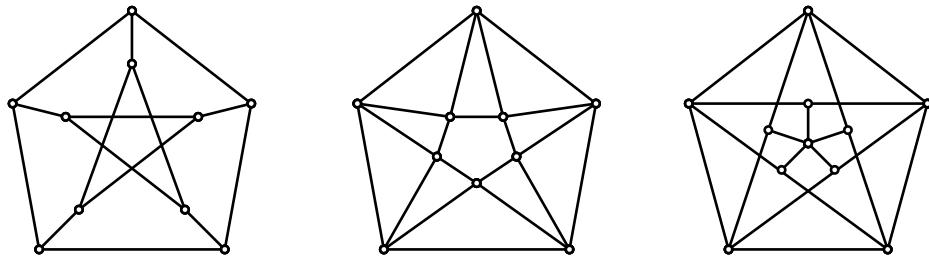
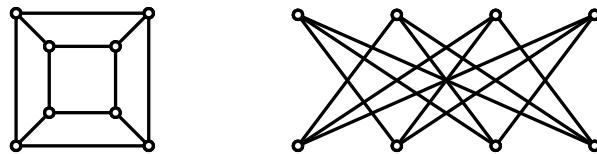


ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ ЛЕКЦИИ «ВЕРШИННЫЕ РАСКРАСКИ»

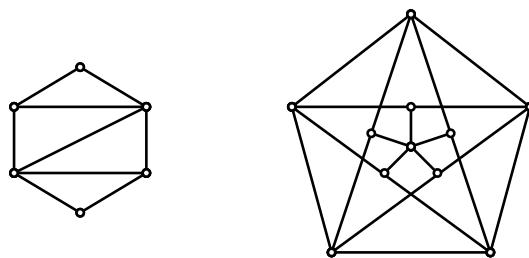
1. Известно, что для любого графа G верно неравенство $\chi(G) \geq \lceil |V(G)|/\alpha(G) \rceil$, где $\alpha(G)$ – это размер наибольшего независимого множества в графе. Верно ли, что существуют константы K_1, K_2 такие, что для любого G : (а) $\chi(G) \leq \lceil |V(G)|/\alpha(G) \rceil + K_1$, (б) $\chi(G) \leq K_2 \cdot \lceil |V(G)|/\alpha(G) \rceil$?
2. Для указанных графов предложить раскраску в минимальное число цветов и обосновать ее минимальность.



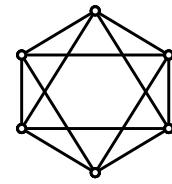
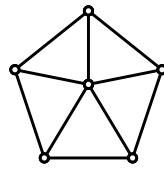
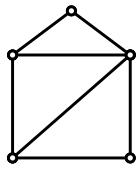
3. Верно ли, что выбрав подходящий порядок просмотра вершин, можно добиться того, что алгоритм *Greedy Coloring* построит вершинную раскраску указанных графов в 2 цвета, 3 цвета, 4 цвета, 5 цветов?



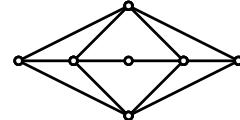
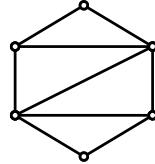
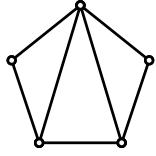
4. Верно ли, что для любого графа G можно указать порядок просмотра вершин, при котором алгоритм *Greedy Coloring* построит раскраску в $\Delta+1$ цвет, где Δ – максимальная степень вершины в графе?
5. Постройте вершинные раскраски указанных графов, применяя алгоритм *Greedy Independent Set Coloring*. Укажите минимальное и максимальное количество цветов, которое можно получить в ходе работы алгоритма.



6. Для указанных графов построить вершинную раскраску в минимальное число цветов, применяя алгоритм *Connection–Contraction*.



7. Для указанных графов построить вершинную раскраску в минимальное число цветов, применяя точный алгоритм *Independent Set Coloring*.



8. Путин, Трамп, Мэй, Меркель и Макрон проводят ряд двусторонних переговоров: Мэй + Путин, Меркель + Путин, Макрон + Путин, Мэй + Трамп, Меркель + Трамп, Макрон + Трамп, Путин + Трамп. Каждая встреча продолжается 1 час, встречи с разным набором участников можно проводить одновременно. Какое минимальное количество времени потребуется для проведения всех переговоров? Можно ли их назначить таким образом, чтобы ни у одного из лидеров не было перерыва между встречами?

9. Рассмотрим план сессии.

класс	1	2	3	4	5	6	7	8
экзамены	1,6,7	1,2,4,6	1,4,5	3,4,6	7,8	2,8	5,8	3,8

Каждый класс сдает не более одного экзамена в день. На каждом из экзаменов присутствуют все классы, которые должны сдавать этот экзамен, и только они. Найти \min число дней (p), за которые можно провести сессию. Каково \min число аудиторий, необходимое для проведения сессии за p дней? Каждый экзамен проходит в отдельной аудитории.

10. В театральной постановке задействованы 12 человек, которые участвуют в 9 различных сценах (состав участников приведен в таблице). Перед выступлением каждая сцена должна быть отрепетирована в течение 1 часа (на репетиции должны присутствовать все участники сцены и только они). В театре есть три свободных помещения. Можно ли провести все репетиции за три часа? Будет ли достаточно трех часов, если какую-нибудь одну сцену не повторять?

сцена	1	2	3	4	5	6	7	8	9
участники	1,2,5,6,7,8	7,11	3,4,9	1,3,4,5	9,10,11,12	1,2,3,4,7,8	8,10	2,3,6	5,6,12

11. (для читавших про хроматические полиномы) Найти хроматические полиномы для графов из задачи 6:

- (a) используя результаты работы алгоритма *Connection–Contraction*;
- (b) применяя схему ветвления, основанную на сжатии и удалении ребер.