

¹



²

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND

³

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

⁴

**V501/2 - Elektronen im
elektrischen/magnetischen Feld**

⁶

Elçin Akay, elcin.akay@tu-dortmund.de

⁷

Robin Hegering, robin.hegering@tu-dortmund.de

⁸

DURCHFÜHRUNG AM 09. APRIL 2019

⁹

ABGABE AM 16. APRIL 2019

Inhaltsverzeichnis

10	Inhaltsverzeichnis	
11	1 Zielsetzung	3
12	2 Theorie	3
13	2.1 Elektronenstrahl im elektrischen Feld	4
14	2.2 Elektronenstrahl im magnetischen Feld	5
15	3 Durchführung	8
16	3.1 Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls unter Einfluss eines 17 elektrischen Feldes	8
18	3.2 Konstruktion eines einfachen Kathodenstrahl-Oszilloskopographen	8
19	3.3 Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahl unter Einfluss eines 20 magnetischen Feldes	9
21	3.4 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfelds	9
22	4 Auswertung	10
23	4.1 Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld	10
24	4.2 Ermittlung der Apparaturkonstante K	14
25	4.3 Analyse einer Sinusspannung mit dem Kathodenstrahlloszilloskopographen . . .	15
26	4.4 Ablenkung eines Elektronenstrahls im magnetischen Feld	16
27	4.5 Bestimmung des Erdmagnetfeldes	21
28	5 Diskussion	22
29	Literatur	23

³⁰ **1 Zielsetzung**

³¹ In diesem Versuch soll der Einfluss elektrischer sowie magnetischer Felder auf einen
³² Elektronenstrahl untersucht werden. Es wird die Abhängigkeit der Ablenkung eines
³³ Elektronenstrahls durch ein nahezu homogenes elektrisches Ablenfeld von der initialen
³⁴ Beschleunigung der Elektronen untersucht. Außerdem soll der Einfluss der Stärke des
³⁵ elektrischen Ablenfeldes auf die Ablenkung untersucht werden. Im zweiten Versuchsteil
³⁶ wird die Beeinflussung eines Elektronenstrahls durch ein magnetisches Feld und dessen
³⁷ Ausrichtung und Intensität untersucht. Auch hier ist wiederum die initiale Beschleunigung
³⁸ von Interesse.

³⁹ **2 Theorie**

⁴⁰ Zur Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls in externen elektrischen oder
⁴¹ magnetischen Feldern ist ein Hochvakuum erforderlich, da ansonsten eine Wechselwirkung
⁴² der emittierten Elektronen mit der Luft stattfinden würde. Um dies zu vermeiden, wird die
⁴³ sogenannte Kathodenstrahlröhre, die den Grundbaustein des Versuchs darstellt, auf einen
⁴⁴ Restdruck von ungefähr 10^{-6} mbar evakuiert. Grundlegend betrachtet ist die Kathoden-
⁴⁵ strahlrohre aus drei Abschnitten aufgebaut: Der erste Teil ist eine Elektronenkanone, mit
⁴⁶ der Elektronen durch Glühemission emittiert, beschleunigt und anschließend fokussiert
⁴⁷ werden. Der zweite Abschnitt ist ein Ablenksystem für die x- und y-Richtung. Am Ende
⁴⁸ der Kathodenstrahlröhre steht außerdem ein Leuchtschirm, mit dem der Elektronenstrahl
⁴⁹ nach der Ablenkung durch die verschiedenen Bauteile sichtbar gemacht werden kann.
⁵⁰ Der schematische Aufbau sowie die Verschaltung sind in Abbildung 1 erkennbar. Der
⁵¹ die Kathode umgebende Wehnelt-Zylinder kann dabei verwendet werden, um die Inten-
⁵² sität des Elektronenstrahls einzustellen, indem dadurch Elektronen mit sehr niedriger
⁵³ kinetischer Energie herausgefiltert werden. Alle weiteren ausgelösten Elektronen werden
⁵⁴ durch die folgende positiv geladene Elektrode weiter beschleunigt. Der beschleunigte
⁵⁵ Strahl wird dann durch stark inhomogene elektrische Felder gebündelt, um einen scharf
⁵⁶ begrenzten Strahl zu erzeugen. Die X- und Y-Ablenkung wird durch je zwei parallele
⁵⁷ Platten realisiert, die einen Plattenkondensator bilden können. Mit diesen ist es möglich,
⁵⁸ den Elektronenstrahl in entsprechender Richtung aus seiner Bahn zu lenken.

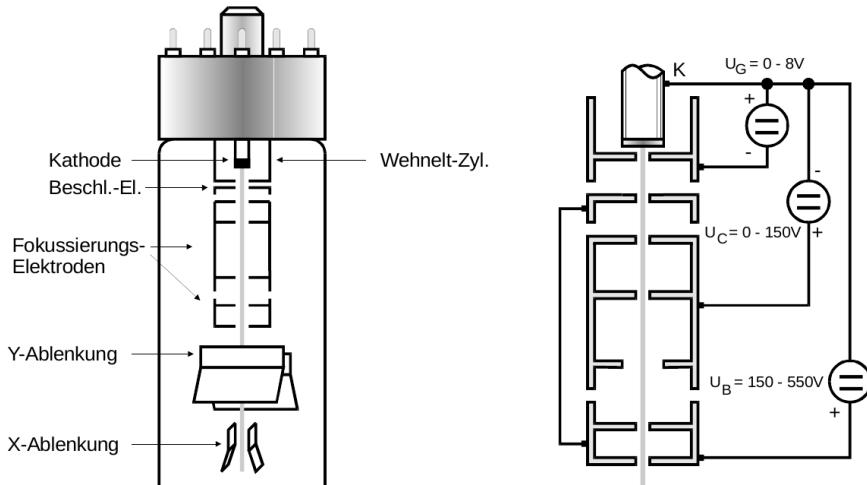


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Kathodenstrahlröhre sowie Beschaltung der einzelnen Bauteile [1].

59 2.1 Elektronenstrahl im elektrischen Feld

60 Zur Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein elektrisches Feld wird das Plattenpaar
 61 für die Y-Ablenkung der Kathodenstrahlröhre verwendet. Die entsprechende Schaltung
 62 und der grobe Aufbau sind in Abbildung 2 zu sehen.

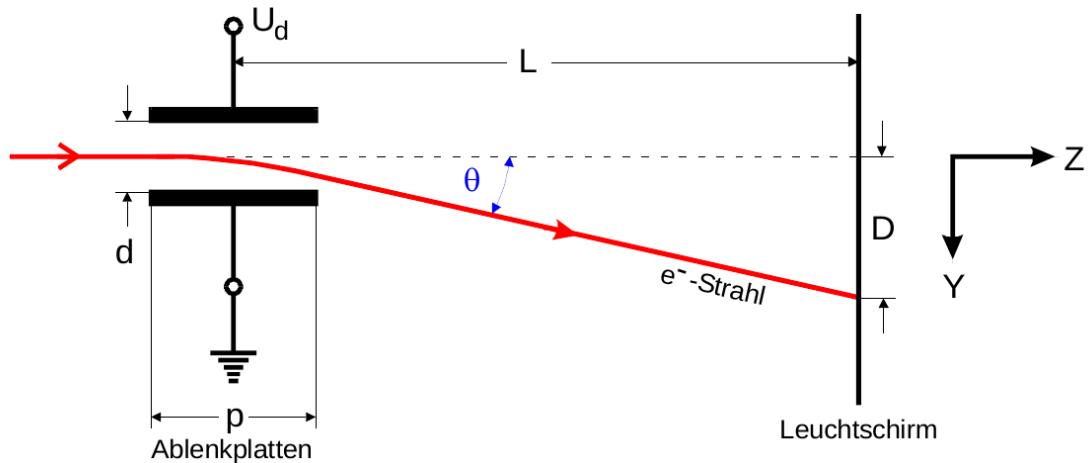


Abbildung 2: Darstellung der Ablenkung eines Elektronenstrahls mithilfe eines elektrischen Feldes [1].

Da der Plattenabstand d klein gegen die Plattenlänge p ist, ist es zulässig, das elektrische Feld im Inneren der beiden Platten als homogen anzunehmen. Daher ergibt sich die Kraft, die innerhalb der Platten auf ein Elektron wirkt, zu

$$F = e_0 E = e_0 \frac{U_d}{d}$$

und damit die Ablenkung in y-Richtung

$$v_y = \frac{F}{m_0} \Delta t = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z}.$$

Außerdem wird für die Bestimmung der Verschiebung des Leuchtflecks der Winkel θ benötigt. Dieser ergibt sich aus

$$\theta = \frac{v_y}{v_z}$$

⁶³ Nun kann mit Hilfe des Winkels θ und der Länge L die Verschiebung des Leuchtflecks
⁶⁴ berechnet werden zu

$$D = L\theta = \frac{e_0}{m_0} L \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z^2} = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B}, \quad (1)$$

⁶⁵ da für die Beschleunigungsspannung $U_B = \frac{m_0 v_z^2}{2e_0}$ gilt.

⁶⁶ 2.2 Elektronenstrahl im magnetischen Feld

⁶⁷ Ein Magnetfeld erzeugt im Unterschied zum elektrischen Feld nur eine Kraft auf bewegte
⁶⁸ Ladungsträger. Diese Kraft ist die sogenannte Lorentzkraft und ergibt sich aus $\mathbf{F}_L =$
⁶⁹ $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, wobei q die Ladung des mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegten Ladungsträgers im
⁷⁰ externen Magnetfeld der Stärke \mathbf{B} darstellt. Daraus ist erkennbar, dass die Lorentzkraft
⁷¹ nur dann wirkt, wenn \mathbf{v} nicht parallel zu \mathbf{B} steht. Außerdem folgt daraus, dass ein
⁷² Ladungsträger (im Unterschied zum elektrischen Feld) auf eine Kreisbahn gezwungen
⁷³ wird. Da allerdings die Lorentzkraft in jedem Punkt der Kreisbahn senkrecht auf selbiger
⁷⁴ steht, gilt $\mathbf{F}_L \cdot d\mathbf{s} = 0$. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes muss danach die kinetische
⁷⁵ Energie des Ladungsträgers konstant bleiben.

⁷⁶ Für die Geschwindigkeit v_0 nach der Beschleunigung gilt nach dem Energieerhaltungs-
⁷⁷ satz

$$v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}}. \quad (2)$$

Mit dem Gleichgewicht aus Lorentzkraft und Zentripetalkraft folgt

$$\begin{aligned} e_0 v_0 B &= \frac{m_0 v^2}{r} \\ \Rightarrow r &= \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \end{aligned} \quad (3)$$

⁷⁸ Hierbei stellen e_0 die Elementarladung, m_0 die Elektronenmasse, r den Krümmungsradius
⁷⁹ der Bahn und v_0 die konstante Geschwindigkeit aus (2) dar.

⁸⁰ Außerdem lässt sich mit dem Satz des Pythagoras aus Abbildung 3 die Beziehung
⁸¹ $L^2 + (r - D)^2 = r^2$ herleiten, woraus sich

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2D} \quad (4)$$

ergibt. D stellt hier die Differenz zwischen dem Mittelpunkt bis zur Krümmung der Elektronenbahn um den jeweiligen Abstand dar. Mit Gleichung (3) folgt weiterhin

$$\frac{L^2 + D^2}{2D} = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}$$

und mit (2) ergibt sich schlussendlich

$$\begin{aligned} \frac{m_0}{e_0 B} \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}} &= \frac{L^2 + D^2}{2D} \\ \Rightarrow \frac{D}{L^2 + D^2} &= \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B. \end{aligned} \quad (5)$$

Um das Magnetfeld einer Helmholtz-Spule zu bestimmen, werden die magnetische Feldkonstante μ_0 , die Spulenstromstärke I und der Spulenradius R benötigt. Im Zentrum des Spulenpaars liegt die Überlagerung zweier Kreisströme und liefert für die Berechnung des Magnetfeldes

$$B = \mu \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{NI}{R}. \quad (6)$$

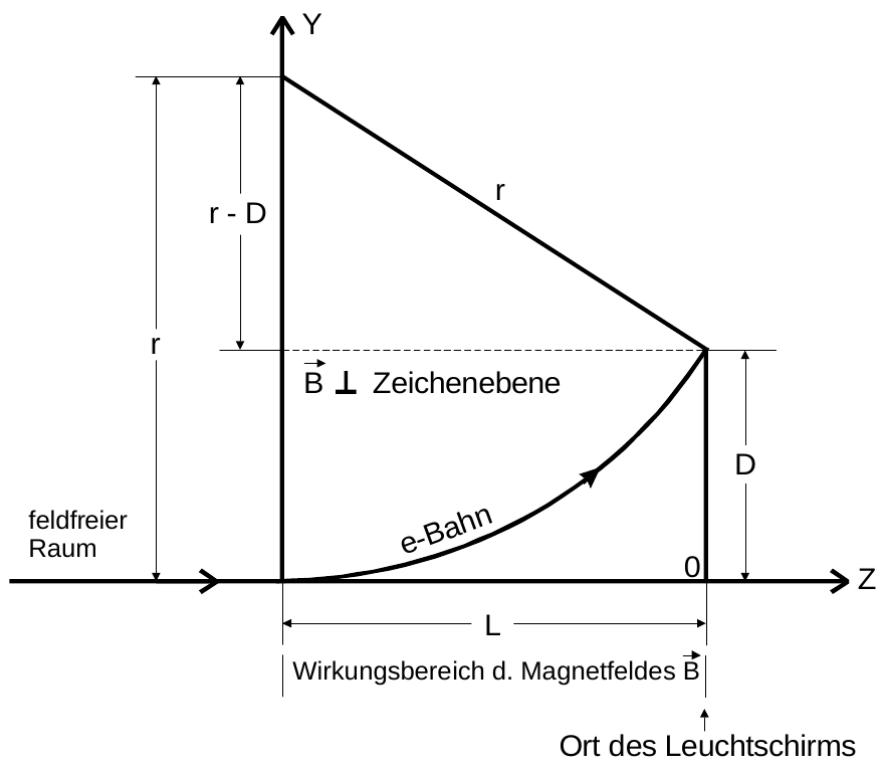


Abbildung 3: Skizze zur Ablenkung eines Elektronenstrahls im externen magnetischen Feld [2].

86 **3 Durchführung**

87 Zur Untersuchung des Einflusses elektrischer beziehungsweise magnetischer Felder auf
88 einen Elektronenstrahl werden zwei verschiedene Aufbauten verwendet. Beiden Versuchs-
89 aufbauten ist die Kathodenstrahlröhre als wichtigstes Bauelement enthalten.

90 **3.1 Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls unter Einfluss
91 eines elektrischen Feldes**

92 Um den Elektronenstrahl durch ein elektrisches Feld abzulenken, wird das Y-Ablenksystem
93 der Kathodenstrahlröhre verwendet. Dazu wird parallel zur regelbaren Spannungsquelle
94 des Ablenksystems ein Voltmeter geschaltet, um die eingestellte Ablenkspannung ablesen
95 und damit das elektrische Ablenfeld bestimmen zu können. Das Schaltbild dazu ist in
96 Abbildung 4 zu sehen. Nun wird bei konstanter Beschleunigungsspannung die Ablenk-
97 spannung so eingestellt, dass der Leuchtfleck auf dem Schirm sich jeweils um eine Linie
98 des Koordinatennetzes nach unten verschiebt. Die Messwerte für die Ablenkspannung
99 werden notiert, bis die Messreihe aufgrund des Messbereichs des Schirms beendet wird.
100 Die Messung wird für vier weitere Beschleunigungsspannungen wiederholt.

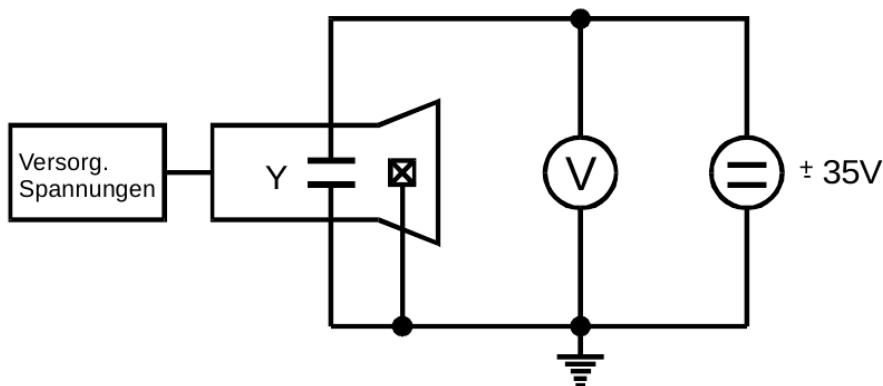


Abbildung 4: Schaltskizze mit Y-Komponente des Ablenksystems der Kathodenstrahlröhre zur Bestimmung der Ablenkspannung [1].

101 **3.2 Konstruktion eines einfachen Kathodenstrahl-Oszilloskop**

102 Nun soll der Aufbau so erweitert werden, dass er als einfacher Oszilloskop zur Dar-
103 stellung einer Sinusspannung verwendet werden kann. Dazu wird an das Ablenksystem
104 in x-Richtung eine Sägezahnspannung variabler Frequenz und in y-Richtung eine Si-
105 nussspannung konstanter Frequenz angelegt. Für eine exakte Bestimmung ist an den
106 Generator der Sägezahnspannung ein Frequenzzähler angeschlossen. Das gesamte Schalt-
107 bild ist in Abbildung 5 zu erkennen. Bei diesem Versuchsteil wird die Frequenz der
108 Sinusspannung konstant gelassen. Mit der Frequenz der Sägezahnspannung wird nun
109 versucht, eine stehende Welle auf dem Bildschirm der Kathodenstrahlröhre zu erzeugen.

110 Danach werden weitere drei Frequenzen der Sägezahnspannung gesucht, für die ebenfalls
111 keine Bewegung des Bildes mehr stattfindet. Dies ist immer genau dann der Fall, wenn
112 Sägezahnfrequenz und Frequenz der Sinusspannung ein ganzzahliges Verhältnis bilden,
113 also $n \cdot f_{\text{saw}} = m \cdot f_{\text{sin}} \forall n, m \in \mathbb{N}$ erfüllt ist.

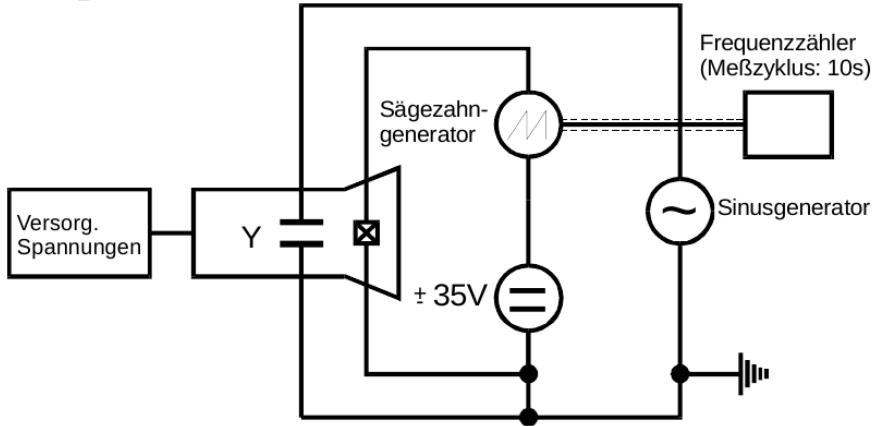


Abbildung 5: Schaltskizze zum Aufbau eines einfachen Kathodenstrahl-Oszillographen mit einer Kathodenstrahlröhre [1].

114 **3.3 Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahl unter Einfluss eines 115 magnetischen Feldes**

116 Zur Untersuchung der Ablenkung eines Elektronenstrahls im Magnetfeld wird der Aufbau
117 mit der Kathodenstrahlröhre in das nahezu homogene Magnetfeld eines Helmholtz-
118 Spulenpaars eingebbracht. In diesem Versuchsteil wird ebenfalls die Beschleunigungsspan-
119 nung konstant gelassen. Nun wird der Strom durch das Helmholtz-Spulenpaar von 0 A
120 so weit erhöht, dass die erste Linie des Koordinatennetzes erreicht wird. Die Messwerte
121 des Stroms werden notiert und die Messreihe so weit fortgeführt, bis aufgrund der Ab-
122 messungen des Koordinatennetzes keine weiteren Messwerte mehr aufgenommen werden
123 können. Die Messreihe wird für vier weitere Beschleunigungsspannungen wiederholt.

124 **3.4 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfelds**

125 Für den nun folgenden Versuchsteil ist es zunächst notwendig, die Ausrichtung des
126 Erdmagnetfelds am Versuchsort zu bestimmen. Dazu wird ein sogenanntes Deklinatorium-
127 Inklinatorium verwendet. Dabei handelt es sich um einen speziellen Kompass, der zunächst
128 Richtung Norden ausgerichtet wird. Dann wird die Apparatur um 90° gekippt, also
129 hochkant aufgestellt. Nun lässt sich der sogenannte Inklinationswinkel ablesen. Dies ist
130 der Winkel zwischen der Magnetfeldlinien und Erdoberfläche.

131 Nun wird auch die Kathodenstrahlröhre Richtung Norden ausgerichtet und das Ma-
132 gnetfeld der Helmholtz-Spulen abgeschaltet. Dann wird mithilfe der X- und Y-Ablenkung

133 der Leuchtfleck auf den Mittelpunkt des Koordinatennetzes gelenkt. Bei der anschlie-
 134 ßenden Drehung der Apparatur um 90° bzw. in Richtung Westen verschiebt sich der
 135 Leuchtfleck aufgrund der nun einsetzenden Beeinflussung ausschließlich durch die horizontale
 136 Komponente des Erdmagnetfelds. Um diese herauszufinden, wird durch das äußere
 137 Magnetfeld der Helmholtz-Spulen die Verschiebung des Leuchtflecks aus dem Mittelpunkt
 138 heraus und somit die horizontale Komponente des Erdmagnetfelds kompensiert und der
 139 entsprechende Strom abgelesen.

140 **4 Auswertung**

141 Der erste Teil des Versuches erfolgt im elektrischen Feld, der zweite Teil des Versuches
 142 erfolgt im magnetischen Feld. Im Folgenden werden die Versuchsteile getrennt ausgewertet.

143 **4.1 Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld**

144 Im ersten Teil des Versuches wird ein Elektronenstrahl im elektrischen Feld beobachtet.
 145 Die Messwerte sind in Tabelle 1 ablesbar.

Tabelle 1: Aufgenommene Messwerte bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Abstand / cm	$U_B = 200 \text{ V}$	$U_B = 250 \text{ V}$	$U_B = 300 \text{ V}$	$U_B = 350 \text{ V}$	$U_B = 400 \text{ V}$
	U_d / V				
2,54	-22,5	-27,3	-31,7	—	—
1,90	-17,8	-21,9	-26,0	-30,9	-34,4
1,27	-13,7	-16,6	-20,5	-24,2	-27,3
0,63	-10,1	-12,0	-14,6	-16,8	-19,9
0,00	-6,0	-7,0	-8,4	-9,9	-11,4
-0,63	-2,1	-2,2	-2,7	-3,1	-3,8
-1,27	2,2	2,7	3,4	3,5	3,8
-1,90	6,6	8,2	10,3	11,2	12,4
-2,54	10,7	13,5	16,2	18,2	20,8

146 Der Abstand stellt hierbei die Differenz zwischen dem Nullpunkt des Gitters und
 147 dem Auftrittspunkt des Lichtstrahls dar. Folglich werden die gemessenen Abstände D
 148 in einer Abbildungen gegen die Ablenkspannungen U_d aufgetragen. Es wird bei den
 149 Abbildungen zwischen den verschiedenen Beschleunigungsspannungen, die eingestellt
 150 werden, unterschieden.

Mittels einer Ausgleichsfunktion, anlehnd an Gleichung (1), wird die Steigung m bestimmt. Diese Steigung entspricht genau der Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$. Die Form der Ausgleichsfunktion ist gegeben durch

$$D(U_d) = m \cdot U_d + b,$$

wobei b den Ordinatenabschnitt angibt. Die Steigung, der Ordinatenabschnitt und die jeweiligen Fehler werden durch Python ermittelt, und sind in der Tabelle 2 dargestellt.

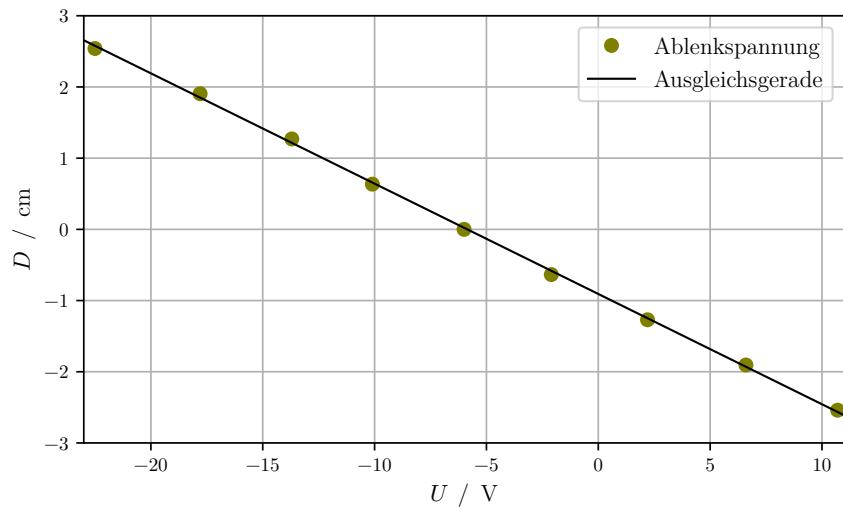


Abbildung 6: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld bei einer Beschleunigungsspannung von 200 V.

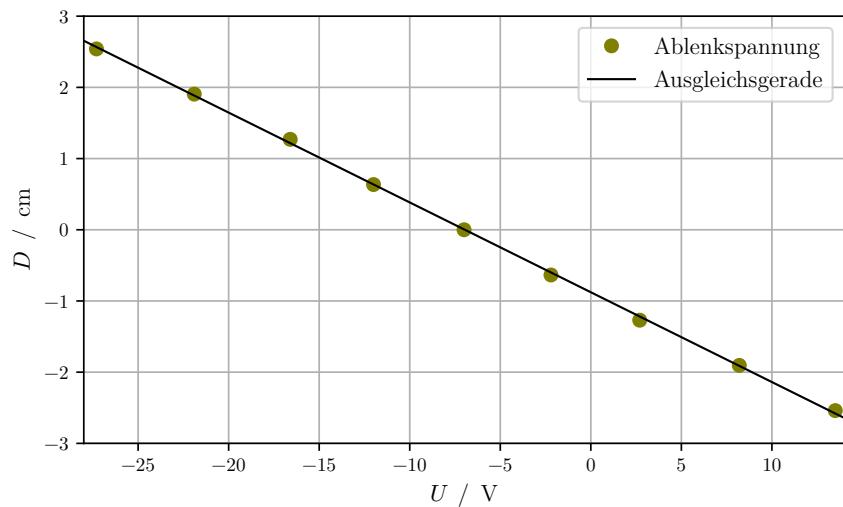


Abbildung 7: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld bei einer Beschleunigungsspannung von 250 V.

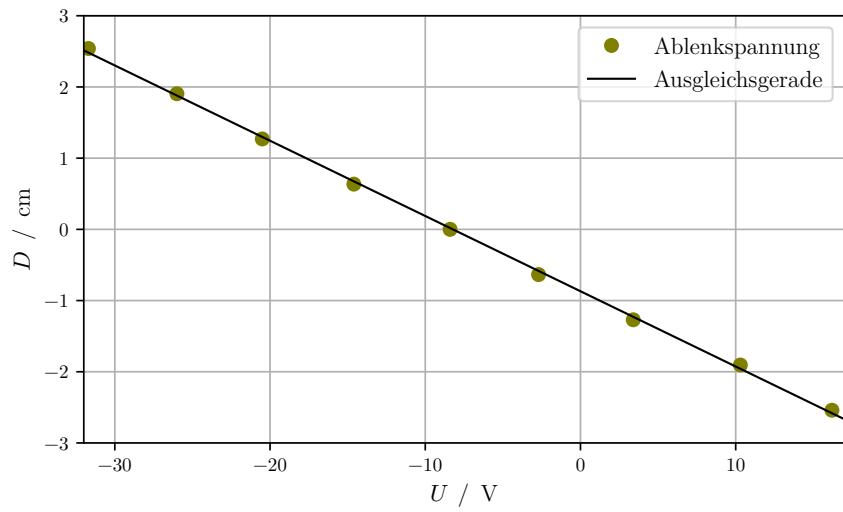


Abbildung 8: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld bei einer Beschleunigungsspannung von 300 V.

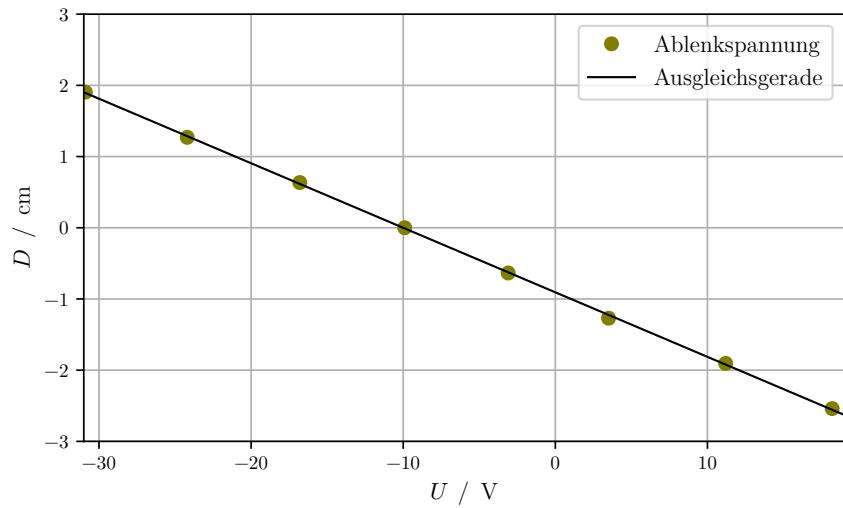


Abbildung 9: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld bei einer Beschleunigungsspannung von 350 V.

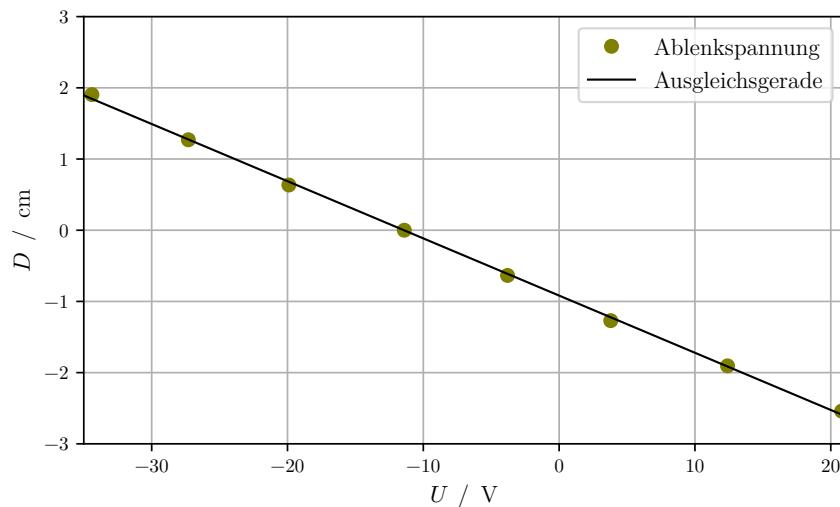


Abbildung 10: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld bei einer Beschleunigungsspannung von 400 V.

Tabelle 2: Steigung und Ordinatenabschnitt bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Beschleunigungsspannung U_b / V	Steigung $m / \frac{\text{cm}}{\text{V}}$	Ordinatenabschnitt b / cm
200	(-0.154 \pm -0.907)	(0.001 \pm 0.016)
250	(-0.126 \pm -0.877)	(0.000 \pm 0.013)
300	(-0.105 \pm -0.869)	(0.001 \pm 0.017)
350	(-0.090 \pm -0.906)	(0.000 \pm 0.009)
400	(-0.080 \pm -0.917)	(0.000 \pm 0.016)

¹⁵³ **4.2 Ermittlung der Apparaturkonstante K**

Die in Tabelle 2 dargestellten Empfindlichkeiten werden nun in der Abbildung 11 gegen den Kehrwert der Beschleunigungsspannung abgebildet. Durch eine Ausgleichsfunktion und mit Hilfe von Python kann nun analog die Steigung ermittelt und mit der Empfindlichkeit verglichen werden. Die Apparaturkonstante K setzt sich zusammen aus der Länge L zwischen Leuchtschirm und Ablenkplatte, dem Plattenabstand d und der Plattenlänge p zu

$$K = \frac{pL}{2d}.$$

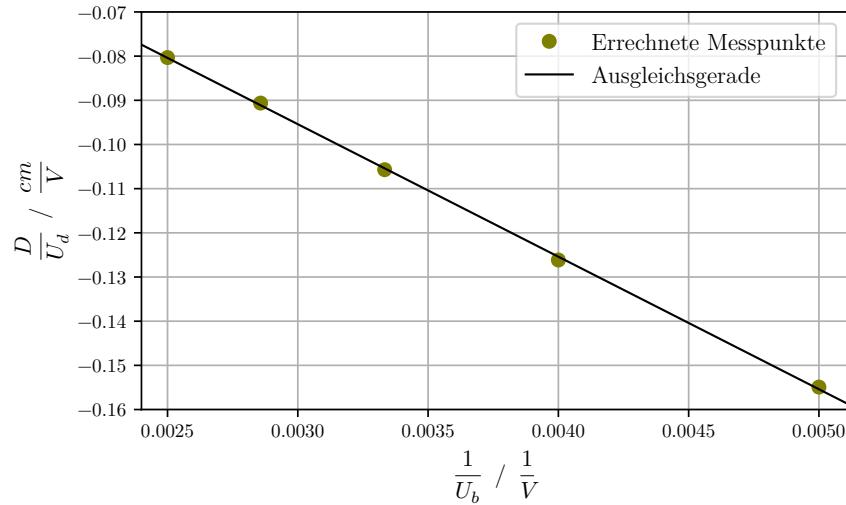


Abbildung 11: Graphische Darstellung der Empfindlichkeit gegen den Kehrwert der jeweiligen Beschleunigungsspannung.

Die Fitfunktion hat die Form

$$\frac{D}{U_d}(U_B) = a \cdot \frac{1}{U_B} + b$$

¹⁵⁴ anlehnend an Gleichung (1). Die Steigung und der Ordinatenabschnitt wurden mit-
¹⁵⁵ tels Python berechnet und sind in Tabelle 3 dargestellt. Hierbei war der Fehler des
¹⁵⁶ Ordinatenabschnittes vernachlässigbar klein.

Tabelle 3: Die berechnete Steigung und der Ordinatenabschnitt bei Ermittlung der Apparaturkonstanten K .

Steigung m / cm	Ordinatenabschnitt b / cm
$(-29.996 \pm 0,009)$	$(-0.005 \pm 0,000)$

Der theoretische Wert kann mit Hilfe der Angaben in der Anleitung

$$\begin{aligned} p &= 1,90 \text{ cm} \\ d &= 0,60 \text{ cm} \\ L &= 15,33 \text{ cm} \end{aligned}$$

¹⁵⁷ berechnet werden, und ergibt

$$K_{\text{theo}} = 24,275 \text{ cm}. \quad (7)$$

¹⁵⁸ Aus der durchgeführten Fit ergibt sich der Betrag des Wertes zu

$$K = 29,999 \pm 0,009 \text{ cm}. \quad (8)$$

¹⁵⁹ 4.3 Analyse einer Sinusspannung mit dem Kathodenstrahlzoszillographen

¹⁶⁰ Als letztes werden dann bei einer Beschleunigungsspannung von $U_B = 300 \text{ V}$ fünf
¹⁶¹ verschiedene Frequenzen aufgenommen, bei denen auf dem Bildschirm des Kathoden-
¹⁶² strahlzoszillographen genau eine stehende Welle zu erkennen ist. Diese sind in der Tabelle
¹⁶³ 5 dargestellt. Die Amplitude gibt hierbei den Abstand vom peak-to-peak an.

Tabelle 4: Aufgenommene Frequenzen, bei denen stehende Wellen zu beobachten sind.

Amplitude $A_{\text{peak-to-peak}}$ / cm	Frequenz / Hz
1,27	50
1,27	75
1,27	100,05
1,27	124,98

Außerdem kann die Sinusspannung mit der in Tabelle 2 bestimmten Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$ und der Amplitude A_{pp} nach

$$U_{\sin} = \frac{A_{\text{pp}}}{2} \frac{U_d}{D}$$

berechnet werden. Bei $U_B = 300 \text{ V}$ liegt die Empfindlichkeit nach Tabelle 2 bei $\frac{D}{U_d} = (-0,105 \pm 0,001) \text{ cm/V}$. Daraus ergibt sich die Sinusspannung

$$U_{\sin} = (-6,06 \pm 0,06) \text{ V}.$$

Der Fehler berechnet sich dabei mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung nach

$$\Delta U_{\sin} = \frac{A_{\text{pp}}}{2} \cdot \sigma_{D/U_d}.$$

¹⁶⁴ Aufgrund der Angaben auf dem Messgerät wird von einer Grundfrequenz der Si-
¹⁶⁵ nussspannung f_{\sin} von 75 Hz ausgegangen. Das Frequenzverhältnis ist in der Tabelle 5
¹⁶⁶

Tabelle 5: Eingestellte Frequenzen f_{saw} für die stehende Welle und ihr jeweiliges Frequenzverhältnis zur Grundfrequenz f_{sin} .

Frequenzverhältnis	$f_{\text{sin}} / \text{Hz}$	$f_{\text{saw}} / \text{Hz}$
3:2	75	50
1:1	75	75
4:3	75	100,05
5:3	75	124,98

¹⁶⁷ 4.4 Ablenkung eines Elektronenstrahls im magnetischen Feld

Die für diesen Versuch genutzten Konstanten lauten

$$N = 20$$

$$R = 0,282 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}.$$

¹⁶⁸ Die in diesem Versuchsteil aufgenommenen Messwerte sind in der Tabelle 6 dargestellt.
¹⁶⁹ Der Abstand stellt hierbei die Differenz zwischen dem Nullpunkt des Gitters und dem
¹⁷⁰ Auftrittspunkt des Lichtstrahls dar.

Tabelle 6: Aufgenommene Messwerte bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen.

Abstand / cm	$U_B = 200 \text{ V}$	$U_B = 250 \text{ V}$	$U_B = 300 \text{ V}$	$U_B = 350 \text{ V}$	$U_B = 400 \text{ V}$
	I_d / A				
2,54	—	—	—	—	—
1,90	0,31	0,35	0,31	0,36	0,40
1,27	0,56	0,67	0,65	0,74	0,76
0,63	0,85	1,05	1,05	1,16	1,22
0,00	1,17	1,40	1,45	1,57	1,68
-0,63	1,47	1,71	1,81	1,91	2,14
-1,27	1,81	2,10	2,16	2,41	2,56
-1,90	2,13	2,47	2,64	2,80	3,05
-2,54	2,47	2,84	3,00	3,25	0,00

¹⁷¹ Folglich werden die gemessenen Abstände D geteilt durch $D^2 + L^2$ in einer Abbildung
¹⁷² gegen die Intensität des Magnetfelds B aufgetragen. Es wird bei den Abbildungen zwischen
¹⁷³ den verschiedenen Beschleunigungsspannungen, die eingestellt wurden, unterschieden. In
¹⁷⁴ diesem Auswertungsteil wird die spezifische Ladung von Elektronen bestimmt. Hierfür
¹⁷⁵ werden bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen U_B analog wie im ersten Ver-
¹⁷⁶ suchsteil Stromstärken I gemessen. Um nun das resultierende Magnetfeld zu bestimmen,

¹⁷⁷ wird Formel (6) genutzt und die gemessenen Werte werden eingesetzt. Die Magnetfelder
¹⁷⁸ sind in Tabelle 7 dargestellt.

Tabelle 7: Berechnete Magnetfelder aus den resultierenden Stromstärken I_D durch die Beschleunigungsspannungen U_B .

$U_B = 200 \text{ V}$ B / mT	$U_B = 250 \text{ V}$ B / mT	$U_B = 300 \text{ V}$ B / mT	$U_B = 350 \text{ V}$ B / mT	$U_B = 400 \text{ V}$ B / mT
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,197	0,223	0,197	0,229	0,255
0,357	0,427	0,414	0,471	0,484
0,542	0,669	0,669	0,739	0,778
0,746	0,892	0,924	1,001	1,071
0,937	1,090	1,154	1,218	1,364
1,154	1,339	1,377	1,536	1,632
1,358	1,575	1,683	1,785	1,945
1,575	1,811	1,913	2,072	0,000

Tabelle 8: Errechnete Steigung m und b zu den jeweiligen Bremsspannungen.

Steigung m / $\sqrt{\text{C/kgV}^{-1}}$	Ordinate b / m
$-1,347\,95 \pm 1,028\,66$	$0,019\,90 \pm 0,018\,23$
$-1,172\,63 \pm 1,046\,10$	$0,019\,90 \pm 0,018\,23$
$-1,092\,81 \pm 1,012\,05$	$0,015\,73 \pm 0,017\,58$
$-1,019\,73 \pm 1,026\,02$	$0,013\,26 \pm 0,016\,04$
$-0,951\,15 \pm 1,026\,93$	$0,011\,86 \pm 0,013\,50$

Um nun die spezifische Elektronenladung zu bestimmen, werden aus den linearen Regressionen (5) der Graphiken die Steigung m bestimmt

$$m = \sqrt{\frac{e_0}{8m_0}} \cdot \frac{1}{U_b} + b$$

¹⁷⁹ Stellt man nun die Gleichung um, kann

$$\sqrt{\frac{e_0}{m_0}} = m \cdot \sqrt{8} \cdot U_b, \quad (9)$$

berechnet werden. Hierbei ist b vernachlässigbar klein. Nun werden die Steigungen m

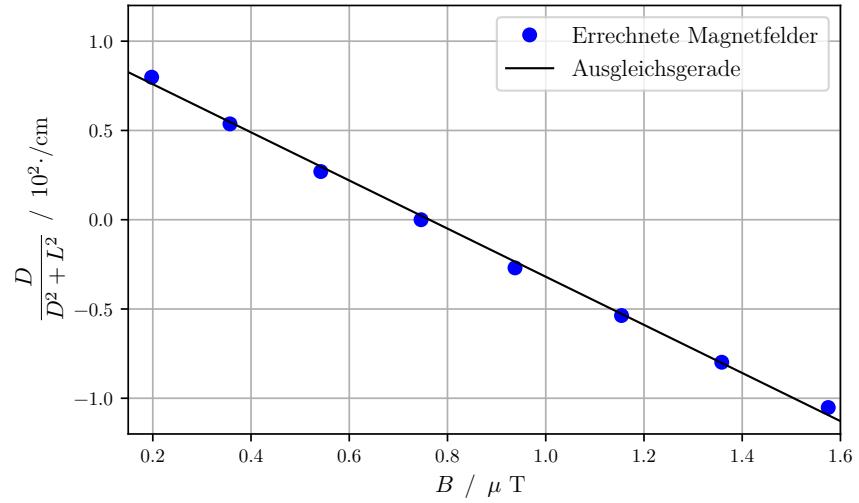


Abbildung 12: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im Magnetfeld bei einer Beschleunigungsspannung von 200 V.

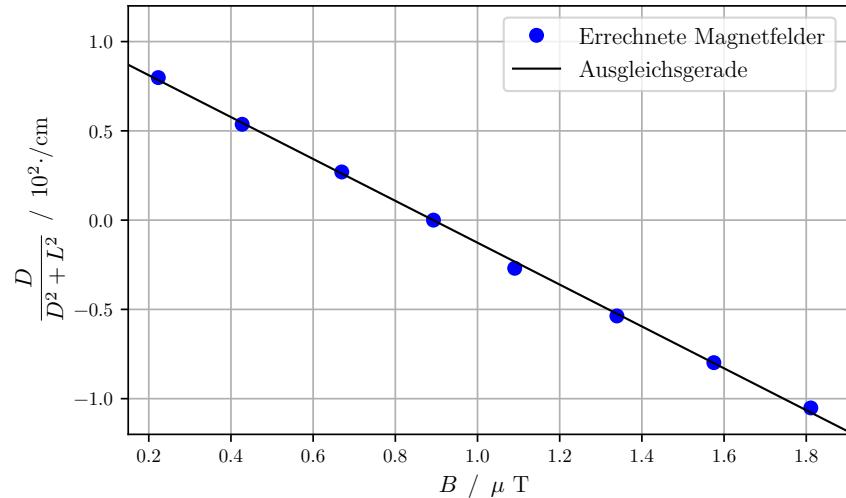


Abbildung 13: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im Magnetfeld bei einer Beschleunigungsspannung von 250 V.

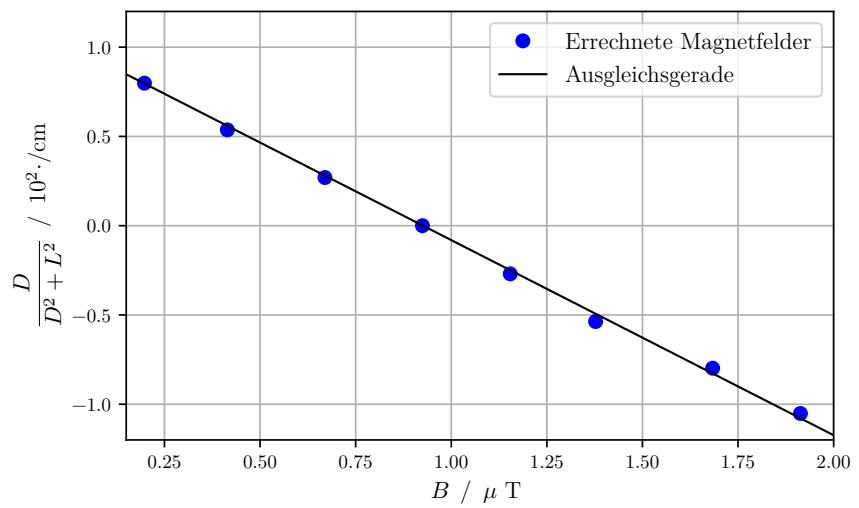


Abbildung 14: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im Magnetfeld bei einer Beschleunigungsspannung 300 V.

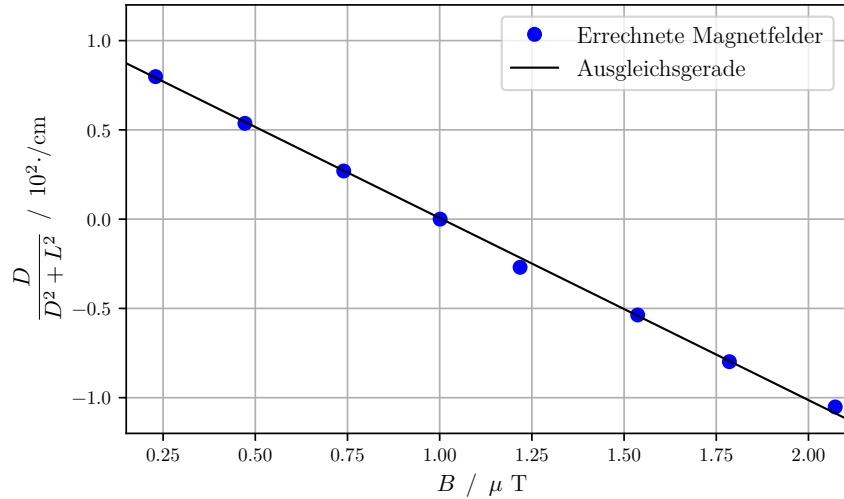


Abbildung 15: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im Magnetfeld bei einer Beschleunigungsspannung von 350 V.

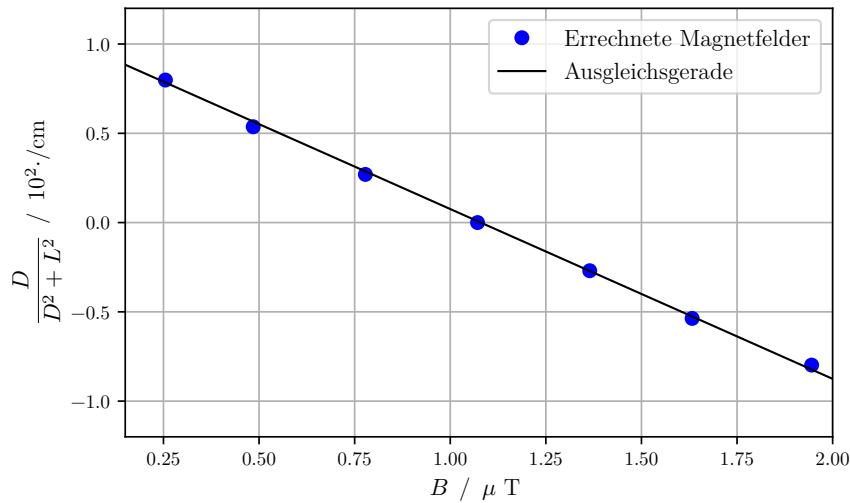


Abbildung 16: Graphische Darstellung der Messwerte der Ablenkung des Elektronenstrahls im Magnetfeld bei einer Beschleunigungsspannung von 400 V.

und die Bremsspannung U_b gemittelt, um (9) zu bestimmen. Für diese gilt

$$\bar{m} = (-1,116 \pm 0,137) \sqrt{\frac{\text{C}}{\text{kg}}} \text{V}^{-1}$$

$$\bar{U} = (300 \pm 70, 716 \text{ V})$$

Für den Wert von $\frac{e_0}{m_0}$ ergibt sich durch Python

$$(1,688 \pm 0,11) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Die ermittelten Werte sind in der Tabelle 9 dargestellt.

Tabelle 9: Errechnete Steigung m und b zu den jeweiligen Bremsspannungen.

Steigung m / $\sqrt{\text{C/kg}} \text{V}^{-1}$	Ordinate b / m
$-1,34795 \pm 1,02866$	$0,01990 \pm 0,01823$
$-1,17263 \pm 1,04610$	$0,01990 \pm 0,01823$
$-1,09281 \pm 1,01205$	$0,01573 \pm 0,01758$
$-1,01973 \pm 1,02602$	$0,01326 \pm 0,01604$
$-0,95115 \pm 1,02693$	$0,01186 \pm 0,01350$

¹⁸¹ **4.5 Bestimmung des Erdmagnetfeldes**

¹⁸² Der letzte Versuchsteil besteht in der Bestimmung des Erdmagnetfeldes. Es werden vier
¹⁸³ Inklinationswinkel an verschiedenen Örtlichkeiten gemessen. Diese sind in der Tabelle 10
dargestellt.

Tabelle 10: Gemessene Inklinationswinkel des lokalen Erdmagnetfeldes an verschiedenen Orten.

Messung	Winkel
1	65,5°
2	80,0°
3	79,0°
4	64,0°

¹⁸⁴

Zur Kompensation des Erdmagnetfeldes wird die Stromstärke

$$I = 0,25 \text{ A}$$

eingestellt, um die Ausgangsposition des Elektronenstrahls zu erreichen. Mit der Gleichung (6) kann das Magnetfeld zu

$$B_{\text{horiz}} = 15,943 \mu\text{T},$$

¹⁸⁵ berechnet werden. Jedoch entspricht dieser Wert nur der horizontalen Komponente des
¹⁸⁶ Magnetfeldes. Durch die gemessenen Winkel wird die Ausrichtung des Magnetfeldes zur
¹⁸⁷ Oberfläche angegeben.

Um daraus jetzt das Magnetfeld zu errechnen, wird

$$B_{\text{Erd}} = \frac{B_{\text{horiz}}}{\cos(\phi)}$$

genutzt. Nun werden die gemessenen Winkel ϕ gemittelt, und ergeben

$$\bar{\phi} = (72,125 \pm 7,402)^\circ$$
$$\bar{\phi} = (1,259 \pm 0,129).$$

Somit ergibt sich insgesamt mit den aufgenommenen Messwerten für das Erdmagnetfeld

$$B_{\text{Erd}} = (51,940 \pm 2,080) \mu\text{T},$$

wobei der Fehler sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung nach

$$\sigma_{B_{\text{Erd}}} = \frac{B_{\text{horiz}}}{\cos^2 \bar{\phi}} \sin \bar{\phi} \cdot \sigma_{\bar{\phi}}$$

¹⁸⁸ ergibt.

¹⁸⁹ **5 Diskussion**

Im Folgenden werden die Abweichungen bestimmt durch

$$\text{Abweichung} = \frac{x_{\text{exp}} - x_{\text{theo}}}{x_{\text{theo}}}.$$

Im ersten Teil der Versuchsreihe wurde die Apparaturkonstante bestimmt, und ergab

$$K_{\text{theo}} = 24,275 \text{ cm}$$
$$K_{\text{exp}} = 29,999 \text{ cm}$$

¹⁹⁰ was einer Abweichung von 23,6 % entspricht. Die Abweichung kommt womöglich durch
¹⁹¹ Ablesefehler zustande. Es war schwierig, den Elektronenstrahl zu einem Punkt zu fokus-
¹⁹² sieren, weshalb bei den Kästchen leichte Ableseschwierigkeiten entstanden sind. Jedoch
¹⁹³ ist in den Graphen zu erkennen, dass die Messpunkte linear verlaufen. Somit ist zwar
¹⁹⁴ ein Fehler aufgetreten, hat aber keine großen Abweichungen zur linearen Regression
¹⁹⁵ verursacht.

Im zweiten Teil der Versuchsreihe wurde die spezifische Ladung des Elektrons berechnet, und ergab

$$\text{Theorie } \frac{e_0}{m_0} = 1,758 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$
$$\text{Experimentell } \frac{e_0}{m_0} = 1,688 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}},$$

¹⁹⁶ was einer Abweichung von 3% vom Theoriewert [4] entspricht.
Außerdem wurde das Erdmagnetfeld bestimmt, und ergab

$$B_{\text{theo}} = 48 \mu T$$
$$B_{\text{exp}} = 51,940 \mu T,$$

¹⁹⁷ was wiederum einer Abweichung von 8% vom Theoriewert [3] entspricht. Der Fehler ist
¹⁹⁸ durch das Deklinatorium-Inklinatorium erklärbar. Es wurden vier Winkel gemessen, die
¹⁹⁹ stark voneinander abweichen, aber noch im Toleranzbereich liegen. Jedoch ist aufgefallen,
²⁰⁰ dass schon bei kleinen Verschiebung des speziellen Kompasses die Winkel enorm gewechselt
²⁰¹ sind. Außerdem ist die Nadel stark gependelt, wodurch das Ablesen nochmal erschwert
²⁰² wurde.

²⁰³ Schlussendlich lässt sich schließen, dass die Versuchsreihe erfolgreich war. Die Abwei-
²⁰⁴ chungen liegen noch im Toleranzbereich, und der Unterschied zwischen elektrischem und
²⁰⁵ magnetischem Feld ist deutlich geworden.

206 **Literatur**

- 207 [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V501*. 9. Apr. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf>.
- 208 [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V502*. 9. Apr. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf>.
- 209 [3] Wikipedia. *Erdmagnetfeld*. 9. Apr. 2019. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Erdmagnetfeld>.
- 210 [4] Wikipedia. *Spezifische Ladung*. 9. Apr. 2019. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung.
- 211
- 212
- 213
- 214