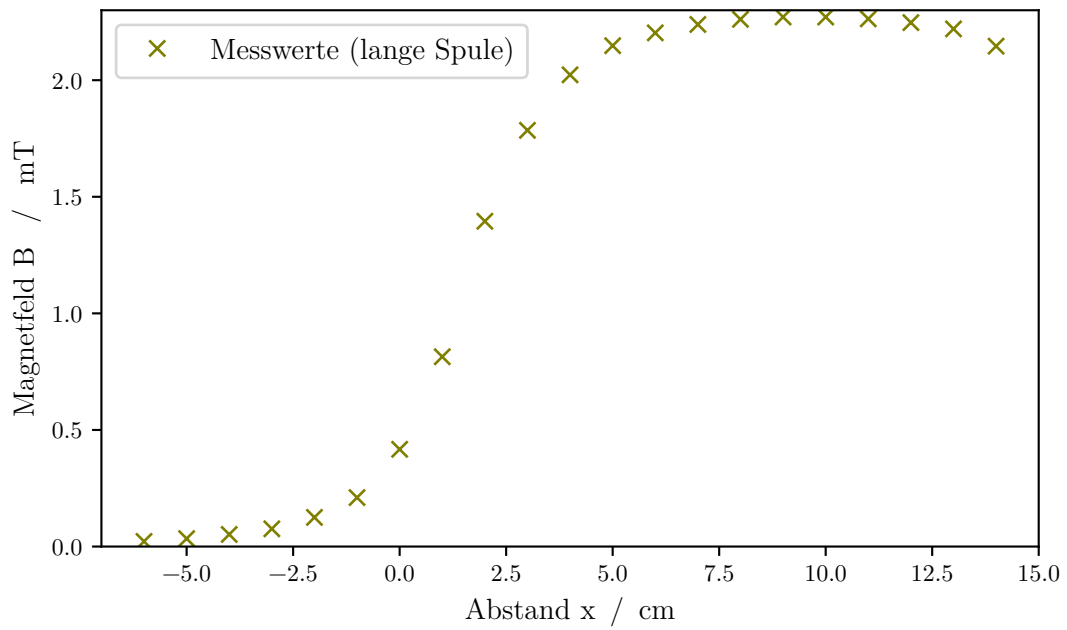


Abbildung 4: Gemessenes Magnetfeld B der langen Spule in Abhängigkeit vom Abstand x .

Tabelle 2: Messdaten der kurzen Spule.

x / cm	B / mT	x / cm	B / mT
−4	0,040	6	1,635
−3	0,064	7	1,092
−2	0,112	8	0,588
−1	0,196	9	0,308
0	0,371	10	0,160
1	0,736	11	0,094
2	1,343	12	0,055
3	1,734	13	0,036
4	1,895	14	0,024
5	1,855	—	—

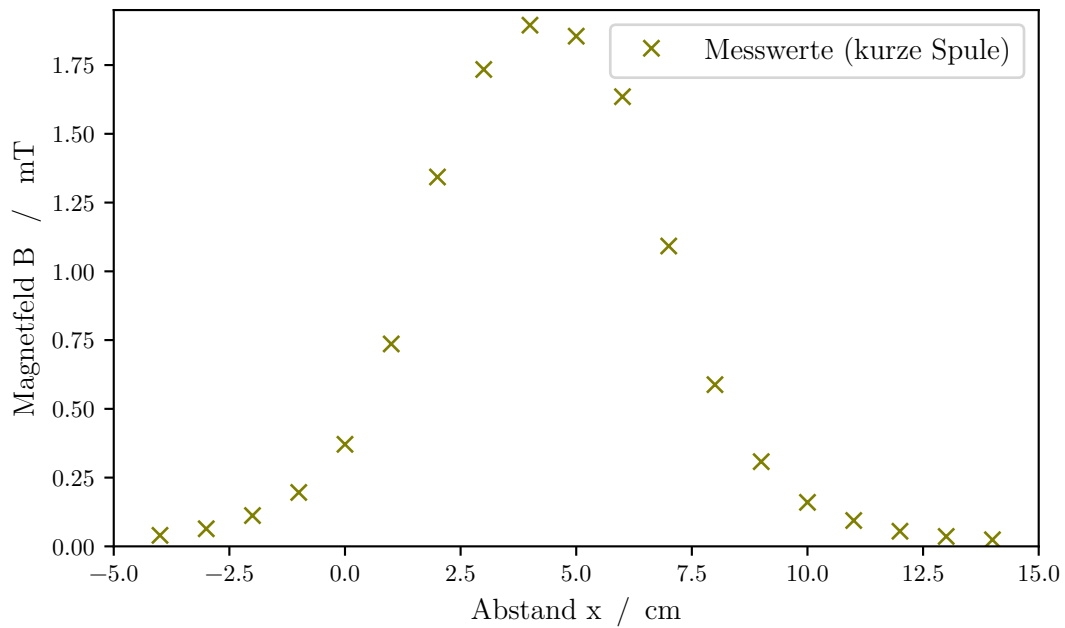


Abbildung 5: Gemessenes Magnetfeld B der kurzen Spule in Abhängigkeit vom Abstand x .

Analog zur Berechnung der langen Spule kann das Magnetfeld berechnet werden und ist gegeben durch

$$B_{\text{theo}} = 1,478 \text{ mT}.$$

Bei dieser Messung liegt das Maximum bei

$$B_{\text{exp}} = 1,895 \text{ mT}.$$

4.3 Helmholtz-Spulenpaar

Die in der Messreihe genutzten Werte werden in den Tabellen 3 und 4 dargestellt.

4.3.1 Erster Abstand

Die Berechnung für das theoretische Magnetfeld ergibt sich aus der Formel (6) und ergibt

$$B_{\text{theo}} = 3,402 \text{ mT}.$$

Für den experimentellen Wert ergibt sich aus der Abbildung

$$B_{\text{exp}} = 2,001 \text{ mT}.$$

Tabelle 3: Messdaten innerhalb des Helmholtz-Spulenpaares bei verschiedenen Abständen.

d_1 / cm	B / mT	d_2 / cm	B / mT	d_3 / cm	B / mT
1,0	1,920	1,0	1,582	1,0	1,485
1,5	1,889	2,0	1,393	2,5	1,170
2,0	1,846	3,0	1,231	4,0	0,900
2,5	1,821	4,0	1,111	5,5	0,730
3,0	1,806	5,0	1,045	7,0	0,637
3,5	1,809	6,0	1,030	8,5	0,615
4,0	1,827	7,0	1,069	10,0	0,659
4,5	1,857	8,0	1,163	11,5	0,775
5,0	1,904	9,0	1,308	13,0	0,975
5,5	1,954	10,0	1,483	14,5	1,253
6,0	2,001	11,0	1,669	16,0	1,570

Strang

Tabelle 4: Messdaten außerhalb des Helmholtz-Spulenpaares bei verschiedenen Abständen.

d_1 / cm	B / mT	d_2 / cm	B / mT	d_3 / cm	B / mT
11,5	1,623	17,0	1,466	21,5	1,532
12,0	1,505	17,5	1,339	22,0	1,432
12,5	1,372	18,0	1,224	22,5	1,309
13,0	1,251	18,5	1,108	23,0	1,198
13,5	1,133	19,0	0,992	23,5	1,089
14,0	1,025	19,5	0,905	24,0	0,997
14,5	0,927	20,0	0,813	24,5	0,885
15,0	0,833	20,5	0,733	25,0	0,791

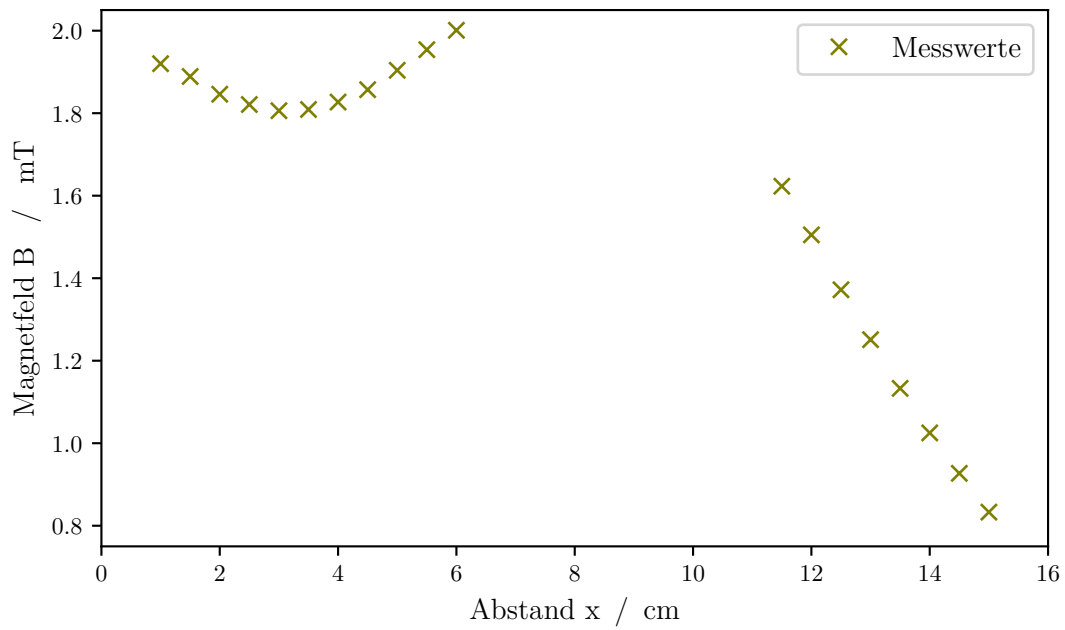


Abbildung 6: Gemessenes Magnetfeld B des Helmholtz-Spulenpaares bei Spulenabstand d_1 in Abhängigkeit vom Abstand x .

4.3.2 Zweiter Abstand

Analog zum ersten Abstand ergibt sich hier ein theoretischer Wert von

$$B_{\text{theo}} = 1,876 \text{ mT} .$$

Experimentell ergibt sich bei der Messreihe

$$B_{\text{exp}} = 1,669 \text{ mT} .$$

4.3.3 Dritter Abstand

Analog zum ersten Abstand ergibt sich hier ein theoretischer Wert von

$$B_{\text{theo}} = 1,076 \text{ mT} .$$

Experimentell ergab sich bei der Messreihe

$$B_{\text{exp}} = 1,570 \text{ mT} .$$

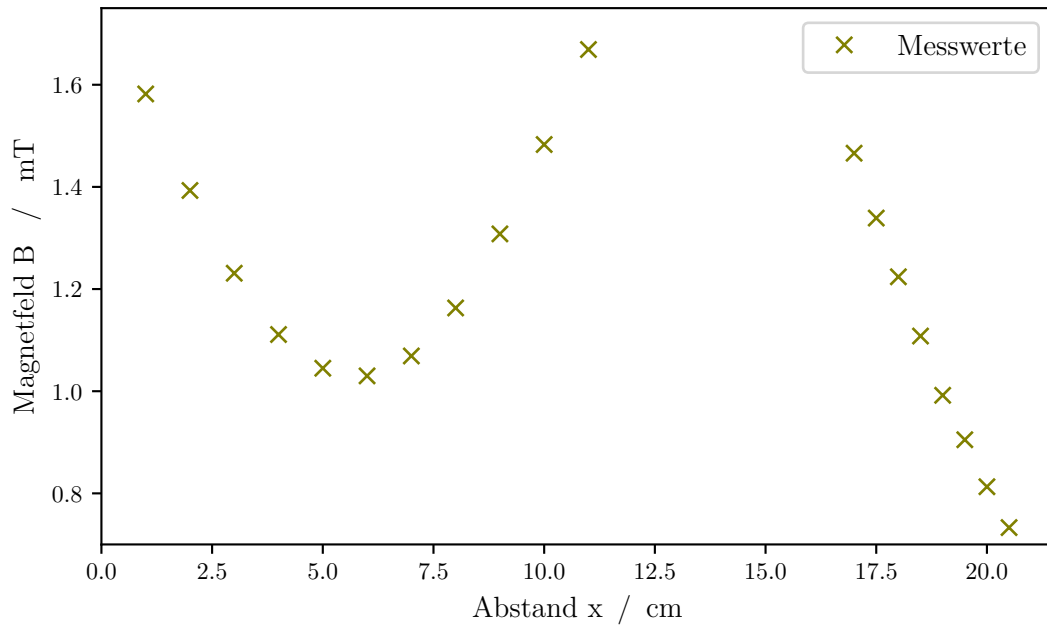


Abbildung 7: Gemessenes Magnetfeld B des Helmholtz-Spulenpaares bei Spulenabstand d_2 in Abhängigkeit vom Abstand x .

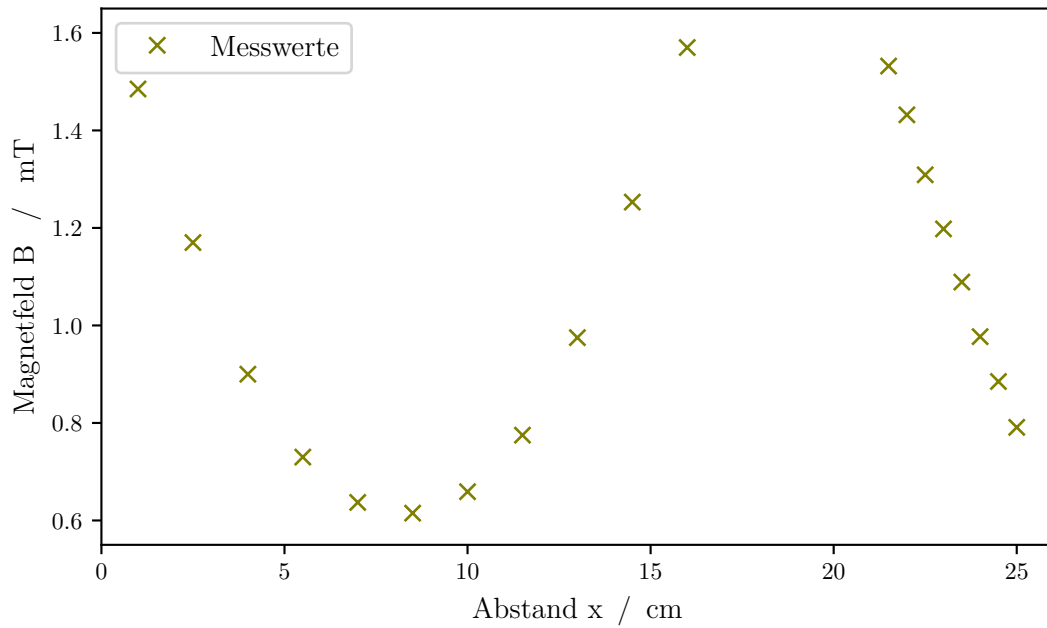


Abbildung 8: Gemessenes Magnetfeld B des Helmholtz-Spulenpaares bei Spulenabstand d_3 in Abhängigkeit vom Abstand x .

4.4 Toroidspule

Im letzten Versuchsteil wird eine Toroidspule betrachtet, welche einen Eisenkern im Inneren hat. Die magnetische Flussdichte wird bei ansteigendem und abfallendem Strom notiert und kann in Abbildung 9 beobachtet werden. Aus dieser lassen sich auch die Werte für die Remanenz B_r , den Sättigungswert B_s sowie der Koerzitivkraft H_c ablesen.

Tabelle 5: Messdaten bei ansteigendem und abfallendem Strom.

I / A	B / mT	I / A	B / mT	I / A	B / mT
0	4			0	124
1	-150	-1	113	1	-75
2	-323	-2	241	2	-241
3	-422	-3	379	3	-376
4	-490	-4	469	4	-464
5	-539	-5	525	5	-522
6	-577	-6	570	6	-568
7	-611	-7	608	7	-604
8	-638	-8	638	8	-636
9	-666	-9	666	9	-662
10	-691	-10	691	10	-687
9	-675	-9	675		
8	-658	-8	658		
7	-637	-7	638		
6	-614	-6	615		
5	-585	-5	587		
4	-547	-4	553		
3	-505	-3	508		
2	-449	-2	449		
1	-327	-1	325		
0	-123				

Da für die Remanenz gelten muss, dass $B_r(H = 0) \neq 0$, folgt

$$B_r = 124 \text{ mT}.$$

Für den Sättigungswert ergibt sich

$$B_s = 691 \text{ mT}.$$

Für die der Koerzitivkraft H_c entsprechenden Stromstärke ist der Wert

$$I_c = 0,48 \text{ A}$$

ablesbar.

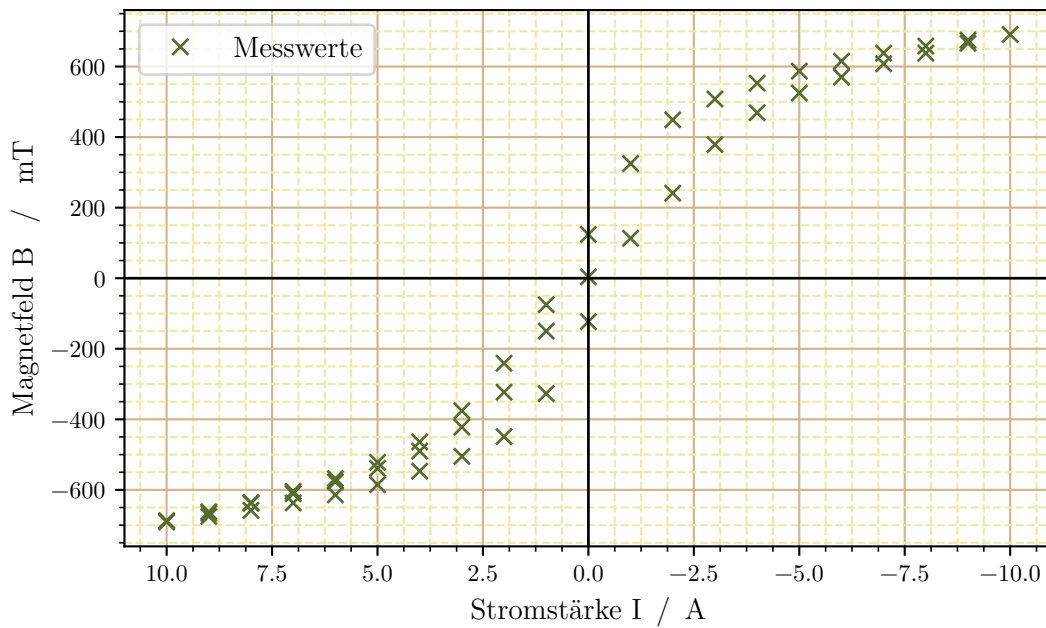


Abbildung 9: Gemessenes Magnetfeld B in Abhängigkeit von dem Strom I .

5 Diskussion

In dieser Versuchsreihe wurden Magnetfelder von verschiedenen Spulen untersucht. Die Abweichungen von den Theoriewerten ist in Tabelle 6 dargestellt. Berechnet wurden diese Fehler durch die Gleichung

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r},$$

wobei x_r den Theoriewert darstellt.

Tabelle 6: Theoretische und experimentell ermittelte Ergebnisse und relative Abweichungen der Messergebnisse vom Theoriewert.

Spulenordnung	Theoriewert / T	Messwert / T	Abweichung
lange Spule	1,984	2,271	14,5%
kurze Spule	1,478	1,895	28,2%
Helmholtz-Spule			
d_1	3,402	2,001	41,2%
d_2	1,876	1,669	11,0%
d_3	1,076	1,570	45,9%

Das Magnetfeld bei einer langen Spule ist im Inneren konstant, weil die Feldlinien

parallel zu der Spulenachse verlaufen. Diesen Verlauf kann man in der Abbildung 4 gut erkennen. Da die Sonde zu kurz war, konnte das Abfallen des Magnetfeldes nicht aufgenommen werden. Aus der relativ geringen Abweichung lässt sich aber erkennen, dass die Messung recht gut mit der Theorie übereinstimmt.

Bei der kurzen Spule lässt erkennen, dass die magnetische Flussdichte nicht konstant ist. Aus Abbildung 5 geht hervor, dass im Gegensatz zur langen Spule kein Plateau innerhalb der Spule vorhanden ist. Daraus und aus der höheren Abweichung des experimentell ermittelten Wertes zum Theoriewert ergibt sich, dass die Näherung der verwendeten Spule als lange Spule nicht verwendet werden darf und der Theoriewert somit nicht gültig ist.

Beim Versuchsteil der Helmholtzspulen wird aus der Tabelle deutlich, dass sich für den Abstand d_2 die besten Messwerte ergeben. Auffällig ist, dass besonders der Messwert für den Abstand d_1 deutlich nach unten abweicht, was auf einen systematischen Fehler hinweist. Dieser kann allerdings nicht genauer bestimmt werden. In der Abbildung 6 ist innerhalb der Spulen eine leichte Parabel und außerhalb der Spule ein linearer Abfall erkennbar. Abbildung 7 zeigt innerhalb des Magnetfeldes eine viel größere Parabel, welche jedoch nahezu symmetrisch aussieht. Auch hier kann ein linearer Abfall abgelesen werden. Bei Abbildung 8 ist der Abstand zwischen der Spulen so groß, dass im Mittelpunkt dieser nur noch die Hälfte des theoretischen Magnetfeldes messbar war. Da hier der Abstand d deutlich größer als der Spulenradius war, lässt sich die hohe Abweichung darauf zurückführen, dass das Magnetfeld im Inneren nicht mehr als homogen angenommen werden kann. Dies führt dazu, dass auch hier die Formel zur Berechnung des Magnetfeldes eines Helmholtz-Spulenpaares nicht verwendet werden kann und der Theoriewert nicht gültig ist.

Die aufgenommene Hysteresekurve entspricht den aus der Theorie bekannten Erwartungen. Hier ist allerdings kein Vergleich zu Theoriewerten möglich.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V308*. 19. Dez. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/Magnetfeld.pdf>.