

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Interferenz von Licht	3
2.2 Kohärenz von Licht	3
2.3 Gangunterschied und Kohärenzlänge	4
2.4 Aufbau des Michelson-Interferometers	4
3 Durchführung	6
3.1 Bestimmung der Wellenlänge mithilfe eines Michelson-Interferometers . .	6
3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft	7
4 Auswertung	7
4.1 Bestimmung der Wellenlänge der Laser-Diode	8
4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft	8
5 Diskussion	9
Literatur	10

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Verwendung eines Michelson-Interferometers zur Messung von Wellenlängen und Brechungsindexunterschieden untersucht werden. Außerdem werden die Bedeutung von Interferenz und Kohärenz zur Beobachtung von Interferenzerscheinungen diskutiert.

2 Theorie

Als Grundlage für diesen Versuch werden zunächst die Begriffe Interferenz und Kohärenz erklärt. Anschließend wird der prinzipielle Aufbau eines Michelson-Interferometers diskutiert.

2.1 Interferenz von Licht

Im Allgemeinen wird der Ausbreitungsvorgang von Licht im Vakuum relativ genau durch eine ebene Welle beschrieben. Diese ist orts- und zeitabhängig und wird durch

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_0 \cos kx - \omega t - \delta \quad (1)$$

dargestellt, wobei x die Ortskoordinate in einer Dimension, t die Zeit, k die Wellenzahl, ω die Kreisfrequenz und δ der Phasenraumwinkel sind. Unter der Voraussetzung, dass die Maxwell-Gleichungen gelten, gilt für derart beschriebene Lichtwellen das Superpositionsprinzip. Das bedeutet, dass sich zwei Wellen, die an einem Punkt P eintreffen, überlagern. Zur Messung der Interferenz kann allerdings nicht direkt die Feldstärke als Addition der einlaufenden Wellen bestimmt werden, stattdessen wird daher die Intensität gemessen. Diese folgt dem Zusammenhang

$$I = c \cdot |\mathbf{E}|^2$$
$$I_{\text{ges}} = 2c \cdot \mathbf{E}_0^2 (1 + \cos \delta_2 - \delta_1).$$

Wichtig dabei ist, dass sich die Intensitäten nicht nur addieren, sondern zusätzlich ein Interferenzterm der Gestalt $2c\mathbf{E}_0^2 \cos \delta_2 - \delta_1$ hinzukommt. Dieser ist abhängig von der Phasenbeziehung $\delta_2 - \delta_1$ und kann zwischen $\mp 2c\mathbf{E}_0^2$ vom Mittelwert $2c\mathbf{E}_0^2$ abweichen. Für

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

verschwindet der Interferenzterm sogar komplett.

2.2 Kohärenz von Licht

Wie aus der Alltagserfahrung bekannt ist, tritt bei der Überlagerung von Licht aus verschiedenen Quellen keine Interferenz auf. Dies kommt daher, dass bei konventionellen Lichtquellen keine konstante Phasenbeziehung gegeben ist, sondern die Phasenbeziehung zeitabhängig ist. Aufgrund der statistischen Verteilung verschwindet der Interferenzterm

bei Mittelung über einen großen Zeitraum. Licht mit einer zeitlich inkonstanten Phasenbeziehung ist nicht interferenzfähig und wird inkohärent genannt. Zur Beobachtung von Interferenzeffekten ist es daher wichtig, mit kohärentem Licht zu arbeiten. Dieses liegt vor, wenn sich das gesamte emittierte Licht durch eine einzige Gleichung (s. Gleichung (1)) mit konstantem k, ω und δ beschreiben lässt. Dies ist möglich durch die Verwendung von Lasern, die in der Lage sind, kohärente Wellenzüge zu emittieren.

2.3 Gangunterschied und Kohärenzlänge

Wird ein Lichtstrahl mithilfe eines sogenannten Strahlteilers aufgeteilt und anschließend wieder zusammengeführt, tritt ein sogenannter Gangunterschied Δ am Punkt P der beiden Teilstrahlen auf. Wenn der Gangunterschied ein ungerades ganzzahliges Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist, also

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

so tritt am Punkt P destruktive Interferenz auf und es ist kein Lichtpunkt zu sehen. Wichtig ist dabei allerdings, dass die Emission nur eine bestimmte Zeit τ benötigt und der emittierte Wellenzug somit auch nur eine endliche Länge besitzt. Wenn Δ deutlich größer ist als diese Länge, verschwinden Interferenzerscheinungen, da die Wellenzüge, die sich im Punkt P überlagern, aus verschiedenen Emissionsvorgängen entstehen. Charakteristisch dafür ist die sogenannte Kohärenzlänge l , die sich aus der Zahl N der maximal bei P beobachtbaren Intensitätsmaxima berechnet und sich aus

$$l = N\lambda \quad (2)$$

ergibt.

2.4 Aufbau des Michelson-Interferometers

Beim Michelson-Interferometer wird ein kohärenter, punktförmiger Lichtstrahl mithilfe einer semipermeablen Membran P in zwei Teilstrahlen aufgeteilt. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Der eine der beiden Teilstrahlen T_2 passiert die Membran

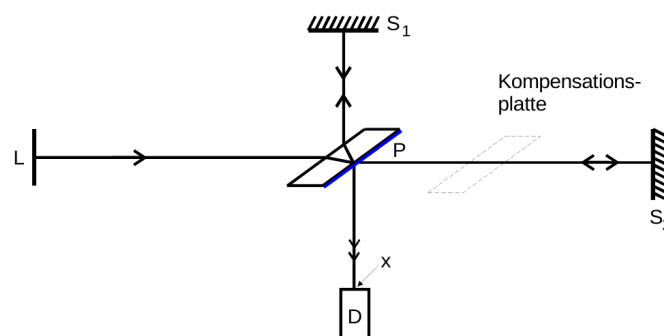


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers [1].

P geradlinig. Er wird anschließend an einem Spiegel S_2 reflektiert und fällt erneut auf die Membran, an der er rechtwinklig in Richtung des Detektors D abgelenkt wird. Der zweite Teilstrahl T_1 wird bereits beim ersten Passieren der Membran rechtwinklig abgelenkt. Mithilfe des Spiegels S_1 ist es möglich, die optische Weglänge oder den Brechungsindex des Mediums im Strahlengang des zweiten Teilstrahls zu ändern. Anschließend trifft dieser erneut auf die Membran, passiert diese geradlinig und fällt dann unter Interferenz mit dem anderen Teilstrahl auf den Detektor. Aufgrund der häufigeren Beeinflussung des Teilstrahls T_1 durch den Brechungsindex der Membran muss in den Strahlengang von T_2 zusätzlich eine Kompensationsplatte gleichen Brechungsindexes eingefügt werden.

Zur Beobachtung von Interferenzphänomenen ist es wichtig, dass die Kohärenzlänge beachtet wird und der optische Wegunterschied gering ist. Bei gleicher optischer Weglänge besteht aufgrund des Phasensprungs an P von T_1 ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$. Daher tritt am Detektor D destruktive Interferenz auf und der Gesamtstrahl wird ausgelöscht. Bei einer Verschiebung des Spiegels S_1 um eine Strecke Δd ergibt sich eine Änderung des Interferenzmusters am Detektor. Für den Zusammenhang zwischen der Verschiebung Δd und der Ordnung der Interferenzmaxima z ergibt sich

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2} z. \quad (3)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung eines optischen Wegunterschiedes ist der Einbau eines Mediums mit einem anderen Brechungsindex $n + \Delta n$ als Luft in den Strahlengang. Der Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt. Dabei ist b die Länge des Mediums mit anderem Brechungsindex. Dann folgt ein optischer Wegunterschied von $\Delta n b$. Bei einer

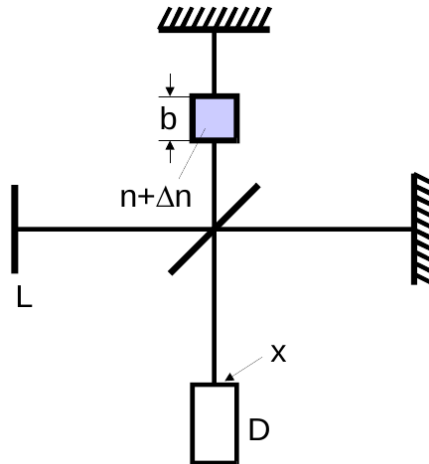


Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Michelson-Interferometers zur Bestimmung von Brechungsindexunterschieden [1].

Veränderung von $\Delta n b$ lassen sich nun wie oben Interferenzerscheinungen beobachten. Für diese gilt

$$\Delta n b = \frac{\lambda}{2} z. \quad (4)$$

Desweiteren ergibt sich für den Zusammenhang zwischen Brechungsindex n und der Anzahl N von Molekülen, die durch Lichtwellen der Wellenlänge λ zu Schwingungen angeregt werden, die Gleichung

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}.$$

Im sichtbaren Bereich ist die Näherung

$$n = 1 + \frac{f}{2}N$$

zulässig. Außerdem kann angenommen werden, dass sich das untersuchte Gas wie ein ideales Gas verhält. Demnach gilt die ideale Gasgleichung $pV = RT$, wobei p den Druck, V das Volumen, R die allgemeine Gaskonstante und T die Temperatur darstellen. Daraus ergibt sich mit der Loschmidtschen Zahl N_L für die Anzahl der Moleküle

$$N(q, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L$$

und für den Brechungsindexunterschied bei einer Druckdifferenz $p - p'$ folgt

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0 T} (p - p').$$

Unter Normalbedingungen ($p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$, $T_0 = 273,15 \text{ K}$) ergibt sich damit

$$\begin{aligned} n(p_0, T_0) &= 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \\ n(p_0, T_0) &= 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \end{aligned} \quad (5)$$

3 Durchführung

Zunächst wird die Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers mit einem Michelson-Interferometer bestimmt. Im zweiten Versuchsteil wird ebenfalls mit einem Interferometer der Brechungsindex von Luft bestimmt. Der gesamte Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.

3.1 Bestimmung der Wellenlänge mithilfe eines Michelson-Interferometers

Vor Beginn der ersten Messung muss das Michelson-Interferometer justiert werden. Dazu wird der Laser eingeschaltet und auf das Interferometer ohne Linse gerichtet. Anschließend werden mithilfe der zwei Mikrometerschrauben am justierbaren Spiegel die beiden hellsten Punkte des unbeeinflussten Interferenzmusters in Deckung gebracht. Danach wird die Zerstreuungslinse in den Strahlengang eingebracht. Dadurch bildet sich das Interferenzmuster in Form von konzentrischen Kreisen aus. Wird nun der verschiebbare Spiegel mithilfe des Motors kontinuierlich um 5 mm verfahren, so zählt der Impulszähler die Anzahl der Interferenzringe. Diese Messung wird insgesamt sechsmal durchgeführt.

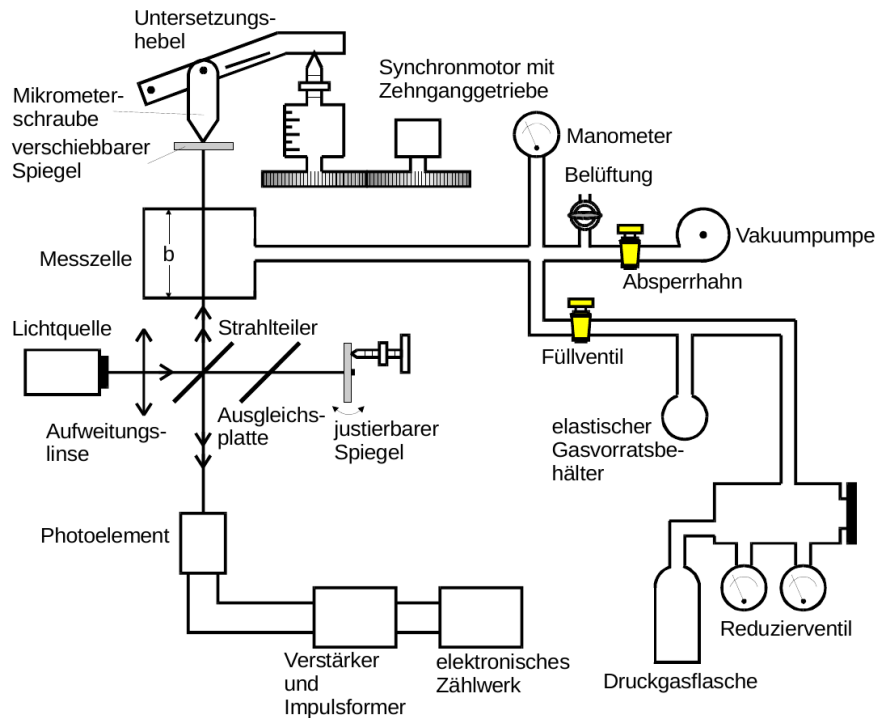


Abbildung 3: Schematische Darstellung des gesamten Versuchsaufbaus [1].

3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft wird die Position der Spiegel konstant gelassen. Allerdings wird nun die sich im oberen Strahlengang befindliche Messzelle mithilfe einer Vakuumpumpe bestmöglich evakuiert. Anschließend wird die Luft über ein Ventil wieder eingelassen. Dabei werden wiederum die Interferenzringe mithilfe des Impulszählers gezählt. Diese Messung wird insgesamt fünfmal durchgeführt.

4 Auswertung

In den folgenden Rechnungen werden die Fehler mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet, und mittels Python ausgerechnet. Die für diesen Versuch genutzten

Konstanten sind

$$\begin{aligned}T_0 &= 273,15 \text{ K} \\T_{\text{Raum}} &= 293,15 \text{ K} \\p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\b &= 0,05 \text{ m} \\u_1 &= 5,017 \\u_2 &= 5,046\end{aligned}$$

wobei b die Länge des Gasbehälters und $u_{1,2}$ die Übersetzungen darstellen.

4.1 Bestimmung der Wellenlänge der Laser-Diode

Aus den gemessenen Intensitätsmaxima bei einem Abstand von 0,5 mm ergibt sich die Wellenlänge für die Laser-Diode, welche in der Tabelle 1 abgebildet ist. Dies lässt sich mit der Gleichung (4) ausrechnen. Die abgelesenen Abstände weichen jedoch auf Grund der Hebelübersetzung um den Faktor u ab. Die Gleichung wird korrigiert zu

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{uz}$$

Die ersten fünf Werte werden durch u_1 dividiert und der letzte durch u_2 .

Tabelle 1: Gemessene Intensitätsmaxima und die errechnete Wellenlänge.

Intensitätsmaximum I	Abstand d/mm	Wellenlänge λ/nm
2462	0,5	809,595
2437	0,5	817,900
2415	0,5	825,351
2637	0,5	755,867
2673	0,5	745,687
2694	0,5	735,622

Die Wellenlängen werden gemittelt und die Abweichung wird über `python 3.7.0` mit dem Paket `numpy` bestimmt und ergibt

$$\bar{\lambda} = (781,670 \pm 36,700) \text{ nm}.$$

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Die gemessenen Werte sind in Tabelle 2 dargestellt, und werden benötigt um den Brechungsindex zu berechnen. Mit der Formel (5) und den Daten aus 4 ergeben sich sechs Brechindizes von Luft.

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

Druck p/bar	Intensitätsmaximum I	Brechungsindex n
0,8	32	1,00035
0,8	33	1,00036
0,8	32	1,00035
0,8	32	1,00032
0,8	31	1,00031
0,8	31	1,00030

Die Brechindizes werden gemittelt und die Abweichung wird über `python 3.7.0` mit dem Paket `numpy` bestimmt und ergibt

$$\bar{p} = (1,000331 \pm 0,000002) .$$

5 Diskussion

Die Abweichungen werden bestimmt mit

$$\Delta x = \frac{x_{\text{exp}} - x_{\text{theo}}}{x_{\text{theo}}}$$

Im ersten Teil der Versuchsreihe wurde die Wellenlänge der Laser-Diode bestimmt, und ergab einen Wert von $\bar{\lambda} = (781,670 \pm 36,700) \text{ nm}$. Die Herstellerinformation besagt, dass der Laser eine Wellenlänge von 635 nm. Dies entspricht einer Abweichung von 23% . Trotz großer Schwierigkeiten bei der justierung ist die Abweichung gegen die Erwartungen relativ klein. Die Linse wurde hinter den Laser platziert, statt vor dem Impulszähler, was zwar nach der Anleitung richtig ist, aber in Realität deutlich fehleranfälliger. Ab einem bestimmten Abstand wurde das Licht durch die Linse so zerstreut, dass der Impulszähler keine Impulse mehr aufnehmen konnte, und die Messung erneut durchgeführt werden musste. Trotzdem ist die Bestimmung der Wellenlänge durch Abstand und Impuls sehr klar geworden. Somit ist die Abweichung lediglich auf systematische Fehler zurück zu führen.

Im zweiten Versuchsteil wurde der Brechungsindex von Luft bestimmt. Dieser ergab einen Wert von $\bar{p} = (1,00033 \pm 0,00000)$, der theoretische Wert entspricht $p=1,00027$ [2]. Daraus folgt eine nicht nennenswerte Abweichung unter einem Prozent. Daraus lässt sich schließen, dass eine erfolgreiche Bestimmung des Brechungsindex durchgeführt wurde. Trotzdem ist zu erwähnen, dass es sehr schwierig war, den Druck raus bzw. reinzulassen, was zu systematischen Fehlern geführt haben könnte. Schwierig ist auch für jede Rechnung eine konstante Raumtemperatur anzunehmen.

Abschließend lässt sich jedoch sagen, dass der Versuch sehr erfolgreich war, und das Prinzip des Michaelson-Interferometers verdeutlicht wurde.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V401*. 2. Mai 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf>.
- [2] Lexikon Physik. *Brechungsindex*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958>.