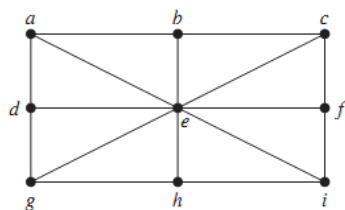
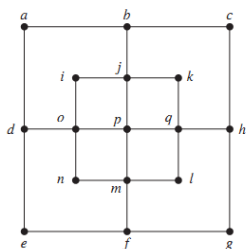
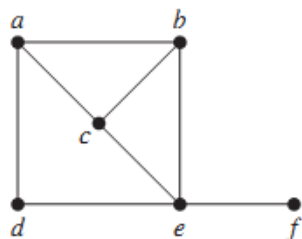
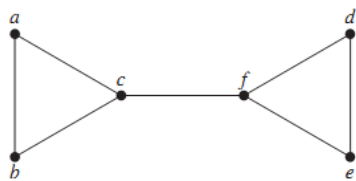
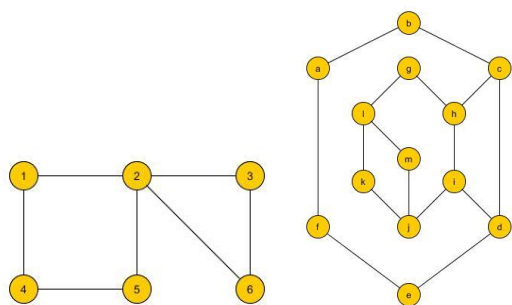


1. Определите, имеют ли данные графы цикл Гамильтона (путь Гамильтона)

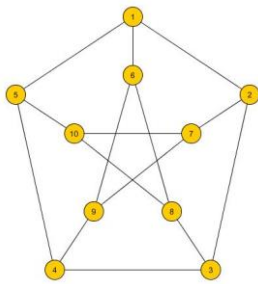
Если да, найдите такой цикл или путь. Если это не так, показать, почему такого цикла (пути) не существует.



2. Доказать, что ни один из двух графов ниже нельзя назвать гамильтоновым.



3 а) Показать, что граф Петерсена, показанный ниже, не является Гамильтоновым.



Б) Показать, что если удалить одну вершину и все инцидентные ей ребра из этого графа, то полученный граф будет гамильтоновым.

4. Для каких значений  $n$  графы имеют цикл Гамильтона?  
 $K_n$ ,  $C_n$ ,  $W_n$ ,  $Q_n$

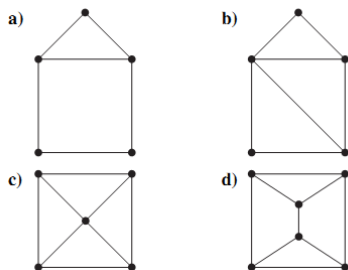
5. Для каких значений  $m$  и  $n$  полный двудольный граф  $K_{m,n}$  имеет цикл Гамильтона?

6. Для каждого из графов, показанных ниже, определите

(i), можно ли использовать теорему Дирака, чтобы показать, что граф имеет цикл Гамильтона,

(ii) можно ли использовать теорему Оре, чтобы показать, что граф имеет цикл Гамильтона,

(iii) есть ли цикл Гамильтона у графа.



7. Приведите пример графа, для которого теорема Дирака не применима, а теорема Оре применима.

8. Можете ли вы найти простой граф с  $n$  вершинами с  $n \geq 3$ , который не имеет цикла Гамильтона, но степень каждой вершины графа не меньше  $(n-1)/2$ ?

9. Показать, что существует код Грея порядка  $n$  всякий раз, когда  $n$  положительное целое число или, что эквивалентно, показать, что  $n$ -куб  $Q_n$ ,  $n > 3$ , всегда имеет гамильтонов цикл.

10. Предположим, простой граф  $G$  с  $n$  вершинами имеет не менее  $(n-1)(n-2)/2 + 2$  ребер. Доказать, что  $G$  имеет Гамильтонов цикл. Для  $n \geq 2$ , показать, что существует простой граф с  $(n-1)(n-2)/2 + 1$  ребер, у которого не цикла Гамильтона.