

Examen de Cálculo

Ej. 1. Números (2 pt)

1. Demuestra por inducción que, para cualquier número natural n , la expresión $4n - 1$ es divisible por 3.
2. Escribe el término general de las siguientes sucesiones:
 1. $5; 5.5; 6; 6.5; 7; \dots$
 2. $-1; -4; -16; -64; \dots$
 3. $1, \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$

Ej. 2. Trigonometría (2 pt)

Resuelve las siguientes cuestiones:

1. Sea:

$$\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right)$$

tal que $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{5}$. Calcula:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \sin^2(\pi - \alpha)$$

dando el resultado en forma racionalizada.

2. Una escalera de 5 m está apoyada en una pared formando un ángulo de 46° . Calcula la distancia entre la base de la escalera y la pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo?

Ej. 3. Complejos (1.5 pt)

Calcula los números complejos z tales que

$$w = \frac{z - 1 - i}{z + 1 + i}$$

1. Es un número real.
2. Tiene módulo 1.

Ej. 4. Funciones (2.5 pt)

Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x) = x^2 \exp(-x^2)$$

1. Determina el dominio y asíntotas de $f(x)$.
2. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función e indica los extremos relativos (qué tipo son, dónde se obtienen y qué valor toman).
3. Estudia la concavidad y convexidad.
4. Esboza la gráfica de la función.

Ej. 5. Límites y derivadas (2 pt)

Resuelve las siguientes cuestiones:

1. Calcula el siguiente límite si es posible:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+3}$$

2. Calcula a y b para que tenga valor finito el límite y obtén el valor en:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x)) + ax - bx^2}{x^4}$$