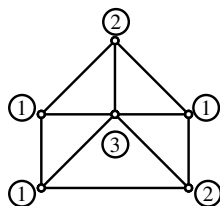
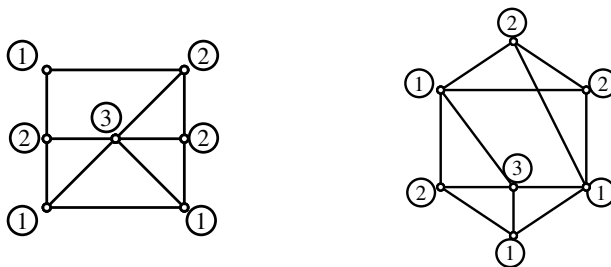


# ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ «ФАКТОРЫ И РЕАЛИЗАЦИЯ ГРАФА»

1. Найти все различные  $f$ -факторы в графе на рисунке. Значения  $f(v)$  указаны рядом с вершинами.



2. Для указанных графов решить задачу о поиске  $f$ -фактора, сводя ее к поиску 1-фактора во вспомогательном графе. Величины  $f(v)$  указаны рядом с вершинами.



3. Алкен – это молекула, содержащая атомы углерода (C) и водорода (H), такая, что: а) у каждого атома C есть 4 связи; б) каждый атом H связан с единственным другим атомом; в) молекула связна, содержит единственную двойную связь и не содержит циклов длины больше 2. Верно ли, что: 1) для любого  $n \geq 2$  существуют алкены с  $n$  атомами углерода; 2) алкены имеют формулу  $C_nH_{2n}$ ; 3) молекула с формулой  $C_nH_{2n}$  обязательно является алкеном, т.е. удовлетворяет свойствам а)-в)?
4. Существует ли простой граф со степенями вершин  $(2018, 2017, 2016, \dots, 5, 4, 3, 2, 2, 2)$ ? Здесь многоточие скрывает все числа от 2015 до 6, выписанные по убыванию.
5. Найти все тройки целых чисел  $(x, y, z)$  такие, что следующие последовательности не возрастают и являются графическими. Изобразить соответствующие графы.
  - (a)  $(6, 6, x, y, z, 2, 1, 1)$ ,
  - (b)  $(7, x, 5, y, z, 2, 2, 1, 1)$ ,
  - (c)  $(x, 6, 6, y, z, 3, 2, 1, 1)$ .
6. Пусть  $a, b$  – целые числа,  $a \geq b \geq 1$ . Рассмотрим последовательность  $(\underbrace{a, a, \dots, a}_b, \underbrace{b, b, \dots, b}_a)$ .  
При каких значениях  $a, b$  существует простой связный граф, реализующий эту последовательность?
7. Пусть  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$  – невозрастающая графическая последовательность. Допишем к ней дважды число  $d_n$ . Верно ли, что полученная последовательность  $(d_1, d_2, \dots, d_n, d_n, d_n)$  также будет графической?