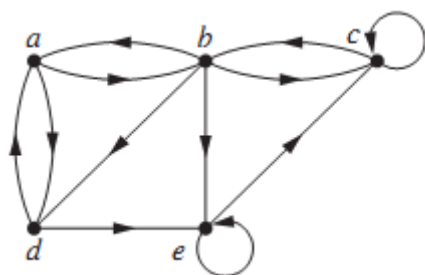
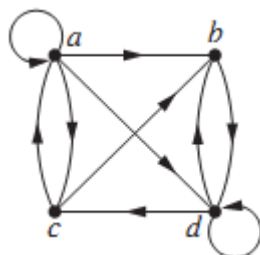
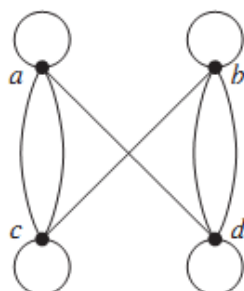
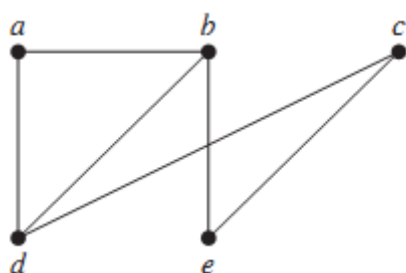
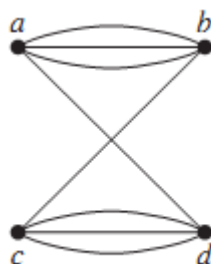
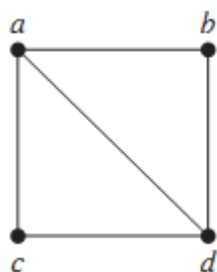


Задачи на представление графа при помощи списков смежности, матриц смежности, матриц инцидентности.

1. Для следующих ниже графов построить список смежности, матрицу смежности, матрицу инцидентности.



2) Дана матрица смежности, нарисовать граф, ей соответствующий

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

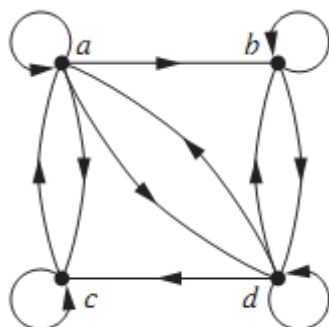
3. Нарисовать **неориентированный** граф, соответствующий данной матрице

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Дан ориентированный мультиграф, нарисовать его матрицу смежности. Расположить вершины в порядке по алфавиту.



5. Дана квадратная бинарная матрица, которая симметрична и имеет нули на диагонали. Является ли она матрицей смежности простого графа?

6. Чему равна сумма элементов в строке матрицы смежности для простого неориентированного графа? Для простого ориентированного графа?

7. Найдите матрицу смежности для каждого из этих графов.

a) K_4 b) $K_{1,4}$ c) $K_{2,3}$

d) C_4 e) W_4 f) Q_3

g) K_n h) C_n i) W_n j) $K_{m,n}$ k) Q_n

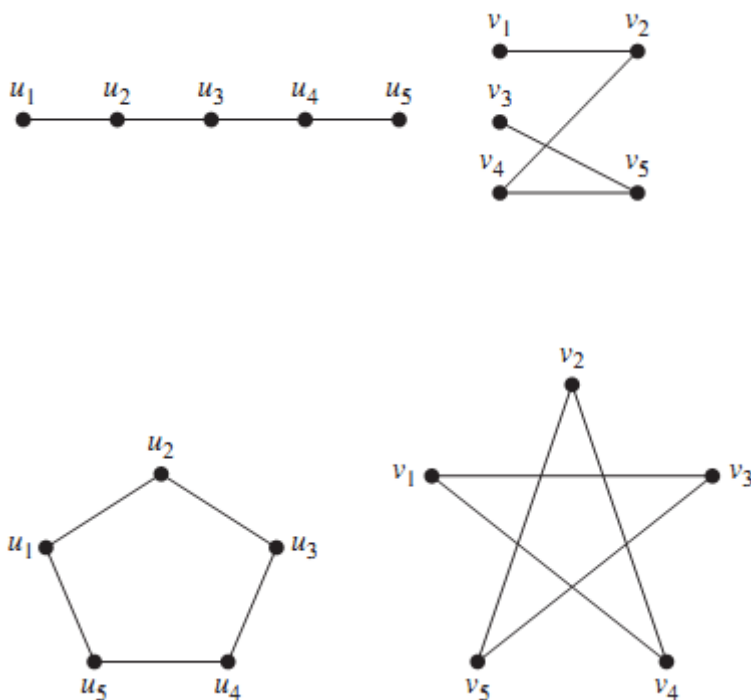
8. Покажите, что вершины двудольного графа с двумя или больше вершин можно упорядочить так, чтобы его матрица смежности имела следующий вид

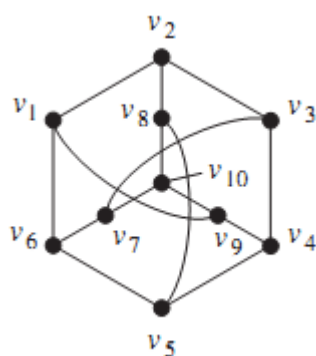
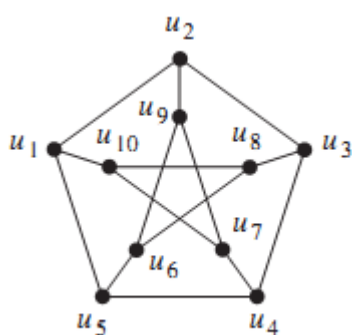
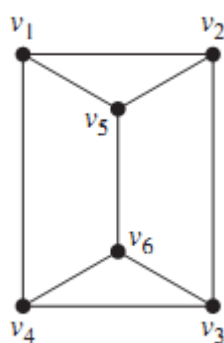
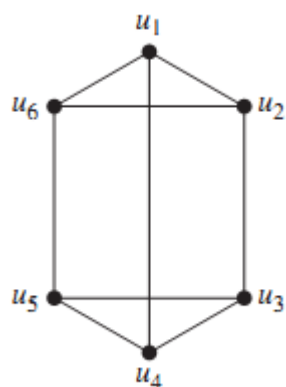
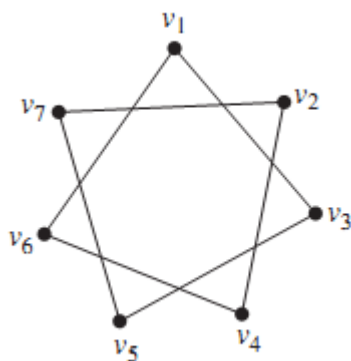
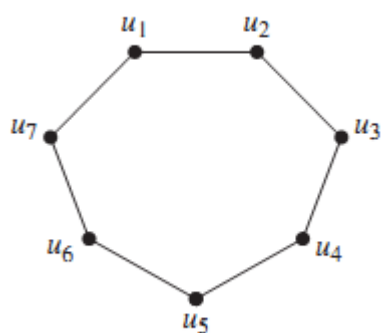
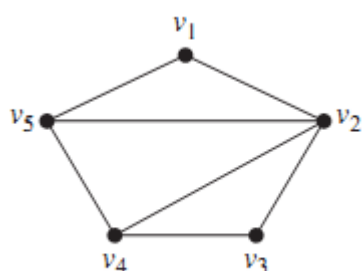
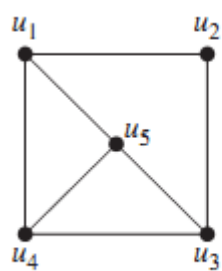
$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

Каждый из четырех элементов является прямоугольным блоком.

9. Определите, является ли данная пара графов изоморфными.

Продемонстрируйте изоморфизм или предоставьте строгую аргументацию, что его не существует.

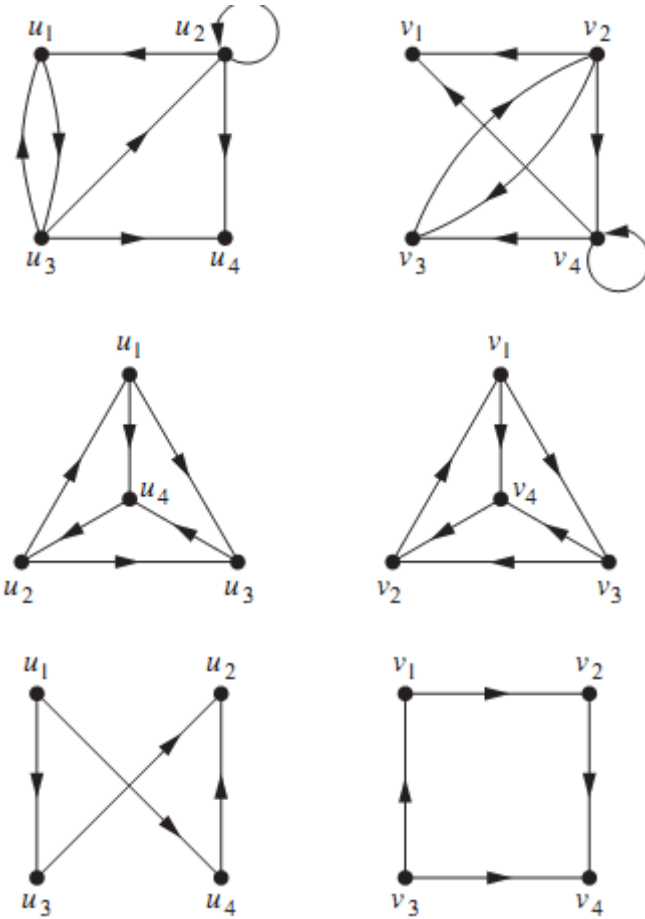




10. Как расширить определение изоморфизма на случай ориентированного графа?

Неориентированного мультиграфа, псевдографа?

11. Являются ли изоморфными следующие ориентированные графы?



12. Являются ли указанные графы с данными матрицами смежности изоморфными?

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Задачи на дополнение графа

13 Если G простой граф имеет 15 ребер а **дополнение** G' имеет 13 ребер, сколько вершин в G ?

14 Если простой граф G имеет v вершин и e ребер, то сколько ребер у дополнения G ?

15. Если последовательность степеней простого графа G равна 4, 3, 3, 2, 2, какова последовательность степеней дополнения G ?

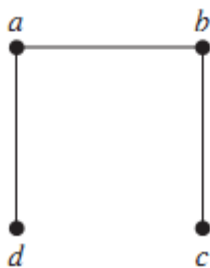
16. Если последовательность степеней простого графа G равна d_1, d_2, \dots, d_n , какова последовательность степеней **дополнения** G ?

17. Показать, что для любого графа G с 6 вершинами либо G либо его дополнение содержит треугольник.

18. Показать то для любого графа G , либо он, либо его дополнение является **связным**.

Простой граф G , изоморфный своему дополнению называется **самодополнительным**.

19. Показать, что граф ниже является самодополнительным.



20. Нарисовать самодополнительный граф с пятью вершинами

21. Показать, что если G простой самодополнительный граф с n вершинами, то , $n \equiv 1$ или $0 \pmod{4}$

22. Для каких целых чисел n граф C_n самодополнительный?

23. Показать, что свойство двудольности является графовым инвариантом.

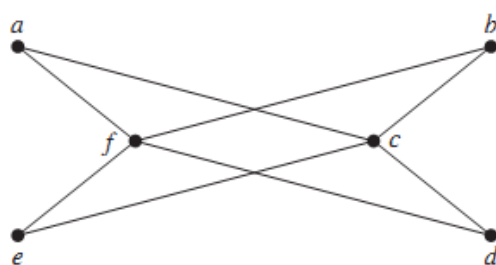
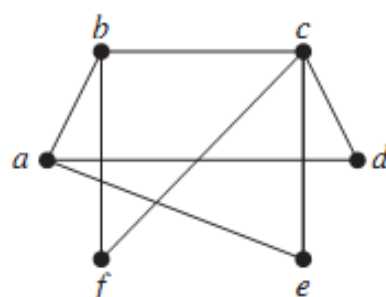
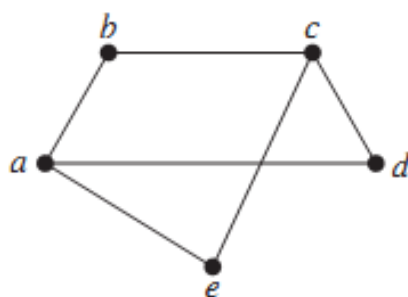
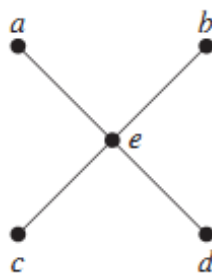
24. Показать, что граф Q_n является **двудольным**

25. Постройте **матрицу инцидентности** для следующих графов:

а) K_n б) C_n в) W_n д) $K_{m,n}$ е) Q_n

Проверка двудольности графов

26. Определить, является ли граф двудольным.



27. Для каких значений n графы, показанные, ниже являются двудольными?

a) K_n b) C_n c) W_n d) Q_n