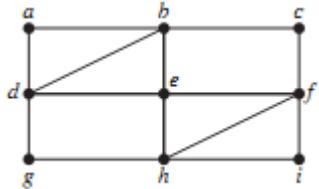
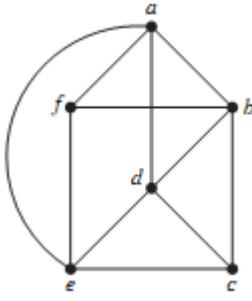


## Задачи про пути Эйлера

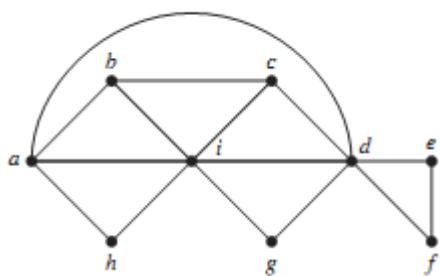
1. Определите, имеют ли показанные графы цикл Эйлера. Построить такой цикл, если он существует. Если цикла Эйлера не существует, определите, имеет ли график путь Эйлера и построить такой путь, если он существует.



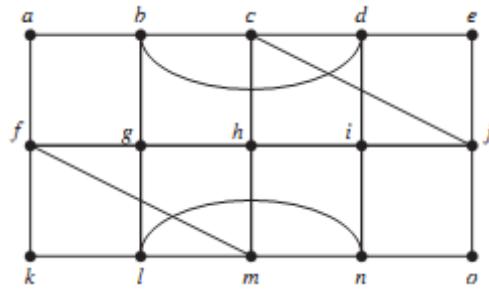
(а)



(б)

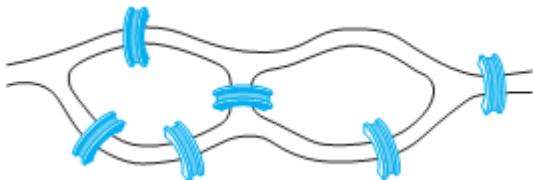


(с)



(д)

2. Может ли кто-нибудь пройти по всем мостам, показанным на карте, ровно один раз и вернуться к исходной точке?

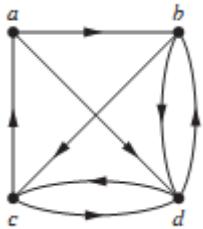


3. Покажите, что **ориентированный** мультиграф без изолированных вершин имеет цикл Эйлера  $\Leftrightarrow$ , когда график слабо связан и степень захода равна степени исхода для каждой вершины.

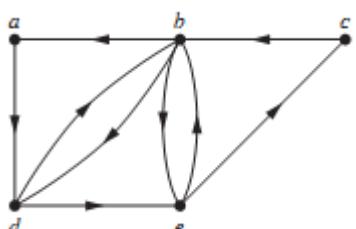
4. Покажите, что **ориентированный** мультиграф без изолированных вершин имеет путь Эйлера, но не цикл Эйлера, тогда и только тогда, когда график слабо связан и степень захода равна степени исхода для всех, кроме двух вершин, одна из которых имеет степень исхода на 1 больше, чем его

степень захода и другая, имеет степень захода на 1 выше, чем ее степень исхода.

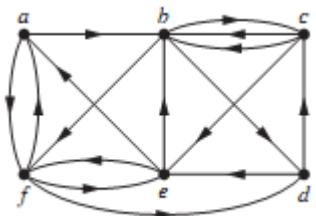
5. Определите, имеют ли показанные ориентированные графы цикл Эйлера. Построить цикл Эйлера, если существует. Если цепи Эйлера не существует, определите, имеют ли ориентированные графы путь Эйлера. Построить путь Эйлера, если он существует.



(a)



(б)



(с)

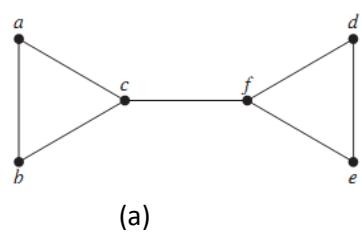
6. Для каких значений  $n$  графы ниже имеют эйлеров цикл? Эйлеров путь?

- a)  $K_n$  b)  $C_n$  c)  $W_n$  d)  $Q_n$

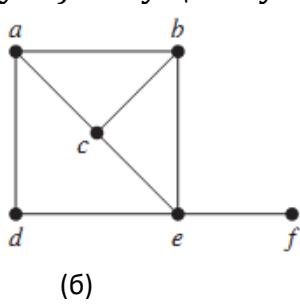
7. Для каких значений  $n$  и  $m$  полный двудольный граф  $K_{n,m}$  имеет цикл Эйлера? путь Эйлера?

8. Опишите алгоритм построения пути Эйлера в ориентированных графах.

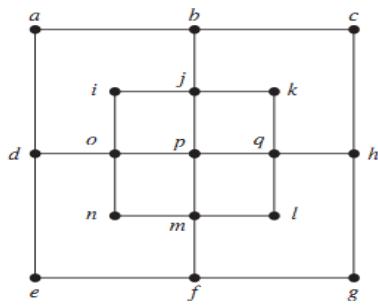
9. Определите, имеют ли показанные ниже графы цикл Гамильтона (путь Гамильтона). Если да, найдите такой цикл или путь. Если это не так, показать, почему такого цикла (пути) не существует.



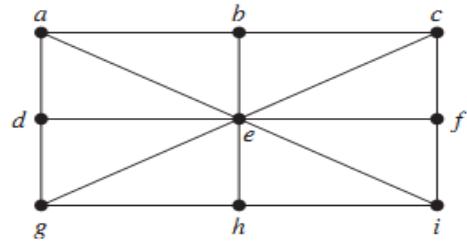
(а)



(б)

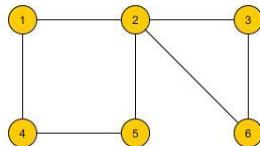


(в)

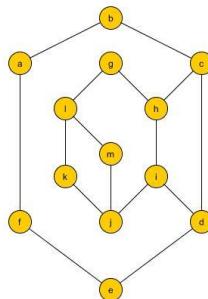


(г)

10. Доказать, что ни в одном из двух графов ниже нет гамильтонова цикла.



(а)



(б)

11 Для каких значений  $n$  следующие графы имеют цикл Гамильтона?  
 $K_n$ ,  $C_n$ ,  $W_n$ ,  $Q_n$ .

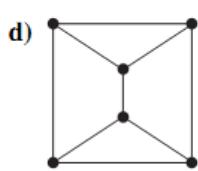
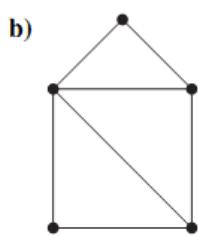
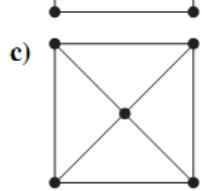
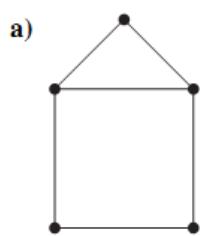
12. Для каких значений  $m$  и  $n$  полный двудольный граф  $K_{m,n}$  имеет цикл Гамильтона?

13. Для каждого из графов, показанных ниже, определите

(а) можно ли использовать теорему Дирака, чтобы показать, что граф имеет Гамильтонов цикл,

(б) можно ли использовать теорему Оре, чтобы показать, что граф имеет Гамильтонов цикл,

(с) есть ли Гамильтонов цикл у графа.



14. Приведите пример графа, для которого теорема Дирака не применима, а теорема Оре применима.