

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

**V301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand  
von Spannungsquellen**

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

DURCHFÜHRUNG AM 11. JANUAR 2019  
ABGABE AM 18. JANUAR 2019

# **Inhaltsverzeichnis**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Zielsetzung</b>   | <b>3</b>  |
| <b>2 Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| <b>3 Durchführung</b>  | <b>4</b>  |
| 3.1 Bestimmung der Leerlaufspannung . . . . .  | 4         |
| 3.2 Bestimmung der Klemmenspannung $U_k$ in Abhängigkeit des Belastungsstroms $I$ . . . . .                              | 4         |
| 3.3 Bestimmung der Klemmenspannung in Abhängigkeit des Belastungsstroms unter Verwendung einer Gegenspannung . . . . .   | 5         |
| 3.4 Bestimmung der Klemmenspannung für eine Sinus- und eine Rechteckspannung . . . . .                                   | 5         |
| <b>4 Auswertung</b>  | <b>5</b>  |
| 4.1 Leerlaufspannung einer Monozelle . . . . .   | 5         |
| 4.2 Klemmenspannung $U_k$ einer Monozelle in Abhängigkeit vom Belastungsstrom $I$ . . . . .                              | 6         |
| 4.3 Klemmenspannung $U_k$ einer Monozelle in Abhängigkeit vom Belastungsstrom $I$ bei angelegter Gegenspannung . . . . . | 6         |
| 4.4 Klemmenspannung $U_k$ bei angelegter Rechteckspannung . . . . .  | 7         |
| 4.5 Klemmenspannung $U_k$ bei angelegter Sinusspannung . . . . .   | 9         |
| 4.6 Umgesetzte Leistung an der Monozelle . . . . .   | 10        |
| <b>5 Diskussion</b>  | <b>11</b> |

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Ausgangsspannung einer Spannungsquelle im Leerlauf sowie im Lastfall untersucht und weiterhin der Innenwiderstand einer Spannungsquelle bestimmt. Außerdem wird die Abhängigkeit der Leistung vom Lastwiderstand und Stromfluss betrachtet.

## 2 Theorie

Als Spannungsquelle wird ein Bauteil bezeichnet, das innerhalb eines bestimmten Zeitraums eine konstante elektrische Leistung abgibt. Dies trifft z.B. auf eine galvanische Zelle oder einen Dynamo zu. Charakteristische Größen einer solchen Spannungsquelle sind ihr Innenwiderstand und die Leerlaufspannung. Dabei ergibt sich die Leerlaufspannung  $U_0$  aus dem lastfreien Fall, bei dem kein Strom abgerufen wird. Im Lastfall, sobald sich also ein Widerstand  $R_a$  im Stromkreis befindet, fließt ein endlicher Strom  $I$  über denselben. Nun sinkt daher die Klemmenspannung  $U_k$  (siehe Abbildung 1) unter die Leerlaufspannung  $U_0$  ab. Dies folgt aus einer entsprechenden Formulierung des 2. Kirchhoffschen Gesetzes

$$\sum_n U_{0n} = \sum_m R_m I_m.$$

Für die dargestellte Schaltung ergibt sich daher konkret

$$U_0 = IR_i + IR_a$$

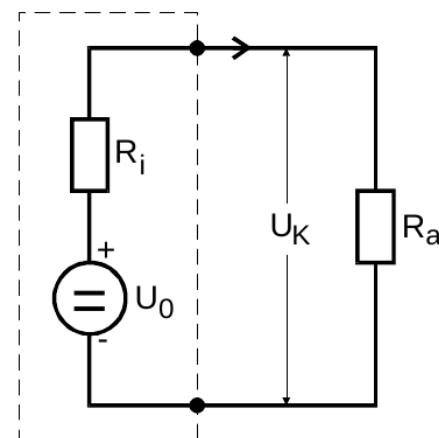
und für die Klemmenspannung am Ausgang der Spannungsquelle

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i. \quad (1)$$

Daraus wird auch ersichtlich, dass die Klemmenspannung im Lastfall und damit steigendem Strom  $I$  abnimmt.

Der in Abbildung 1 gestrichelt umrandete Teil wird auch als Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle bezeichnet. Dies kommt dadurch zu stande, dass die elektrischen Eigenschaften eines realen Bauteils durch eine Kombination von idealisierten Bauteilen beschrieben werden, sodass die Betrachtung von Störereinflüssen entfällt. Eine Spannungsquelle wird so durch eine serielle Schaltung einer idealen Spannungsquelle und einen Ohmschen Widerstand beschrieben, wobei dieser den Innenwiderstand der realen Spannungsquelle darstellt.

Außerdem sorgt dieser dafür, dass an einer Spannungsquelle nur eine endliche elektrische Leistung abgerufen werden kann. Die Darstellung der an den Lastwiderstand  $R_a$



**Abbildung 1:** Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle im Lastfall [1].

abgegebenen Leistung

$$N(R_a) = I^2 R_a \quad (2)$$

in Abhängigkeit von  $R_a$  legt nahe, dass die Leistung für ein  $R_a$  ein Maximum erreicht. Die Berechnung dieser charakteristischen wird als Leistungsanpassung bezeichnet.

Weiterhin lässt sich auch der Innenwiderstand anderer elektrischer Bauteile betrachten. Dieser ist nicht unbedingt gleich dem Gleichstromwiderstand parallel zu den Ausgangsbuchsen, sondern durch einen Rückkopplungsmechanismus festgelegt. Das bedeutet, dass eine Änderung des Stroms zu einer Änderung des Innenwiderstandes

$$R_i = \frac{dU_k}{dI}$$

führt.

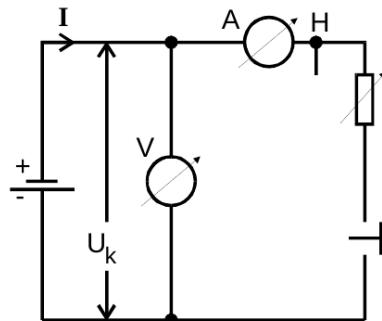
### 3 Durchführung

Zur Bestimmung der verschiedenen Parameter werden verschiedene Schaltungen verwendet. Diese und die daran durchgeföhrten Messungen werden im Folgenden dargestellt.

#### 3.1 Bestimmung der Leerlaufspannung

Zur Bestimmung der Leerlaufspannung wird ein hochohmiges Voltmeter ( $R_{\text{innen}} = 10 \text{ M}\Omega$ ) verwendet. Dieses wird wie in Abbildung 1 dargestellt anstelle des Widerstandes  $R_a$  in die Schaltung eingebaut.

#### 3.2 Bestimmung der Klemmenspannung $U_k$ in Abhängigkeit des Belastungsstroms $I$



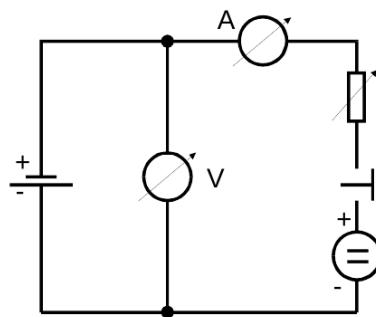
**Abbildung 2:** Schaltung zur Bestimmung der Klemmenspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom [1].

Zur Bestimmung der Klemmenspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom wird die in Abbildung 2 dargestellte Messschaltung verwendet. Dabei wird mithilfe des regelbaren Widerstandes der Stromfluss reguliert. Der Regelbereich des Widerstandes liegt

zwischen  $0\Omega$  und  $50\Omega$ . Es werden 10 Messwerte für Belastungsstrom und entsprechende Klemmenspannung aufgenommen.

### 3.3 Bestimmung der Klemmenspannung in Abhängigkeit des Belastungsstroms unter Verwendung einer Gegenspannung

Nun wird zusätzlich eine Gegenspannung in den Stromkreis eingebracht. Die verwendete Schaltung ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Gegenspannung, die eingestellt wird, liegt bei ca.  $3,9\text{ V}$ . Auch hier werden wiederum 10 Messwerte für die Klemmenspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom bei unterschiedlichen Widerständen im Bereich von 0 bis  $50\Omega$  aufgenommen.



**Abbildung 3:** Schaltung zur Bestimmung der Klemmenspannung in Abhängigkeit vom Belastungsstrom mit Einfluss einer Gegenspannung [1].

### 3.4 Bestimmung der Klemmenspannung für eine Sinus- und eine Rechteckspannung

In zwei weiteren Messreihen wird anstelle einer Gleichspannung eine Sinus- bzw. Rechteckspannung verwendet. Der Regelbereich des Widerstandes liegt bei der Sinusspannung bei  $20 - 250\Omega$  und bei der Rechteckspannung bei  $0,1 - 5\text{ k}\Omega$ . Wie bei den vorherigen Messungen werden wieder 10 Messwerte für Klemmenspannung und Belastungsstrom aufgezeichnet.

## 4 Auswertung

### 4.1 Leerlaufspannung einer Monozelle

Um die Leerlaufspannung  $U_0$  einer Monozelle zu messen, wird ein hochohmiges Voltmeter mit Eingangswiderstand  $R_v$  benötigt. Es ergeben sich für Leerlaufspannung und Eingangswiderstand

$$U_0 = 1,55\text{ V}$$

$$R_v = 10\text{ M}\Omega .$$

## 4.2 Klemmenspannung $U_k$ einer Monozelle in Abhängigkeit vom Belastungsstrom $I$

Um die Skaleneinheit des Amperemeters deutlich messen zu können, wird bei den Widerständen ein Bereich über  $5 \Omega$  betrachtet. In einer Abbildung werden der Strom  $I$  und die Spannung  $U$  gegeneinander aufgetragen und durch einen regelbaren Belastungswiderstand  $R_a$  verändert. Die negative Steigung  $m$  entspricht hier dem Innenwiderstand  $R_i$  und der Y-Achsenabschnitt  $b$  entspricht der Leerlaufspannung  $U_0$ . Bei den Messungen wurden jeweils zehn Widerständen genutzt, die regelbar waren. Die Werte wurden nicht notiert, da sie für die Rechnungen bzw. für die Abbildungen irrelevant sind.

Die Parameter werden mit Python berechnet und ergeben

$$R_i = (14,860 \pm 0,282) \Omega$$

$$U_0 = (1,565 \pm 0,015) \text{ V}.$$

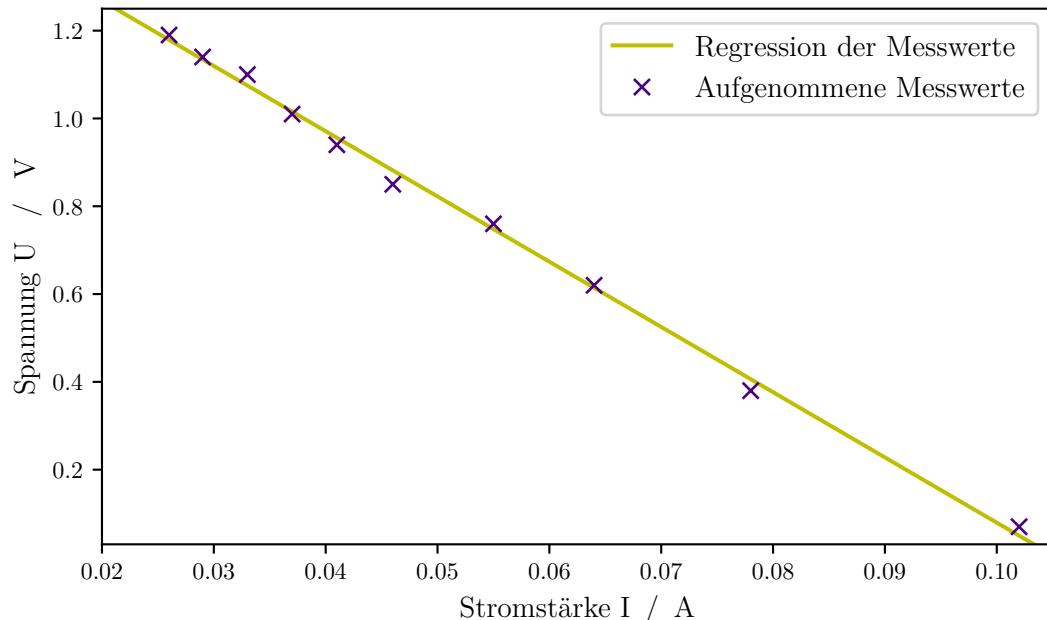
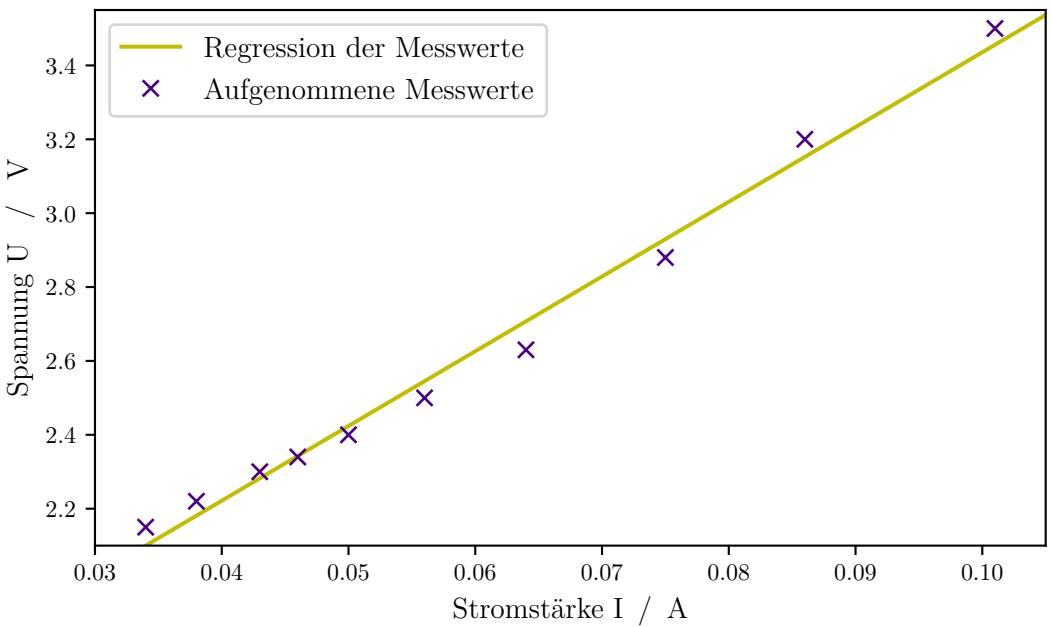


Abbildung 4: Spannung einer Monozelle in Abhängigkeit des Belastungsstroms.

## 4.3 Klemmenspannung $U_k$ einer Monozelle in Abhängigkeit vom Belastungsstrom $I$ bei angelegter Gegenspannung

Die Parameter der Abbildung 5 werden hier vernachlässigt, da Sie mit minimalen Abweichungen dieselben Parameter sind wie in der Messung davor.



**Abbildung 5:** Spannung einer Monozelle in Abhängigkeit des Belastungsstroms bei angelegter Gegenspannung.

**Tabelle 1:** Messdaten der Monozelle für Stromstärke und entsprechende Klemmenspannung.

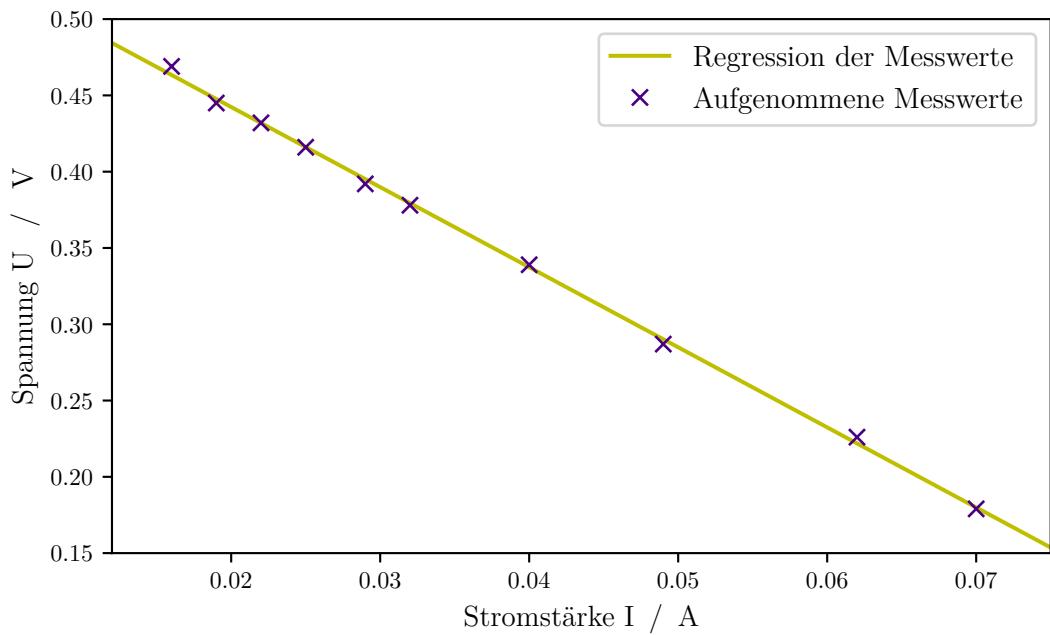
| I / mA | U <sub>k</sub> / V | I / mA | U <sub>k</sub> / V |
|--------|--------------------|--------|--------------------|
| 0,102  | 0,07               | 0,101  | 3,5                |
| 0,078  | 0,38               | 0,086  | 3,2                |
| 0,064  | 0,62               | 0,075  | 2,88               |
| 0,055  | 0,76               | 0,064  | 2,63               |
| 0,046  | 0,85               | 0,056  | 2,50               |
| 0,041  | 0,94               | 0,050  | 2,40               |
| 0,037  | 1,01               | 0,046  | 2,34               |
| 0,033  | 1,10               | 0,043  | 2,30               |
| 0,029  | 1,14               | 0,038  | 2,22               |
| 0,026  | 1,19               | 0,034  | 2,15               |

#### 4.4 Klemmenspannung $U_k$ bei angelegter Rechteckspannung

Bei dieser Versuchsreihe wurde eine Rechteckspannung angelegt, und analog wie in der Messreihe davor in einer Abbildung aufgetragen. Die Parameter werden mit Python berechnet und ergeben für den 1V Rechteckausgang des RC-Generators

$$R_i = (5,249 \pm 0,057) \Omega$$

$$U_0 = (0,547 \pm 0,002) \text{ V}.$$



**Abbildung 6:** Verlauf einer Rechteckspannung in Abhängigkeit des Belastungsstroms.

**Tabelle 2:** Messdaten bei dem rechteckigen Verlauf.

| $I / \text{mA}$ | $U_k / \text{V}$ |
|-----------------|------------------|
| 0,070           | 0,179            |
| 0,062           | 0,226            |
| 0,049           | 0,287            |
| 0,040           | 0,339            |
| 0,032           | 0,378            |
| 0,029           | 0,392            |
| 0,025           | 0,416            |
| 0,022           | 0,432            |
| 0,019           | 0,445            |
| 0,016           | 0,469            |

#### 4.5 Klemmenspannung $U_k$ bei angelegter Sinusspannung

Analog zu der angelegten Rechteckspannung wird in diesem Teil eine Sinusspannung angelegt. Die Parameter werden mit Python berechnet und ergeben für den 1V Sinusausgang des RC-Generators

$$R_i = (0,633 \pm 0,005) \Omega$$

$$U_0 = (1,003 \pm 0,002) \text{ V}.$$

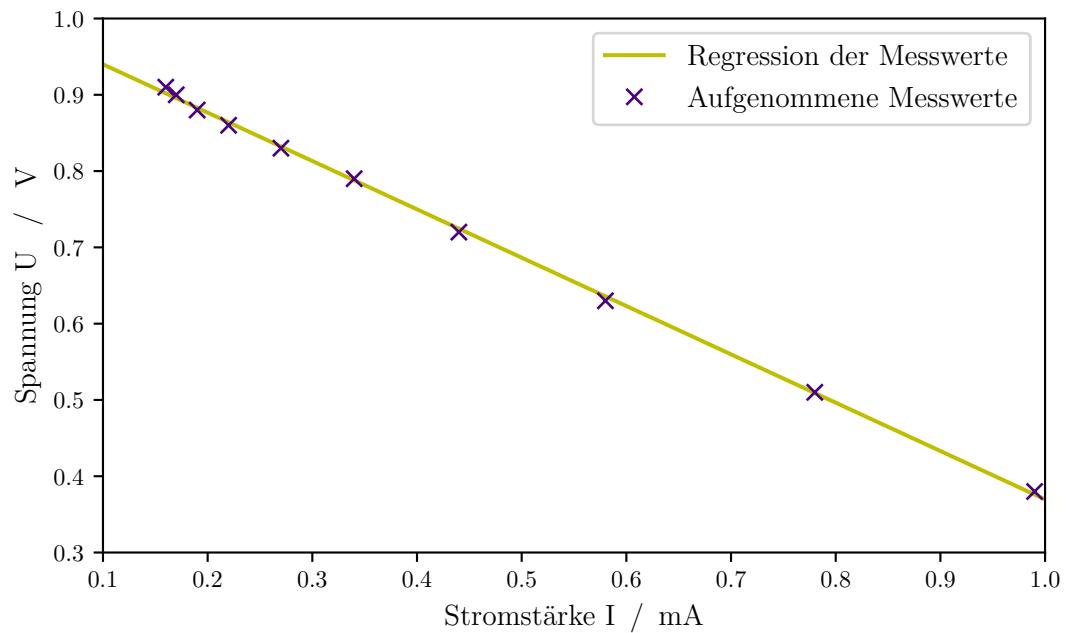


Abbildung 7: Verlauf einer Sinusspannung in Abhängigkeit des Belastungsstroms.

**Tabelle 3:** Messdaten bei dem sinusförmigen Verlauf.

| $I/\text{mA}$ | $U_k/\text{V}$ |
|---------------|----------------|
| 0,16          | 0,91           |
| 0,17          | 0,90           |
| 0,19          | 0,88           |
| 0,22          | 0,86           |
| 0,27          | 0,83           |
| 0,34          | 0,79           |
| 0,44          | 0,72           |
| 0,58          | 0,63           |
| 0,78          | 0,51           |
| 0,99          | 0,38           |

Die unmittelbare Messung der Leerlaufspannung beinhaltet einen systematischen Fehler, der sich aus der gemessenen Leerlaufspannung  $U_k = 1,55 \text{ V}$  und Gleichung 1 zusammensetzt. Mit  $R_a = R_v = 10 \cdot 10^6$  ergibt sich die Gleichung

$$U_0 = U_k + U_k \cdot \frac{R_i}{R_a}.$$

Der Fehler ergibt sich nun aus

$$\Delta U_0 = U_0 - U_k = 1,55 \text{ V}.$$

Folglich ist dann

$$\frac{\Delta U_0}{U_k} = 1,000001.$$

#### 4.6 Umgesetzte Leistung an der Monozelle

Mittels der Messwerte aus der Tabelle 1 kann nun die Leistung für die Monozelle berechnet werden. So ergibt sich die Gleichung

$$N = I^2 \cdot R_a \quad (3)$$

und die Werte werden in einem Diagramm gegen den Belastungswiderstand aufgetragen. Die Theoriekurve der Leistung ist gegeben durch die Gleichung

$$N_{\text{theo}} = R_a \cdot \left( \frac{U_0^2}{(R_i + R_a)^2} \right). \quad (4)$$

Hierbei stellen  $U_0$  und  $R_i$  die bereits bestimmten Konstanten dar.

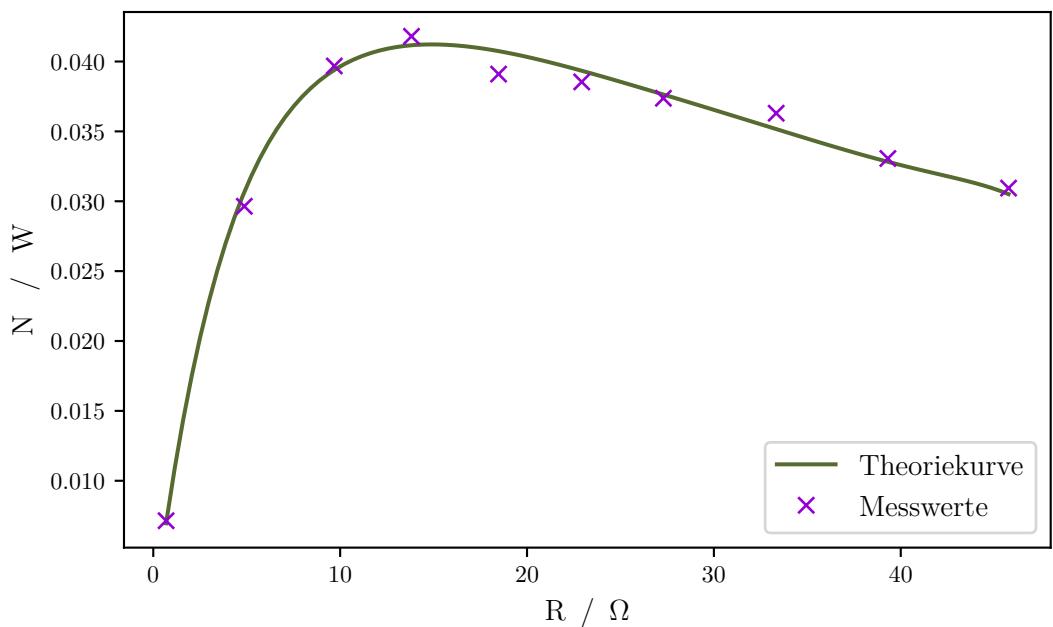


Abbildung 8: Leistungskurven in Abhängigkeit des Belastungswiderstands.

## 5 Diskussion

Es ist ein sehr geringer systematischer Fehler für die direkte Messung der Leerlaufspannung  $U_0$  entstanden

| direkte Messung<br>$U_0$ / V | Messung über Widerstand<br>$U_0$ / V | relative Abweichung |
|------------------------------|--------------------------------------|---------------------|
| 1,55                         | 1,56                                 | 0,64                |

Es fällt eine sehr geringe Abweichung auf, und lässt auf die Annahme schließen dass gelten muss  $U_k = U_0$ .

Es tragen lediglich Ablesefehler und Fehler aus der linearen Regression sowie Verwendung nicht komplett widerstandsfreier Kabel zu eventuellen Abweichungen bei. Das Voltmeter wird so geschaltet, dass kein systematischer Fehler bei der Messung entstehen sollte. Im Regelfall ist der Fehler so gering, dass er als Fehlerquelle nicht betrachtet wird.

Während des Versuches ist stark aufgefallen, dass eine Änderung der Skalierung des Messbereiches teilweise Spannungs- und Stromschwankungen ausgelöst hat. Daher wurde versucht, so selten wie möglich die Skalierung möglichst selten zu wechseln, um so Änderung wie möglich zuzulassen. Diese fallen relativ gering in der Leistungskurve auf.

In dieser Auswertung wurden keine Parallaxenfehler berücksichtigt. Alles in allem ist gut erkennbar, dass diese Messreihe den theoretischen Werten sehr nahe kommt und

somit gut gelungen ist.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V301*. 28. Dez. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>.