

Electromagnetismo I

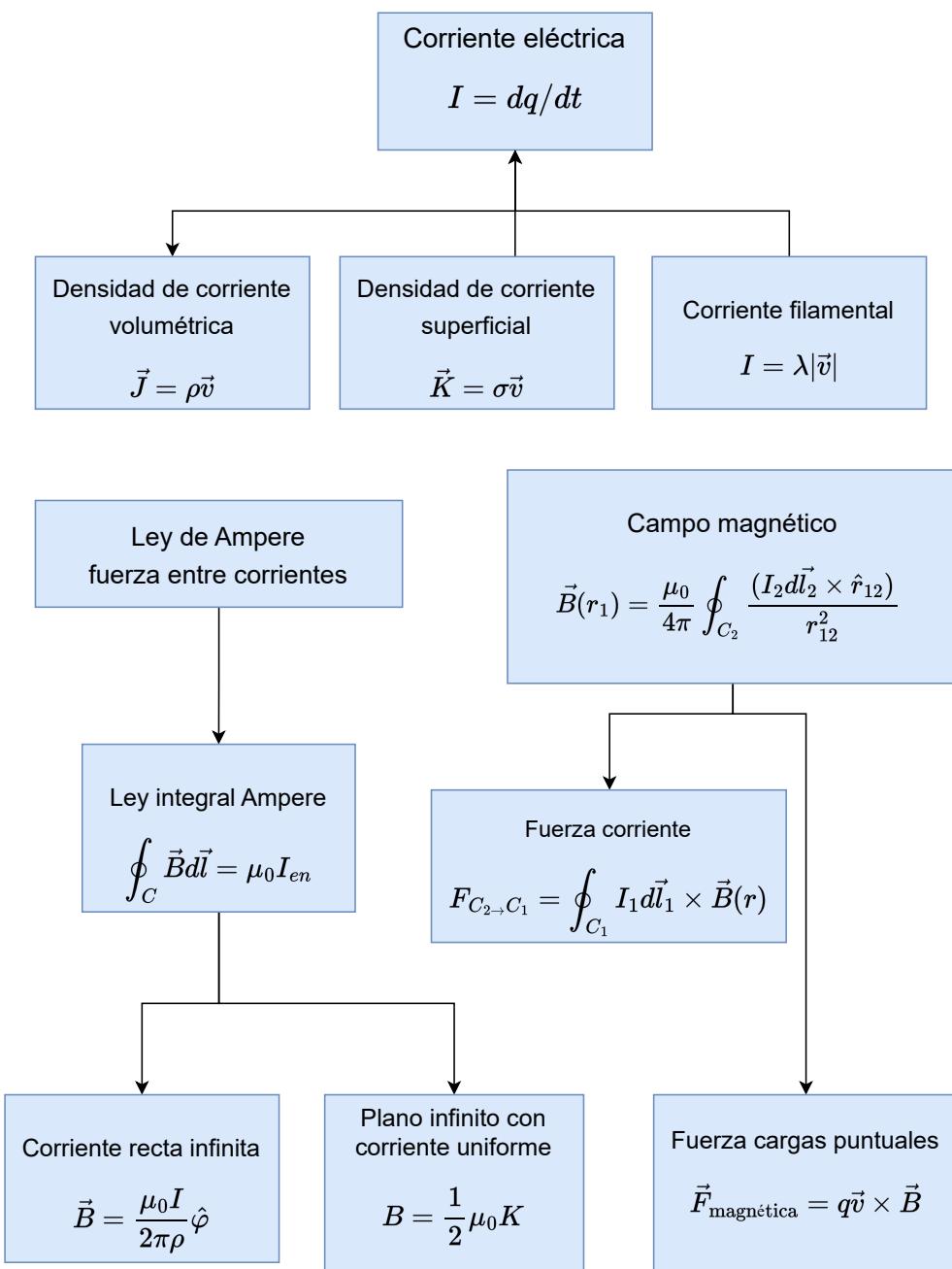
---

# Corrientes eléctricas y campos magnéticos

# Índice

Esquema . . . . .	2
Ideas clave . . . . .	3
6.1 Introducción y objetivos . . . . .	3
6.2 Magnetismo . . . . .	3
6.3 Corriente eléctrica . . . . .	4
6.4 Corriente y ley de Ohm. . . . .	8
6.5 Ley de Ampère . . . . .	10
6.6 Campo magnético $\vec{B}$ . . . . .	14
6.7 Lineas de campo magnético y flujo . . . . .	20
6.8 Forma integral de la ley de Ampère . . . . .	21
6.9 Aplicaciones de la ley de Ampère. . . . .	22
6.10 Cargas puntuales en movimiento: fuerza de Lorentz . .	24
6.11 Aplicaciones de partículas cargadas en campo magnético . . . . .	25
6.12 Cuaderno de ejercicios . . . . .	25
6.13 Referencias bibliográficas . . . . .	27

# Esquema



## 6.1 Introducción y objetivos

Hasta ahora hemos estado estudiando electrostática, es decir, la relación de las cargas en reposo. A partir de este capítulo estudiaremos la magnetostática, es decir, la relación de las cargas cuando están en movimiento. Los primeros conceptos que aparecen aquí son la corriente eléctrica (básicamente cargas en movimiento), y también el campo magnético, que se presenta en este contexto. Con más detalle, los objetivos del tema son:

- ▶ Estudiaremos las **corrientes eléctricas**, y las diferentes definiciones: si son corrientes volumétricas, superficiales o lineales.
- ▶ Aprenderemos la definición de la **ley de Ampère** que nos dice la fuerza que realiza un circuito sobre otro y cómo usarla.
- ▶ Entenderemos el concepto de **campo magnético** y cómo calcularlo.
- ▶ Presentaremos la **ley de Ampère integral** y su aplicación a la hora de calcular de forma sencilla el campo magnético.

## 6.2 Magnetismo

El conocimiento del magnetismo data ya desde los antiguos griegos, alrededor del año 800 a. de C. Ellos descubrieron que algunas piedras, actualmente llamadas *magnética*, atraían trozos de hierro. En 1269 fue Pierre de Maricourt el que escribió el primer tratado sobre las propiedades de los imanes, y la primera discusión sobre la brújula. También se introducen aquí los polos del imán, que presentan fuerzas entre sí similares a cargas eléctricas. Igual que las cargas, los polos iguales se repelen y los polos

distintos se atraen. En 1600, William Gilbert fue el que dijo que la Tierra se comporta como un gran imán permanente, ya que la aguja de cualquier brújula se orientaba en ciertas direcciones preferidas. En 1770, John Michell usó una balanza de torsión para determinar que la fuerza magnética ejercida por cada polo de un imán disminuye en proporción al cuadrado de la distancia entre ellos.

Las cargas eléctricas pueden aislarse, pero en contraposición todavía a día de hoy nadie ha podido aislar los polos magnéticos, que siempre se encuentran en pares. Aunque un imán se parte en trozos infinitesimales, siempre se encuentran los dos polos. La primera vez que se descubrió la relación entre la electricidad y el magnetismo fue gracias a Hans Christian Ørsted (1777-1851) en 1819. Observó cómo una corriente eléctrica desviaba la aguja de una brújula. También fue él quién que demostró la existencia de un campo magnético en torno a todo conductor atravesado por una corriente eléctrica.

Pero fue André Ampère (1797-1878) el que formuló de forma cuantitativa la fuerza magnética entre conductores por los que circula una corriente eléctrica. Más tarde, en 1820, Faraday y Joseph Henry (1797-1878) independientemente demostraron que un campo magnético produce un campo eléctrico. Lo demostraron pasando un imán cerca de un circuito o variando la corriente de un circuito cercano y viendo cómo se producía una corriente eléctrica. En los siguientes apartados veremos todo esto con detalle.

## 6.3 Corriente eléctrica

El flujo de carga eléctrica es lo que se llama *corriente eléctrica*. Veamos ahora cómo la podemos cuantificar.

### Definición 1: Corriente promedio y corriente instantánea

Consideremos un punto  $A$  por donde pasa una cantidad de carga  $\Delta q$  en un intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Podemos definir entonces la corriente promedio que pasa por

ese punto *A* como:

$$\langle I \rangle = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

En el límite en el que el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño, podemos definir también así una corriente instantánea como:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

Como vamos a estar considerando *corrientes constantes o estacionarias*, la corriente promedio va a ser igual a  $I$ , ya que  $I = \text{const}$ . Las unidades de la corriente es el *Amperio*,  $1 \text{ A} = 1 \text{ C}/1 \text{ s}$ . Es una convención que el sentido de la corriente se define como la del flujo de cargas positivas. Así, si pensamos en un cable ordinario, la dirección de la corriente es opuesta a la dirección del flujo de electrones.

El flujo de carga puede viajar a lo largo de una línea, pero también a través de un volumen o superficie, por eso existe la necesidad de definir la *densidad de corriente*.

### Definición 2: Densidad de corriente volumétrica $\vec{J}$

Su magnitud está dada por la corriente por unidad de área a través de una superficie perpendicular al flujo, su dirección es la misma que el flujo, y su valor se puede expresar como:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}, \quad (2)$$

con  $\vec{v}$  la velocidad promedio de las cargas y  $\rho$  su densidad volumétrica ([Figura 1](#)). Sus unidades son  $\text{A}/\text{m}^2$ .

Imaginemos que tenemos una densidad de corriente  $\vec{J}$  y

un elemento de superficie  $d\vec{a}$  que no son paralelos (véase [Figura 2](#)). Si recordamos la [Ecuación \(1\)](#), podemos encontrar la carga que ha pasado por  $d\vec{a}$  en un tiempo  $dt$ .

En este caso, la carga total está contenida en el volumen de altura  $dl$ , y área  $dl \cos \theta da$ . Entonces, la carga sería  $dq = \rho dl \cos \theta da = \rho v dt \cos \theta da = \vec{J} \cdot d\vec{a} dt$ , y el flu-

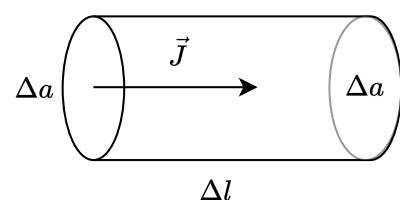


Figura 1: Área para el cálculo de la densidad volumétrica de corriente.

jo de carga a través de  $da$  es:

$$\left( \frac{dq}{dt} \right)_{da} = \vec{J} \cdot d\vec{a}. \quad (3)$$

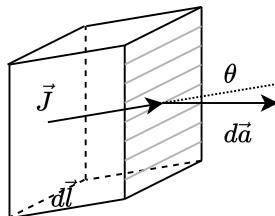


Figura 2: Elemento de superficie  $d\vec{a}$  y densidad de corriente  $\vec{J}$  no paralelos.

Si ahora consideramos el flujo de carga que atraviesa una superficie arbitraria  $S$  por unidad de tiempo, debemos sumar la contribución de cada unidad de área  $da$  de dicha superficie, y obtenemos:

$$I = \left( \frac{dq}{dt} \right)_S = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}.$$

#### Ejemplo 1. Calcula la velocidad de las cargas en un alambre de cobre

Tenemos un alambre de cobre con una área de sección transversal de  $3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , conduciendo una corriente de 10 A. Indica cuál es la velocidad de los electrones en el alambre. La densidad del cobre es  $8.95 \text{ g/cm}^3$ , la densidad atómica es  $63.5 \text{ g/mol}$ .

$$\text{volumen} = \frac{\text{masa}}{\text{densidad}} = \frac{63.5 \text{ g}}{8.95 \text{ g/cm}^3} = 7.09 \text{ cm}^3.$$

Esto nos da el volumen de un mol, y si suponemos que cada átomo de cobre aporta un electrón, entonces tenemos:

$$n = \frac{6.022 \times 10^{23} \text{ electrones}}{7.09 \text{ cm}^3} = 8.49 \times 10^{28} \text{ electrones/m}^3.$$

De la [Ecuación \(2\)](#) podemos decir que la velocidad es igual a:

$$v = \frac{J}{\rho} = \frac{I}{A \cdot q} = \frac{10 \text{ C/s}}{(8.48 \times 10^{28} \text{ e/m}^3)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 2.45 \times 10^{-4} \text{ m/s}.$$

Podemos observar que la velocidad es muy pequeña, y esta es una velocidad típica. Aun así recibimos corriente casi instantánea cuando apretamos un interruptor.

Si el movimiento de las cargas estuviera limitado a una superficie, veáse la [Figura 3](#), tendríamos que definir la *densidad de corriente superficial*  $\vec{K}$ . La dirección es la misma que la del flujo de carga.

### Definición 3: Densidad de corriente superficial $\vec{K}$

Se define como la corriente por unidad de longitud a través de una línea que descansa sobre la superficie y es perpendicular al flujo:

$$\vec{K} = \sigma \vec{v},$$

donde  $\sigma$  es la densidad superficial de carga.

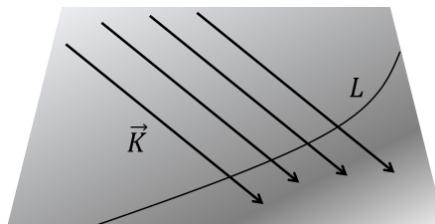


Figura 3: Densidad de corriente superficial que atraviesa una sección lineal.

En este caso, la cantidad de carga que atraviesa por unidad de tiempo una sección lineal  $L$  de la superficie por donde circula la corriente, sería

$$I = \left( \frac{dq}{dt} \right)_L = \int_L \vec{K} \cdot d\vec{l}.$$

#### Definición 4: Corriente filamental

De forma similar podremos definir la *corriente filamental* como:

$$I = \lambda |\vec{v}|,$$

donde  $\lambda$  es la densidad de carga lineal.

Definiremos aquí también lo que se llama un *elemento de corriente* que usaremos posteriormente. Se define simplemente como  $I d\vec{l}$  en el caso de una corriente filamental. Para el caso de corrientes distribuidas de forma continua en el espacio, de la misma forma que hicimos con la distribución continua de cargas, podemos representar este elemento de corriente como  $\vec{J} dV$  para densidad volumétrica, y  $\vec{K} dS$  para densidad superficial.

## 6.4 Corriente y ley de Ohm

Lo veremos más en detalle en la siguiente parte de la asignatura, pero es conveniente ver el origen de la resistencia en este capítulo donde estamos hablando de corrientes.

En el caso de la electrostática, dijimos que no podía haber un campo dentro de un conductor. La situación cambia cuando tenemos cargas en movimiento, donde sí existirá un campo  $E$  dentro. Cuando aplicamos una diferencia de potencial a través de un conductor, se produce un campo eléctrico  $\vec{E}$ , y una densidad de corriente  $\vec{J}$ . Si consideramos una diferencia de potencial constante, la corriente también lo será, y en caso de un conductor isotrópico lineal, se puede decir que:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (4)$$

donde el factor de proporcionalidad  $\sigma$  recibe el nombre de *conductividad*, que es un valor obtenido experimentalmente ([Jurado, Brayan Patiño and González, Sigifredo S-](#)

Iano, 2016). Esta es otra ecuación constitutiva, como la que ya encontramos anteriormente  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ . Muchos materiales la cumplen, pero solo se podrá descubrir experimentalmente. Los materiales que cumplen esta ecuación también reciben el nombre de *óhmicos*, en honor a su descubridor George Simon Ohm (1787-1854), y la ecuación es también llamada ley de Ohm.

Se puede obtener a una expresión más práctica de la *ley de Ohm*. Para ello consideremos un segmento de alambre recto, con un área de sección transversal  $A$ , longitud  $l$ , y que esta sometido a una diferencia de potencial  $V = \phi_b - \phi_a$ . Ya habíamos visto que la diferencia de potencia se relaciona con el campo  $\vec{E}$  de la forma:

$$V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot l .$$

Ahora sustituyendo en la [Ecuación \(4\)](#):

$$J = \sigma \frac{V}{l} .$$

Si expresamos  $J = I/A$ , despejando la diferencia de potencial podemos decir que:

$$V = \left( \frac{l}{\sigma A} \right) I .$$

La cantidad entre paréntesis  $R = l/(\sigma A)$  se denomina *resistencia* del conductor. Con esto podemos definir la resistencia como la razón entre la diferencia de potencial y la corriente a través del conductor:

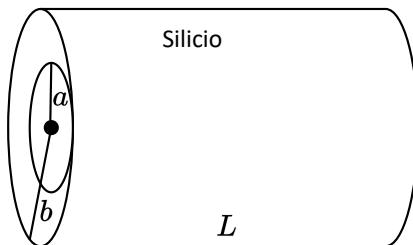
$$R = \frac{V}{I} ,$$

donde  $R$  tiene unidades de ohm ( $\Omega$ ), donde  $1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$ . Al inverso de la conductividad se le llama *resistividad*  $\rho$ ,  $\rho = 1/\sigma$ . Los valores de la resistividad se obtienen experimentalmente.

### Ejemplo 2. Resistencia de un cable coaxial

Un cable coaxial está formado por dos conductores cilíndricos. El espacio entre los dos cables está lleno de silicio, cuya resistividad es  $\rho = 640 \Omega \text{ m}$ . El radio del cilindro interno es  $a = 0.5 \text{ cm}$ , y el radio externo es  $b = 1.75 \text{ cm}$ , y la longitud es

15 cm. Calcula el valor de la resistencia del silicio en este cable coaxial.



Como hemos visto en temas anteriores, el campo eléctrico apunta radialmente del conductor interno al externo, y éste puede ser el causante de una corriente eléctrica. Calcularemos la contribución de la resistencia  $dR$  a un segmento diferencial entre conductores  $dr$ . Usaremos  $dR = dr/(\sigma A) = \rho dr/A$ , donde en este caso el área que atraviesa la corriente a un radio  $r$  sería  $A = 2\pi r L$ . Con esto, se puede expresar como:

$$dR = \frac{\rho}{2\pi r L} dr,$$

e integramos en el camino entre ambos conductores para obtener la resistencia total:

$$R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

Sustituyamos los valores para ver el resultado:  $R = 851 \Omega$ .

## 6.5 Ley de Ampère

Como dijimos antes, Ampère observó que una corriente eléctrica ejerce una fuerza sobre otra corriente eléctrica. Él realizó una serie de experimentos para estudiar con detalle estas fuerzas, y deduciría la ley básica de la fuerza entre corrientes eléctricas. Cabe recordar que vimos que las cargas tienen una velocidad promedio constante, por eso a las corrientes que crean se les llaman *corrientes estacionarias*, y es con lo que trabajaremos en este tema de *magnetostática*. Veremos en este apartado la fuerza entre dos circuitos, y posteriormente ejemplos.

En este caso queremos hacer algo similar a lo que hicimos con la ley de Coulomb,

donde tomamos cargas individuales y vimos cómo interaccionaban. Aquí análogamente podríamos elegir elementos de corriente y ver cómo interaccionan entre ellos. El problema es que experimentalmente se tienen que usar circuitos completos, y así lo haremos. Queremos calcular la fuerza total entre dos circuitos,  $C_1$  y  $C_2$ . En concreto queremos calcular la fuerza que  $C_2$  ejerce sobre  $C_1$ . Tenemos un vector de posición  $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , véase la [Figura 4](#).

Tenemos elementos de corriente para cada uno de los circuitos  $I_1 d\vec{l}_1$  e  $I_2 d\vec{l}_2$ . Se puede escribir la ley experimental básica entre la fuerza total de  $C_2$  sobre  $C_1$  como:

$$F_{C_2 \rightarrow C_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times (I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}. \quad (5)$$

Es la llamada *ley de Ampère*. Encontramos aquí una nueva constante que caracteriza el medio,  $\mu_0$  para vacío en este caso, llamada *permeabilidad del espacio libre*:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ newton/ampere}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ henry/metro}.$$

Estamos introduciendo una nueva unidad aquí, el henry, donde  $1 \text{ henry} = 1 \text{ joule/ampere}^2$ . Lo mismo que consideramos en la ley de Coulomb, si tenemos más de un circuito que interacciona con  $C_1$ , la fuerza total sobre él será:

$$F_{C_1} = \sum_{C_i} F_{C_i \rightarrow C_1}.$$

La [Ecuación \(5\)](#) no parece muy simétrica, aunque lo que esperamos según la tercera ley de Newton es que la fuerza del circuito 1 sobre el circuito 2 sea igual y de sentido contrario a la fuerza del circuito 2 sobre el 1. Aplicando la relación vectorial

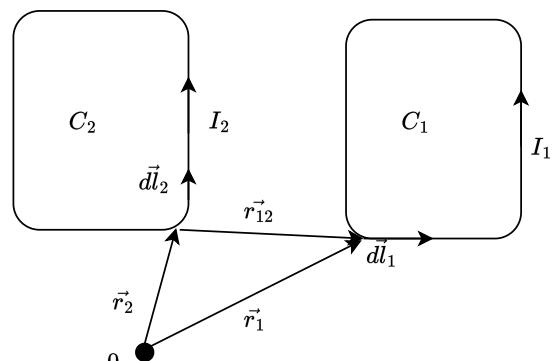


Figura 4: Circuito  $C_1$  y  $C_2$  y vectores de posición usados para enunciar la ley de Ampère.

$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$ , podemos reescribir la fuerza como:

$$\begin{aligned} F_{C_2 \rightarrow C_1} &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \left( \frac{(d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{12}) d\vec{l}_2}{r_{12}^2} - \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \right) = \\ &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_2} d\vec{l}_2 \oint_{C_1} d\vec{l}_1 \cdot \nabla_{\vec{r}_1} \left( \frac{1}{r_{12}} \right) - \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \hat{r}_{12}}{r_{12}^2}. \end{aligned}$$

El primer término se anula al tratarse de una integral de una diferencial exacta sobre el camino cerrado, por lo que obtenemos:

$$F_{C_2 \rightarrow C_1} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \hat{r}_{12}}{r_{12}^2}. \quad (6)$$

Si calculamos la fuerza de  $F_{C_1 \rightarrow C_2}$ , y sabiendo que  $\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$ , entonces se puede ver que sí cumple la tercera ley de Newton:

$$F_{C_2 \rightarrow C_1} = -F_{C_1 \rightarrow C_2}.$$

Esto se cumple únicamente para circuitos estacionarios y cerrados.

Aplicaremos ahora esta ley general a un caso particular en el ejemplo que sigue.

### Ejemplo 3. Fuerza entre dos líneas de corriente paralelas infinitas

Tenemos dos circuitos infinitamente largos, paralelos entre sí, conduciendo una corriente  $I_1$  e  $I_2$ , que se mueven en el sentido positivo del eje. Los circuitos están separados una distancia  $\rho$ . Siendo consistentes con lo visto anteriormente, usaremos coordenadas cilíndricas, y por simplicidad consideramos la corriente  $I_2$  en el eje z (véase Figura 5). Consideramos circuitos completos que se encuentran en el infinito y no afectan al cálculo. Los valores de  $\vec{r}_1 = \rho\hat{\rho} + z_1\hat{z}$ ,  $\vec{r}_2 = z_2\hat{z}$  son entonces

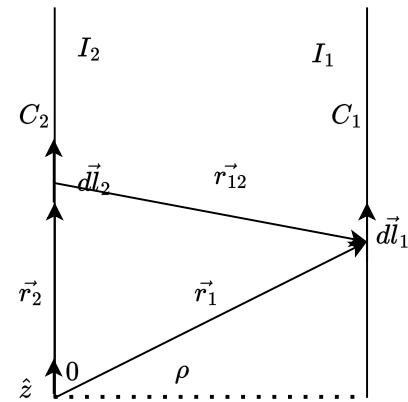


Figura 5: Dos corrientes paralelas infinitamente largas.

$\vec{r}_{12} = \rho\hat{\rho} + (z_1 - z_2)\hat{z}$ . Observemos que  $d\vec{l}_1 = dz_1\hat{z}$ ,

$d\vec{l}_2 = dz_2\hat{z}$ , usando también que  $\hat{r}_{12} = \vec{r}_{12}/|r_{12}|$ ,

sustituyendo en la [Ecuación \(5\)](#) se encuentra que:

$$\vec{F}_{C_2 \rightarrow C_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz_1 dz_2 \hat{z} \times (\hat{z} \times (\rho\hat{\rho} + (z_1 - z_2)\hat{z}))}{(\rho^2 + (z_1 - z_2)^2)^{3/2}}.$$

Simplificando nos queda:

$$\vec{F}_{C_2 \rightarrow C_1} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 \rho \hat{\rho}}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz_2}{(\rho^2 + (z_1 - z_2)^2)^{3/2}}.$$

Para realizar la integral en  $dz_2$ , usamos  $u = z_1 - z_2$ ,  $du = dz_2$ . Entonces la integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(\rho^2 + u^2)^{3/2}} = 2/\rho^2$ , y sustituyendo encontramos:

$$\vec{F}_{C_2 \rightarrow C_1} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 \hat{\rho}}{2\pi\rho} \int_{-\infty}^{\infty} dz_1.$$

Vemos que si realizamos la integral en  $dz_1$ , la solución es un valor infinito. Sin embargo, este resultado todavía es válido si definimos una fuerza por unidad de longitud. Cabe recordar que los filamentos se encuentran en la dirección de  $z$ , y la solución que encontramos es independiente del valor de  $z$ , así que podemos decir que:

$$f_{C_2 \rightarrow C_1} = \frac{d\vec{F}}{dz} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 \hat{\rho}}{2\pi\rho}.$$

Observemos que el resultado para corrientes paralelas es inversamente proporcional a la distancia entre ellas, y su dirección es perpendicular a la corriente. Al principio dijimos que las dos corrientes van en el mismo sentido positivo del eje. Si nos fijamos en el signo negativo, podemos darnos cuenta de que el circuito  $C_1$  hace una fuerza de atracción sobre el circuito  $C_2$ . Si ponemos corrientes en sentidos opuestos, es obvio que las corrientes se repelerían entre ellas. En resumen, corrientes paralelas se atraen y corrientes antiparalelas se repelen entre ellas.

Al principio del apartado vimos cómo se podía expresar la fuerza entre dos circuitos enteros. Ahora que hemos visto en el ejemplo que es más útil a veces definir una fuerza

por unidad de longitud, veamos cómo podemos definirla a partir de la [Ecuación \(5\)](#):

$$\vec{F}_{C_2 \rightarrow C_1} = \oint_{C_1} \oint_{C_2} d\vec{F}_{C_2 \rightarrow C_1}.$$

Entonces podemos decir que:

$$d\vec{F}_{e_2 \rightarrow e_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times (I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}. \quad (7)$$

Le ponemos un  $e$  indicando que es un elemento y no un circuito completo. Podemos entender esta expresión como la fuerza que  $I_2 d\vec{l}_2$  realiza sobre  $I_1 d\vec{l}_1$ . Observemos también una analogía con la ley de Coulomb: vemos que también la fuerza va con el inverso del cuadrado. Pero en este caso debemos fijarnos en algo, al contrario de lo que pasa con los circuitos completos y con la ley de Coulomb: aquí la fuerza de  $d\vec{F}_{e_2 \rightarrow e_1}$  no es igual y de sentido contrario a la de  $d\vec{F}_{e_1 \rightarrow e_2}$ :

$$d\vec{F}_{e_1 \rightarrow e_2} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}.$$

Si sumamos ambas fuerzas:

$$d\vec{F}_{e_2 \rightarrow e_1} + d\vec{F}_{e_1 \rightarrow e_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \left( \vec{r}_{12} \times (d\vec{l}_2 \times d\vec{l}_1) \right).$$

Lo que nos indica que no serán iguales a menos que las dos líneas de corriente sean paralelas.

## 6.6 Campo magnético $\vec{B}$

Como acabamos de ver, la ley de Ampère es una fuerza de acción a la distancia. De forma similar, la fuerza entre cargas dada por la ley de Coulomb era una fuerza a la distancia. En ese punto es cuando vimos la necesidad de introducir el campo eléctrico. De forma similar vamos a introducir un nuevo campo para describir la interacción entre circuitos: es el *campo magnético*.

De forma similar a lo que hicimos en la ley de Coulomb con la fuerza, aislemos de la [Ecuación \(5\)](#) el elemento de corriente  $I_1 d\vec{l}_1$ :

$$F_{C_2 \rightarrow C_1} = \oint_{C_1} I_1 d\vec{l}_1 \times \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{(I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} \right).$$

Si ahora llamamos  $\vec{B}(\vec{r}_1)$  a lo que se encuentra entre paréntesis:

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{(I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{(I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3}. \quad (8)$$

El campo  $\vec{B}(\vec{r})$  recibe el nombre también de *inducción magnética* o *densidad de flujo magnético*, y en este caso hemos expresado el campo generado por el circuito 2, que ejercerá la fuerza sobre el circuito 1 en el punto  $\vec{r}_1$  según:

$$F_{C_2 \rightarrow C_1} = \oint_{C_1} I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{B}(\vec{r}_1).$$

Esta ecuación es conocida con el nombre de *Ley de Biot-Savart*. Las unidades de  $\vec{B}$  es el tesla, 1 tesla = 1 joule/ampere·(metro)<sup>2</sup>. Podemos ahora expresar también la fuerza sobre un elemento de corriente  $Id\vec{l}$  situado en  $\vec{r}$  como:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r}). \quad (9)$$

Fijémonos en la dirección de esta fuerza, es perpendicular al elemento de corriente y a la inducción magnética. Lo que también nos dice es que será igual a cero cuando estas dos sean paralelas.

Hasta ahora estamos considerando corrientes filamentales, ahora podemos generalizar la [Ecuación \(8\)](#) como en el caso de las cargas cuando tengamos volúmenes o superficies de corriente. Si tenemos una densidad volumétrica  $\vec{J}(r)$ , el campo  $\vec{B}$  se puede expresar como:

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \frac{\vec{J}(\vec{r}_2) \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} dV_2. \quad (10)$$

Y la expresión de la fuerza total que realizan las corrientes  $\vec{J}(\vec{r})$  en el volumen  $V$  queda:

$$\vec{F} = \int_V \vec{J}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) dV .$$

Igualmente podemos encontrar expresiones similares para la corriente superficial  $\vec{K}(\vec{r})$ ,

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_2} \frac{\vec{K}(\vec{r}_2) \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} dS_2 , \quad (11)$$

$$\vec{F} = \int_S \vec{K}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) dS .$$

Antes de seguir, hablaremos de la *regla de la mano derecha*. Esta es muy útil si queremos determinar la dirección de  $\vec{B}$ , cuando tenemos un elemento de corriente  $Id\vec{l}$ . Simplemente cogemos la mano derecha y ponemos el pulgar en el sentido de la corriente, y los dedos se cerraran indicandonos el sentido del campo.

Veamos ahora algunos ejemplos de cómo encontramos el campo magnético en diferentes situaciones.

#### Ejemplo 4. Corriente recta de longitud finita

Tenemos una corriente de longitud finita con un valor constante  $I_2$ . Notar que no estamos considerando un circuito completo, como hicimos anteriormente en el caso de las fuerzas. El filamento se encuentra en el eje  $z$ , véase la [Figura 6](#).

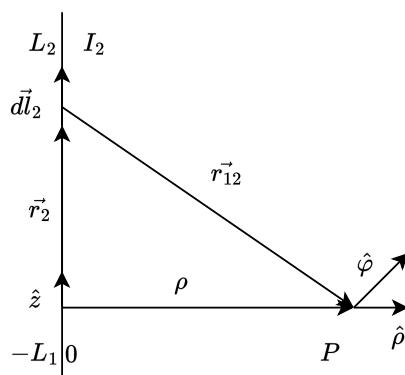


Figura 6: Muestra una corriente recta de longitud finita para el calculo de  $\vec{B}$ .

Queremos calcular el campo  $\vec{B}$  en un punto  $P$  que se encuentra a una distancia  $\rho$

del filamento. Consideremos coordenadas cilíndricas, y que el hilo finito se extiende por el eje  $z$  entre  $-L_1$  y  $L_2$  por cuestiones de simetría del problema. Tenemos que  $\vec{r}_1 = \rho\hat{\rho}$ ,  $\vec{r}_2 = z_2\hat{z}$ ,  $r_{12} = \rho\hat{\rho} - z_2\hat{z}$ ,  $r_{12}^2 = \rho^2 + z_2^2$ ,  $d\vec{l}_2 = dz_2\hat{z}$ . Si recordamos el cálculo de las fuerzas entre dos corrientes infinitas es similar. Sustituyendo los valores en la [Ecuación \(8\)](#) queda:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \int_{-L_1}^{L_2} \frac{dz_2 \hat{z} \times (\rho\hat{\rho} - z_2\hat{z})}{(\rho^2 + z_2^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I_2 \rho}{4\pi} \int_{-L_1}^{L_2} \frac{dz_2 \hat{\phi}}{(\rho^2 + z_2^2)^{3/2}}.$$

Entonces haciendo la integral se encuentra el resultado:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi\rho} \left[ \frac{L_1}{(\rho^2 + L_1^2)^{1/2}} + \frac{L_2}{(\rho^2 + L_2^2)^{1/2}} \right] \hat{\phi}.$$

Que el campo tenga una componente solo en  $\hat{\phi}$  indica que siempre es perpendicular al plano donde se encuentra la corriente y el vector que sitúa el punto donde lo estamos calculando. Ahora, si hacemos el límite cuando  $L$  es infinito nos queda:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\rho} \hat{\phi}.$$

Recordando en el apartado de la fuerza entre elementos de corriente infinitamente larga que calculamos, podemos ver que para una fuerza por unidad de longitud sobre un elemento  $I d\vec{l} = Idz\hat{z}$  obtenemos lo mismo que antes:

$$d\vec{F} = Idz\hat{z} \times \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\rho} \hat{\phi} = -\frac{\mu_0 II_2 dz}{2\pi\rho} \hat{\rho}.$$

### Ejemplo 5. Corriente circular

Tenemos una corriente filamental  $I_2$ , que circula por un círculo que tiene un radio  $R$ , como podemos ver en la [Figura 7](#).

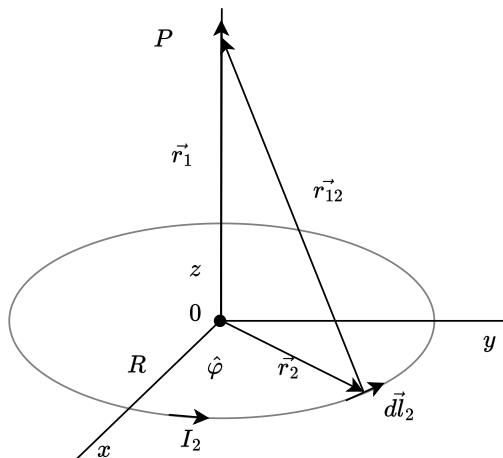


Figura 7: Muestra de una corriente circular para el cálculo de  $\vec{B}$ .

Colocamos el círculo en el plano  $xy$ , centrado en el origen. Queremos calcular el campo  $\vec{B}$  en un punto  $P$  situado en el eje  $z$ . Expresemos los vectores en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= z_1 \hat{z}, \quad \vec{r}_2 = R \hat{\rho} \\ \vec{r}_{12} &= -R \hat{\rho} + z_1 \hat{z}, \quad r_{12} = \sqrt{R^2 + z_1^2}\end{aligned}$$

Y el elemento de corriente se puede escribir como:

$$I_2 d\vec{l}_2 = I_2 R d\varphi \hat{\varphi}.$$

Entonces,

$$I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{12} = I_2 R d\varphi \frac{z_1 \hat{\rho} + R \hat{z}}{\sqrt{R^2 + z_1^2}} = \frac{I_2 R (z_1 \cos \varphi \hat{x} + z_1 \sin \varphi \hat{y} + R \hat{z})}{\sqrt{R^2 + z_1^2}} d\varphi.$$

Sustituimos en la [Ecuación \(8\)](#):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2 R}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(z_1 \cos \varphi \hat{x} + z_1 \sin \varphi \hat{y} + R \hat{z}) d\varphi}{(R^2 + z_1^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I_2 R^2}{2(R^2 + z_1^2)^{3/2}} \hat{z}.$$

Como vemos, la única componente que no se va a cero es la  $\hat{z}$ , que es lo esperado

para la simetría del problema. Veremos una aplicación de este resultado en los ejercicios, calculando el campo  $\vec{B}$  en un solenoide.

### Ejemplo 6. Plano infinito con una corriente uniforme

Consideremos ahora un plano con una densidad superficial de corriente  $\vec{K}$  constante, donde  $\vec{K} = K\hat{y}$ . El plano de corriente se encuentra en el plano  $xy$ . Si nos fijamos en la figura, vemos que  $r_1 = x_1\hat{x} + y_1\hat{y} + z_1\hat{z}$ ,  $r_2 = x_2\hat{x} + y_2\hat{y}$ ,  $r_{12} = (x_1 - x_2)\hat{x} + (y_1 - y_2)\hat{y} + z_1\hat{z}$ ,  $r_{12}^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_1^2$ , y por último necesitamos  $\vec{K} \times \vec{r}_{12} = K(z_1\hat{x} + (x_2 - x_1)\hat{z})$ . Ahora sustituimos estos valores en la [Ecuación \(11\)](#) para obtener el valor de  $B$  en un punto arbitrario:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 K}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_1\hat{x} + (x_2 - x_1)\hat{z}) dx_2 dy_2}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_1^2)^{3/2}}.$$

Para simplificar la integral, hacemos la

sustitución de que  $X = x_2 - x_1$ ,  $Y = y_1 - y_2$ . Entonces:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 K}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_1\hat{x} + (x_2 - x_1)\hat{z}) dX dY}{(X^2 + Y^2 + z_1^2)^{3/2}}.$$

La componente  $\hat{z}$  se anula porque la integral en  $X$  es una función impar. Entonces, integrando, de forma muy similar al resultado que encontramos para un plano cargado obtenemos:

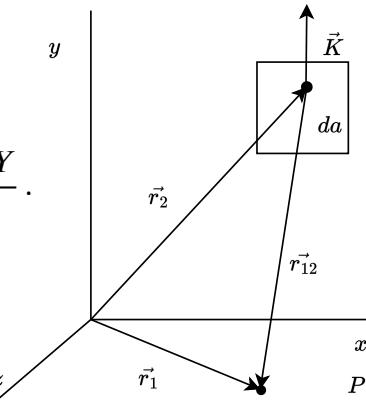


Figura 8: Muestra un elemento diferencial de un plano infinito con corriente uniforme para el cálculo de  $\vec{B}$ .

$$B = \pm \frac{1}{2} \mu_0 K \hat{x}. \quad (12)$$

Este resultado nos indica que  $B$  se encuentra en el plano de corriente, siendo perpendicular a la dirección de la corriente. El signo  $\pm$  lo que indica es que el campo tiene signos opuestos en cada uno de los lados del plano.

Más adelante, vamos a ver otra manera sencilla de resolver estos ejemplos.

## 6.7 Líneas de campo magnético y flujo

Podemos representar las líneas del campo magnético igual que lo hicimos para el campo eléctrico. Las líneas del campo son tangentes al vector de campo  $\vec{B}$  en cada punto. Cuando la densidad de las líneas es grande, indica que el campo también lo es y viceversa.

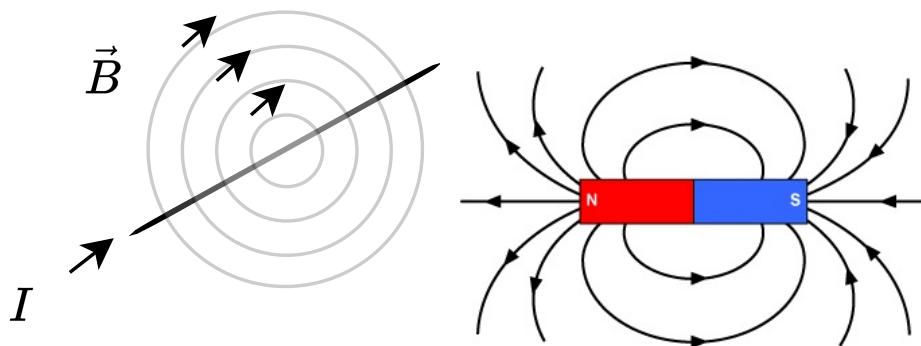


Figura 9: Líneas de campo magnético. En el dibujo de la izquierda tenemos líneas magnéticas en un plano perpendicular a un cable por el que pasa una corriente  $I$ . El dibujo de la derecha muestra líneas magnéticas de un imán permanente. Elaboración propia y Chaco.gob.

El flujo magnético a través de una superficie se puede calcular de forma similar a lo que hicimos en el caso del campo eléctrico.

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

donde  $d\vec{S}$  es un elemento de área de la superficie que atraviesa el campo  $\vec{B}$ . Si recordamos la ley de Gauss, esta dice que el flujo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica total encerrada por la superficie. Y en el caso de un dipolo eléctrico el flujo es cero, porque la carga total es cero. Si pasamos esta analogía al flujo magnético, ya dijimos que los monopolos magnéticos no existen. Y la ley diría que el flujo magnético a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga magnética total encerrada, que en este caso es cero, es decir:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Ecuación conocida como la ley de Gauss para el magnetismo.

## 6.8 Forma integral de la ley de Ampère

La demostración integral de la ley de Ampère puede considerarse similar a la demostración de la ley de Gauss. La *ley integral de Ampère* dice que:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{en}}. \quad (13)$$

Se puede considerar como la forma similar a la ley de Gauss para el caso del campo magnético en vez del campo eléctrico. Notar que  $I_{\text{en}}$  es la corriente total que pasa a través de la superficie que esta encerrada por la curva  $C$ , siendo la curva  $C$  una superficie cerrada arbitraria, en la cual hacemos la integral, y es imaginaria, por lo tanto no tiene que coincidir con ningún circuito real.

La [Ecuación \(13\)](#) se puede escribir en función de las densidad de corriente  $\vec{J}$ , usando la [Ecuación \(3\)](#), y el teorema de Stokes que dice  $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{a}$ :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{a}.$$

Como  $C$  es arbitrario, se puede hacer lo suficientemente pequeño como para eliminar la integral, entonces podemos decir que:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \quad (14)$$

De esta fórmula, que es otra forma de expresar la ley de Ampère, podemos decir que el campo  $\vec{B}$  no es un campo conservativo, porque su rotacional no es igual a cero, en oposición a lo que pasa con el campo eléctrico, que sí vimos que era conservativo. Si usamos la [Ecuación \(14\)](#) para encontrar la condición de frontera de la componente tangencial (no se verá aquí el detalle de como se llega), obtenemos una discontinuidad

proporcional a la corriente superficial en la frontera:

$$\vec{B}_{2t} - \vec{B}_{1t} = \mu_0 \vec{K} \times \hat{n}.$$

## 6.9 Aplicaciones de la ley de Ampère

Como comentamos anteriormente, la ley de Ampère ([Kofman, H Concari and Concari, Sonia B, 2000](#)) será usada de manera similar como usamos la ley de Gauss, para resolver los problemas de una forma más sencilla, en este caso para el cálculo de  $\vec{B}$ , siempre y cuando el sistema planteado tenga suficiente simetría. Las claves son buscar curvas donde  $\vec{B}$  sea constante, y donde  $\vec{B}$  sea perpendicular o paralelo a la trayectoria.

Veamos seguidamente unos cuantos ejemplos, algunos van a ser el mismo problema que ya resolvimos anteriormente por medio del método de integración.

### Ejemplo 7. Corriente recta infinitamente larga

Tenemos una corriente  $I$  por el filamento. A la hora de buscar una simetría, exploramos la simetría cilíndrica eligiendo un círculo que tiene su origen en el filamento y es perpendicular a él. Si usamos la regla de la mano derecha, sabemos que en cada punto el campo  $\vec{B}$  va a ser tangente a esta circunferencia. La circunferencia tendrá un radio  $R$ . Entonces sabemos que  $\vec{B}$  tiene la dirección de  $\hat{\varphi}$ , y entendemos que solo va a variar su valor si lo hace el radio  $R$ , es decir  $\vec{B} = B(\rho)\hat{\varphi}$ . Usando [Ecuación \(13\)](#), donde  $dl = \rho d\varphi \hat{\varphi}$ :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} B \rho d\varphi = B\rho \cdot 2\pi = \mu_0 I_{\text{en}},$$

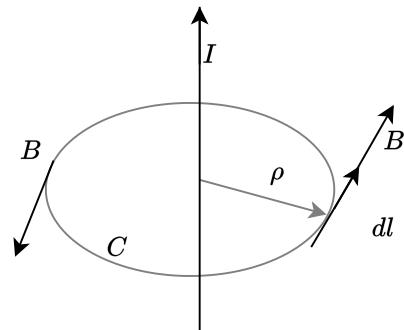


Figura 10: Línea de corriente muy larga. Se muestra la trayectoria de integración  $C$ .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \hat{\phi}.$$

Notar que la corriente es positiva, y que  $d\vec{l}$  va en sentido antihorario, igual que  $\vec{B}$ . Podemos apreciarlo en la [Figura 10](#).

### Ejemplo 8. Plano infinito con una corriente uniforme

Tenemos una corriente  $\vec{K}$  constante. Si suponemos que este plano se puede construir a través de múltiples filamentos paralelos, en analogía con el ejemplo anterior, podemos esperar que el campo  $\vec{B}$  sea perpendicular a  $\vec{K}$ , y que tenga direcciones opuestas a cada uno de los lados del plano. Para aplicar la ley de Ampère podemos considerar una superficie de integración rectangular, en el plano donde se encuentra  $\vec{B}$  (véase la [Figura 11](#)), separada una distancia  $d$  del plano de corriente, y de lado  $l$ . La corriente que atraviesa el camino cerrado será  $I_{\text{en}} = Kl$ , y sustituyendo en [Ecuación \(13\)](#), tenemos que integrar solo sobre los lados del rectángulo paralelos a  $\vec{B}$ , ya que los lados perpendiculares se van a cero, obteniendo:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2Bl = \mu_0 Kl,$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 K.$$

Este es exactamente el mismo resultado que obtuvimos en la [Ecuación \(12\)](#).

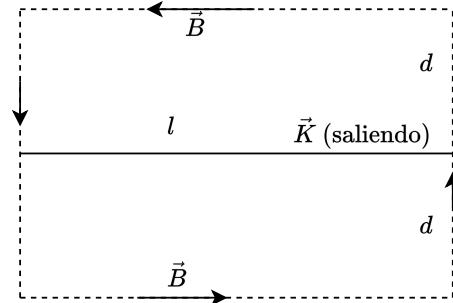


Figura 11: Se muestra la trayectoria de integración para el cálculo de  $\vec{B}$  en un plano infinito de corriente uniforme.

Se debe prestar atención en los ejercicios al caso de un solenoide infinitamente largo, y de una bobina toroidal. Son buenos ejemplos y sus resultados los usaremos cuando veamos medios materiales.

## 6.10 Cargas puntuales en movimiento: fuerza de Lorentz

Para el campo  $\vec{E}$ , vimos cómo una carga puntual produce un campo eléctrico. Nos preguntamos ahora cómo será la expresión de un campo magnético creado por una carga en movimiento. Para ello partimos de la [Ecuación \(10\)](#), donde recordamos que la densidad de corriente volumétrica es  $\vec{J} = \rho\vec{v}$ , sustituyendo:

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \frac{\rho_2 \vec{v}_2 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} dV_2.$$

Ahora necesitamos hacer varias suposiciones, que las cargas están contenidas en un volumen muy pequeño, y que la velocidad de todas es la misma. Esto implica que  $\vec{r}_2$  es la misma para todos, igualmente por tanto  $\vec{r}_{12}$ , así que podemos extraer estos valores fuera de la integral por ser constantes:

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{v}_2 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \int_{V_2} \rho_2 dV_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_2 \vec{v}_2 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2},$$

donde  $q_2$  es la carga total, y se puede considerar una carga puntual. Podemos considerar esta expresión la que proporciona el valor de la inducción magnética de una carga puntual en movimiento. Si comparamos esta expresión con el campo  $B$  producido por un elemento de corriente podemos decir que  $I d\vec{l} = q\vec{v}$ . Si sustituimos esta equivalencia en la [Ecuación \(9\)](#), podemos encontrar la expresión de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento:

$$\vec{F}_{\text{magnética}} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Si recordamos la fuerza sobre una carga debido a un campo  $\vec{E}$ , podemos decir que la fuerza electromagnética total sobre una carga  $q$  es:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (15)$$

Esta es la llamada *fuerza de Lorentz*.

## 6.11 Aplicaciones de partículas cargadas en campo magnético

Debido a cómo las partículas cargadas se comportan en un campo electromagnético, como vimos en la [Ecuación \(15\)](#), podemos encontrar diferentes aplicaciones que surgen de este principio. Veámoslas en detalle.

### El espectrómetro de masas

El espectrómetro de masas es usado para separar iones con respecto a su masa y a su carga. Normalmente usan dos campos magnéticos. El primer campo magnético actúa como un selector de velocidades. Si te interesa saber más, lee este artículo ([Giacosa, N and Giorgi, S and Concari, S, 2009](#)).

### Del ciclotrón a los actuales colisionadores de partículas

El ciclotrón es uno de los primeros aceleradores de partículas, inventando en 1934 por E.O. Lawrence and M.S. Livingston. Este aparato puede acelerar partículas cargadas a velocidades muy altas. En la actualidad pasamos del ciclotrón a los colisionadores de partículas, como por ejemplo el que se encuentra en Ginebra, en el CERN llamado LHC.

Si te interesa saber más sobre colisionadores de partículas, te recomendamos que veas la siguiente entrevista:



Accede al vídeo: Colisionadores de partículas.

---

## 6.12 Cuaderno de ejercicios

**Ejercicio 1.** Tenemos un solenoide ideal infinitamente largo. Las vueltas suponemos que están suficientemente bien enrolladas y apretadas para no presentar un ángulo de inclinación en las vueltas. Tiene  $n$  vueltas por unidad de longitud. El cilindro tiene un radio  $R$ . El cilindro presenta una corriente con densidad superficial  $K = nI$ . Encuentra cual es el valor del campo  $\vec{B}$  dentro y fuera del solenoide.

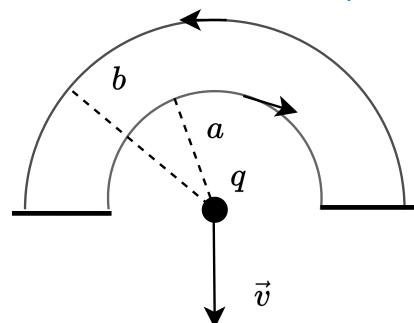
Solución:  $B_{\text{dentro}} = \mu_0 n I \hat{z}$ ,  $B_{\text{fuera}} = 0$ .

**Ejercicio 2.** Una bobina toroidal como un donut. Tiene una corriente  $I$  circulando por el cable conductor. El cable está enrollado de forma uniforme., es decir, con un ángulo constante alrededor del anillo. Encuentra el valor de  $\vec{B}$  dentro y fuera de la bobina. El número total de vueltas es  $N$ . Solución:  $B_{\varphi_{\text{dentro}}} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi\rho}$ ,  $B_{\text{fuera}} = 0$ .

### Ejercicio

### 3.

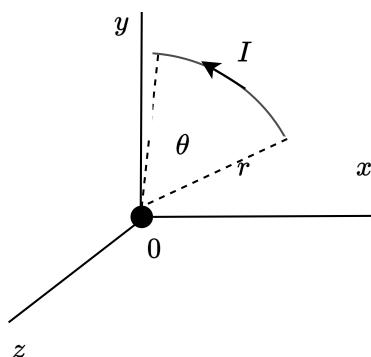
Si nos fijamos en la figura, tenemos un circuito con líneas curvas que son semicírculos con un centro en común  $C$ . Se coloca una carga  $q$  en  $C$ , con una velocidad  $v$  en dirección vertical hacia abajo. Calcula la fuerza magnética sobre la carga  $q$ . Solución:  $F_q = qv\mu_0 I(b - a)/4ab$ , la fuerza es horizontal dirigida a la derecha.



### Ejercicio

### 4.

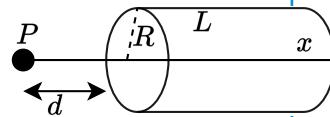
Tenemos una circunferencia de radio  $R$ , su centro está en el origen. En esa circunferencia tenemos un arco, lo medimos por su ángulo  $\theta$ , y en ese arco tenemos una corriente  $I$ . Calcula el campo  $\vec{B}$  en el origen creado por ese arco. Solución:  $\vec{B}_0 = (\mu_0 I \theta / 4\pi R) \hat{z}$ .



**Ejercicio**

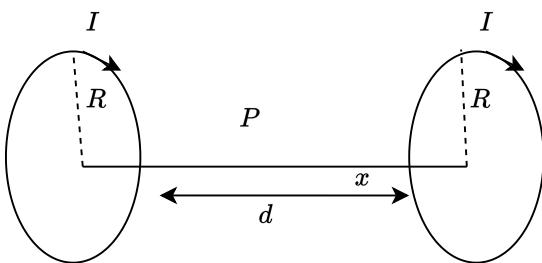
5.

Tenemos un solenoide finito, tiene una longitud  $L$ , tiene  $N$  espiras. El radio del solenoide es  $R$ . Tenemos una corriente superficial  $K = NI/L$  Queremos calcular el campo magnético en un punto  $P$ , que se encuentra a una distancia  $d$  del solenoide en el eje del solenoide. Después de obtener tu resultado haz el límite cuando  $L \gg R$ , y comprueba que obtienes el resultado de un solenoide infinito. *Solución:*  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I N}{2L} \left( \frac{d+L}{\sqrt{R^2+(d+L)^2}} - \frac{d}{\sqrt{R^2+d^2}} \right) \hat{x}$ , y para un solenoide infinito  $B = \mu_0 I N / L = \mu_0 I n$ .

**Ejercicio**

6.

Tenemos dos espiras circulares se colocan en planos paralelos a una distancia  $d$  entre si. Las corrientes de las espiras son iguales, su valor es  $I$  y en el mismo sentido. El radio de las espiras es  $R$ . Calcula el campo magnético situado en un punto  $P$  equidistante a las dos espiras, y en el eje de las mismas. *Solución:*  $B = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + (\frac{d}{2})^2)^{3/2}} \hat{x}$ .



## 6.13 Referencias bibliográficas

Giacosa, N and Giorgi, S and Concari, S (2009). Una experiencia didáctica incorporando applets para la enseñanza de los principios físicos del funcionamiento de espectrómetros de masas. *Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería*, (pp. 7–19).

Jurado, Brayan Patiño and González, Sigifredo Solano (2016). Método didáctico para la caracterización de la conductividad eléctrica de un metal sin contacto. *Revista*

*de la Facultad de Ciencias*, 5(2), 55–64.

Kofman, H Concari and Concari, Sonia B (2000). Dificultades conceptuales con la ley de ampère: análisis bibliográfico y simulación como propuesta. *Actas del V Simposio de Investigadores en Educación en Física. Argentina*.