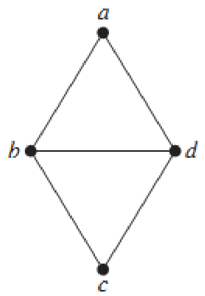
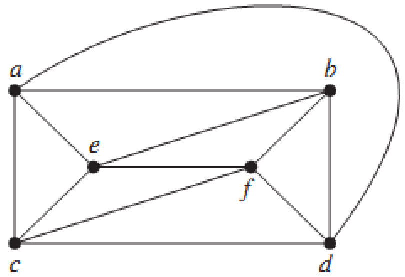
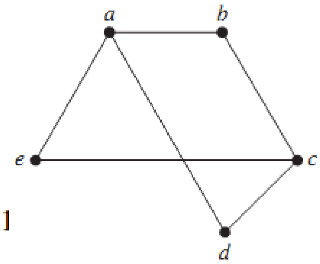
Задачи про поиск в глубину

1. В задачах №11 и №12 из задания к лекции от 16 марта построить дерево поиска в глубину, и указать тип для каждого не-древесного ребра.
2. Используйте бэктрекинг, чтобы решить проблему n-ферзей для следующих значений n.
   а) n = 3 б) n = 5 в) n = 6
3. Используйте бэктрекинг, чтобы попытаться найти раскраску графов, показанных ниже, используя 3 цвета.



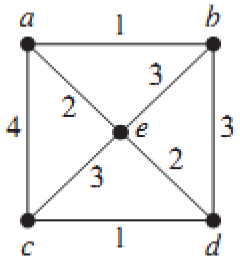


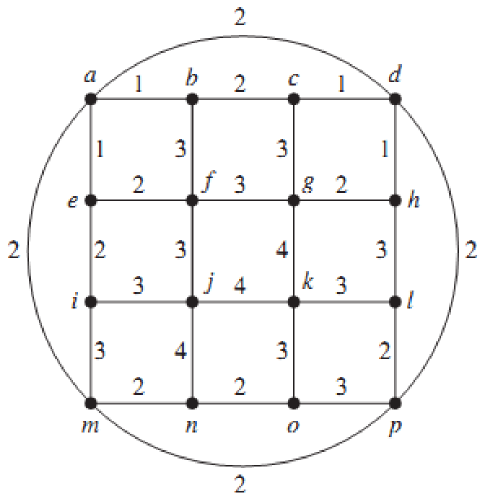
1



Задачи про минимальные остовные деревья

4. Для каждого из графов, показанных ниже, построить минимальное остовное дерево при помощи алгоритма Прима и алгоритма Краскала.



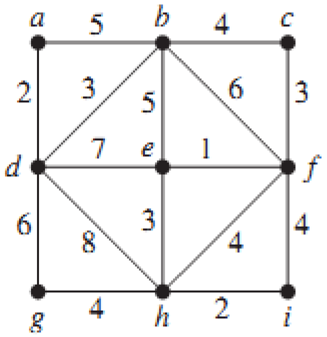


Наибольшее остовное дерево связанного взвешенного неориентированного графа - это остовное дерево с наибольшим возможным весом.

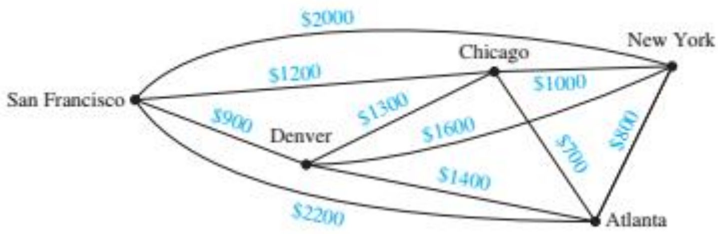
5. Предложите алгоритм, аналогичный алгоритму Прима для построения **наибольшего** остовного дерева связного взвешенного графа.

6. Предложите алгоритм, аналогичный алгоритму Краскала для построения **наибольшего** остовного дерева связного взвешенного графа.

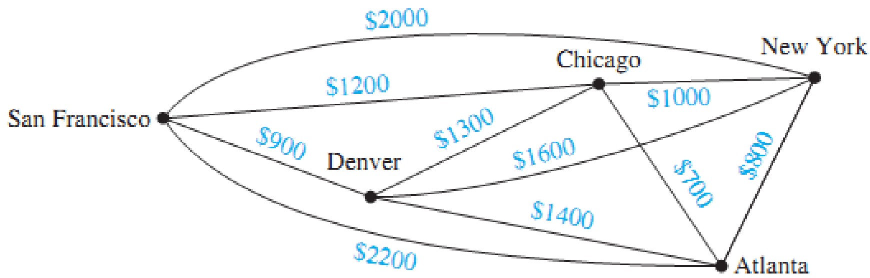
7. Найдите **наибольшее** остовное дерево для взвешенного графа, показанного ниже.



8. Найти вторую из наименьших по стоимости сетей связи, соединяющую 5 компьютерных центров на рисунке ниже.



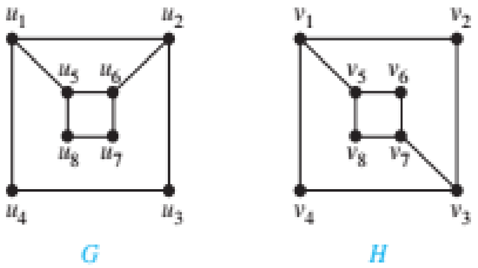
9. Показать, что ребро с наименьшим весом в связном взвешенном графе должно быть частью любого минимального остовного дерева.
10. Предположим, что компьютерная сеть, соединяющая города на рисунке ниже, должна содержать прямую связь между Нью-Йорком и Денвером. Какие еще ребра должны быть включены в сеть, чтобы существовала связь между каждыми двумя компьютерными центрами и общая стоимость была минимальной?



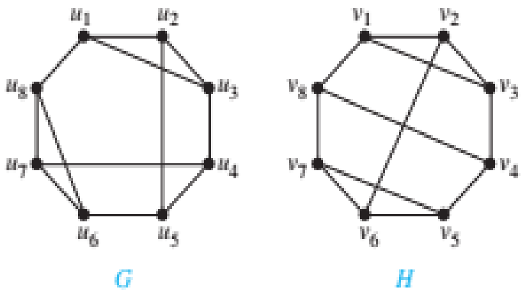
11. Опишите алгоритм поиска минимального остовного дерева, содержащего заданное множество ребер в связном взвешенном неориентированном простом графе.

Задачи про связность

12. Используйте пути, либо чтобы показать, что графы ниже не изоморфны, или чтобы найти изоморфизм между этими графами.



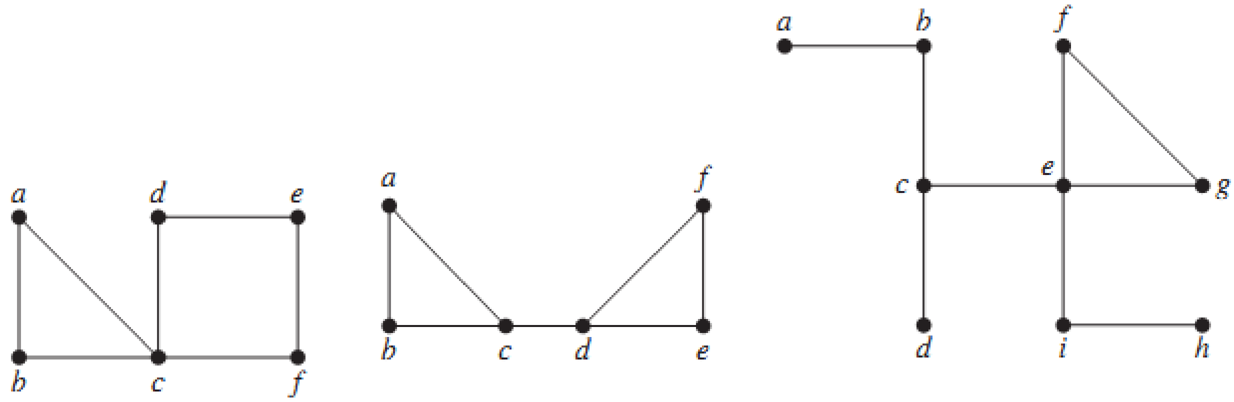
13. Используйте пути, либо чтобы показать, что эти графы не изоморфны, или чтобы найти изоморфизм между этими графами.



14. Показать, что любой связный граф с n вершинами имеет не менее n-1 ребер.

15. Показать, что в каждом простом графе существует путь от каждой вершины нечетной степени к какой-нибудь другой вершине нечетной степени.

16. В примерах ниже показать все разделяющие вершины и разделяющие ребра.



(а) **(б)** **(с)**

17. Покажите, что ребро в простом графе является разделяющим ребром, если и только если это ребро не является частью какого-либо простого цикла в графе.

18. Предположим, что *v* является конечной точкой разделяющего ребра. Докажите, что v является разделяющей вершиной <=> когда эта вершина не является висячей.

19. Покажите, что если связный простой граф G является объединением графов G_1 и G_2, то G_1 и G_2 имеют хотя бы одну общую вершину.

20. Показать, что в каждом простом графе от каждой вершины нечетной степени есть путь в какую-нибудь другую вершину нечетной степени.

21. Покажите, что в каждом из следующих графов нет точек сочленения

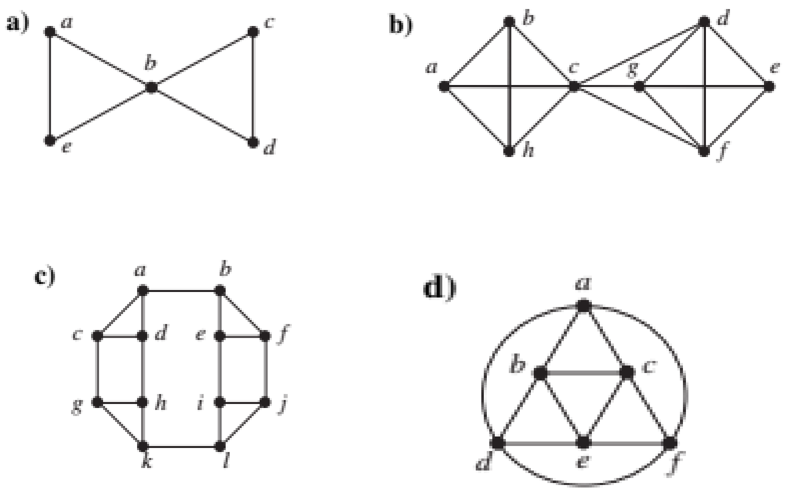
а) Cn, где $n \geq 3$

б) Wn, где $n \geq 3$

в) Km, n, где $m \geq 2$ и $n \geq 2$

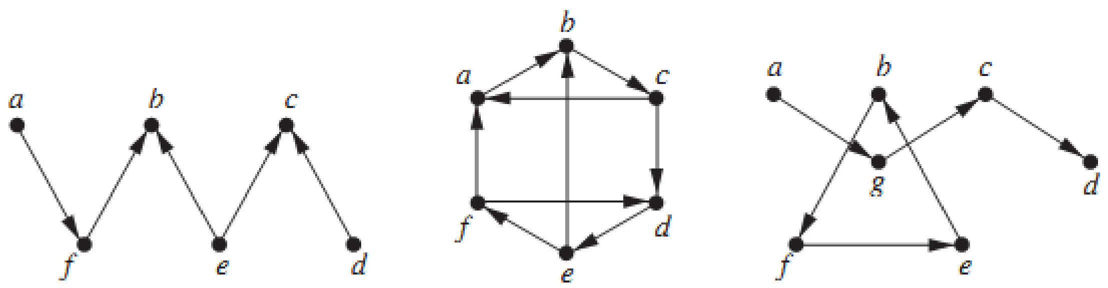
г) Qn, где $n \geq 2$

22. Для каждого из графов ниже найдите κ (G), λ (G) и $\min_{v\in V}$ deg (v) и определите, какие из двух неравенств в κ (G) $\leq \lambda$ (G) $\leq \min_{v\in V}$ deg (v) являются строгими.



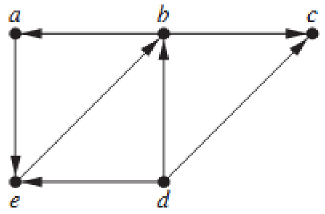
Задачи про сильную связность

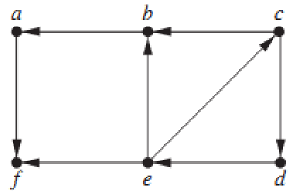
23. Определить, является ли каждый из графов, показанных ниже, сильно связным и если нет, является ли он слабо связным.



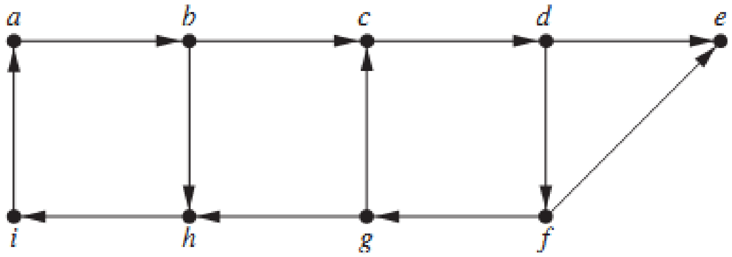
(а) (б) (с)

24. Найти сильно связные компоненты следующих графов





(a) (б)



(c)

Предположим, что $G = (V, E)$ - **ориентированный** граф. Вершина $w \in V$ *достижима* из вершины $v \in V$, если существует *ориентированный* путь от v до w. Вершины v и w *взаимно достижимы*, если есть и ориентированный путь от v до w и ориентированный путь от w до v в G.

25. Показать, что если $G = (V, E)$ является ориентированным графом а u, v, и w вершины в V, для которых u и v взаимно достижимы и v и w взаимно достижимы, то и u и w взаимно достижимы.

26. Покажите, что все вершины, посещенные в ориентированном пути, соединяющем две вершины в одной сильно связной компоненте ориентированного графа также принадлежат этой сильно связанно связной компоненте.