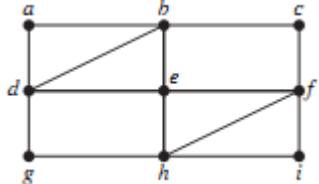
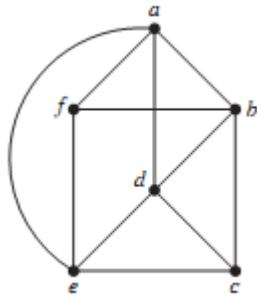


## Задачи про пути Эйлера

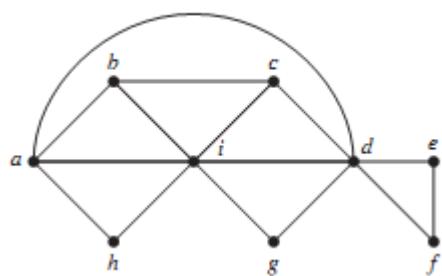
1. Определите, имеют ли показанные графы цикл Эйлера. Построить такой цикл, если он существует. Если цикла Эйлера не существует, определите, имеет ли граф путь Эйлера и построить такой путь, если он существует.



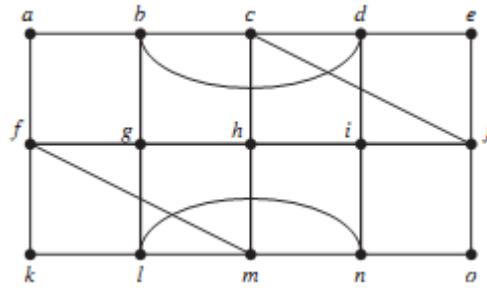
(а)



(б)

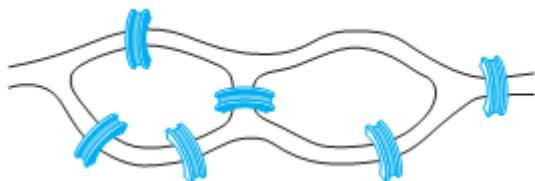


(в)



(г)

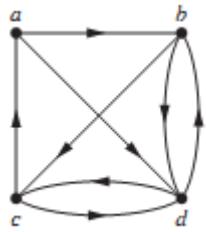
2. Может ли кто-нибудь пройти по всем мостам, показанным на карте, ровно один раз и вернуться к исходной точке?



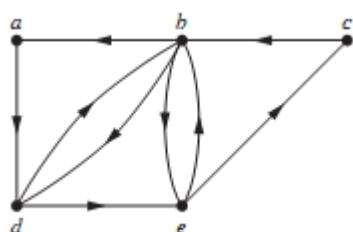
3. Покажите, что **ориентированный** мультиграф без изолированных вершин имеет цикл Эйлера  $\Leftrightarrow$ , когда граф слабо связан и степень захода равна степени исхода для каждой вершины.

4. Покажите, что **ориентированный** мультиграф без изолированных вершин имеет путь Эйлера, но не цикл Эйлера, тогда и только тогда, когда граф слабо связан и степень захода равна степени исхода для всех, кроме двух вершин, одна из которых имеет степень исхода на 1 большее, чем его степень захода и другая, имеет степень захода на 1 выше, чем ее степень исхода.

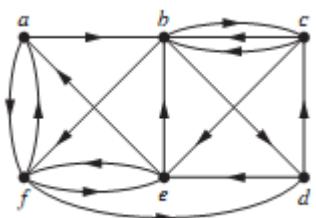
5. Определите, имеют ли показанные ориентированные графы цикл Эйлера. Построить цикл Эйлера, если существует. Если цикла Эйлера не существует, определите, имеют ли ориентированные графы путь Эйлера. Построить путь Эйлера, если он существует.



(а)



(б)



(в)

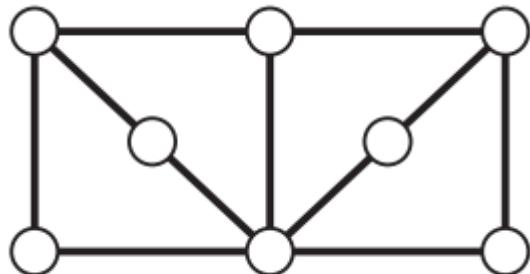
6. Для каких значений  $n$  графы ниже имеют эйлеров цикл? Эйлеров путь?

- a)  $K_n$  b)  $C_n$  c)  $W_n$  d)  $Q_n$

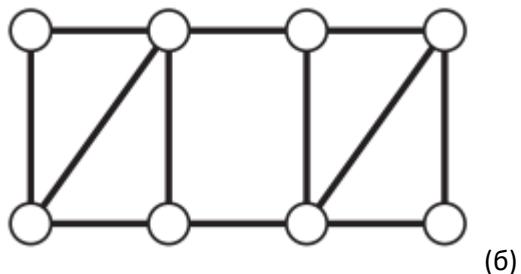
7. Для каких значений  $n$  и  $m$  полный двудольный граф  $K_{n,m}$  имеет цикл Эйлера? путь Эйлера?

8. Опишите алгоритм построения пути Эйлера в ориентированных графах.

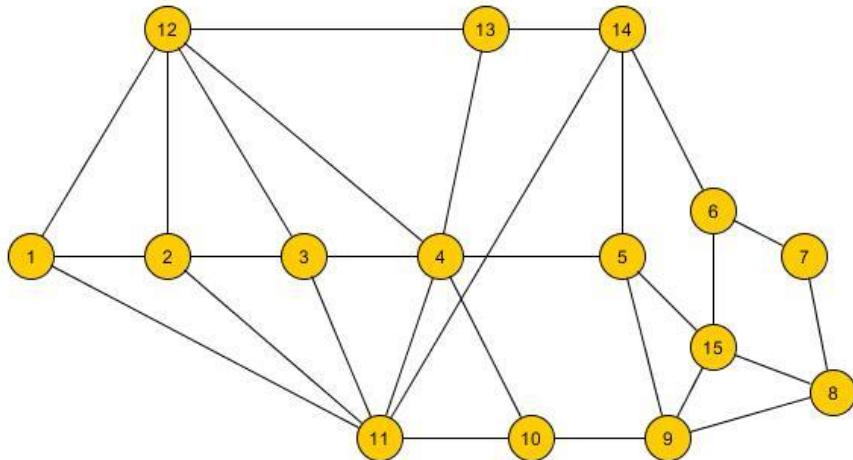
9. Найдите наименьшее количество раз, которое необходимо поднять карандаш от бумаги при рисовании следующих графов



(а)



(6)



(B)

10. Показать, что если граф имеет  $2k > 0$  вершин нечетной степени, тогда множество ребер графа  $G$  разбивается на  $k$  реберно-непересекающихся простых путей,

## 11. Задача про цепочки РНК

1. Разбейте эти цепочки с помощью G-фермента.

- (a) AUGGCUCACUAUGGCAUACUCUAA.
  - (b) AUGUUGUUCCAAAGUUGA.
  - (c) AUGCGACCCGUUACCAAGUAG.

2. Начните заново и разрубите три цепочки из предыдущей задачи, но используйте СУ-фермент.

3. Определите конечный бит для каждой из следующих нарезанных цепочек.

- (a) (G-фермент) CACG AUG AG A UACCG UAUUG AACACCG.  
(CU-фермент) C C AU U AC AC GAAC GA GU GAGU GC AC AU.

- (б) (G-фермент) UUCACAAAAAG AUUAA AUG.  
(CU -фермент) У У АА С АС АУ ГУ АААААГАУ.  
(в) (G-фермент) UG CAG CCAAG AUG UUAG UAUG.  
(CU-фермент) С У АУ АГ АГУ АУ ГС ГС ГУ ААГУ.  
(г) (G-фермент) G G UG AUG AUG UAG UAUUUCUAACG.  
(CU- фермент) У У АГ АУ АУ СУ ГУ ГУ ГАУ ГГГУ ААС.

4. Попытайтесь реконструировать четыре цепочки, фрагменты которых приведены в таблице. Есть ли у какой-нибудь уникальная реконструкция?

Показать, что связный граф является эйлеровым тогда и только тогда, когда он является объединением реберно непересекающихся простых циклов.

12. Показать, что если граф является Эйлеровым, то каждый блок этого графа является Эйлеровым.