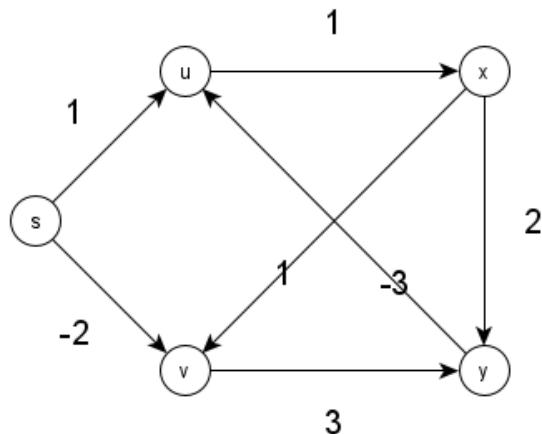
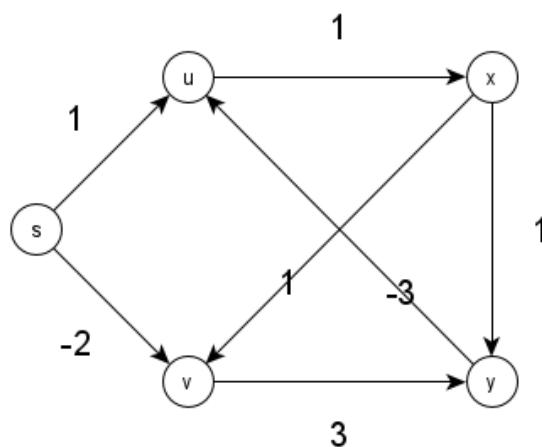


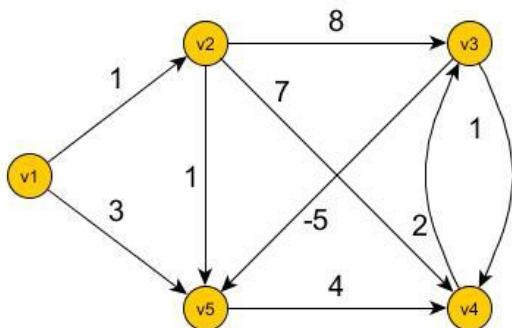
1) Используя алгоритм Беллмана-Форда, найдите длины кратчайших путей из вершины  $s$  и дерево кратчайших путей с корнем в вершине  $s$



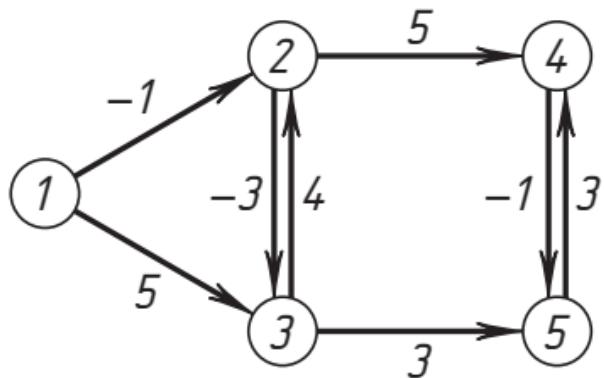
2) Используя алгоритм Беллмана-Форда, найдите длины кратчайших путей из вершины  $s$  и дерево кратчайших путей с корнем в вершине  $s$



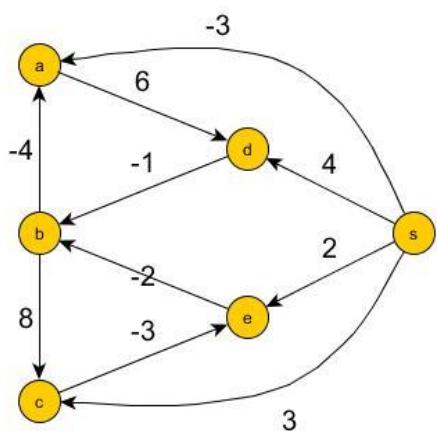
3) В графе, показанном ниже, найдите длины кратчайших путей из вершины  $v_1$  и дерево кратчайших путей с корнем в вершине  $v_1$



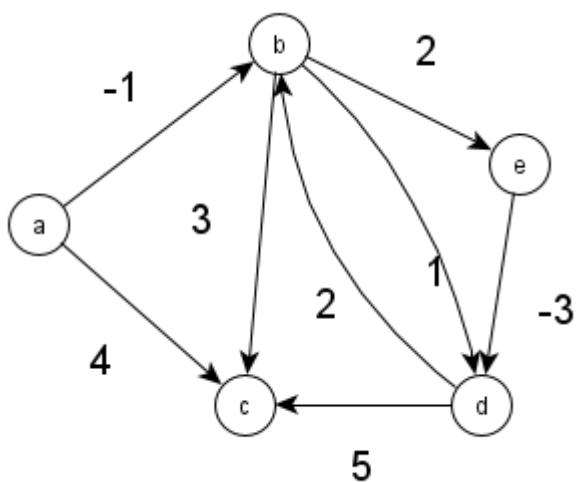
4) В графе, показанном ниже, найдите длины кратчайших путей из вершины 1 и дерево кратчайших путей с корнем в вершине 1.



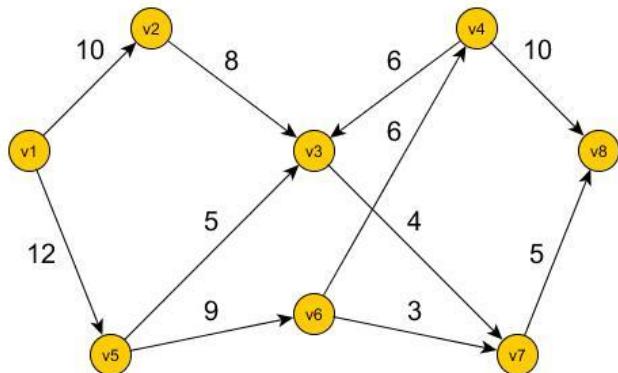
4) В графе, показанном ниже, найдите длины кратчайших путей из вершины  $s$  и дерево кратчайших путей с корнем в вершине  $s$ .



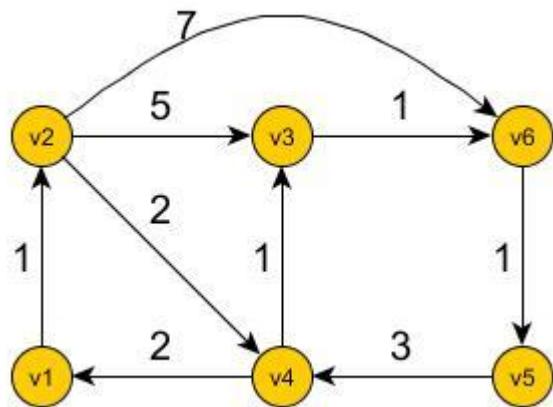
4) В графе, показанном ниже, найдите длины кратчайших путей из вершины  $a$  и дерево кратчайших путей с корнем в вершине  $a$ .



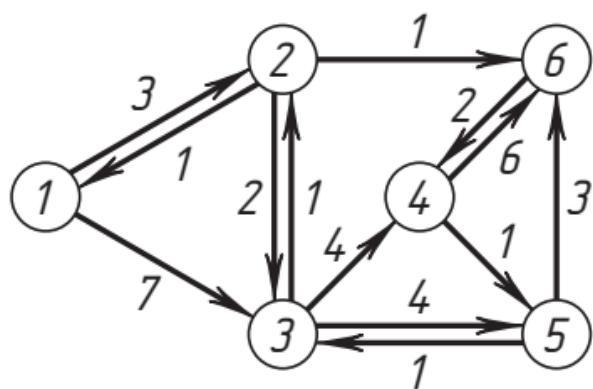
5. Используя алгоритм Беллмана-Форда и алгоритм Дейкстры, найти кратчайшие пути в графах, показанных ниже.



(a)

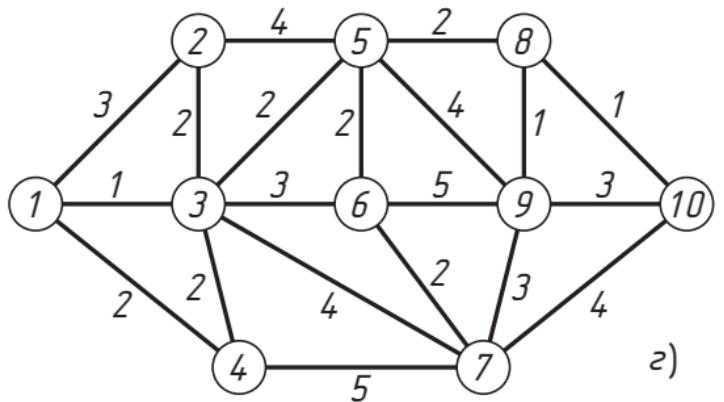
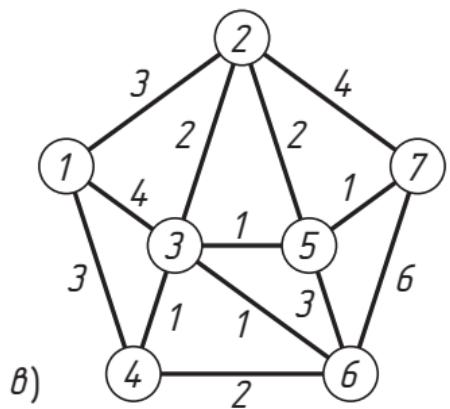
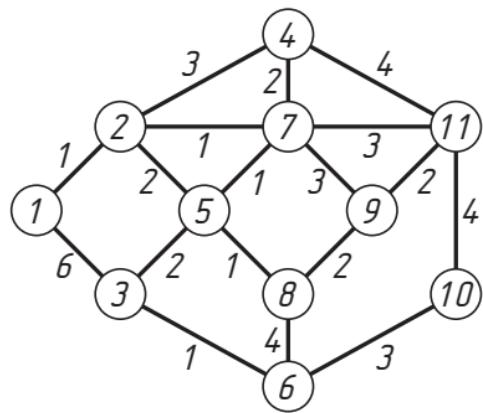
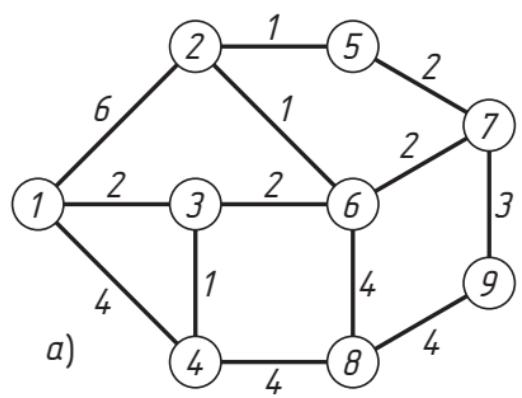


(б)

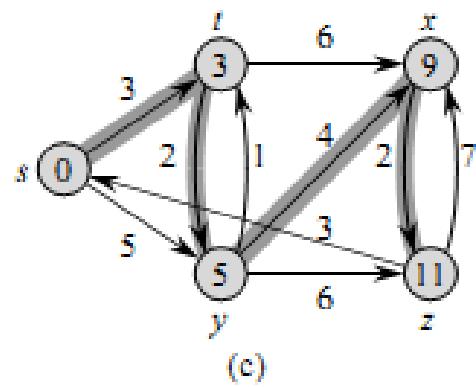
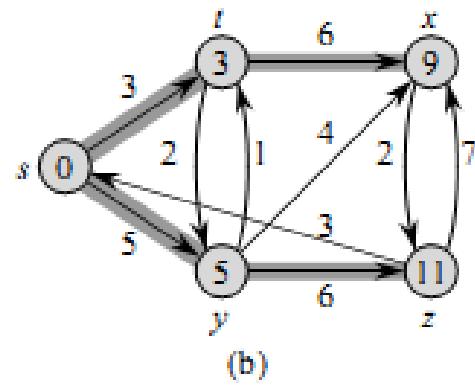
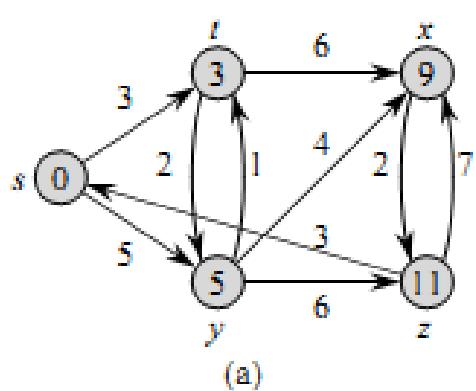


(с)

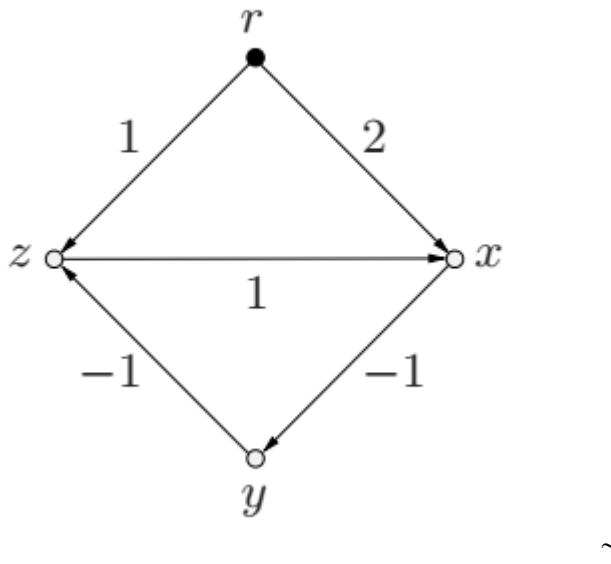
6. Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайшие пути в графах, показанных ниже.



7. На рисунке ниже показан граф и два дерева кратчайших путей для него. Привести пример еще двух деревьев кратчайшего пути, отличных от уже показанных.



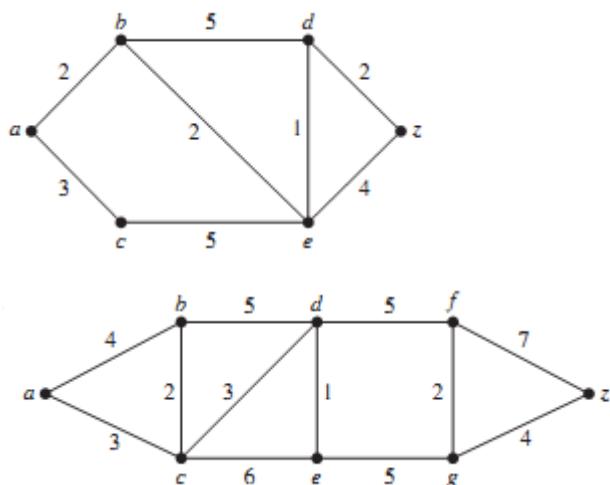
8. Применить алгоритм Дейкстры к ориентированному графу с ребрами отрицательного веса, показанному ниже. Определяет ли алгоритм кратчайшие пути ( $r \sim v$ ) до всех вершин  $v$ ?



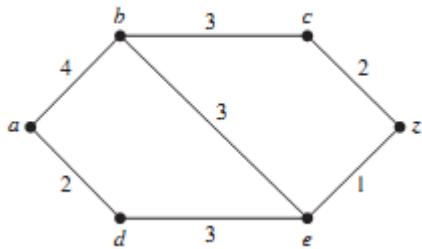
~

9. Придумайте свой пример графа, имеющего ребра с отрицательными весами (но без цикла отрицательного веса), на котором алгоритм Дейкстры будет работать неправильно.

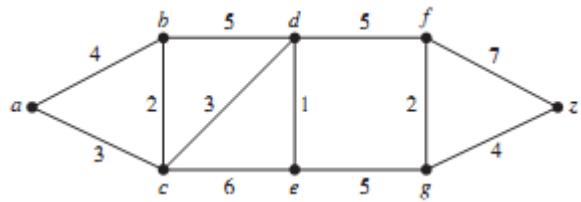
10. Чем отличается поиск кратчайшего пути на ориентированном и неориентированном графе? Найдите длину кратчайшего пути и кратчайший путь между  $a$  и  $z$  в каждом из данных взвешенных неориентированных графов.



11. Найдите второй по краткости кратчайший путь между вершинами а и z

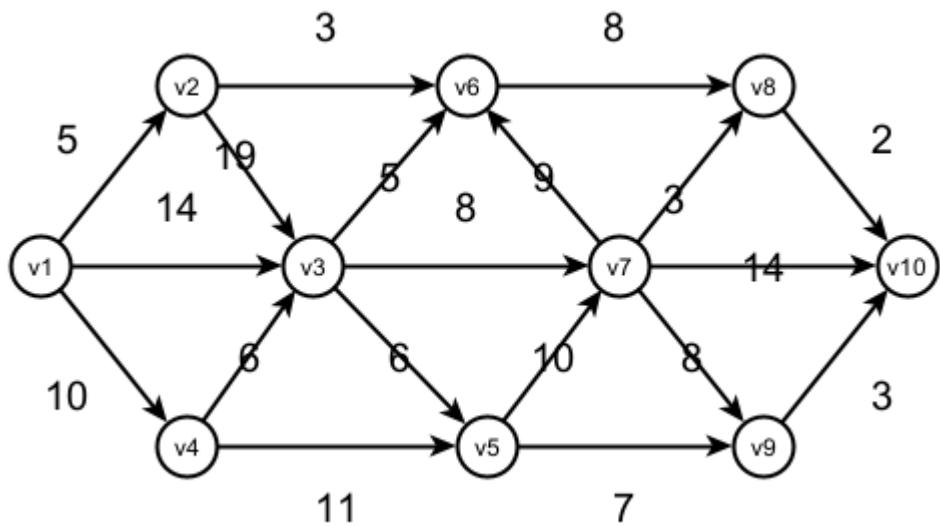


12. В графе, показанном ниже, найти кратчайший путь между вершинами а и z который проходит через вершину f.



13. Разработать алгоритм поиска кратчайшего пути между двумя вершинами в простом связном взвешенном графе, который проходит через указанную третью вершину.

14. Найти самый длинный путь из вершины v1 в вершину v10



15. Разработать алгоритм поиска самого длинного пути в ациклическом ориентированном графе.

16. В ориентированном графе не только дуги, но и вершины имеют неотрицательные веса. Разработать алгоритм поиска пути между заданной парой вершин с минимальным суммарным весом.

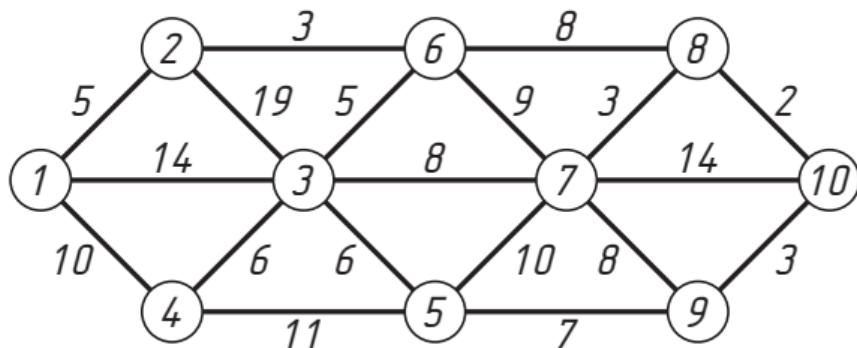
17. В ориентированном графе вес дуги представляет ее надежность. Надежность пути  $P$  от  $s$  к  $t$ , составленного из дуг, определяется формулой

$$\rho(P) = \prod_{(i,j) \in P} \rho_{ij},$$

, где  $\rho_{ij}$  — надежность дуги  $(i, j)$ .

Разработать алгоритм поиска наиболее надежного пути между заданной парой вершин графа.

18. Для графа, показанного ниже, найти первые четыре по краткости простых пути от вершины 1 к вершине 10.



19. В старой загадке, приписываемой Алкуину Йоркскому (735–804), фермеру (F) нужно перевезти через реку волка (W), козу (G) и капусту (C). У фермера есть только небольшая лодка, на которой может находиться фермер и только один предмет (животное или овощ).

Он может пересечь реку неоднократно. Однако, если фермер находится на другом берегу, волк съест козу, и, аналогично, коза съест капусту. Мы можем описать каждое состояние, перечислив, что находится на каждом берегу.

Например, мы можем использовать пару  $(FG, WC)$  для состояния, в котором фермер и коза находятся на первом берегу, а волк и капуста - на втором берегу. [Символ  $\emptyset$  используется, когда на берегу ничего нет, поэтому  $(FWGC, \emptyset)$  является начальным состоянием.]

- Найдите все допустимые состояния головоломки, где ни волк с козой, ни коза с капустой не остаются на одном берегу без фермера.
- Постройте граф таким образом, чтобы каждая вершина этого графа

представляла допустимое состояние, а вершины, представляющие два допустимых состояния, были соединены ребром, если возможно перейти из одного состояния в другое, используя одно путешествие лодки.

- с) Объясните, почему поиск пути от вершины, представленной парой  $(FWGC, \emptyset)$  к вершине, представленной парой  $(\emptyset, FWGC)$ , решает головоломку.
- г) Найти два разных решения головоломки, каждое из которых использует 7 пересечений реки.
- д) Предположим, что фермер должен платить пошлину в один доллар всякий раз, когда он пересекает реку с животным. Какое решение головоломки должен использовать фермер, чтобы заплатить меньше всего?

20. Два человека хотят поделить поровну вино, которое находится в полном 8-литровом кувшине. Еще у них есть 2 пустых кувшина на 5 и 3 литра. Как им поделить вино пополам наиболее простым способом? (Построить граф, описывающий проблему, и найти кратчайший путь в этом графе).