

Résumé de la déclaration 43802**Généré le: 2023/07/06 15:42****Électromagnétisme****Identification du déclarant**

- Prénom: **Ghania Sarah**
- Nom: **FARHI**
- Courriel: **ghania.farhi@usherbrooke.ca**
- Date de création: **2023/07/06**

Identification du cours

- Code du cours: **GEN137**
- Titre du cours: **Électricité et circuits électriques**
- Session: **Automne 2023**
- Prénom du professeur: **Jan**
- Nom du professeur: **Dubowski**
- Unité administrative: **1808-FGÉN Électrique et informatique**

Titre du document: Électromagnétisme**Type de reproduction: Intranet (accès limité par mot de passe)****Nombre d'étudiants: 65**

Ce document contient des extraits d'oeuvres protégées par la Loi sur le droit d'auteur.

Ouvrage(s) déclaré(s): **1**



Titre: **Physique - Tome 2 : Électricité et magnétisme**

Emprunt: **70 pages**

- ISBN: **978-2-89650-846-4**
- Titre: **Physique - Tome 2 : Électricité et magnétisme**
- Auteur(s): **Périard, Martin; Ducharme, Alain; Cengage Learning Inc.**
- Éditeur: **Groupe Modulo Inc.**
- Provenance: **Québec**
- Date de publication: **2012**
- Nombre total de pages de l'ouvrage: **496**
- Domaine public: **Non**
- Cahier d'exercice: **Non**
- Type de support: **Imprimé**

Détail des pages empruntées :

- Chapitre: **3,pages 70-86, total 17 pages , gratuit**
- Chapitre: **4,pages 112-132, total 21 pages , 0.00\$**
- Chapitre: **5,pages 154-164,168-175, total 19 pages , 0.00\$**
- Chapitre: **6,pages 190-202, total 13 pages , 0.00\$**

Cet emprunt est couvert par l'entente avec Copibec

Résumé de la déclaration 43803**Généré le: 2023/07/06 15:43****Électricité et magnétisme****Identification du déclarant**

- Prénom: **Ghania Sarah**
- Nom: **FARHI**
- Courriel: **ghania.farhi@usherbrooke.ca**
- Date de création: **2023/07/06**

Identification du cours

- Code du cours: **GEN137**
- Titre du cours: **Électricité et circuits électriques**
- Session: **Automne 2023**
- Prénom du professeur: **Jan**
- Nom du professeur: **Dubowski**
- Unité administrative: **1808-FGÉN Électrique et informatique**

Titre du document: Électricité et magnétisme**Type de reproduction:** Intranet (accès limité par mot de passe)**Nombre d'étudiants:** 65

Ce document contient des extraits d'oeuvres protégées par la Loi sur le droit d'auteur.

Ouvrage(s) déclaré(s): **1**



Titre: **Physique 2, Électricité et magnétisme**

Emprunt: **59 pages**

- ISBN: **978-2-7650-3546-6**
- Titre: **Physique 2, Électricité et magnétisme**
- Auteur(s): **Lafrance, René**
- Éditeur: **Tc Média Livres inc.**
- Provenance: **Québec**
- Date de publication: **2014**
- Nombre total de pages de l'ouvrage: **476**
- Domaine public: **Non**
- Cahier d'exercice: **Non**
- Type de support: **Imprimé**

Détail des pages empruntées :

- Chapitre: **1,pages 5-26, total 22 pages , gratuit**
- Chapitre: **2,pages 34-70, total 37 pages , 0.00\$**

Cet emprunt est couvert par l'entente avec Copibec

 La force électrique est une force à distance exercée sur les objets ayant une charge électrique. Dans ce chapitre, nous allons étudier les propriétés de la charge électrique. À l'aide du modèle atomique, nous verrons d'où vient la charge lorsqu'on frotte deux objets ensemble. Nous allons aussi distinguer les isolants des conducteurs. Ces deux types d'objets ont des propriétés différentes. Nous verrons aussi que lorsque les objets sont petits par rapport à la distance qui les sépare, la force peut être calculée simplement à l'aide d'une relation qui a la même forme que la loi de la gravitation universelle de Newton.

L'étude que nous faisons dans ce chapitre est une première étape dans l'étude de la force électrique. Dans les prochains chapitres, nous allons construire graduellement la théorie de l'électromagnétisme qui nous mènera vers une meilleure compréhension du monde qui nous entoure et des applications multiples de l'électricité dans la vie de tous les jours et dans les domaines scientifiques.

On amorce l'étude de l'interaction électromagnétique par de simples expériences comme celle où on frotte un ballon de fête contre des cheveux. Comme le montre la photo de l'ouverture du chapitre, il y a alors une force entre les cheveux et le ballon. Il est aussi possible de placer le ballon contre un mur et de le lâcher. Si le ballon a été suffisamment frotté contre les cheveux, il pourra rester en équilibre. Ce phénomène a été observé plusieurs siècles avant Jésus-Christ : on avait remarqué que des morceaux d'ambre, une résine fossilisée qu'on peut voir à la figure 1.1, attiraient de petits morceaux de paille après avoir été frottés vigoureusement avec un vêtement. D'ailleurs, le mot *électricité* est un dérivé du mot ambre (*ηλεκτρον*) en grec.



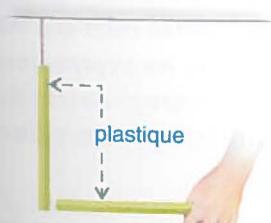
FIGURE 1.1

L'ambre peut être chargé par frottement avec de la laine.

1.1 Quelques expériences simples

Par une journée où l'air était sec, vous avez probablement déjà ressenti une sensation désagréable en touchant une poignée de porte en métal. En frottant vos pieds sur un plancher recouvert d'un tapis, vous avez accumulé une charge électrique. Lorsque vous avez touché la poignée de porte, cette charge s'est déplacée rapidement en vous donnant un choc électrique.

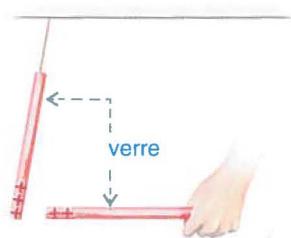
Pour connaître les propriétés de la charge électrique, on peut mener quelques expériences élémentaires à l'aide de tiges de plastique, de verre et de métal munies d'une poignée de bois. On a aussi besoin de morceaux de laine et de soie ainsi que de la ficelle.



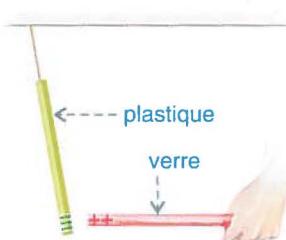
Expérience 1: On approche une tige de plastique d'une autre tige de plastique suspendue. Les tiges n'ont été frottées ni avec de la laine ni avec de la soie. Les tiges restent immobiles. Il n'y a donc aucune force entre les deux tiges. On dit que les tiges sont neutres.



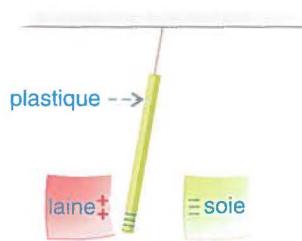
Expérience 2: On frotte deux tiges de plastique avec de la laine. Lorsqu'on approche la première tige de la tige suspendue, il y a une répulsion entre les tiges.



Expérience 3: On frotte deux tiges de verre avec de la soie. Lorsqu'on approche la première tige de la tige suspendue, il y a une répulsion entre les tiges.



Expérience 4: On frotte une tige de verre avec de la soie et une tige de plastique avec de la laine. On suspend la tige de plastique. Lorsqu'on approche la tige de verre, il y a une attraction entre les tiges.



Expérience 5: On frotte une tige de verre avec de la soie et une tige de plastique avec de la laine. On suspend la tige de plastique entre les deux matières. La tige de plastique est attirée par la laine utilisée pour charger la tige. De plus, la tige est repoussée par la soie ayant servi à charger la tige de verre.

Dans ces expériences, le module de la force est plus grand lorsqu'on diminue la distance entre les tiges ou lorsqu'on frotte plus longtemps les tiges.

Ces expériences montrent que les tiges acquièrent respectivement une charge électrique nette lorsqu'on les frotte avec de la laine ou de la soie. Elles démontrent aussi que les objets chargés exercent l'un sur l'autre une force à distance qu'on appelle la *force électrique*. Cette force est soit attractive (*voir l'expérience 4*), soit répulsive (*voir les expériences 2 et 3*). L'expérience 5 prouve que la laine devient aussi chargée après avoir été frottée sur le plastique. La laine se comporte comme la tige de verre et attire la tige de plastique. De plus, la soie ayant servi à charger une tige de verre repousse la tige de plastique. Elle se comporte comme le plastique.

On peut électriser d'autres objets par frottement. Ces derniers se comportent alors comme la tige de verre ou comme la tige de plastique. Ceci montre qu'il y a deux types de charge: celle qui est portée par la tige de verre et celle qui est portée par la tige de plastique. Jusqu'au 18^e siècle, on emploie les expressions *électricité vitreuse* pour décrire la charge portée par la tige de verre et *électricité résineuse* pour la charge portée par le plastique, car à cette époque, on utilise plutôt de l'ambre, qui se comporte comme le plastique.

C'est le physicien américain Benjamin Franklin (1706-1790) qui énonce la convention utilisée aujourd'hui: la charge de la tige de verre frottée avec de la soie est positive, et celle de la tige de plastique frottée avec de la laine est négative. Lorsqu'on frotte le verre avec de la soie, le verre devient chargé positivement et la soie devient chargée négativement. De même, si on frotte du plastique avec de la laine, le plastique devient chargé négativement et la laine devient chargée positivement.

L'analyse de ces expériences nous apprend ce qui suit.

❷ Les objets chargés exercent les uns sur les autres une force à distance appelée la **force électrique**. Cette force a les propriétés suivantes :

- La force est attractive lorsque les charges sont opposées (un objet chargé positivement et un objet chargé négativement), et elle est répulsive lorsque les charges ont le même signe (deux objets chargés positivement ou deux objets chargés négativement).
- Le module de la force diminue lorsque la distance entre les charges augmente.

1.2 Les propriétés de la charge électrique

La découverte des propriétés de l'atome faite durant la première moitié du 20^e siècle a permis de comprendre l'origine de l'électricité. Ces propriétés seront expliquées dans le tome 3. Pour l'instant, on utilise un modèle rudimentaire pour interpréter les résultats obtenus dans les expériences de la section précédente.

L'atome est composé d'un noyau massif et compact (de l'ordre de 10^{-14} m) entouré d'*électrons* (voir la figure 1.2). Le noyau est constitué de *protons* et de *neutrons*. Les électrons n'ont pas de trajectoires bien définies, mais ils forment un nuage électronique dont le diamètre est de l'ordre de 10^{-10} m.

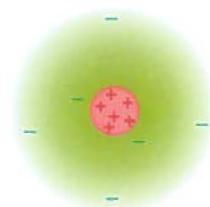


FIGURE 1.2

L'atome est constitué d'un noyau compact et d'un nuage électronique.

La quantification de la charge

Les particules ont des propriétés intrinsèques : chaque particule a une masse bien définie et une charge électrique (voir le tableau 1.1). Le neutron est neutre, il n'a pas de charge électrique. Selon la convention de Franklin, le proton a une charge positive et l'électron, une charge négative. On a déterminé, grâce à des mesures très précises, que le proton et l'électron ont des charges opposées, dont la valeur absolue est égale. La charge du proton est appelée la *charge élémentaire*, et elle est représentée par e . La charge de l'électron est alors $-e$. Dans le SI, la charge se mesure en coulombs (C) (nous verrons plus tard de quelle façon est définie cette unité). Dans ce système d'unités, la valeur de la charge élémentaire est

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}. \quad (1.1)$$

Il existe d'autres particules subatomiques dans l'Univers. Diverses expériences ont montré que la charge est quantifiée.

❸ La charge de toute particule est égale à un multiple entier de la charge élémentaire.

TABLEAU 1.1

La masse et la charge des constituants de l'atome

Particule	Masse (kg)	Charge
Électron	$9,109 \times 10^{-31}$	$-e$
Proton	$1,673 \times 10^{-27}$	$+e$
Neutron	$1,675 \times 10^{-27}$	0

Quantification de la charge

Si on représente par q la charge d'une particule, alors $q = Ne$, où N est un entier positif, négatif ou nul*.

* Nous verrons au tome 3 que les protons et les neutrons sont constitués de particules appelées *quarks*, qui peuvent avoir une charge $+2e/3$ ou $-e/3$. Cependant, ces particules élémentaires sont toujours regroupées pour former des particules ayant une charge égale à un multiple entier de la charge élémentaire.

La matière qui nous entoure est formée d'atomes. Les atomes neutres possèdent autant d'électrons que de protons. Les expériences de la section 1.1 doivent être expliquées en fonction des électrons et des protons. Si un objet possède N_p protons et N_e électrons, alors sa charge nette est

$$q = N_p e + N_e (-e) = (N_p - N_e)e. \quad (1.2)$$

Un objet devient chargé lorsqu'il acquiert ou cède des électrons. En effet, les protons sont liés très fortement dans les noyaux. Cependant, certains des électrons peuvent être arrachés d'un atome. C'est l'*ionisation*. L'atome devient alors un *ion positif*. Certains atomes peuvent aussi accueillir un électron supplémentaire et devenir un *ion négatif*.

On obtient les possibilités suivantes :

- $N_e = N_p$: la charge nette de l'objet est nulle, car celui-ci a autant de protons que d'électrons. On dit alors que l'objet est neutre.
- $N_e < N_p$: la charge nette de l'objet est positive, car celui-ci possède moins d'électrons que de protons. On dit que l'objet est chargé positivement.
- $N_e > N_p$: la charge nette de l'objet est négative, car celui-ci possède plus d'électrons que de protons. On dit que l'objet est chargé négativement.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 1.1

On frotte un ballon de fête contre des cheveux. Les cheveux deviennent chargés positivement, et le ballon devient chargé négativement. Lequel des énoncés suivants est vrai ?

- (i) Le frottement entre les cheveux et le ballon crée des électrons sur le ballon et des protons sur les cheveux.
- (ii) Le frottement entre les cheveux et le ballon entraîne un transfert de protons du ballon vers les cheveux.
- (iii) Le frottement entre les cheveux et le ballon entraîne un transfert d'électrons du ballon vers les cheveux.
- (iv) Le frottement entre les cheveux et le ballon entraîne un transfert d'électrons des cheveux vers le ballon.
- (v) Le frottement entre les cheveux et le ballon entraîne un transfert de protons des cheveux vers le ballon.

La conservation de la charge

Outre le fait d'être quantifiée, une autre propriété de la charge électrique est qu'elle est conservée :

Principe de conservation de la charge

- ➊ La charge électrique ne peut pas être créée ni détruite. La charge nette d'un système fermé doit demeurer constante.

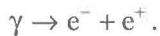
Les expériences précédentes font intervenir l'échange d'électrons entre les objets. Le principe de conservation de la charge est plus général. Certaines particules subatomiques sont instables et se désintègrent. Par exemple, le neutron

libre se transforme en proton, en émettant un électron et un neutrino (une particule subatomique de très faible masse et de charge nulle) :



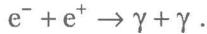
Par convention, on place en exposant la charge des particules, exprimée en fonction de la charge élémentaire. Dans la désintégration précédente, la charge électrique initiale est nulle et la charge électrique finale est nulle. La charge est bien conservée.

Il est aussi possible de créer des particules dans les grands accélérateurs de particules en convertissant de l'énergie en masse (selon la célèbre équation d'Einstein $E_0 = mc^2$). Cependant, lorsqu'on crée une particule de charge négative, une particule de charge positive est créée en même temps. La *création de paires* consiste par exemple à produire un électron (e^-) et un *positron* (e^+) à partir d'un rayon gamma (γ) de haute énergie :



Le positron (aussi appelé *positon*) est l'antiparticule de l'électron, une particule ayant la même masse que l'électron, mais une charge $+e$. Le rayon gamma a une charge nulle. Il se transforme en deux particules, de telle sorte que la somme des charges électriques est égale à zéro.

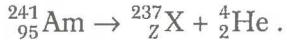
La transformation inverse de la création de paires est l'*annihilation* : lorsqu'un électron et un positron se rencontrent, ils disparaissent en produisant deux rayons gamma :



Dans ce cas aussi, la charge est conservée.

EXEMPLE I.I La radioactivité d'un détecteur de fumée

Les détecteurs de fumée possèdent habituellement un élément radioactif, l'américium. Les noyaux de l'isotope utilisé contiennent 95 protons et 146 neutrons. Un noyau se désintègre de la façon suivante :



Selon la notation utilisée en physique nucléaire, l'indice du bas représente le nombre de protons et l'indice du haut, le nombre de nucléons d'un noyau, c'est-à-dire la somme du nombre de protons et du nombre de neutrons. Quel est l'isotope $^{237}_Z\text{X}$?

SOLUTION

Décortiquer le problème

Dans l'équation de désintégration de l'énoncé, les indices inférieurs représentent la charge des noyaux correspondants, exprimés en fonction de la charge élémentaire, car chaque proton a une charge $q = +e$.

Connues	Inconnue
$q_i = 95e$	$q_f = Ze + 2e$

$^{237}_Z\text{X}$

Identifier la clé

La **clé** est la conservation de la charge électrique :

$$q_i = q_f. \quad (i)$$

Résoudre le problème

Nous trouvons la charge de l'isotope X :

$$95e = Ze + 2e \Rightarrow Z = 93.$$

Selon le tableau périodique de l'annexe G, l'élément qui possède 93 protons est le neptunium. Donc, l'isotope cherché est

$$^{237}_Z\text{X} = ^{237}_{93}\text{Np}. \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Nous répondons bien à la question en trouvant l'isotope recherché.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 1.2

Les situations suivantes présentent des réactions entre particules subatomiques. On place en exposant la charge de la particule, en fonction de la charge élémentaire. Donnez la charge de la particule sans exposant dans chacune des réactions.

- $\pi^- + p^+ \rightarrow \Lambda + K^0$
- $\pi^+ + p^+ \rightarrow \Sigma + K^+$
- $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}$
- $\Delta \rightarrow p^+ + \pi^+$

TABLEAU 1.2

Une série triboélectrique: lorsqu'on met en contact deux matériaux neutres, le matériau situé plus haut dans le tableau devient chargé positivement et le matériau situé plus bas devient chargé négativement.

Fourrure de lapin
Verre
Cheveux
Nylon
Laine
Fourrure de chat
Coton
Soie
Polyester
Polyvinylchloré (PVC)
Polyéthylène
Caoutchouc
Teflon

La triboélectricité

Les expériences 2 à 5 ont permis d'obtenir des objets chargés en frottant deux objets l'un sur l'autre. La *triboélectricité* consiste à mettre en contact deux objets pour qu'ils deviennent chargés, par l'échange d'électrons entre eux, l'un positivement et l'autre négativement. Le frottement augmente le nombre d'électrons transférés puisque la surface de contact entre les deux objets est plus grande. Si on frotte une tige de plastique avec de la laine, des électrons sont transférés de la laine au plastique; la laine devient chargée positivement et le plastique devient chargé négativement. De la même façon, lorsqu'on frotte une tige de verre avec de la soie, il y a transfert d'électrons du verre à la soie. La soie devient chargée négativement, et le verre devient chargé positivement. Les expériences 2 à 5 montrent alors que les objets dont la charge est de signe opposé s'attirent, et que les objets dont la charge est de même signe se repoussent.

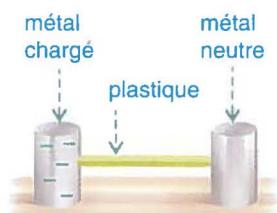
Il est possible d'utiliser différents matériaux pour obtenir des objets chargés. Certains matériaux ont tendance à donner des électrons, alors que d'autres ont tendance à recevoir des électrons. On peut obtenir une *série triboélectrique* en classant les matériaux selon leur affinité à donner des électrons. Le tableau 1.2 offre un exemple d'une série triboélectrique: lorsqu'on frotte deux matériaux de cette série, le matériau qui est situé plus haut dans le tableau devient chargé positivement (il perd des électrons), et le matériau situé plus bas devient chargé négativement (il gagne des électrons).

1.3 Les isolants et les conducteurs

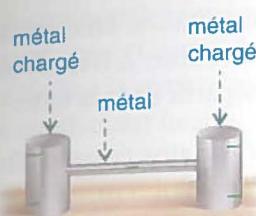
Les prochaines expériences démontrent qu'on peut séparer les matériaux en deux types: les conducteurs et les isolants.



Expérience 6: Une tige de plastique chargée négativement est mise en contact avec un cylindre métallique. Le cylindre devient chargé négativement.



Expérience 7: On place une tige de plastique neutre entre le cylindre chargé à l'expérience 6 et un autre cylindre métallique. Le deuxième cylindre métallique reste neutre.



Expérience 8: On place une tige métallique entre le cylindre chargé à l'expérience 6 et un autre cylindre métallique neutre. Le deuxième cylindre devient chargé négativement.

Dans l'expérience 6, le contact entre la tige et le cylindre permet le transfert d'une partie de la charge négative de la tige vers le cylindre. Une partie des électrons se déplacent de la tige vers le cylindre. Cette expérience montre qu'il est possible de charger un objet en le mettant en contact avec un objet déjà chargé.

Les expériences 7 et 8 montrent la différence entre un conducteur et un isolant. Le plastique est un *isolant*. La charge ne se déplace pas dans la tige de plastique de l'expérience 7, car les électrons du plastique sont liés fortement à leur atome. Ils ne peuvent pas se déplacer hors de l'atome, comme le montre la figure 1.3. Le verre et le caoutchouc sont aussi des isolants.

La tige de métal de l'expérience 8 permet à de la charge de circuler du cylindre de gauche au cylindre de droite. Les métaux sont des *conducteurs*. Lorsque les atomes d'un métal sont liés dans un réseau cristallin, les nuages électroniques se superposent, et les électrons de valence sont partagés parmi tous les atomes du métal. Ces électrons, qu'on appelle les *électrons de conduction*, peuvent se déplacer presque librement dans tout le métal, comme le montre la figure 1.4. En plaçant une tige métallique entre le cylindre chargé et le cylindre neutre, on permet aux électrons de se déplacer dans les trois conducteurs (qui n'en forment alors qu'un seul). On obtient une situation d'équilibre lorsque la charge est répartie entre les conducteurs.

REMARQUE

On pourrait croire, en observant l'expérience 8, que les électrons du cylindre chargé se déplacent de la gauche vers la droite jusqu'au deuxième cylindre. Ce n'est pas le cas. En fait, tous les électrons de conduction se déplacent très légèrement, en exerçant une force électrique répulsive sur les autres électrons. La situation d'équilibre est donc atteinte très rapidement.

L'air conduit légèrement, surtout s'il est humide. Un objet chargé va perdre sa charge graduellement en la partageant avec l'air. Il est possible de décharger un objet en le mettant en contact avec le sol, comme l'illustre la figure 1.5. C'est ce qu'on appelle une *mise à la terre*. Le sol n'est pas aussi bon conducteur qu'un métal,

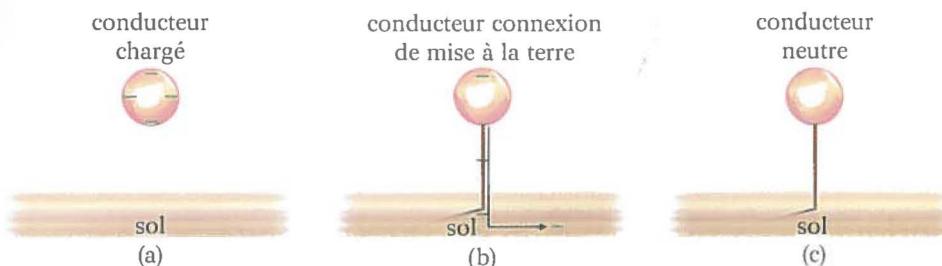


FIGURE 1.5

(a) Un conducteur chargé, avec la charge distribuée sur sa surface. (b) Le conducteur est relié au sol à l'aide d'un fil conducteur. La charge se déplace dans le sol. (c) Le conducteur devient neutre après un très petit intervalle de temps.

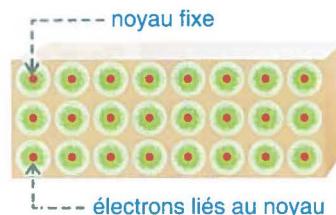


FIGURE 1.3

Dans un isolant, tous les électrons sont fortement liés à un atome particulier, et les nuages électroniques ne se superposent pas.

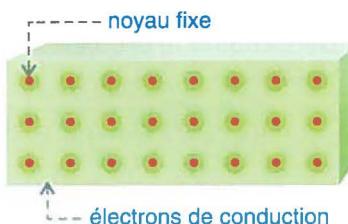


FIGURE 1.4

Dans un conducteur, les nuages électroniques se superposent, et les électrons de conduction sont partagés entre les atomes. Ils peuvent se déplacer dans tout le métal.

mais il peut contenir une grande quantité de charges supplémentaires. En mettant un objet à la terre, celui-ci partage ses électrons avec le sol en entier. À l'équilibre, l'objet devient neutre, car les charges excédentaires vont se répartir dans la terre.

Il est important de mettre à la terre certains appareils et certains circuits afin d'empêcher qu'une charge excédentaire s'accumule sur l'appareil. On verra au chapitre 4 qu'un excès de charge produit une *différence de potentiel électrique* entre l'objet et la terre. La troisième connexion d'une prise de courant est la mise à la terre. Cette fiche est souvent reliée à un élément de plomberie métallique qui est en contact avec le sol. Pour indiquer une mise à la terre, on utilise habituellement le symbole --- .

EXEMPLE 1.2 Deux sphères conductrices en contact

Deux sphères conductrices sont identiques : elles ont le même rayon. La première sphère porte une charge de $6,0 \text{ nC}$ et la deuxième, une charge de $-9,0 \text{ nC}$. Les deux sphères sont rapprochées jusqu'à ce qu'elles se touchent, puis elles sont éloignées. Quelle est la charge de chaque sphère après qu'elles ont été éloignées l'une de l'autre ?

SOLUTION

Illustrer la situation

La figure 1.6 illustre l'état initial, lorsque les sphères sont en contact et l'état final.

Décortiquer le problème

Connues	Inconnues
$q_{1i} = 6,0 \text{ nC}$ $q_{2i} = -9,0 \text{ nC}$	q_{1f} q_{2f}

En plaçant les sphères conductrices en contact, cela permet à la charge de se déplacer d'une sphère à l'autre. À l'équilibre, chaque sphère doit avoir la même charge, car les sphères sont identiques. Donc,

$$q_{1f} = q_{2f}. \quad (\text{i})$$

Identifier la clé

La **clé** est la conservation de la charge :

$$q_{1i} + q_{2i} = q_{1f} + q_{2f}. \quad (\text{ii})$$

Résoudre le problème

En insérant l'équation (i) dans l'équation (ii) et en isolant q_{1f} , nous obtenons

$$\begin{aligned} q_{1i} + q_{2i} &= 2q_{1f} \Rightarrow q_{1f} = \frac{q_{1i} + q_{2i}}{2} \\ q_{1f} &= \frac{6,0 \text{ nC} - 9,0 \text{ nC}}{2} = -1,5 \text{ nC} \\ q_{2f} &= q_{1f} = -1,5 \text{ nC}. \end{aligned} \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

La charge sur chaque sphère doit être négative, car, au départ, la charge nette du système est négative.

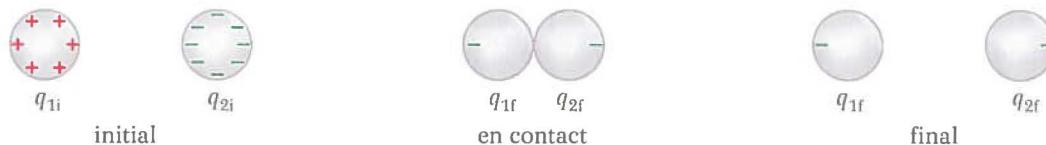


FIGURE 1.6

Le schéma de la situation pour l'exemple 1.2

L'induction électrique dans les conducteurs

Jusqu'à présent, nous avons observé la force électrique entre deux objets chargés. Peut-on observer une force entre un objet chargé et un objet neutre ? La figure 1.7a montre l'effet obtenu lorsqu'on approche un objet chargé positivement d'un conducteur neutre. Des électrons de ce dernier seront attirés par la

charge positive située à gauche et ils vont s'accumuler sur la surface gauche du conducteur. Comme le conducteur est neutre, il y aura des ions positifs excédentaires sur la surface opposée. Une séparation de la charge se produit donc dans le conducteur neutre. C'est de l'*induction électrique*.

Le conducteur subit deux forces de sens opposés: la force attractive sur les charges négatives et la force répulsive sur les charges positives. Étant donné que les charges négatives sont plus rapprochées de la tige chargée, la force attractive a un plus grand module que la force répulsive, ce qui fait que la force résultante sur le conducteur est attractive. Si on approche plutôt une tige chargée négativement du conducteur, comme le montre la figure 1.7b, on obtient aussi une force attractive. Cette fois-ci, les électrons de conduction du conducteur sont repoussés vers la surface la plus éloignée, en laissant des ions positifs sur la surface du conducteur du côté de la tige. Il y a encore deux forces et à nouveau, la force attractive a un module plus grand, car cette force s'exerce sur des charges plus rapprochées de la tige.

L'induction électrique permet de charger un conducteur en utilisant une mise à la terre. La figure 1.8 montre les étapes à suivre:

- 1^o On approche un objet chargé d'un conducteur mis à la terre. Cela induit une charge sur le conducteur de signe opposé à la charge de l'objet.
- 2^o On enlève la mise à la terre pendant que l'objet chargé est gardé près du conducteur.
- 3^o On éloigne finalement l'objet chargé. Le conducteur a maintenant une charge nette opposée à la charge de l'objet utilisé.

L'ordre des étapes est important. Si on éloigne l'objet chargé avant de couper la mise à la terre, le conducteur va alors redevenir neutre, la terre fournissant la charge nécessaire pour annuler celle qui est déjà présente sur le conducteur.



L'électroscopie

L'*électroscopie* est un appareil simple permettant d'observer la charge électrique. Il est constitué de deux feuillets d'or ou d'aluminium dans un boîtier, reliés par une tige conductrice à une sphère conductrice extérieure (*voir la figure 1.9*). Lorsqu'on approche un objet chargé négativement de la sphère (*voir la figure 1.10a*), les électrons de l'électroscopie sont poussés vers les feuillets et ceux-ci deviennent chargés négativement par induction électrique; les feuillets se repoussent. Si on

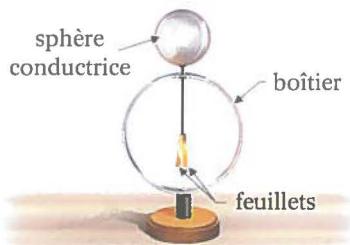


FIGURE 1.9

Un électroscopie à feuille

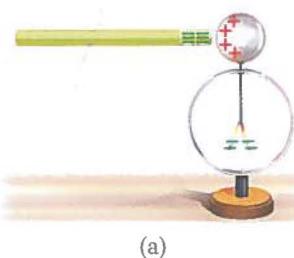


FIGURE 1.10

(a) On approche un objet négatif; (b) on approche un objet positif; dans les deux cas, les feuillets de l'électroscopie se repoussent.

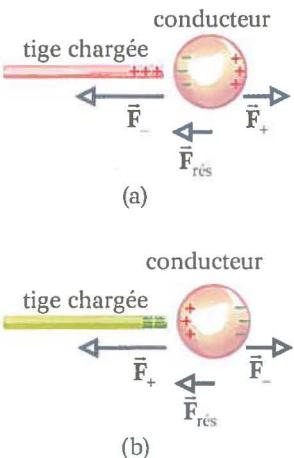
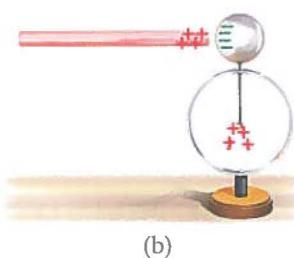


FIGURE 1.7

L'induction électrique produit une force résultante attractive sur le conducteur.

FIGURE 1.8

Les trois étapes pour charger un conducteur par induction



approche plutôt un objet chargé positivement (*voir la figure 1.10b*), les électrons se dirigent cette fois-ci vers la sphère. Les feuillets sont chargés positivement et ils vont aussi se repousser. L'électroscopie n'indique pas le signe de la charge dans cette utilisation.

Pour connaître le signe de la charge portée par un objet, on doit d'abord charger l'électroscopie avec une charge de signe connu, comme le montre la figure 1.11a où l'électroscopie est chargé négativement. Les feuillets se repoussent et forment un angle initial θ_i . Si on approche un objet chargé négativement, comme à la figure 1.11b, les électrons de l'électroscopie sont poussés vers les feuillets. La force de répulsion est plus grande et les feuillets forment un angle $\theta_f > \theta_i$. Si au contraire on approche un objet positif, comme à la figure 1.11c, alors des électrons sont attirés vers la sphère, en laissant moins d'électrons sur les feuillets. Les feuillets se repoussent moins et forment un angle $\theta_f < \theta_i$.

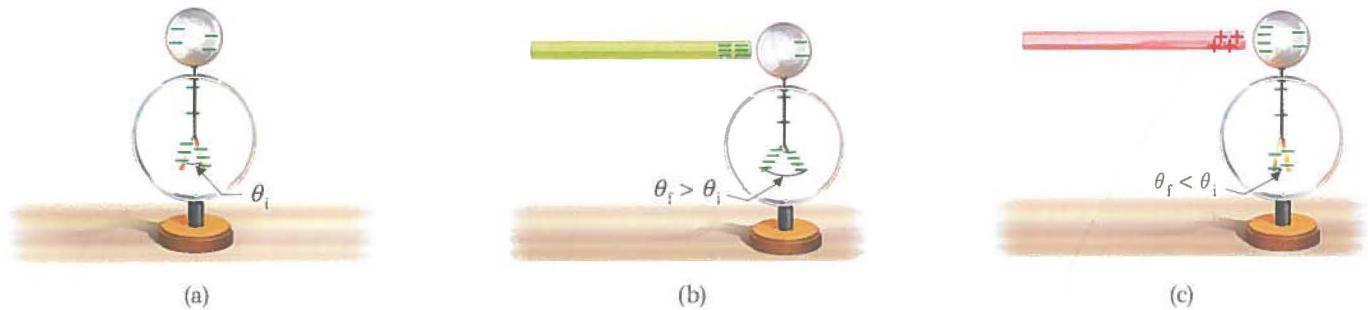


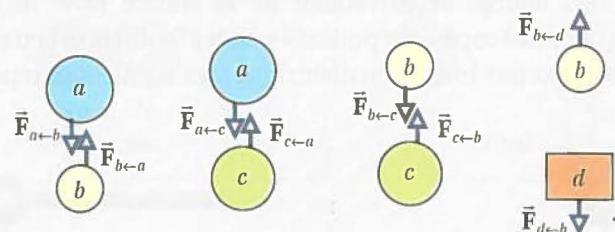
FIGURE 1.11

(a) L'électroscopie initialement chargé permet de connaître la charge d'un objet, (b) qu'il soit chargé négativement ou (c) qu'il soit chargé positivement.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 1.3

La figure ci-dessous illustre quatre objets et leurs interactions. L'objet *a* est un morceau de plastique chargé négativement, et l'objet *b* est un morceau de verre chargé positivement.

- Quel est le signe de la charge des autres objets ?
- L'interaction entre *a* et *d* est-elle attractive ou répulsive ?
- L'interaction entre *c* et *d* est-elle attractive ou répulsive ?



La polarisation dans les isolants

Défi animé 1.1
Un objet chargé peut-il être attiré par un objet neutre ?

La force électrique s'exerce aussi entre un objet chargé et un isolant neutre. C'est le cas lorsqu'un morceau de plastique frotté avec de la laine attire de petits bouts de papier, ou lorsqu'un ballon de fête qui a été frotté sur des cheveux reste collé au mur. Dans ce cas, le ballon est chargé, mais le mur est neutre. Cette force s'exerce même si les électrons du mur restent liés aux atomes.

Regardons d'abord en détail les forces qui s'exercent sur un atome qui se trouve près d'une charge négative extérieure, comme le montre la figure 1.12.

Le noyau positif subit une force vers la gauche, et les électrons formant le nuage électronique subissent une force vers la droite. En conséquence, le nuage électronique va se déplacer très légèrement vers la droite. Le centre de ce nuage ne correspond plus au centre du noyau (la figure est exagérée pour faciliter la visualisation). Il y a une séparation de charge. L'atome est équivalent à deux charges opposées séparées par une petite distance, ce qu'on appelle un *dipôle électrique*. L'atome est *polarisé*. L'atome subit alors une légère force résultante vers la charge extérieure.

Revenons à l'exemple du ballon de fête qu'on approche d'un mur. Le ballon ayant été frotté sur des cheveux, il devient chargé négativement. Si on le place contre un mur, cela polarise les atomes près de la surface du mur, de telle sorte que la distance entre les noyaux positifs et le ballon est plus faible que la distance entre les nuages électroniques et le ballon (voir la figure 1.13). Il y a une petite force attractive entre le mur et le ballon.

1.4 La loi de Coulomb

Les expériences de la section 1.1 ont montré que les objets chargés exercent une force électrique les uns sur les autres. Cette force est attractive lorsque les charges sont de signes opposés, et elle est répulsive lorsque les charges sont de même signe. De plus, le module de cette force augmente si on augmente la valeur des charges ou si on diminue la distance entre les objets.

La relation entre la quantité de charge, la distance et la force a été découverte par le physicien et ingénieur français Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) (voir la figure 1.14). Coulomb a découvert que, pour deux charges ponctuelles immobiles, le module de la force est proportionnel au produit des charges et inversement proportionnel au carré de la distance entre les charges.

Prenons deux charges ponctuelles q_1 et q_2 immobiles séparées par une distance r , comme le montre la figure 1.15. La charge q_1 subit une force $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ exercée par la charge q_2 , et la charge q_2 subit une force $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$ exercée par la charge q_1 . Les forces $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ et $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$ forment une paire action-réaction : elles ont le même module et des orientations opposées. Selon la découverte de Coulomb, le module est

$$F_{1 \leftarrow 2} = F_{2 \leftarrow 1} = \left| \frac{k q_1 q_2}{r^2} \right|,$$

où on insère une valeur absolue, car le module d'une force est toujours positif alors que les charges peuvent être positives ou négatives.

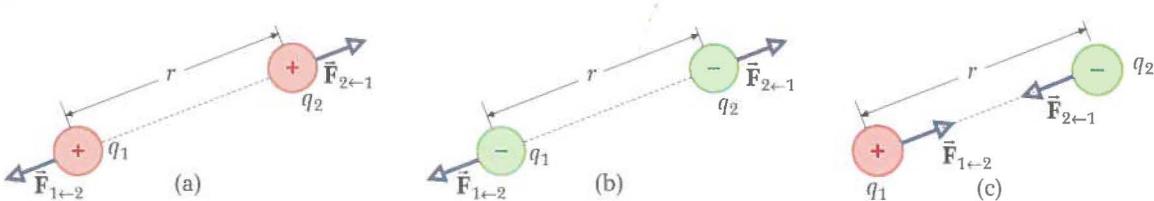


FIGURE 1.15

(a) Deux charges positives se repoussent; (b) deux charges négatives se repoussent; (c) deux charges opposées s'attirent.



FIGURE 1.12

La charge négative extérieure polarise l'atome et exerce une force résultante attractive.

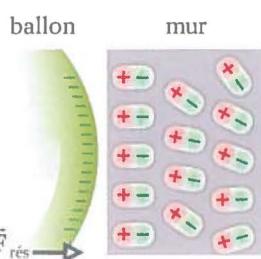


FIGURE 1.13

La polarisation des atomes du mur est responsable de l'attraction entre le mur et le ballon de fête.



FIGURE 1.14

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), physicien et ingénieur français

Dans le système international, la charge est mesurée en coulombs (C). Le coulomb est défini à partir de l'unité du courant électrique, l'ampère, notion qui sera abordée au chapitre 6. La constante de proportionnalité k est appelée la *constante de Coulomb* et sa valeur est:

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2. \quad (1.3)$$

La théorie de l'électromagnétisme repose sur l'étude des champs électriques et des champs magnétiques et non sur les forces. Les équations fondamentales du champ électrique sont plus simples lorsqu'on utilise une constante ϵ_0 , appelée la *constante électrique ou la permittivité du vide*:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2). \quad (1.4)$$

La valeur précise de cette constante est donnée à l'annexe B.

Il est donc possible de calculer le module de la force électrique à l'aide des équations équivalentes suivantes:

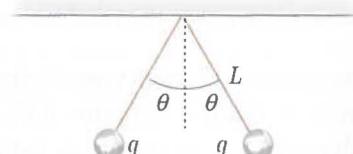
$$F_{1 \leftarrow 2} = F_{2 \leftarrow 1} = \left| \frac{kq_1 q_2}{r^2} \right| = \left| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \right|. \quad (1.5)$$

REMARQUE

La loi de Coulomb est similaire à la loi de la gravitation universelle de Newton. La force gravitationnelle et la force électrique dépendent toutes les deux de l'inverse de la distance au carré.

EXEMPLE 1.3 Des conducteurs suspendus

Deux petites sphères conductrices sont suspendues à l'aide de ficelles non conductrices de longueur $L = 30,0 \text{ cm}$. Chaque sphère a une masse de 100 g . Lorsque les sphères portent chacune une charge q , elles se repoussent de telle sorte que l'angle entre chaque ficelle et la verticale est $\theta = 1,20^\circ$, comme le montre la figure ci-contre. Calculez la charge q .



SOLUTION

Illustrer la situation

Nous traçons le diagramme des forces sur la sphère de droite à la figure 1.16. Les sphères ont des charges identiques : elles se repoussent.

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$L = 0,300 \text{ m}$	$m = 0,100 \text{ kg}$
$\theta = 1,20^\circ$	q

Le système est en équilibre. Nous obtenons la distance entre les charges à l'aide du schéma :

$$\sin \theta = \frac{r/2}{L} = \frac{r}{2L}$$

$$\Rightarrow r = 2L \sin \theta = 2 \times 0,300 \text{ m} \sin(1,20^\circ) = 0,0126 \text{ m}. \quad (i)$$

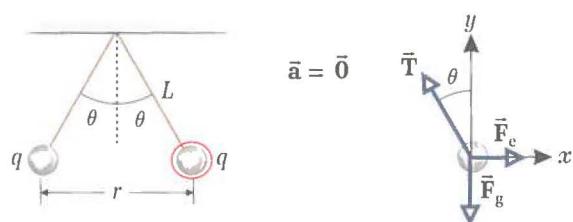


FIGURE 1.16

Le diagramme des forces pour la sphère de droite

Identifier la clé

La première **clé** est la première loi de Newton, car la sphère est en équilibre :

$$\sum F_x = -T \sin \theta + F_e = 0 \quad (\text{ii})$$

$$\sum F_y = T \cos \theta - mg = 0. \quad (\text{iii})$$

La deuxième **clé** est la loi de Coulomb. Le module de la force électrique est donné par l'équation 1.5 :

$$F_e = \left| \frac{kq_1 q_2}{r^2} \right| = \frac{kq^2}{r^2}. \quad (\text{iv})$$

Résoudre le problème

Nous isolons d'abord T dans l'équation (iii) :

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}.$$

Nous insérons ce résultat ainsi que l'équation (iv) dans l'équation (ii) :

$$-mg \tan \theta + \frac{kq^2}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow q = \pm \sqrt{\frac{r^2 mg \tan \theta}{k}}$$

$$q = \pm \sqrt{\frac{(0,0126)^2 \times 0,100 \times 9,81 \tan(1,20^\circ)}{8,99 \times 10^9}}$$

$$= \pm 1,90 \times 10^{-8} \text{ C} = \pm 19,0 \text{ nC}. \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Les deux réponses sont valides. Les sphères peuvent avoir chacune une charge positive ou chacune une charge négative, car, dans les deux cas, les deux sphères vont se repousser.

La forme vectorielle de la loi de Coulomb

Pour obtenir l'orientation de la force, on se base sur le fait que la force est attractive dans le cas de charges de signes opposés et qu'elle est répulsive dans le cas de charges de même signe. Ceci peut être écrit de façon algébrique en tenant compte des signes des charges : la multiplication de deux charges de même signe implique que $q_1 q_2 > 0$, alors que la multiplication de charges de signes opposés implique que $q_1 q_2 < 0$. On ajoute ensuite un vecteur unitaire comme on l'a fait au chapitre 13 du tome 1 dans le cas de la force gravitationnelle. Pour calculer la force $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$, exercée sur la charge q_1 par la charge q_2 , on a recours au vecteur unitaire $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$, orienté de q_2 (l'agent) vers q_1 (l'objet), comme l'illustre la figure 1.17. Avec ce vecteur unitaire, la force exercée sur la charge q_1 par q_2 est

$$\vec{F}_{1 \leftarrow 2} = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1}. \quad (1.6) \quad \text{Loi de Coulomb}$$

La figure 1.17 à la page suivante montre les trois possibilités en fonction des signes de q_1 et de q_2 .

- Lorsque les deux charges sont positives, $q_1 q_2 > 0$. La force est répulsive, c'est-à-dire que $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ a le même sens que le vecteur unitaire $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ (*voir la figure 1.17a, à la page suivante*).
- Lorsque les deux charges sont négatives, $q_1 q_2 > 0$. La force est répulsive, c'est-à-dire que $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ a le même sens que $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ (*voir la figure 1.17b, à la page suivante*).
- Lorsque les charges sont de signes opposés, $q_1 q_2 < 0$. La force est attractive, c'est-à-dire que $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ est de sens opposé à $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ (*voir la figure 1.17c, à la page suivante*).

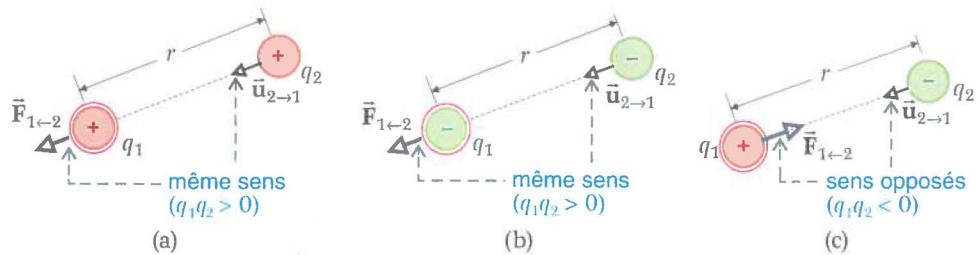


FIGURE 1.17

La relation entre le vecteur unitaire $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ et la force $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$ dans les différentes situations

MISE EN GARDE

Dans l'équation 1.6, il n'y a pas de valeur absolue. Cette équation donne la force électrique exercée sur une charge, y compris l'orientation. Le signe des charges est important pour donner le sens de la force en fonction du vecteur unitaire.

Le vecteur unitaire

Pour calculer le vecteur $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$, nous considérons d'abord le vecteur déplacement $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$, orienté de la charge 2 (l'agent) vers la charge 1 (l'objet, qui est encerclé en rouge). Ce vecteur s'exprime en fonction de vecteurs position \vec{r}_1 et \vec{r}_2 . Comme l'indique la figure 1.18a, les vecteurs $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$, \vec{r}_1 et \vec{r}_2 forment un triangle, ce qui implique qu'ils sont reliés par une somme vectorielle:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_{2 \rightarrow 1}.$$

En isolant $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$, on obtient

$$\vec{r}_{2 \rightarrow 1} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2. \quad (1.7)$$

Il est aussi possible d'exprimer le vecteur $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ en fonction de ses composantes cartésiennes, comme l'illustre la figure 1.18b:

$$\vec{r}_{2 \rightarrow 1} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k} \quad (1.8)$$

$$= (x_1 - x_2) \vec{i} + (y_1 - y_2) \vec{j} + (z_1 - z_2) \vec{k}. \quad (1.9)$$

On calcule finalement le vecteur unitaire en divisant le vecteur $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ par son module:

$$\vec{u}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\vec{r}_{2 \rightarrow 1}}{r} = \frac{\Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}}. \quad (1.10)$$

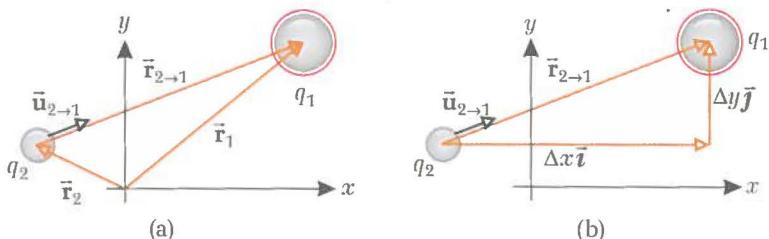


FIGURE 1.18

(a) Le vecteur $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ en fonction de \vec{r}_1 et de \vec{r}_2 . (b) Le vecteur $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ décomposé selon ses composantes cartésiennes.

MISE EN GARDE

Le vecteur $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ est un vecteur déplacement. En général, le vecteur déplacement $\vec{r}_{i \rightarrow f}$ se calcule de façon vectorielle en soustrayant la position initiale de la position finale c'est-à-dire $\vec{r}_{i \rightarrow f} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 1.4

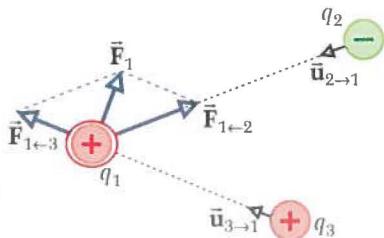
Une charge q_1 est située à la position $\vec{r}_1 = 2,0\vec{i}$ cm, et une charge q_2 est située à la position $\vec{r}_2 = (7,0\vec{i} + 4,0\vec{j})$ cm.

- Calculez $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$ et $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$.
- Calculez $\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$ et $\vec{u}_{1 \rightarrow 2}$.

Le principe de superposition

Lorsque plusieurs charges exercent une force sur une charge q_1 , la force électrique résultante est obtenue à l'aide du *principe de superposition*: comme le montre la figure 1.19, on calcule la somme vectorielle des forces exercées sur q_1 :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1 \leftarrow 2} + \vec{F}_{1 \leftarrow 3} + \dots \quad (1.11) \quad \text{Principe de superposition}$$

**FIGURE 1.19**

La force résultante exercée sur q_1 est la somme vectorielle des forces appliquées sur cette charge.

EXEMPLE 1.4 Une charge à l'équilibre

Une charge $q_1 = -3,0 \text{ nC}$ est placée à l'origine d'un système de coordonnées cartésiennes.

Une deuxième charge $q_2 = 1,5 \text{ nC}$ est placée sur l'axe des x , à 25,0 cm à droite de q_1 .

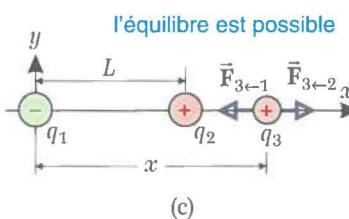
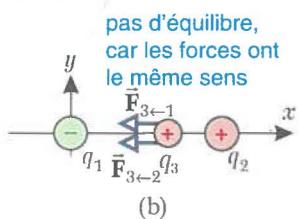
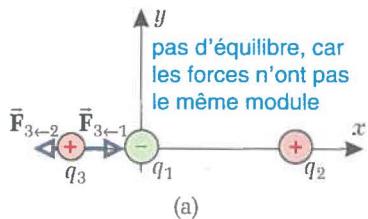
À quelle position faut-il placer une troisième charge pour qu'elle soit à l'équilibre ?

SOLUTION**Illustrer la situation**

La figure 1.20 illustre le schéma de la situation pour trois endroits possibles où placer q_3 : à gauche de q_1 (voir la figure 1.20a), entre les deux charges (voir la figure 1.20b) ou à droite de q_2 (voir la figure 1.20c).

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$q_1 = -3,0 \text{ nC}$	$q_2 = 1,5 \text{ nC}$
$L = 0,250 \text{ m}$	x

**FIGURE 1.20**

Les positions sur l'axe des x pour q_3

Nous ne pouvons obtenir de situation d'équilibre ailleurs que sur l'axe des x , car, pour les autres points, les forces $\bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 1}$ et $\bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 2}$ ne sont pas parallèles. La force résultante ne peut donc être nulle si q_3 est placée ailleurs que sur l'axe des x .

Identifier la clé

La **clé** est que q_3 est en équilibre si elle subit une force résultante nulle :

$$\bar{\mathbf{F}}_{\text{rés}} = \bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 1} + \bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 2} = \bar{0}. \quad (\text{i})$$

Il faut donc que les deux forces aient le même module et des sens opposés. Ceci est impossible dans la situation de la figure 1.20a car, dans ce cas, le module de $\bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 1}$ est toujours plus grand que le module de $\bar{\mathbf{F}}_{3 \leftarrow 2}$. En effet, les modules des forces sont dans cette région :

$$F_{3 \leftarrow 1} = \left| \frac{kq_1 q_3}{r_{13}^2} \right|$$

$$F_{3 \leftarrow 2} = \left| \frac{kq_2 q_3}{r_{23}^2} \right|,$$

avec $|q_1| > |q_2|$ et $r_{13} < r_{23}$. Donc, pour $F_{3 \leftarrow 1}$, le numérateur est plus grand et le dénominateur est plus petit, ce qui donne nécessairement un nombre plus grand que pour $F_{3 \leftarrow 2}$. Il est également impossible d'obtenir l'équilibre dans la situation illustrée à la figure 1.20b, car les forces ont le même sens. Il reste à analyser la situation de la figure 1.20c.

La charge q_3 est placée à une position x , donc à une distance $x - L$ de q_2 . Nous calculons le module de chaque force à l'aide de l'équation 1.5. Nous obtenons

$$\left| \frac{kq_1 q_3}{x^2} \right| = \left| \frac{kq_2 q_3}{(x-L)^2} \right|. \quad (\text{ii})$$

Résoudre le problème

Nous remplaçons les valeurs, en simplifiant les termes qui apparaissent dans les deux membres de l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{3,0}{x^2} &= \frac{1,5}{(x-L)^2} \\ \Rightarrow 2,0 &= \left(\frac{x}{x-L} \right)^2. \end{aligned}$$

Nous calculons la racine carrée de chaque membre :

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-0,250} &= \sqrt{2,0} \\ x &= \sqrt{2,0}x - 0,250\sqrt{2,0} \\ \Rightarrow x(\sqrt{2,0}-1) &= 0,250\sqrt{2,0} \\ \Rightarrow x &= \frac{0,250\sqrt{2,0}}{\sqrt{2,0}-1} = 0,85 \text{ m}. \end{aligned}$$

(réponse)

Valider la réponse

Nous obtenons bien $x > L$, c'est-à-dire une position à droite de q_2 . Remarquez que nous avons gardé seulement la racine positive car, selon le schéma, nous devons avoir $x > L$, avec x et L des longueurs positives.

REMARQUE

La position d'équilibre se trouve toujours plus près de la charge dont la valeur absolue est plus petite. De plus, cette position ne dépend pas de la valeur de q_3 .

La méthode vectorielle

Lorsque des charges sont situées dans un plan, il est important de bien calculer l'orientation des forces et d'appliquer l'algèbre vectorielle pour trouver la force résultante exercée sur une particule. La stratégie suivante donne les étapes importantes pour résoudre les problèmes à l'aide d'une méthode vectorielle dans laquelle on emploie le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_{2 \rightarrow 1}$ et l'algèbre vectorielle.

La méthode vectorielle peut être utilisée dans les problèmes réels avec des charges situées dans l'espace en trois dimensions. Nous verrons aussi au chapitre 2 que cette méthode simplifie les calculs mathématiques dans le cas d'objets chargés qui ne sont pas ponctuels.

STRATÉGIE 1.1 La force électrique: méthode vectorielle

Illustrer la situation

Tracez un schéma de la situation en incluant l'objet et les agents. Encernez l'objet pour bien l'identifier. Tracez les vecteurs unitaires, orientés des agents vers l'objet. Tracez les forces électriques: la force est répulsive dans le cas de charges de même signe, et elle est attractive dans le cas de charges de signes opposés. Tracez un système de coordonnées cartésiennes.

Décortiquer le problème

Identifiez bien les quantités connues et inconnues. Calculez les vecteurs position $\vec{r}_{2 \rightarrow 1}$, $\vec{r}_{3 \rightarrow 1}$, ..., orientés des agents vers l'objet, et les vecteurs unitaires correspondants:

$$\vec{r}_{2 \rightarrow 1} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{u}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\vec{r}_{2 \rightarrow 1}}{r_{21}},$$

où r_{21} est la distance entre la charge q_1 et la charge q_2 .

Identifier les clés

La première **clé** est la loi de Coulomb:

$$\bar{F}_{1 \leftarrow 2} = \frac{k q_1 q_2}{r_{21}^2} \bar{u}_{2 \rightarrow 1}.$$

Cette **clé** permet de calculer la force électrique exercée sur l'objet par chacun des agents.

La deuxième **clé** est le principe de superposition:

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{1 \leftarrow 2} + \bar{F}_{1 \leftarrow 3} + \dots$$

Résoudre le problème

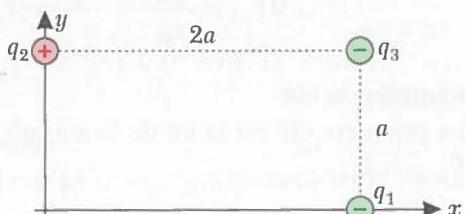
Remplacez les données connues dans les équations pour obtenir la quantité recherchée.

Valider la réponse

Vérifiez que les forces calculées sont conformes au schéma de la situation et que la réponse finale a du sens.

EXEMPLE 1.5 La force sur une charge: méthode vectorielle

Trois charges sont situées dans un plan, comme le montre la figure ci-contre. Les charges sont $q_1 = -1,80 \mu\text{C}$, $q_2 = 3,50 \mu\text{C}$ et $q_3 = -1,40 \mu\text{C}$. De plus, $a = 5,20 \text{ cm}$. Calculez la force résultante exercée sur la charge q_1 . Exprimez votre réponse en fonction du module et de l'orientation.



SOLUTION

Illustrer la situation

Le schéma de la situation est illustré à la figure 1.21 de la page suivante. Remarquez que les deux vecteurs unitaires sont orientés de q_2 vers q_1 et de q_3 vers q_1 respectivement, car l'objet est la charge q_1 .

Pour les forces, $\bar{F}_{1 \leftarrow 2}$ est orientée vers la charge q_2 , car q_1 et q_2 ont des signes opposés, alors que la force $\bar{F}_{1 \leftarrow 3}$ est vers le bas parce que les charges q_1 et q_3 ont le même signe.



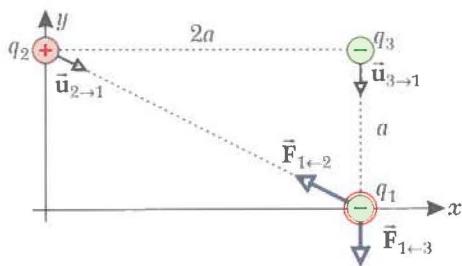


FIGURE 1.21

Le diagramme de la situation de l'exemple 1.5

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$q_1 = -1,80 \mu\text{C}$	$q_2 = 3,50 \mu\text{C}$
$q_3 = -1,40 \mu\text{C}$	\bar{F}_1
	$a = 0,0520 \text{ m}$

Le vecteur \bar{r}_{2-1} , qui va de q_2 vers q_1 , est un vecteur ayant une composante vers la droite et une composante vers le bas :

$$\bar{r}_{2-1} = 2a\bar{i} - a\bar{j}.$$

La distance entre q_2 et q_1 correspond au module de ce vecteur :

$$r_{21} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a. \quad (\text{i})$$

De même, le vecteur position \bar{r}_{3-1} est orienté vers le bas :

$$\bar{r}_{3-1} = -a\bar{j}.$$

La distance entre q_3 et q_1 est $r_{31} = a$. Nous calculons ensuite les vecteurs unitaires :

$$\bar{u}_{2-1} = \frac{\bar{r}_{2-1}}{r_{21}} = \frac{2a\bar{i} - a\bar{j}}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}}\bar{i} - \frac{1}{\sqrt{5}}\bar{j} \quad (\text{ii})$$

$$\bar{u}_{3-1} = \frac{\bar{r}_{3-1}}{r_{31}} = \frac{-a\bar{j}}{a} = -\bar{j}. \quad (\text{iii})$$

Identifier la clé

La première **clé** est la loi de Coulomb, pour calculer \bar{F}_{1-2} et \bar{F}_{1-3} :

$$\bar{F}_{1-2} = \frac{kq_1q_2}{r_{21}^2} \bar{u}_{2-1} = \frac{kq_1q_2}{5a^2} \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\bar{i} - \frac{1}{\sqrt{5}}\bar{j} \right) \quad (\text{iv})$$

$$\bar{F}_{1-3} = \frac{kq_1q_3}{r_{31}^2} \bar{u}_{3-1} = \frac{kq_1q_3}{a^2} (-\bar{j}). \quad (\text{v})$$

La deuxième **clé** est le principe de superposition :

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{1-2} + \bar{F}_{1-3}. \quad (\text{vi})$$

Résoudre le problème

Nous calculons les forces, en insérant les valeurs connues :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{1-2} &= (8,99 \times 10^9) \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\bar{i} - \frac{1}{\sqrt{5}}\bar{j} \right) \\ &\times \frac{(-1,80 \times 10^{-6})(3,50 \times 10^{-6})}{5(0,052)^2} \\ &= (-3,747\bar{i} + 1,873\bar{j}) \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_{1-3} &= (8,99 \times 10^9)(-\bar{j}) \\ &\times \frac{(-1,80 \times 10^{-6})(-1,40 \times 10^{-6})}{(0,052)^2} \\ &= -8,378\bar{j} \text{ N}. \end{aligned}$$

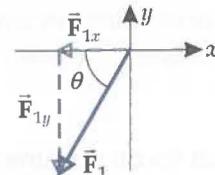
Nous insérons ensuite ces résultats dans l'équation (vi) :

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= (-3,747\bar{i} + 1,873\bar{j}) - 8,378\bar{j} \\ &= (-3,747\bar{i} - 6,505\bar{j}) \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{vi})$$

C'est la force que nous cherchons, mais notre travail n'est pas terminé. Nous devons exprimer le vecteur en fonction du module et de l'orientation, comme il est demandé dans l'énoncé de l'exemple. Nous calculons d'abord le module :

$$\begin{aligned} F_1 &= \sqrt{(F_{1x})^2 + (F_{1y})^2} \\ &= \sqrt{(-3,747)^2 + (-6,505)^2} = 7,51 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{vii})$$

Pour l'orientation, nous déplaçons le vecteur jusqu'à l'origine du système de coordonnées cartésiennes, comme l'illustre la figure ci-dessous.



Le vecteur a une composante x négative et une composante y négative. L'angle θ est

$$\theta = \arctan \left(\frac{|F_{1y}|}{|F_{1x}|} \right) = \arctan \left(\frac{6,505}{3,747} \right) = 60,1^\circ.$$

Donc, la force exercée sur la charge 1 est

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= 7,51 \text{ N} \\ &\text{à } 60,1^\circ \text{ au-dessous de la partie négative de l'axe des } x. \end{aligned}$$

(réponse)

Valider la réponse

Nous avons donné la force selon la forme désirée. L'orientation est conforme au schéma de la situation.

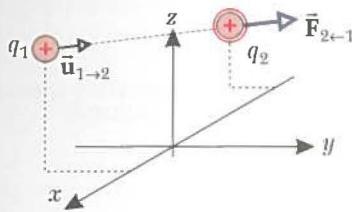
EXEMPLE 1.6 Deux charges dans l'espace

Une charge q_1 de $2,0 \mu\text{C}$ se trouve à la position $(2,0; -3,0; 5,0)$ cm. Une deuxième charge q_2 de $3,0 \mu\text{C}$ se trouve à la position $(-4,0; -2,0; 3,0)$ cm.

- Calculez la force exercée sur la charge 2 par la charge 1.
- Quel est le module de la force exercée sur la charge 2 par la charge 1 ?

SOLUTION**Illustrer la situation**

Il est plus difficile de visualiser la position des charges en trois dimensions. Nous illustrons la situation à la figure 1.22, en traçant des lignes parallèles aux axes pour nous aider.

**FIGURE 1.22**

Le schéma de la situation pour l'exemple 1.6

Décortiquer le problème

Connues	Inconnues
$q_1 = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$	$\bar{F}_{2 \leftarrow 1}$
$q_2 = 3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$	$F_{2 \leftarrow 1}$
$\bar{r}_1 = (0,020\bar{i} - 0,030\bar{j} + 0,050\bar{k}) \text{ m}$	
$\bar{r}_2 = (-0,040\bar{i} - 0,020\bar{j} + 0,030\bar{k}) \text{ m}$	

Pour résoudre un problème en trois dimensions, nous devons utiliser la méthode vectorielle. Nous calculons d'abord le vecteur déplacement, de q_1 vers q_2 :

$$\begin{aligned}\bar{r}_{1 \rightarrow 2} &= \bar{r}_2 - \bar{r}_1 \\ &= (x_2 - x_1)\bar{i} + (y_2 - y_1)\bar{j} + (z_2 - z_1)\bar{k} \\ &= (-0,040 - 0,020)\bar{i} + (-0,020 + 0,030)\bar{j} \\ &\quad + (0,030 - 0,050)\bar{k} \\ &= (-0,060\bar{i} + 0,010\bar{j} - 0,020\bar{k}) \text{ m.}\end{aligned}\quad (\text{i})$$

Le module de ce vecteur donne la distance entre les deux charges:

$$r_{12} = \sqrt{(0,060)^2 + (0,010)^2 + (0,020)^2} = 0,0640 \text{ m.} \quad (\text{ii})$$

Le vecteur unitaire se calcule en divisant le vecteur $\bar{r}_{1 \rightarrow 2}$ par son module:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{1 \rightarrow 2} &= \frac{\bar{r}_{1 \rightarrow 2}}{r_{12}} = \frac{-0,060}{0,064}\bar{i} + \frac{0,010}{0,064}\bar{j} + \frac{-0,020}{0,064}\bar{k} \\ &= -0,937\bar{i} + 0,156\bar{j} - 0,312\bar{k}. \quad (\text{iii})\end{aligned}$$

SOLUTION a.**Identifier la clé**

La **clé** est la loi de Coulomb:

$$\bar{F}_{2 \leftarrow 1} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} \bar{u}_{1 \rightarrow 2}. \quad (\text{iv})$$

Résoudre le problème

Nous remplaçons les valeurs dans l'équation (iv):

$$\begin{aligned}\bar{F}_{2 \leftarrow 1} &= (8,99 \times 10^9)(-0,937\bar{i} + 0,156\bar{j} - 0,312\bar{k}) \\ &\quad \times \frac{(2,0 \times 10^{-6})(3,0 \times 10^{-6})}{(0,0640)^2} \\ &= (-12\bar{i} + 2,1\bar{j} - 4,1\bar{k}) \text{ N.} \quad (\text{réponse})\end{aligned}$$

SOLUTION b.**Résoudre le problème**

Nous calculons le module:

$$\begin{aligned}F_{2 \leftarrow 1} &= \sqrt{(F_{2 \leftarrow 1,x})^2 + (F_{2 \leftarrow 1,y})^2 + (F_{2 \leftarrow 1,z})^2} \\ F_{2 \leftarrow 1} &= \sqrt{(-12)^2 + (2,1)^2 + (4,1)^2} = 13 \text{ N.} \quad (\text{réponse})\end{aligned}$$

Valider la réponse

Nous répondons bien aux questions. Nous avons arrondi les réponses à deux chiffres significatifs pour respecter la précision donnée dans l'énoncé.

La méthode scalaire

Il est possible de calculer la force électrique sur une charge ponctuelle en calculant d'abord le module des forces, puis les différentes composantes. Cette méthode scalaire peut simplifier les calculs dans certaines situations simples,

mais elle complique le calcul dans le cas des objets non ponctuels et les problèmes en trois dimensions. Voici la stratégie relative à cette méthode. Nous résoudrons à nouveau l'exemple 1.5 en utilisant cette fois-ci la méthode scalaire.

STRATÉGIE 1.2 La force électrique: méthode scalaire

Illustrer la situation

Tracez le diagramme des forces pour l'objet sur lequel sont exercées les forces électriques. Entourez l'objet pour bien l'identifier, tracez les forces électriques exercées par les agents en respectant l'orientation des forces: la force entre deux charges de même signe est répulsive, et la force exercée entre deux charges de signes opposés est attractive.

Décortiquer le problème

Écrivez les données connues et les inconnues.

Identifier la clé

La première **clé** est la version scalaire de la loi de Coulomb (l'équation 1.5):

$$F_{1 \leftarrow 2} = \left| \frac{kq_1 q_2}{r^2} \right|.$$

Calculez le module de chaque force électrique exercée sur l'objet par un agent.

À l'aide du schéma, déterminez les composantes cartésiennes de chaque force. Calculez ensuite la force résultante:

$$F_{\text{rés},x} = \sum F_x = F_{1 \leftarrow 2,x} + F_{1 \leftarrow 3,x} + \dots$$

$$F_{\text{rés},y} = \sum F_y = F_{1 \leftarrow 2,y} + F_{1 \leftarrow 3,y} + \dots$$

Résoudre le problème

Remplacez les valeurs pour obtenir la force \bar{F}_1 :

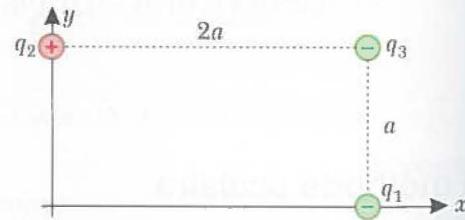
$$\bar{F}_1 = F_{1x}\bar{i} + F_{1y}\bar{j}.$$

Valider la réponse

Vérifiez que la réponse a du sens, en vous référant au besoin au diagramme des forces.

EXEMPLE 1.7 La force sur une charge: méthode scalaire

Trois charges sont situées dans un plan, comme le montre la figure ci-contre. Les charges sont $q_1 = -1,80 \mu\text{C}$, $q_2 = 3,50 \mu\text{C}$ et $q_3 = -1,40 \mu\text{C}$. De plus, $a = 5,20 \text{ cm}$. Calculez le module et l'orientation de la force résultante exercée sur la charge 1.



SOLUTION**Illustrer la situation**

Le diagramme des forces est présenté à la figure 1.23.

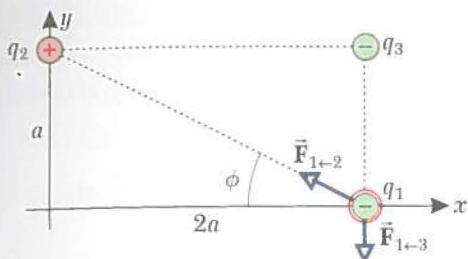


FIGURE 1.23

Le diagramme des forces pour l'exemple 1.7

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$q_1 = -1,80 \times 10^{-6} \text{ C}$	\bar{F}_1
$q_2 = 3,50 \times 10^{-6} \text{ C}$	
$q_3 = -1,40 \times 10^{-6} \text{ C}$	
$a = 0,0520 \text{ m}$	

L'angle ϕ est obtenu par l'expression :

$$\phi = \arctan\left(\frac{a}{2a}\right) = 26,57^\circ. \quad (\text{i})$$

La distance entre q_1 et q_2 se calcule à l'aide du théorème de Pythagore :

$$r_{12} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5} a. \quad (\text{ii})$$

Identifier la clé

La première clé est la loi de Coulomb, sous la forme scalaire, pour calculer $F_{1 \leftarrow 2}$ et $F_{1 \leftarrow 3}$:

$$\begin{aligned} F_{1 \leftarrow 2} &= \left| \frac{kq_1 q_2}{r_{12}^2} \right| \\ &= \left| \frac{8,99 \times 10^9 (-1,80 \times 10^{-6})(3,5 \times 10^{-6})}{5(0,052)^2} \right| \\ &= 4,189 \text{ N} \end{aligned} \quad (\text{iii})$$

$$\begin{aligned} F_{1 \leftarrow 3} &= \left| \frac{kq_1 q_3}{r_{13}^2} \right| \\ &= \left| \frac{8,99 \times 10^9 (-1,80 \times 10^{-6})(-1,40 \times 10^{-6})}{(0,052)^2} \right| \\ &= 8,378 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{iv})$$

Ensuite, nous décomposons les forces selon leurs composantes cartésiennes, en utilisant le schéma.

composante x

$$F_{1 \leftarrow 2,x} = -F_{1 \leftarrow 2} \cos \phi = -3,747 \text{ N}$$

$$F_{1 \leftarrow 3,x} = 0,000 \text{ N}$$

composante y

$$F_{1 \leftarrow 2,y} = F_{1 \leftarrow 2} \sin \phi = 1,873 \text{ N}$$

$$F_{1 \leftarrow 3,y} = -F_{1 \leftarrow 3} = -8,378 \text{ N}$$

La deuxième clé est le principe de superposition :

$$F_{1x} = F_{1 \leftarrow 2,x} + F_{1 \leftarrow 3,x} \quad (\text{v})$$

$$F_{1y} = F_{1 \leftarrow 2,y} + F_{1 \leftarrow 3,y}. \quad (\text{vi})$$

Résoudre le problème

Nous insérons les composantes cartésiennes dans les équations (v) et (vi) :

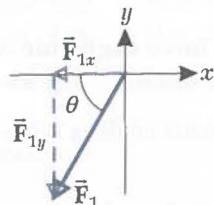
$$F_{1x} = -3,747 + 0,000 = -3,747 \text{ N}$$

$$F_{1y} = 1,873 - 8,378 = -6,505 \text{ N}.$$

Nous calculons le module :

$$F_1 = \sqrt{(-3,747)^2 + (-6,505)^2} = 7,51 \text{ N}. \quad (\text{réponse})$$

Pour calculer l'orientation, nous traçons d'abord le vecteur \bar{F}_1 , avec des composantes x et y négatives, de la manière suivante :



L'angle θ entre le vecteur et la partie négative de l'axe des x est

$$\theta = \arctan\left(\frac{6,505}{3,747}\right) = 60,1^\circ.$$

Donc, l'orientation est

$$\theta = 60,1^\circ \text{ sous la partie négative de l'axe des } x. \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Nous avons bien donné un module (positif) et une orientation. La réponse a du sens selon le diagramme des forces.

RÉSUMÉ

Dans ce chapitre, nous avons présenté la charge électrique et la force électrique entre des charges immobiles.

LES LOIS ET LES PRINCIPES

Il y a **deux types de charges**: la charge positive et la charge négative.

- La **charge est quantifiée**: tout objet a une charge $q = Ne$ avec N , un nombre entier, et e , la charge élémentaire:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C} .$$

- La **charge de la matière ordinaire** vient des protons (charge $+e$) et des électrons (charge $-e$).
- Un **objet est chargé** si on lui donne ou lui enlève des électrons. La charge d'un objet est

$$q = (N_p - N_e)e .$$

- Un **objet est électriquement neutre** s'il possède autant d'électrons que de protons. Sa charge nette est nulle.
- La **charge est conservée**: dans un système fermé, la charge nette du système ne change pas.

Les objets chargés exercent les uns sur les autres une force électrique.

- La **force est attractive** si les objets ont des charges de signes opposés.
- La **force est répulsive** si les objets ont des charges de même signe.
- Le **module de la force augmente** si la charge des objets augmente ou si la distance entre les objets diminue.

On divise les matériaux en deux types: **les isolants et les conducteurs**.

- La charge se déplace facilement à l'intérieur des conducteurs.
- La charge se déplace très difficilement dans un isolant.

Les objets chargés attirent les objets neutres.

- Pour un conducteur neutre, l'objet chargé crée une séparation de la charge par **induction électrique**.
- Pour un isolant neutre, l'objet chargé **polarise** l'isolant en créant des dipôles électriques dans l'isolant.

- Pour des charges immobiles, la force exercée sur une charge ponctuelle q_1 par une charge q_2 est donnée par la **loi de Coulomb**:

$$\vec{F}_{1 \leftarrow 2} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1} ,$$

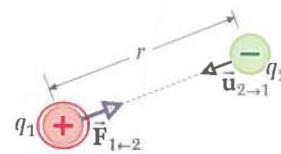
où k est la constante de Coulomb et ϵ_0 , la constante électrique:

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) .$$

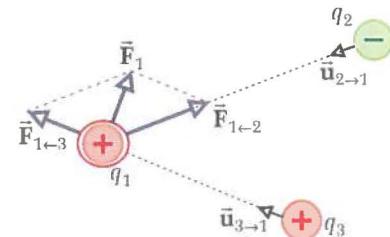
Le vecteur unitaire $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$ est orienté de q_2 vers q_1 :

$$\vec{u}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\vec{r}_{2 \rightarrow 1}}{|\vec{r}_{2 \rightarrow 1}|} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{r} .$$



- Lorsque plusieurs charges exercent une force sur une charge q_1 , la **force électrique résultante** est donnée par le **principe de superposition**:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1 \leftarrow 2} + \vec{F}_{1 \leftarrow 3} + \dots$$





Nous avons vu au chapitre précédent que les charges électriques exercent une force électrique les unes sur les autres. Cette force est une force à distance: les objets chargés n'ont pas besoin de se toucher pour que la force soit exercée. Nous abordons dans ce chapitre le médiateur de la force électrique appelé le champ électrique. Chaque charge électrique produit autour d'elle un champ. De plus, lorsqu'une charge se trouve dans un champ, elle subit une force électrique.

Vous ne pouvez pas voir directement les champs électriques mais ils sont présents autour de vous. Les champs électriques sont importants autant dans le fonctionnement de votre cœur et de votre cerveau que dans celui de votre ordinateur et de votre écran de télévision. De même, lorsque vous parlez à un ami au téléphone, ce sont des champs électriques qui transportent l'information entre les deux appareils. Les champs électriques sont imperceptibles aux sens des humains, mais ils sont détectés par les requins et certains autres poissons*.

Le calcul de la force exercée sur un objet chargé peut être divisé en deux étapes: d'abord, nous allons voir comment calculer le champ électrique produit par des configurations de charges discrètes ou continues. Ensuite, nous allons calculer la force exercée sur l'objet chargé qui se trouve dans un champ électrique, et utiliser la mécanique afin d'étudier sa trajectoire.

Ce chapitre est une première étape dans l'étude du champ électrique. Le concept de champ est essentiel à la compréhension de l'électromagnétisme ainsi que des circuits électriques au niveau microscopique. De plus, l'étude de la lumière qui sera faite dans le tome 3 reposera notamment sur la notion de champ électrique, car la lumière est un phénomène électromagnétique.

2.1 La notion de champ

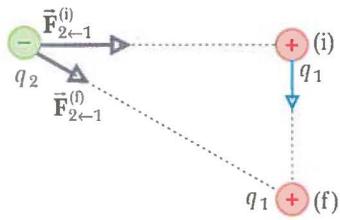


FIGURE 2.1

Lorsque q_1 se déplace, il faut que la force $\bar{F}_{2 \leftarrow 1}$ change instantanément, selon la loi de Coulomb.

La force électrique est une force à distance, tout comme la force gravitationnelle et la force magnétique. On peut se demander dans ce cas comment se propage la force d'une charge à l'autre. La figure 2.1 montre une charge q_1 qui exerce une force $\bar{F}_{2 \leftarrow 1}^{(i)}$ sur une charge q_2 . Comment la charge q_2 «sait-elle» qu'il y a une charge q_1 près d'elle? Qu'est-ce qui se passe si la charge q_1 se déplace, d'une position initiale (i) vers une position finale (f), comme l'illustre la figure? Selon la loi de Coulomb, la force $\bar{F}_{2 \leftarrow 1}^{(i)}$ doit changer instantanément pour devenir la force $\bar{F}_{2 \leftarrow 1}^{(f)}$, et suivre le mouvement de la charge q_1 . C'est ce qu'on appelle l'*effet à distance*. L'effet à distance est un phénomène difficile à accepter par les physiciens. Si les charges sont très éloignées l'une de l'autre, il devrait y avoir logiquement un délai afin que l'information du mouvement de la charge q_1 se rende jusqu'à la charge q_2 .

Le physicien anglais Michael Faraday (1791-1867) (voir la figure 2.2) a proposé un mécanisme différent, qui remplace l'action à distance. Selon Faraday, une charge électrique q_1 change l'espace autour d'elle en créant ce qu'il appela des *lignes de force*, qu'on appelle aujourd'hui un *champ électrique*. La charge q_1 est appelée une *source* de champ électrique. Une deuxième charge dans l'environnement de la première va subir une force électrique exercée par le champ électrique. Le champ électrique est le **médiateur** de la force électrique. Si la source se déplace, cela change graduellement le champ électrique. Il n'y a plus d'effet instantané; la force électrique est alors une interaction locale entre le champ électrique et une charge.

* Voir par exemple Douglas Fields. «Le sixième sens du requin», Pour la Science, n° 359, 2007.

On peut résumer ainsi le mécanisme de Faraday lorsqu'une charge q_2 subit une force électrique exercée par une charge q_1 :

- Une charge q_1 produit un champ électrique \vec{E} .
- Une charge q_2 plongée dans un champ électrique \vec{E} subit une force électrique.

La figure 2.3 illustre une configuration plus complexe, avec une sphère chargée. Puisqu'un objet chargé produit un champ électrique, il doit exister un champ électrique \vec{E} autour des objets chargés de la configuration. Pour mesurer le champ à un point quelconque P , on place une charge-test positive q_0 à cet endroit, comme à la figure 2.3a. La charge q_0 joue le rôle d'une sonde. Le champ électrique est défini comme étant la force électrique par unité de charge:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_{e, \text{sur } q_0}}{q_0}. \quad (2.1)$$

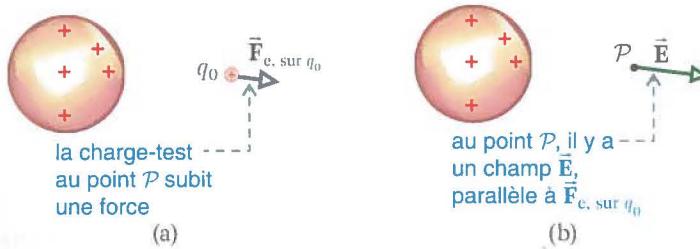


FIGURE 2.3

(a) On place au point P une charge-test positive q_0 , qui subit une force $\vec{F}_{e, \text{sur } q_0}$. (b) Le champ électrique au point P a la même orientation que $\vec{F}_{e, \text{sur } q_0}$.

On utilise une charge-test positive de telle sorte que le champ électrique a la même orientation que la force exercée sur cette charge (*voir la figure 2.3b*). Dans le SI, le champ électrique s'exprime en newtons par coulomb (N/C). Le tableau 2.1 donne certaines valeurs approximatives du module du champ électrique.

Malgré ce que peut sembler montrer l'équation 2.1, le champ électrique à un point ne dépend pas de la valeur de la charge-test. En effet, la force électrique est proportionnelle à la charge, ce qui signifie que le quotient de la force et de la charge ne dépend pas de la valeur de la charge. Il est aussi important de comprendre qu'à chaque point, il y a un champ électrique, même si on n'a pas placé de charge-test. Le champ est créé par la configuration d'objets chargés.

REMARQUE

La valeur de la charge-test doit être assez petite pour qu'elle ne modifie pas la configuration initiale.

Le champ électrique remplit l'espace entre les objets chargés. En général, c'est une fonction de la position et du temps; on écrit donc $\vec{E}(x, y, z, t)$. On dit que le champ est *uniforme* lorsqu'il ne dépend pas de la position, qu'il est *constant* s'il ne dépend pas du temps et qu'il est *variable* s'il change en fonction du temps. En *électrostatique*, on étudie les configurations pour lesquelles le champ est constant, mais celui-ci peut être non uniforme, c'est-à-dire qu'il n'est pas le même d'un point à l'autre.



FIGURE 2.2

Michael Faraday (1791-1867), physicien anglais

Champ électrique

TABLEAU 2.1

Le module du champ électrique dans quelques situations

Position ou situation	$E(\text{N/C})$
Limite de détection des requins	10^{-6}
Dans les fils conducteurs	10^{-2}
Ondes radio	10^{-1}
Dans la basse atmosphère	10^2
Près d'un objet chargé par frottement	10^3
Lumière du Soleil	10^3
Décharge dans l'air	3×10^6
Membrane d'une cellule	10^7
À l'intérieur d'un atome d'hydrogène	5×10^{11}

On peut inverser l'équation 2.1 pour obtenir la force électrique exercée sur une charge par un champ électrique. En effet, si on connaît le champ à la position d'une charge q , la force électrique est alors donnée par l'expression :

Force électrique

$$\vec{F}_{e,\text{sur } q} = q \vec{E}. \quad (2.2)$$

L'équation 2.2 est une équation vectorielle. L'orientation de la force dépend de l'orientation du champ électrique et du signe de la charge q , comme le montre la figure 2.4.

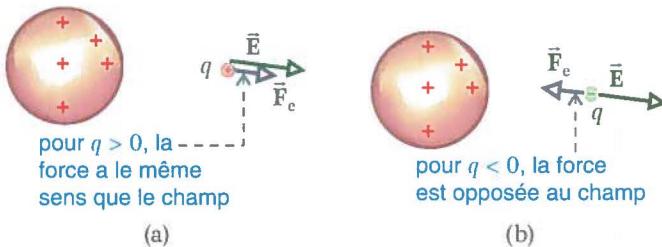


FIGURE 2.4

On place une charge q au point \mathcal{P} . (a) Une charge positive subit une force dans le même sens que le champ. (b) Une charge négative subit une force de sens opposé au champ.

- Pour une charge q positive, **la force électrique a le même sens que le champ électrique**.
- Pour une charge q négative, **la force électrique a un sens opposé au champ électrique**.

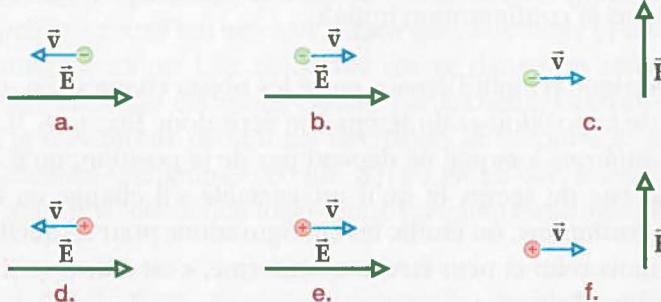
Si un objet chargé dans un champ électrique ne subit pas d'autre force, on peut calculer son accélération à partir de la force électrique en utilisant la deuxième loi de Newton. Son accélération sera parallèle au champ ; l'accélération aura le même sens que le champ électrique pour une charge positive, et l'accélération sera de sens opposé au champ électrique dans le cas d'une charge négative.

MISE EN GARDE

Une charge subit une force exercée par le champ électrique **produit par d'autres charges**; une charge n'est pas sensible au champ créé par elle-même.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 2.1

La figure ci-dessous montre six situations où une charge se déplace dans un champ électrique uniforme. Dans chaque cas, indiquez l'orientation de la force électrique.



2.2 Le champ de charges ponctuelles

On commence l'étude du champ électrique en calculant le champ produit par une *charge ponctuelle* q . Une charge ponctuelle est un objet chargé dont les dimensions sont beaucoup plus petites que la distance où le champ est mesuré. On veut calculer le champ électrique à un point \mathcal{P} situé à une distance r d'une charge ponctuelle q . On utilise une charge-test positive q_0 au point \mathcal{P} , comme le montre la figure 2.5. La force est donnée par la loi de Coulomb (selon l'équation 1.6 de la page 17) :

$$\bar{\mathbf{F}}_{e, \text{sur } q_0} = \frac{kqq_0}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r.$$

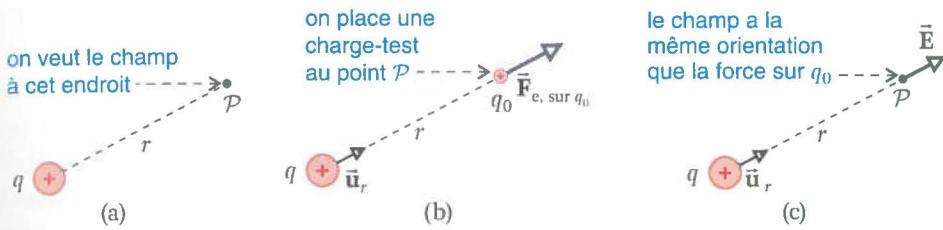


FIGURE 2.5

Le calcul du champ au point \mathcal{P} produit par une charge ponctuelle

Selon la définition du champ électrique, donnée par l'équation 2.1, on obtient

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{\bar{\mathbf{F}}_{e, \text{sur } q_0}}{q_0}$$

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{kq}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r. \quad (2.3)$$

Nous verrons au chapitre 3 que cette expression donne aussi le champ électrique à l'extérieur d'une sphère uniformément chargée. Le vecteur $\bar{\mathbf{u}}_r$ est le *vecteur unitaire radial*, orienté de la charge q (la source du champ) vers le point \mathcal{P} . Pour l'obtenir, on peut tracer le vecteur position $\bar{\mathbf{r}}$ entre la charge q et le point \mathcal{P} , comme à la figure 2.6. On divise ensuite ce vecteur par son module $|\bar{\mathbf{r}}| = r$:

$$\bar{\mathbf{u}}_r = \frac{\bar{\mathbf{r}}}{r} = \frac{\Delta x \bar{\mathbf{i}} + \Delta y \bar{\mathbf{j}} + \Delta z \bar{\mathbf{k}}}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}}. \quad (2.4)$$

L'équation 2.3 est une équation vectorielle. Pour une charge positive, le champ électrique a la même orientation que le vecteur unitaire, et son module diminue selon l'inverse de la distance au carré. Pour une charge q négative, le champ doit être opposé au vecteur unitaire, c'est-à-dire qu'il est orienté vers la charge; son module diminue aussi avec l'inverse de la distance au carré. La figure 2.7 (voir la page suivante) illustre le champ près d'une charge positive et près d'une charge négative.

MISE EN GARDE

Dans la figure 2.7, il y a un champ partout autour de la charge. Les vecteurs représentent le champ électrique à la position du point correspondant.

Champ d'une charge ponctuelle

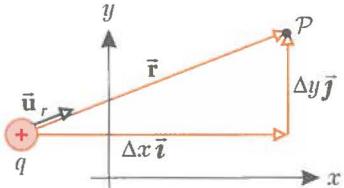


FIGURE 2.6

Le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_r$ et le vecteur $\bar{\mathbf{r}}$

Défi animé 2.1

Si on place une charge ponctuelle dans un champ électrique uniforme, l'allure de ce champ sera-t-elle modifiée ?

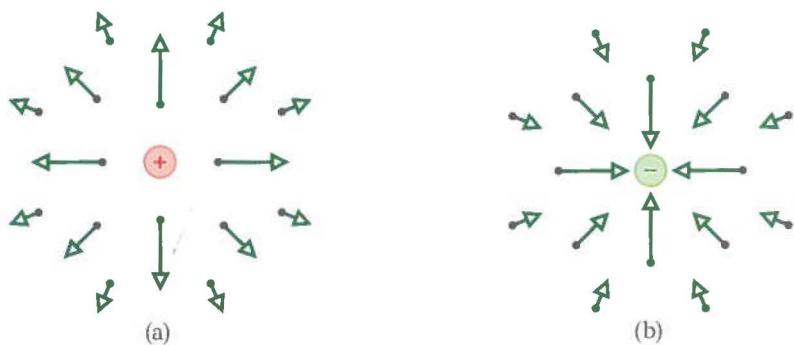


FIGURE 2.7

Une représentation du champ électrique : (a) pour une charge ponctuelle positive ; (b) pour une charge ponctuelle négative.

EXEMPLE 2.1 Le champ d'une charge ponctuelle

Une charge négative $q = -10,0 \mu\text{C}$ est placée à l'origine. Calculez le champ électrique au point \mathcal{P} dont la position est $\bar{r} = (4,00\bar{i} - 7,00\bar{j}) \text{ cm}$.

SOLUTION

Illustrer la situation

Le schéma de la situation est présenté à la figure 2.8. Nous avons tracé le vecteur unitaire \bar{u}_r (de la charge vers le point \mathcal{P}) et le champ \bar{E} , vers la charge négative.

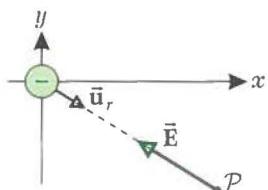


FIGURE 2.8

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.1

Décortiquer le problème

Connues
$q = -10,0 \times 10^{-6} \text{ C}$
$\bar{r} = (0,0400\bar{i} - 0,0700\bar{j}) \text{ m}$
Inconnue
\bar{E}

Comme la charge est située à l'origine, le vecteur \bar{r} est directement le vecteur position du point \mathcal{P} .

Nous calculons alors la distance r ainsi que le vecteur unitaire \bar{u}_r :

$$r = \sqrt{(0,0400 \text{ m})^2 + (-0,0700 \text{ m})^2} = 0,0806 \text{ m} \quad (\text{i})$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_r &= \frac{\bar{r}}{r} = \frac{(0,0400\bar{i} - 0,0700\bar{j}) \text{ m}}{0,0806 \text{ m}} \\ &= 0,496\bar{i} - 0,868\bar{j}. \end{aligned} \quad (\text{ii})$$

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.3 :

$$\bar{E} = \frac{kq}{r^2} \bar{u}_r.$$

Résoudre le problème

Nous remplaçons les valeurs :

$$\bar{E} = \frac{8,99 \times 10^9 \times (-10,0 \times 10^{-6})}{(0,0806)^2} (0,496\bar{i} - 0,868\bar{j})$$

$$\bar{E} = (-0,687\bar{i} + 1,20\bar{j}) \times 10^7 \text{ N/C}. \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Le champ doit être orienté vers la charge négative. Pour le point \mathcal{P} , cela veut dire une composante x négative et une composante y positive. C'est bien ce que nous obtenons.

Le champ produit par plusieurs charges ponctuelles

Il est également possible de calculer le champ électrique lorsque plusieurs charges ponctuelles sont présentes. La figure 2.9 montre deux charges ponctuelles. Pour obtenir le champ à un point \mathcal{P} , on place à cet endroit une charge-test q_0 . Comme nous avons vu au chapitre 1, la force électrique résultante est obtenue à l'aide du

principe de superposition (voir l'équation 1.11 de la page 19). Lorsque la configuration contient N charges ponctuelles, la force exercée sur q_0 est

$$\bar{\mathbf{F}}_{\text{c.sur } q_0} = \bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow 1} + \bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow 2} + \cdots + \bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow N}.$$

Le champ est $\bar{\mathbf{E}} = \frac{\bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow 1}}{q_0} + \frac{\bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow 2}}{q_0} + \cdots + \frac{\bar{\mathbf{F}}_{0 \leftarrow N}}{q_0}$

$$\bar{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{E}}_2 + \cdots + \bar{\mathbf{E}}_N. \quad (2.5) \quad \text{Principe de superposition}$$

C'est le principe de superposition pour le champ électrique. On peut donc dire:

- ⊕ Le champ résultant à un point \mathcal{P} est calculé en faisant la somme vectorielle de tous les champs produits par les charges présentes.

Le champ électrique est une quantité vectorielle. Pour trouver le champ produit par chacune des charges, il est utile d'utiliser une méthode vectorielle basée sur l'équation 2.3 avec le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}$, pour chaque charge. Dans la figure 2.9, on illustre le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_{r1}$ (orienté de la source q_1 vers le point \mathcal{P}) et le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_{r2}$ (orienté de la source q_2 vers le point \mathcal{P}). La stratégie suivante utilise la méthode vectorielle pour calculer le champ produit par un groupe de charges ponctuelles.

STRATÉGIE 2.1 Le champ électrique de charges ponctuelles

Illustrer la situation

Tracez un schéma avec toutes les charges et le point \mathcal{P} , l'endroit où on veut le champ. Tracez les vecteurs unitaires, orientés des sources vers le point \mathcal{P} . Tracez les champs électriques: le champ est orienté dans le sens opposé de la charge, pour une charge positive, et orienté vers la charge, pour une charge négative. Tracez un système de coordonnées cartésiennes.

Décortiquer le problème

Identifiez bien les quantités connues et inconnues. Calculez les vecteurs unitaires, orientés des sources vers le point \mathcal{P} .

Identifier la clé

La première **clé** est l'équation 2.3 qui permet de calculer le champ produit par chacune des charges. Pour une charge i , le champ est

$$\bar{\mathbf{E}}_i = \frac{kq_i}{r_i^2} \bar{\mathbf{u}}_{ri},$$

où $\bar{\mathbf{u}}_{ri}$ est le vecteur unitaire radial, orienté de la charge i vers le point \mathcal{P} .

La deuxième **clé** est le principe de superposition :

$$\bar{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{E}}_2 + \cdots + \bar{\mathbf{E}}_N.$$

Résoudre le problème

Remplacez les données connues dans les équations pour obtenir la quantité recherchée.

Valider la réponse

Vérifiez que les champs calculés sont conformes au schéma de la situation et que la réponse finale a du sens.

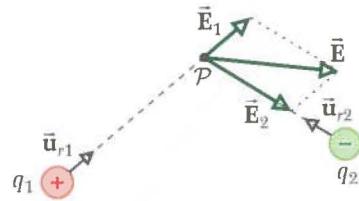
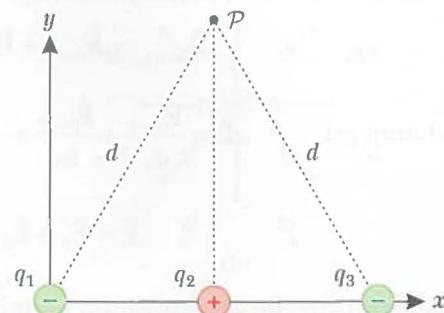


FIGURE 2.9

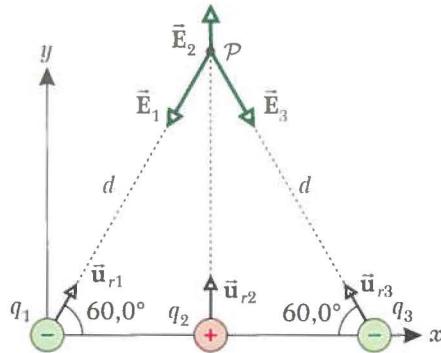
On calcule le champ résultant $\bar{\mathbf{E}}$ à l'aide de la somme vectorielle des champs produits par chaque charge.

EXEMPLE 2.2 Trois charges dans le plan

Trois charges ($q_1 = q_3 = -2Q$ et $q_2 = Q$) sont placées comme le montre la figure ci-contre. Calculez le champ au point \mathcal{P} , de telle sorte que les charges q_1 , q_3 et le point \mathcal{P} soient aux sommets d'un triangle équilatéral.

**SOLUTION****Illustrer la situation**

Le schéma de la situation est présenté à la figure 2.10. Les vecteurs unitaires et les champs électriques sont illustrés.

**FIGURE 2.10**

Le schéma de la situation lorsque $Q > 0$ pour l'exemple 2.2

Décortiquer le problème

Nous calculons les vecteurs unitaires en utilisant les orientations illustrées à la figure 2.10 et en sachant que leur module est égal à 1.

Connues	Inconnue
$q_1 = q_3 = -2Q$	$q_2 = Q$
$r_1 = r_3 = d$	$r_2 = d \sin 60,0^\circ$

$$\bar{u}_{r1} = (1) \cos 60,0^\circ \bar{i} + (1) \sin 60,0^\circ \bar{j} = \frac{1}{2} \bar{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{j} \quad (i)$$

$$\bar{u}_{r2} = \bar{j} \quad (ii)$$

$$\bar{u}_{r3} = -\cos 60,0^\circ \bar{i} + \sin 60,0^\circ \bar{j} = -\frac{1}{2} \bar{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{j} \quad (iii)$$

Identifier les clés

La première **clé** est l'équation 2.3 qui permet de calculer le champ produit par chaque charge séparément:

$$\bar{E}_1 = \frac{k(-2Q)}{d^2} \left(\frac{1}{2} \bar{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{j} \right) = \frac{kQ}{d^2} (-\bar{i} - \sqrt{3}\bar{j}) \quad (iv)$$

$$\bar{E}_2 = \frac{kQ}{(d \sin 60,0^\circ)^2} \bar{j} = \frac{4kQ}{3d^2} \bar{j} \quad (v)$$

$$\bar{E}_3 = \frac{k(-2Q)}{d^2} \left(-\frac{1}{2} \bar{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{j} \right) = \frac{kQ}{d^2} (\bar{i} - \sqrt{3}\bar{j}) \quad (vi)$$

La deuxième **clé** est le principe de superposition:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3. \quad (vii)$$

Résoudre le problème

Nous obtenons, en faisant la somme vectorielle,

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{kQ}{d^2} \left[(-\bar{i} - \sqrt{3}\bar{j}) + \frac{4}{3} \bar{j} + (\bar{i} - \sqrt{3}\bar{j}) \right] \\ &= \frac{kQ}{d^2} \left[(-1+0+1)\bar{i} + \left(-\sqrt{3} + \frac{4}{3} - \sqrt{3} \right) \bar{j} \right] \\ &= \left(\frac{4}{3} - 2\sqrt{3} \right) \frac{kQ}{d^2} \bar{j} = -2,13 \frac{kQ}{d^2} \bar{j}. \quad (\text{réponse}) \end{aligned}$$

Valider la réponse

Le champ au point \mathcal{P} n'a qu'une composante y , comme le montre la figure 2.10. La réponse est valable pour $Q > 0$ ou pour $Q < 0$.

EXEMPLE 2.3 Deux charges dans l'espace

Une charge $q_1 = 2,00 \mu\text{C}$ est placée au point de coordonnées $(2,00; -3,00; 4,00)$ cm. Une deuxième charge $q_2 = -3,00 \mu\text{C}$ est placée au point de coordonnées $(-1,00; 3,00; 1,00)$ cm.

- Calculez le champ au point de coordonnées $(1,00; 1,00; 1,00)$ cm.
- Calculez le module du champ au point de coordonnées $(1,00; 1,00; 1,00)$ cm.

SOLUTION a.

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$\bar{r}_{q_1} = (2,00\bar{i} - 3,00\bar{j} + 4,00\bar{k})$ cm	\bar{E}
$\bar{r}_{q_2} = (-1,00\bar{i} + 3,00\bar{j} + 1,00\bar{k})$ cm	
$\bar{r}_P = (1,00\bar{i} + 1,00\bar{j} + 1,00\bar{k})$ cm	
$q_1 = 2,00 \mu\text{C}$ $q_2 = -3,00 \mu\text{C}$	

Nous calculons d'abord les vecteurs unitaires et les distances entre les charges et le point P .

$$\begin{aligned}\bar{r}_1 &= \bar{r}_P - \bar{r}_{q_1} = (\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}) - (2\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}) \\&= (-\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}) \text{ cm} \\r_1 &= |\bar{r}_1| = \sqrt{(-1)^2 + (4)^2 + (-3)^2} = 5,099 \text{ cm} \\\bar{u}_{r_1} &= \frac{\bar{r}_1}{r_1} = (-0,196\bar{i} + 0,784\bar{j} - 0,588\bar{k}) \\\bar{r}_2 &= \bar{r}_P - \bar{r}_{q_2} = (\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}) - (-\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}) \\&= (2\bar{i} - 4\bar{j}) \text{ cm} \\r_2 &= |\bar{r}_2| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = 2,828 \text{ cm} \\\bar{u}_{r_2} &= \frac{\bar{r}_2}{r_2} = (0,707\bar{i} - 0,707\bar{j})\end{aligned}$$

Identifier les clés

La première **clé** est l'équation 2.3 qui permet de calculer le champ produit par chaque charge séparément:

$$\bar{E}_i = \frac{kq_i}{r_i^2} \bar{u}_{ri} .$$

La deuxième **clé** est le principe de superposition:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 .$$

Résoudre le problème

Les champs électriques sont

$$\begin{aligned}\bar{E}_1 &= \frac{8,99 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(0,05099)^2} \\&\quad \times (-0,196\bar{i} + 0,784\bar{j} - 0,588\bar{k}) \\&= (-1,36\bar{i} + 5,42\bar{j} - 4,07\bar{k}) \times 10^6 \text{ N/C} \\\bar{E}_2 &= \frac{8,99 \times 10^9 (-3 \times 10^{-6})}{(0,0283)^2} (0,707\bar{i} - 0,707\bar{j}) \\&= (-23,8\bar{i} + 23,8\bar{j}) \times 10^6 \text{ N/C} .\end{aligned}$$

Le champ résultant est

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \\&= (-25,2\bar{i} + 29,3\bar{j} - 4,07\bar{k}) \times 10^6 \text{ N/C} .\end{aligned}$$

(réponse)

SOLUTION b.

Identifier la clé

Nous calculons le module avec la méthode habituelle:

$$\begin{aligned}E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \\&= \sqrt{(-25,2)^2 + (29,3)^2 + (4,07)^2} \times 10^6 \\&= 38,9 \times 10^6 \text{ N/C} .\end{aligned}$$

(réponse)

Valider la réponse

Nous répondons bien aux deux questions, en donnant un vecteur en **a.** et un module en **b.**

2.3 Le champ électrique d'un dipôle

Un dipôle électrique est constitué de deux charges opposées $+q$ et $-q$ séparées par une distance d . Plusieurs atomes deviennent des dipôles lorsqu'on les place dans un champ électrique. Le nuage électronique se déplace légèrement à l'opposé du champ extérieur, et il n'est plus centré sur le noyau positif. On parle alors de *dipôle induit* (voir la figure 2.11). Certaines molécules, par exemple les molécules d'eau, sont de façon intrinsèque des dipôles électriques. Comme le

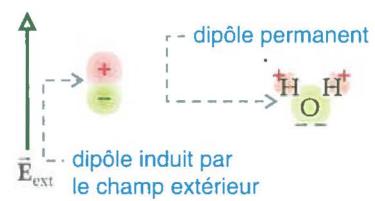
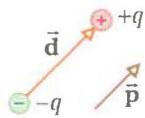


FIGURE 2.11

Un dipôle induit et un dipôle permanent

**FIGURE 2.12**

Le vecteur \vec{p} est orienté de la charge négative vers la charge positive.

Moment dipolaire électrique

montre la figure 2.11, il y a deux électrons qui se retrouvent plus souvent près de l'atome d'oxygène, ce qui laisse les atomes d'hydrogène positifs. Dans ces molécules, le nuage électronique n'est pas centré sur les noyaux des atomes. On parle alors de *dipôles permanents*.

On caractérise un dipôle par son *moment dipolaire électrique* \vec{p} , défini comme un vecteur orienté de la charge négative vers la charge positive, et dont le module est $p = qd$ (*voir la figure 2.12*):

$$\vec{p} = q\vec{d} = qd \overrightarrow{\text{de } -q \text{ vers } +q}, \quad (2.6)$$

où \vec{d} est le vecteur reliant la charge négative et la charge positive.

Dans le SI, le moment dipolaire se mesure en $C \cdot m$. On utilise aussi, dans certains domaines, une ancienne unité: le *debye* (D), nommée en l'honneur du physicien et chimiste néerlandais Peter Joseph Wilhelm Debye (1884-1966). Le facteur de conversion est

$$1 \text{ D} = \frac{1 \times 10^{-21} \text{ C} \cdot \text{m}}{299792458} = 3,3356 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}.$$

Cette unité est utile, car elle est bien adaptée aux moments dipolaires moléculaires. Par contre, on doit exprimer le moment dipolaire dans l'unité du SI pour faire les calculs.

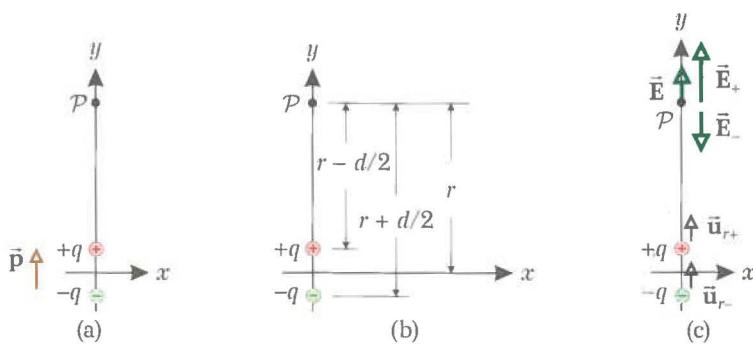
La charge nette du dipôle est nulle, mais celui-ci produit quand même un champ électrique, car les deux charges ne sont pas situées à la même position. On veut calculer le champ électrique à deux endroits importants: sur l'axe du dipôle et sur la ligne bissectrice. On s'intéresse aux points éloignés du dipôle, c'est-à-dire aux points dont la distance entre ceux-ci et le dipôle est beaucoup plus grande que la distance d entre les charges.

La figure 2.13a illustre un dipôle placé à l'origine. Le dipôle est constitué d'une charge $+q$ située à une distance $d/2$ au-dessus de l'origine et d'une charge $-q$ située à une distance $d/2$ sous l'origine. Le moment dipolaire est $\vec{p} = qd\vec{j}$. On veut calculer le champ au point P , situé à une distance r de l'origine sur l'axe des y (*voir la figure 2.13b*). Pour ce faire, on calcule le champ électrique résultant à l'aide du principe de superposition:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{E}}_+ + \tilde{\mathbf{E}}_- = \frac{kq}{r_+^2} \tilde{\mathbf{u}}_{r+} + \frac{k(-q)}{r_-^2} \tilde{\mathbf{u}}_{r-},$$

où $r_+ = r - d/2$ est la distance entre le point P et la charge positive et $r_- = r + d/2$, la distance entre le point P et la charge négative. La figure 2.13c montre les vecteurs unitaires, qui sont tous les deux équivalents à \vec{j} . On obtient alors

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}} &= \left[\frac{kq}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{kq}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \right] \vec{j} = \frac{kq}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2 \left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \left[\left(r + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{d}{2}\right)^2 \right] \vec{j} \\ &= \frac{kq}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2 \left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \left[\left(r^2 + rd + \frac{d^2}{4}\right) - \left(r^2 - rd + \frac{d^2}{4}\right) \right] \vec{j} = \frac{2kqdr}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2 \left(r + \frac{d}{2}\right)^2} \vec{j}. \end{aligned}$$

**FIGURE 2.13**

- (a) On veut calculer le champ au point \mathcal{P} . (b) Les distances entre les charges et le point \mathcal{P} .
 (c) Les vecteurs unitaires et les champs électriques.

On remarque que le numérateur est proportionnel à $\bar{\mathbf{p}} = qd\hat{\mathbf{j}}$. Dans la plupart des cas, on veut le champ à des distances $r \gg d$, de telle sorte que le dénominateur est approximativement égal à r^4 . Avec ces deux éléments, on obtient le champ sur l'axe d'un dipôle, à une distance r du centre du dipôle :

$$\bar{\mathbf{E}}_{\text{dipôle}} = \frac{2k\bar{\mathbf{p}}}{r^3} \quad (\text{sur l'axe du dipôle}) . \quad (2.7)$$

On a calculé le champ au-dessus du dipôle. L'équation 2.7 est aussi valable pour un point sous la charge négative. Pour un point sur l'axe du dipôle, le champ a la même orientation que le vecteur moment électrique $\bar{\mathbf{p}}$.

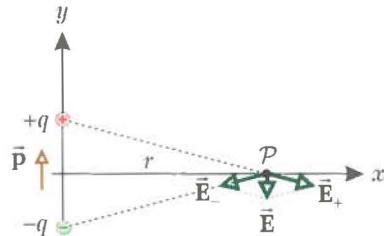
Il est possible de calculer le champ électrique pour un point \mathcal{P} qui se trouve sur la bissectrice perpendiculaire au dipôle. Pour un point situé sur l'axe des x à une distance $r \gg d$ (*voir la figure 2.14*), le champ électrique est

$$\bar{\mathbf{E}}_{\text{dipôle}} = -\frac{k\bar{\mathbf{p}}}{r^3} \quad (\text{sur la bissectrice}) . \quad (2.8)$$

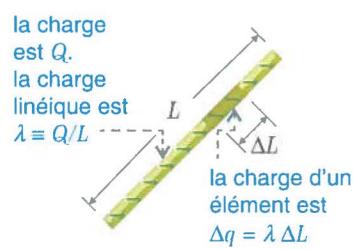
Cette fois-ci, le champ est opposé au vecteur $\bar{\mathbf{p}}$, et son module est deux fois plus petit que pour un point sur l'axe du dipôle. L'équation 2.8 est aussi valable pour les points sur la partie négative de l'axe des x .

REMARQUE

Le champ électrique d'un dipôle décroît selon l'inverse de la distance au cube, alors que le champ d'une charge ponctuelle décroît selon l'inverse de la distance au carré. Donc, le champ décroît plus rapidement dans le cas d'un dipôle, car celui-ci est électriquement neutre.

**FIGURE 2.14**

Le champ sur la bissectrice perpendiculaire au dipôle

**FIGURE 2.15**

Lorsque la charge est distribuée sur une ligne, on utilise la charge linéique λ .

Charge linéique

2.4 Les distributions continues de charge

Les densités de charge

Jusqu'à présent, on a calculé le champ électrique produit par des charges ponctuelles, séparées par des distances importantes. Dans certaines situations, les charges sont très rapprochées et très nombreuses. C'est le cas pour la tige chargée de la figure 2.15. Si cette tige porte une charge de -1 nC , cela représente un excès de charge négative d'environ 6×10^9 électrons. Il est très ardu de considérer en détail ces milliards d'électrons. On supposera plutôt que la charge est continue. Pour caractériser la charge d'un objet linéaire, comme une tige ou un fil, on utilise la *charge linéique* λ , qui représente la charge par unité de longueur. Pour un objet de longueur L , qui porte une charge nette Q uniformément distribuée, la charge linéique est définie par l'expression :

$$\lambda \equiv \frac{Q}{L}. \quad (2.9)$$

La charge linéique peut être positive ou négative, selon le signe de la charge nette de l'objet. L'unité de λ dans le SI est le coulomb par mètre (C/m).

Si on veut obtenir la charge d'un élément de la tige, dont la longueur est ΔL , on multiplie la longueur de l'élément par la charge linéique :

$$\Delta q = \lambda \Delta L. \quad (2.10)$$

REMARQUE

Comme dans le tome 1, on utilise des majuscules pour les paramètres des objets et des systèmes, et des minuscules pour les paramètres des éléments des systèmes.

Lorsque la charge est plutôt distribuée sur une surface, un plan par exemple, on définit la *charge surfacique* σ comme la charge par unité d'aire. La figure 2.16 montre un plan qui a une charge nette Q et une aire A . La charge surfacique est

Charge surfacique

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A}. \quad (2.11)$$

La charge surfacique est aussi utilisée pour des objets dont la charge se trouve complètement à leur surface. Dans le SI, l'unité de σ est le coulomb par mètre au carré (C/m^2). Si on prend uniquement un élément ΔA , la charge de cet élément est $\Delta q = \sigma \Delta A$.

Il est aussi possible que la charge soit distribuée dans le volume entier d'un objet, comme le montre la figure 2.17. Dans ce cas, on définit la *charge volumique* ρ comme la charge par unité de volume. Pour un objet de volume V qui a une charge nette Q , la charge volumique est

Charge volumique

$$\rho \equiv \frac{Q}{V}. \quad (2.12)$$

Dans le SI, la charge volumique est mesurée en coulombs par mètre cube (C/m^3). Un élément ΔV de l'objet a alors une charge $\Delta q = \rho \Delta V$.

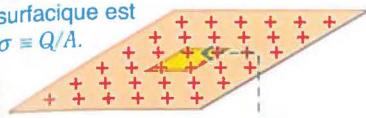
Le plan a une aire A

et une charge Q .

La charge

surfacique est

$$\sigma \equiv Q/A.$$



pour un élément ΔA ,

la charge est

$$\Delta q = \sigma \Delta A$$

Un objet a un

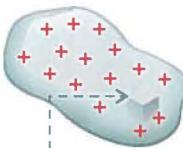
volume V et

une charge Q .

La charge

volumique

$$\rho \equiv Q/V$$



la charge d'un élément ΔV

$$\text{est } \Delta q = \rho \Delta V$$

FIGURE 2.16

Lorsque la charge est distribuée sur une surface, on a recours à la charge surfacique σ .

REMARQUE

La charge volumique est l'équivalent électrique de la masse volumique, définie comme étant la masse par unité de volume.

FIGURE 2.17

Lorsque la charge est distribuée dans un volume, on a recours à la charge volumique ρ .

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 2.2

Une tige de longueur L a une charge Q uniformément distribuée sur sa longueur. On coupe la tige en deux morceaux, de telle sorte que le second morceau est deux fois plus long que le premier.

- Quelle est la charge linéique de chacun des morceaux ?
- Quelle est la charge de chacun des morceaux ?

Les définitions précédentes sont valables lorsque les densités de charge sont uniformes, c'est-à-dire qu'elles ne changent pas selon la position de l'objet. Dans le cas contraire, on doit utiliser le calcul différentiel. Pour la tige illustrée à la figure 2.18, on considère un élément Δx dont la charge est Δq . La charge linéique est définie comme étant le rapport entre la charge et la longueur lorsque celle-ci tend vers zéro :

$$\lambda \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{dq}{dx}. \quad (2.13)$$

REMARQUE

L'élément analysé de la tige est appelé un *élément infinitésimal*. On utilise habituellement la lettre d pour représenter un tel élément : l'élément de charge infinitésimal est dq et sa longueur, dx .

Pour calculer la charge totale de la tige, on doit faire la somme des charges de tous les éléments de la tige. Chaque élément a une charge $\Delta q = \lambda \Delta x$. La charge totale est donc, en prenant la limite $\Delta x \rightarrow 0$,

$$Q = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{\text{objet}} \lambda \Delta x = \int_{\text{objet}} \lambda dx. \quad (2.14)$$

La somme infinie est appelée l'*intégrale*. Si on sait de quelle façon λ varie d'un point à l'autre de la tige, il est possible de calculer la charge de la tige.

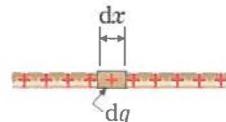


FIGURE 2.18

Pour définir la charge linéique, on choisit un élément de longueur dx dont la charge est dq .

On obtient des résultats équivalents pour la charge surfacique et la charge volumique. Lorsque la charge est distribuée sur une surface de façon non uniforme, on prend un élément d'aire infinitésimal dA , sur lequel il y a une charge dq . Alors,

$$\sigma = \frac{dq}{dA} \quad (2.15)$$

$$Q = \int_{\text{objet}} \sigma \, dA. \quad (2.16)$$

Si la charge est répartie dans un volume de façon non uniforme, on divise celui-ci en éléments infinitésimaux dV , dont la charge est dq :

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad (2.17)$$

$$Q = \int_{\text{objet}} \rho \, dV. \quad (2.18)$$

Un bref aperçu de l'intégrale

Comme on l'a décrit dans le tome 1, l'*intégrale indéfinie* est l'opération inverse de la dérivée. Par exemple, si la fonction $f(x)$ est la dérivée de la fonction $F(x)$, alors

$$\int f(x) \, dx = F(x) + C,$$

où C est une constante arbitraire qu'on appelle *constante d'intégration*. En effet, la dérivée d'une constante est nulle. On dit alors que $F(x)$ est la *primitive* de $f(x)$.

Comme pour la dérivée, l'intégrale d'une somme est la somme des intégrales:

$$\int [f(x) + g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx.$$

De plus, lorsqu'une fonction est multipliée par une constante, on peut «sortir» la constante de l'intégrale:

$$\int [a f(x)] \, dx = a \int f(x) \, dx.$$

Le calcul d'une intégrale est plus complexe que le calcul d'une dérivée, car il n'existe pas de formule générale pour l'intégrale d'un produit. L'annexe E présente quelques formules d'intégrales indéfinies. Entre autres, dans le cas d'une puissance, on a

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1) \quad (2.19)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, \quad (2.20)$$

où n est une constante.

Dans la plupart des cas en physique, on a besoin de calculer une *intégrale définie*, qui correspond à une somme infinie d'éléments infinitésimaux. C'est le cas lorsqu'on doit calculer l'aire sous une courbe. En effet, pour calculer l'aire sous la courbe de la fonction $f(x)$, entre $x = 1$ et $x = 2$, on doit diviser l'aire en rectangles, de largeur Δx_i , comme le montre la figure 2.19. L'aire du rectangle situé

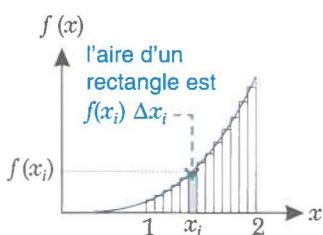


FIGURE 2.19

L'intégrale définie correspond à l'aire sous la courbe.

à la coordonnée x_i est $f(x_i) \Delta x_i$. L'aire totale est obtenue en faisant la somme sur tous les rectangles et en prenant la limite $\Delta x_i \rightarrow 0$:

$$\text{aire} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i f(x_i) \Delta x_i = \int_1^2 f(x) dx .$$

L'indice inférieur dans le symbole d'intégrale est la borne inférieure (le début de l'intervalle désiré), et l'indice supérieur est la borne supérieure (la fin de l'intervalle désiré).

Si $F(x)$ est la primitive de $f(x)$ [c'est-à-dire que la dérivée de $F(x)$ donne $f(x)$], alors

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) .$$

Si, par exemple, $f(x) = x^3$, l'intégrale définie entre $x = 1$ et $x = 2$ (l'aire sous la courbe entre $x = 1$ et $x = 2$) est

$$\text{aire} = \int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{15}{4} .$$

REMARQUE

Il est inutile d'ajouter une constante d'intégration lorsqu'on calcule une intégrale définie, car celle-ci se simplifie de toute façon lorsqu'on remplace les bornes.

EXEMPLE 2.4 La charge d'une tige

Une tige de 10,0 cm est parallèle à l'axe des x et centrée par rapport à l'axe des y . Sa charge linéique est donnée par $\lambda = (4,50 \text{ nC/cm}^3) x^2$, où x est exprimé en centimètres. Calculez la charge nette de la tige.

SOLUTION

Illustrer la situation

La figure 2.20 illustre la tige centrée à l'origine et un élément dq situé à une coordonnée x . La tige est située entre $x = -5,0 \text{ cm}$ et $5,0 \text{ cm}$.

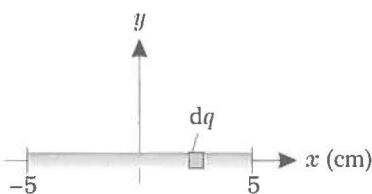


FIGURE 2.20

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.4

Décortiquer le problème

Nous exprimons toutes les distances en centimètres et la charge en nanocoulombs.

Connues	Inconnue
$L = 10,0 \text{ cm}$	$\lambda = 4,50 x^2$

Identifier la clé

La clé est l'équation 2.14:

$$Q = \int_{-5,00}^{5,00} \lambda dx = \int_{-5,00}^{5,00} (4,50x^2) dx . \quad (\text{i})$$

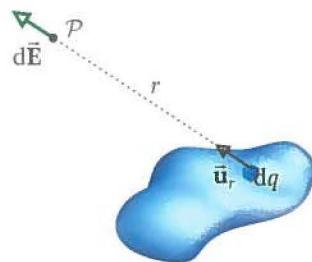
Résoudre le problème

L'intégrale peut être calculée à l'aide de l'équation 2.19, après qu'on a sorti le terme constant:

$$\begin{aligned} Q &= 4,50 \int_{-5,00}^{5,00} x^2 dx = 4,50 \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-5,00}^{5,00} \\ &= 4,50 \text{ nC/cm}^3 \left[\frac{(5,00 \text{ cm})^3}{3} - \frac{(-5,00 \text{ cm})^3}{3} \right] \\ &= 375 \text{ nC} . \end{aligned} \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Les unités sont correctes. Le signe de la charge doit être positif, car, selon l'énoncé, λ est une fonction qui est toujours positive.

**FIGURE 2.21**

L'élément infinitésimal dq produit au point P un champ infinitésimal $d\vec{E}$.

Champ électrique (distribution continue)

Le champ créé par une distribution continue

On peut maintenant calculer le champ électrique à un point P près d'une distribution de charge continue. Prenons l'objet chargé de la figure 2.21. On choisit d'abord un élément de charge infinitésimal dq quelconque, qui est équivalent à une charge ponctuelle. Le point P est situé à une distance r de l'élément de charge. Selon l'équation 2.3, l'élément de charge produit un champ infinitésimal $d\vec{E}$:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r = k \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r,$$

où \vec{u}_r est le vecteur unitaire orienté de dq vers le point P . Les autres éléments de l'objet produisent aussi des champs électriques. Le champ résultant est obtenu à l'aide du principe de superposition, la somme (en fait, une intégrale) vectorielle de tous les champs:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r = k \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r. \quad (2.21)$$

Pour calculer cette intégrale, on doit exprimer dq en fonction d'une densité de charge. On doit aussi exprimer le vecteur unitaire \vec{u}_r , en fonction des vecteurs unitaires cartésiens (\vec{i}, \vec{j} , et \vec{k}), car ce sont des vecteurs dont l'orientation et le module sont constants, ce qui permet de les sortir de l'intégrale. La stratégie suivante donne les différentes étapes pour calculer le champ électrique d'une distribution continue.

STRATÉGIE 2.2

Le champ produit par une distribution continue de charge

Illustrer la situation

Dessinez l'objet dans un système de coordonnées cartésiennes. Indiquez bien le point P où vous voulez calculer le champ. Sur le schéma, décomposez l'objet en éléments dq pour lesquels vous pouvez calculer le champ électrique $d\vec{E}$. Tracez le vecteur unitaire \vec{u}_r et le champ $d\vec{E}$.

Décortiquer le problème

- Exprimez l'élément dq en fonction d'une densité de charge:

$$dq = \begin{cases} \lambda dx & (\text{ligne}) \\ \sigma dA & (\text{surface}) \\ \rho dV & (\text{volume}) \end{cases}$$

- Exprimez la distance r et le vecteur unitaire \vec{u}_r en fonction de la variable d'intégration et des autres paramètres.

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.21:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r = k \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r.$$



Les bornes de l'intégrale correspondent aux limites de l'objet. Pour que le signe soit correct, la borne inférieure doit être la plus petite valeur de la variable d'intégration, et la borne supérieure doit être la plus grande valeur.

Résoudre le problème

- Si le facteur à intégrer est une somme, écrivez l'intégrale comme une somme d'intégrales. Sortez les constantes de l'intégrale, incluant les vecteurs unitaires cartésiens.
- Calculez l'intégrale en utilisant au besoin la table d'intégrales de l'annexe E.
- Remplacez les bornes de l'intégrale.

Valider la réponse

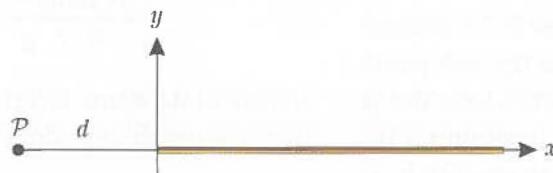
Vérifiez que l'orientation du champ est correcte. Il est aussi possible de vérifier le champ à une grande distance: si \mathcal{P} est très éloigné par rapport aux dimensions de l'objet, celui-ci devient équivalent à une charge ponctuelle, et le champ $\bar{\mathbf{E}} \approx \frac{kQ}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r$.

REMARQUE

Il est aussi possible de calculer le champ à l'aide d'une méthode scalaire, dans laquelle on calcule le module et les composantes du champ $d\bar{\mathbf{E}}$. Cette méthode est plus complexe à utiliser dans le cas des distributions continues, car elle fait intervenir des fonctions trigonométriques qu'il faut ensuite exprimer en fonction de la variable d'intégration.

EXEMPLE 2.5 | À gauche d'un fil

Un fil de 0,200 m est uniformément chargé. Sa charge linéique est $\lambda = -2,60 \mu\text{C/m}$. Calculez le champ électrique au point \mathcal{P} illustré ci-dessous, situé à une distance $d = 0,100 \text{ m}$ du fil.



SOLUTION

Illustrer la situation

Le schéma de la situation est présenté à la figure 2.22. L'élément de charge dq est situé à la position x , et sa largeur est dx . Le vecteur unitaire est orienté de l'élément dq vers le point \mathcal{P} . Le champ électrique $d\bar{\mathbf{E}}$ est orienté vers la tige, car celle-ci a une charge négative.

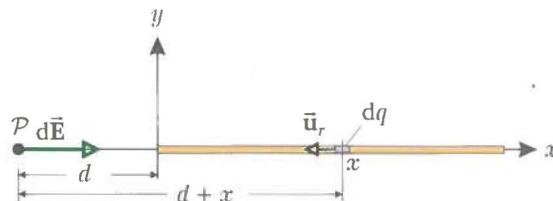


FIGURE 2.22

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.5

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$L = 0,200 \text{ m}$	$\bar{\mathbf{E}}$
$\lambda = -2,60 \times 10^{-6} \text{ C/m}$	
$d = 0,100 \text{ m}$	

Ici, $dq = \lambda dx$. Comme le montre le schéma, $\bar{\mathbf{u}}_r = -\bar{\mathbf{i}}$ et $r = d + x$. Le fil se situe entre $x = 0$ et $x = L$.

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.21:

$$\bar{\mathbf{E}} = k \int_{\text{fil}} \frac{dq}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r = k \int_0^L \frac{\lambda dx}{(d+x)^2} (-\bar{\mathbf{i}}). \quad (\text{i})$$

Résoudre le problème

L'intégrale est calculée à l'aide de la table d'intégrales de l'annexe E. Nous obtenons

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= (-k \lambda \bar{\mathbf{i}}) \int_0^L \frac{dx}{(d+x)^2} \\ &= -k \lambda \bar{\mathbf{i}} \left[\frac{-1}{d+x} \right]_0^L \\ &= -k \lambda \bar{\mathbf{i}} \left[\frac{-1}{d+L} + \frac{1}{d} \right] = -\frac{k \lambda L}{d(d+L)} \bar{\mathbf{i}}. \quad (\text{ii}) \end{aligned}$$

Il ne reste qu'à remplacer les valeurs numériques:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= -\frac{8,99 \times 10^9 (-2,60 \times 10^{-6}) 0,200}{0,100 (0,200 + 0,100)} \bar{\mathbf{i}} \\ &= 1,56 \times 10^5 \text{ N/C} \bar{\mathbf{i}}. \quad (\text{réponse}) \end{aligned}$$

Valider la réponse

La réponse est bien un vecteur orienté vers la droite, comme le montre le schéma. Il est aussi intéressant de vérifier l'équation (ii) si $d \gg L$. Dans ce cas,

$$E \approx \frac{k \lambda L}{d^2} = \frac{k Q}{d^2}, \quad (d \gg L)$$

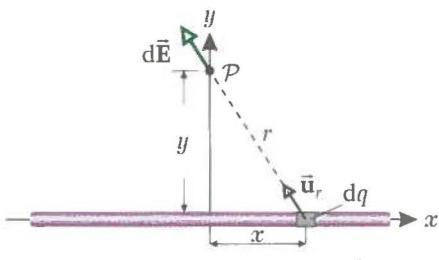
ce qui correspond bien au module du champ pour une charge ponctuelle, car le fil devient équivalent à une charge ponctuelle.

EXEMPLE 2.6 Le champ au-dessus d'une tige

Une tige horizontale a une charge Q uniformément distribuée sur sa longueur L . Calculez le champ électrique à une distance y au-dessus de la tige, vis-à-vis du centre de celle-ci.

SOLUTION**Illustrer la situation**

La figure 2.23 illustre la tige et le point P . Le système de coordonnées est choisi pour que la tige soit parallèle à l'axe des x et centrée par rapport à l'axe des y . Nous considérons un élément dq à la position $x > 0$ à droite de l'origine et traçons le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_r$ et le champ $d\bar{\mathbf{E}}$ au point P .

**FIGURE 2.23**

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.6

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
Q, L, y	$\bar{\mathbf{E}}$

L'élément dq a une largeur dx . La charge est uniformément distribuée, alors $\lambda = Q/L$ est une constante:

$$dq = \lambda dx = \frac{Q}{L} dx. \quad (\text{i})$$

Pour calculer le vecteur $\bar{\mathbf{r}}$, nous traçons ses composantes cartésiennes à la figure 2.24.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}} &= -x\bar{\mathbf{i}} + y\bar{\mathbf{j}} \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \bar{\mathbf{u}}_r &= \frac{\bar{\mathbf{r}}}{r} = \frac{-x\bar{\mathbf{i}} + y\bar{\mathbf{j}}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned}$$



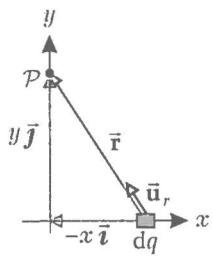


FIGURE 2.24
Les composantes du vecteur \bar{r}

Identifier la clé

La clé est l'équation 2.21 :

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{tige}} \frac{dq}{r^2} \bar{u}_r \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\lambda dx}{x^2 + y^2} \left(\frac{-x\bar{i} + y\bar{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right).\end{aligned}$$

Les bornes sont choisies à l'aide du schéma : x varie de $-L/2$ à $L/2$. Dans l'équation (ii), il est important de voir que y n'est pas une variable : c'est la distance entre le point P et le centre de la tige.

Résoudre le problème

Pour résoudre l'intégrale, nous l'écrivons comme la somme de deux intégrales et nous sortons les constantes :

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\bar{i} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{x dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + y\bar{j} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right]. \quad (\text{ii})\end{aligned}$$

Ces intégrales se trouvent dans la table d'intégrales de l'annexe E. Nous obtenons pour la première intégrale :

$$\begin{aligned}-\bar{i} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{x dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} &= \frac{\bar{i}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{\bar{i}}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}} - \frac{\bar{i}}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}} \\ &= 0\bar{i}. \quad (\text{iii})\end{aligned}$$

De même, pour la deuxième intégrale,

$$\begin{aligned}y\bar{j} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} &= y\bar{j} \left[\frac{x}{y^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \right] \Big|_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{\bar{j}\left(\frac{L}{2}\right)}{y\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}} - \frac{\bar{j}\left(-\frac{L}{2}\right)}{y\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}} \\ &= \frac{L\bar{j}}{y\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}}.\end{aligned} \quad (\text{iv})$$

En insérant les résultats des équations (iii) et (iv) dans l'équation (ii), nous obtenons

$$\bar{E} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 y \sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}} \bar{j}.$$

Cette réponse n'est pas la réponse finale, car elle est écrite en fonction de paramètres intermédiaires (λ et \bar{j}), qui ne sont pas dans l'énoncé du problème. Nous devons remplacer λ par Q/L et \bar{j} par vers le haut :

$$\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y \sqrt{y^2 + L^2/4}} \overset{\text{vers le haut}}{\rightarrow}. \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

La réponse est bien un vecteur. Nous remarquons que la composante x du champ est nulle : la partie gauche et la partie droite de la tige produisent des composantes horizontales opposées qui ont le même module. Pour les points qui ne sont pas vis-à-vis du centre de la tige, le champ a une composante x et une composante y non nulle.

La relation trouvée est valable pour tous les points situés au-dessus de la tige. Elle l'est aussi pour les points en dessous de la tige, avec $y < 0$. Nous vérifions que pour $y \gg L$, le module du champ est

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \quad (y \gg L),$$

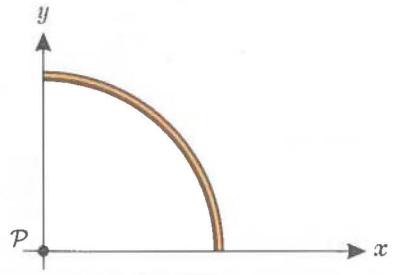
car, dans ce cas, la tige se comporte comme une charge ponctuelle. Il est aussi intéressant de prendre la limite $y \ll L$:

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y(L/2)} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \quad (y \ll L).$$

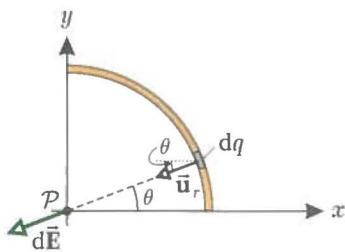
Ceci représente le module du champ dans la limite d'une tige infinie. Nous verrons au chapitre 3 une autre méthode pour calculer le champ électrique produit par une tige infinie.

EXEMPLE 2.7 Le champ d'un quart de cercle

On courbe une tige pour former un quart de cercle de rayon R . La tige a une charge Q uniformément distribuée. Quel est le champ électrique au point P illustré ci-dessous ?

**SOLUTION**

Nous traçons le schéma de la situation à la figure 2.25. L'élément dq est un élément de l'arc de cercle. Le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{u}}_r$ est orienté vers l'origine.

**FIGURE 2.25**

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.7

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
Q, R	$\bar{\mathbf{E}}$

On a $dq = \lambda ds$, où ds est la longueur de l'arc de cercle de l'élément dq . Cette longueur peut être exprimée en fonction du rayon de l'arc. En effet, la longueur d'un arc de cercle est $s = R\theta$, où θ est l'angle exprimé en radians. Alors $ds = R d\theta$, où $d\theta$ est l'angle infinitésimal de l'élément de l'arc de cercle. Donc,

$$dq = \lambda ds = \lambda R d\theta$$

$$r = R$$

$$\bar{\mathbf{u}}_r = -(1) \cos \theta \bar{\mathbf{i}} - (1) \sin \theta \bar{\mathbf{j}};$$

l'angle θ est illustré sur le schéma. Cet angle varie de 0 à $\pi/2$ rad. Remarquez que nous avons calculé les composantes du vecteur $\bar{\mathbf{u}}_r$ en utilisant la trigonométrie, car son orientation est connue et son module est égal à 1.

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.21 :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{tige}} \frac{dq}{r^2} \bar{\mathbf{u}}_r \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda R d\theta}{R^2} (-\cos \theta \bar{\mathbf{i}} - \sin \theta \bar{\mathbf{j}}). \quad (\text{i}) \end{aligned}$$

Résoudre le problème

Nous réécrivons l'intégrale comme la somme de deux intégrales :

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[-\bar{\mathbf{i}} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta - \bar{\mathbf{j}} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \right]. \quad (\text{ii})$$

Les intégrales sont données à l'annexe E.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}} &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[-\bar{\mathbf{i}} \sin \theta \Big|_0^{\pi/2} + \bar{\mathbf{j}} \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[-\bar{\mathbf{i}} \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) - \sin 0 \right) \right. \\ &\quad \left. + \bar{\mathbf{j}} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - \cos 0 \right) \right] \\ \bar{\mathbf{E}} &= -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}}). \end{aligned}$$

Il faut aussi remplacer la charge linéique par la charge divisée par la longueur de l'arc. Pour un quart de cercle, on a $L = R\pi/2$ et $\lambda = 2Q/(\pi R)$. Nous obtenons alors

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{-Q}{2\pi^2\epsilon_0 R^2} (\bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}}). \quad (\text{réponse})$$

Valider la réponse

Nous obtenons bien un vecteur. Le champ a des composantes x et y négatives, comme il est indiqué sur le schéma. Le champ est orienté selon un angle de 45° , ce qui correspond à l'axe de symétrie de l'arc de cercle. Nous avons supposé que $Q > 0$, mais la réponse finale est aussi valide pour $Q < 0$.

2.5 Le champ produit par les anneaux, les disques et les plans

À partir de la méthode expliquée à la section précédente, calculons le champ électrique créé par trois distributions importantes : un anneau, un disque et un plan infini.

Le champ produit par un anneau

On veut obtenir le champ à un point \mathcal{P} situé à la position z sur l'axe d'un anneau, comme le montre la figure 2.26. L'anneau a un rayon R et une charge Q uniformément distribuée. Prenons d'abord un élément de charge dq situé sur l'axe des y , à gauche de l'origine. Selon la figure 2.27,

$$\begin{aligned}\vec{r} &= R\vec{j} + z\vec{k} \\ r &= |\vec{r}| = \sqrt{R^2 + z^2} \\ \vec{u}_r &= \frac{\vec{r}}{r} = \frac{R\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{R^2 + z^2}}.\end{aligned}$$

Le champ $d\vec{E}$ produit par cet élément est

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)} \left[\frac{R\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R\vec{j} + z\vec{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right].$$

REMARQUE

Dans la figure 2.26, on a supposé que dq est positif pour pouvoir tracer le champ $d\vec{E}$. Cependant, la démonstration est valable quel que soit le signe de la charge.

Prenons ensuite l'élément dq' situé de l'autre côté de l'anneau, sur l'axe des y . Cet élément est situé à la même distance r que l'élément dq , mais il produit un champ électrique $d\vec{E}'$ n'ayant pas la même orientation que le champ $d\vec{E}$ (voir la figure 2.26). On veut maintenant calculer le vecteur unitaire \vec{u}'_r . La figure 2.27 montre la décomposition du vecteur \vec{r}' selon ses composantes :

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= -R\vec{j} + z\vec{k} \\ r' &= r = \sqrt{R^2 + z^2} \\ \vec{u}'_r &= \frac{\vec{r}'}{r} = \frac{-R\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{R^2 + z^2}} \\ d\vec{E}' &= \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}'_r = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-R\vec{j} + z\vec{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right].\end{aligned}$$

Lorsqu'on additionne les champs $d\vec{E}$ et $d\vec{E}'$, les composantes y s'annulent et ne laissent qu'un champ orienté dans la direction de l'axe des z (perpendiculaire au plan de l'anneau). Les éléments de charge qui ont été choisis sont des éléments particuliers. Pour les autres éléments de charge, le champ infinitésimal produit a une composante parallèle au plan de l'anneau et une composante perpendiculaire. Pour chaque élément de charge, il y a un élément de charge opposé sur l'anneau, situé à la même distance du point \mathcal{P} , de telle sorte que les composantes parallèles au plan de l'anneau vont s'annuler, laissant

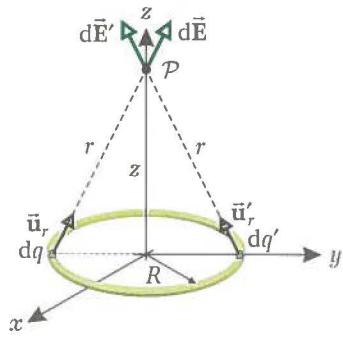


FIGURE 2.26

Le calcul du champ au point \mathcal{P} produit par un anneau uniformément chargé

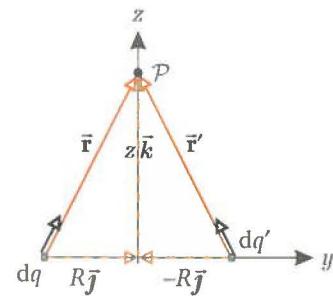


FIGURE 2.27

La décomposition de \vec{r} et \vec{r}' selon leurs composantes cartésiennes

uniquement une composante z . Donc, le champ résultant est obtenu en intégrant la composante z :

$$\bar{\mathbf{E}} = \int_{\text{anneau}} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \bar{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Dans cette intégrale, tous les paramètres sont des constantes: le rayon R de l'anneau, la distance z entre le point \mathcal{P} et le centre de l'anneau et le vecteur \bar{k} . On peut sortir toutes les constantes de l'intégrale:

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{z \bar{k}}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_{\text{anneau}} dq$$

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \bar{k}, \quad (2.22)$$

où $\int dq$ donne simplement la charge Q de l'anneau.

Si la charge Q est positive, le champ est orienté vers le haut pour un point \mathcal{P} au-dessus de l'anneau (avec $z > 0$) et vers le bas pour un point au-dessous de l'anneau (avec $z < 0$). Si la charge Q est négative, l'équation 2.22 demeure valide: le champ électrique est orienté vers l'anneau.

Il est intéressant de regarder deux cas limites. Au centre de l'anneau, $z = 0$, et le champ de l'anneau est nul. Chaque élément de charge dq produit un champ électrique horizontal qui est annulé par un élément dq' opposé. L'autre cas limite est $z \gg R$, un point très éloigné de l'anneau. Le champ est alors donné par

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2},$$

ce qui correspond au module du champ produit par une charge ponctuelle. En effet, si le point \mathcal{P} est très loin de l'anneau, la forme de l'anneau n'a plus d'importance.

La figure 2.28 montre l'orientation du champ à différents points sur l'axe de l'anneau, et la figure 2.29 représente le module du champ en fonction de la distance z sur l'axe. Remarquez que le module du champ atteint une valeur maximale pour une distance z inférieure au rayon de l'anneau.

On a calculé le champ électrique pour des points sur l'axe de l'anneau. Il y a aussi un champ pour les points qui ne sont pas sur l'axe. Par contre, il est beaucoup plus difficile de calculer le champ pour ces points car il n'y a pas de symétrie pour simplifier le calcul. Nous reviendrons sur le concept de symétrie au chapitre 3.

Le champ produit par un disque

On veut maintenant obtenir le champ créé par un disque, de rayon R , ayant une charge Q uniformément distribuée sur sa surface. Encore une fois, on se limite aux points sur l'axe du disque. Comme la charge est uniformément distribuée, la charge surfacique est

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2}.$$

Jusqu'à présent, on a divisé les distributions continues de charge en éléments de charge dq ponctuels. Cette fois-ci, on utilise des éléments de charge infinitésimaux en forme d'anneau ayant un rayon r et une épaisseur dr , comme le montre

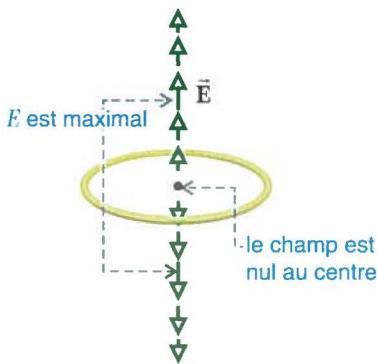


FIGURE 2.28

Le champ le long de l'axe d'un anneau chargé positivement

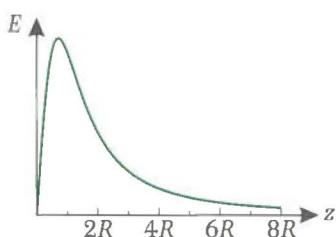


FIGURE 2.29

Le module du champ sur l'axe d'un anneau en fonction de la distance

la figure 2.30. On emploie cette méthode, car on a déjà calculé le champ d'un anneau. La charge sur l'anneau est

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr, \quad (2.23)$$

car l'aire d'un anneau correspond à sa circonférence multipliée par son épaisseur. L'anneau produit donc un champ $d\vec{E}$ au point \mathcal{P} , qu'on calcule à l'aide de l'équation 2.22, en remplaçant R par r et Q par dq , obtenue à l'aide de l'équation 2.23 :

$$d\vec{E} = \frac{(\sigma 2\pi r dr) z}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} \vec{k}.$$

Pour obtenir le champ résultant du disque, on additionne vectoriellement les champs créés par tous les anneaux infinitésimaux, dont le rayon varie de $r = 0$ jusqu'à $r = R$. Il faut donc calculer l'intégrale :

$$\vec{E} = \int_0^R \frac{\sigma 2\pi z \vec{k} r dr}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\sigma z \vec{k}}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}},$$

où on a sorti les constantes de l'intégrale. L'intégrale est donnée à l'annexe E. On obtient

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\sigma z \vec{k}}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right]_0^R = \frac{\sigma z \vec{k}}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} + \frac{1}{|z|} \right] \\ \vec{E} &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \vec{k} \quad (\text{sur l'axe d'un disque}) . \end{aligned} \quad (2.24)$$

La valeur absolue du premier terme est nécessaire afin que l'équation donne le bon champ électrique, y compris l'orientation, pour des points sous le disque, avec $z < 0$. Il est possible de vérifier que pour un disque chargé positivement (avec $\sigma > 0$), le champ est orienté dans le sens de \vec{k} pour des points au-dessus du disque ($z > 0$), et il est orienté dans le sens de $-\vec{k}$ pour des points sous le disque ($z < 0$). La figure 2.31 illustre le champ sur l'axe d'un disque.

REMARQUE

Il faut se rappeler que $\sqrt{z^2}$ donne une valeur positive. Donc, si $z < 0$, $\sqrt{z^2} = -z$. C'est pour cette raison qu'on a écrit $\sqrt{z^2} = |z|$, ce qui englobe toutes les possibilités.

Comme d'habitude, c'est une bonne idée de vérifier si le champ tend vers celui d'une charge ponctuelle pour des points éloignés. Supposons que le point \mathcal{P} est au-dessus du disque, avec $z > 0$ et $z \gg R$. Alors $\sqrt{R^2 + z^2} \approx z$, et on obtient, pour le module du champ,

$$E \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{z} \right] = 0 .$$

L'approximation est trop brutale. On a négligé des termes qui semblent petits mais ne sont pas négligeables par rapport à zéro. Il faut retourner à l'équation 2.24 :

$$E = \frac{Q / (2\pi R^2)}{\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R^2/z^2}} \right]. \quad (2.25)$$

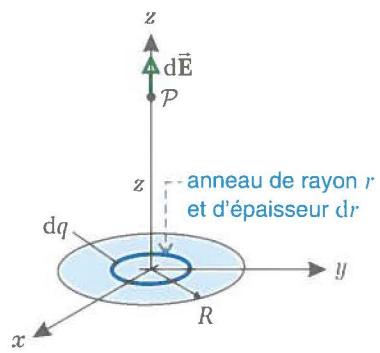


FIGURE 2.30
Le calcul du champ sur l'axe d'un disque

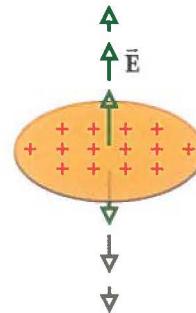


FIGURE 2.31
Le champ électrique sur l'axe d'un disque uniformément chargé

Le deuxième terme entre crochets est de la forme $(1+x)^n$, avec $x = R^2/z^2$ et $n = -1/2$. Lorsque $x \ll 1$, on peut utiliser l'approximation du binôme (donnée à l'annexe E) :

$$(1+x)^n \approx 1+nx \quad \text{lorsque } x \ll 1. \quad (2.26)$$

On obtient alors une approximation pour le terme entre crochets :

$$1-(1+R^2/z^2)^{-1/2} \approx 1-\left(1-\frac{R^2}{2z^2}\right)=\frac{R^2}{2z^2}.$$

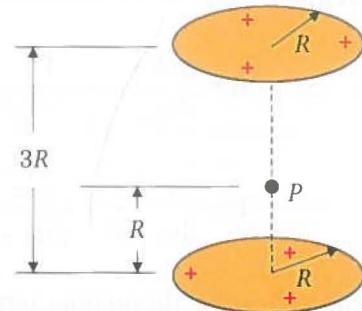
En insérant ce résultat dans l'équation 2.25, on obtient

$$E \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{R^2}{2z^2}\right)=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2},$$

ce qui est bien le module du champ produit pour une charge ponctuelle.

EXEMPLE 2.8 Le résultat de deux disques

Deux disques identiques de rayon R sont séparés par une distance de $3R$, comme le montre la figure ci-contre. Si chaque disque a une charge $Q = 120 \text{ nC}$ répartie uniformément, et que $R = 6,00 \text{ cm}$, calculez le champ électrique au point P situé à une distance R du disque inférieur.



SOLUTION

Illustrer la situation

Nous ajoutons, dans le schéma de la situation illustré à la figure 2.32, un système de coordonnées cartésiennes avec l'origine située au centre du disque du dessous, et l'axe des z orienté vers le haut. Le disque inférieur produit un champ \vec{E}_1 orienté vers le haut, et le disque supérieur, un champ \vec{E}_2 orienté vers le bas.

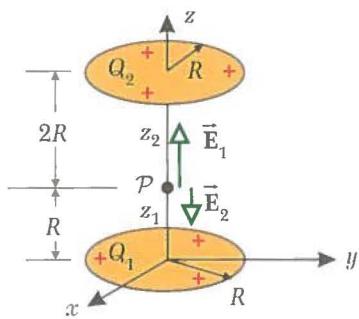


FIGURE 2.32

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.8

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$Q_1 = Q_2 = Q = 120 \text{ nC}$	\vec{E}
$R_1 = R_2 = R = 0,0600 \text{ m}$	
$z_1 = R = 0,0600 \text{ m}$	
$z_2 = -2R = -0,120 \text{ m}$	

Le point P est sous le disque du haut; pour cette raison, $z_2 < 0$. La charge surfacique sur chaque disque est

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{120 \times 10^{-9} \text{ C}}{\pi (0,0600 \text{ m})^2} = 1,061 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2. \quad (i)$$

Identifier les clés

La première **clé** est l'équation 2.24 donnant le champ sur l'axe d'un disque, car le point P est sur l'axe de chaque disque :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \vec{k}. \quad (ii)$$

La deuxième clé est le principe de superposition :

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2. \quad (\text{iii})$$

Résoudre le problème

Nous remplaçons les valeurs algébriques ($z_1 = R$ et $z_2 = -2R$) pour obtenir les champs \bar{E}_1 et \bar{E}_2 :

$$\begin{aligned}\bar{E}_1 &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{R}{|R|} - \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} \right] \bar{k} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \bar{k} \\ \bar{E}_2 &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{-2R}{|-2R|} - \frac{(-2R)}{\sqrt{R^2 + (-2R)^2}} \right] \bar{k} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[-1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right] \bar{k} \\ \bar{E} &= \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right] \bar{k} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \bar{k}.\end{aligned}$$

Il ne reste qu'à remplacer la valeur numérique de la charge surfacique :

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{1,061 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2}{2 \times 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left[\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \bar{k} \\ &= 1,12 \times 10^5 \text{ N/C} \bar{k}. \quad (\text{réponse})\end{aligned}$$

Valider la réponse

La réponse est un vecteur. Le champ résultant doit être orienté dans le sens de \bar{k} , car le point P est plus près du disque inférieur, et les deux disques sont identiques. Donc, le champ \bar{E}_1 doit avoir un module plus grand que le champ \bar{E}_2 . Il est intéressant de constater qu'étant donné que la distance entre P et chaque disque est un multiple du rayon des disques, le champ final dépend uniquement de la charge surfacique.

Le champ produit par un plan isolant infini

Il est possible d'obtenir le champ créé par un plan uniformément chargé, pour des points très près du plan, de telle sorte que le plan est pratiquement infini. La figure 2.33 montre un plan, qui correspond au plan des xy , dont la charge surfacique σ est uniforme. On trouve le champ à un point P en prenant la limite d'un disque de rayon R avec $R \rightarrow \infty$. Selon l'équation 2.24,

$$\bar{E} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \bar{k} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \bar{k}.$$

Le terme $z/|z|\bar{k}$ donne un vecteur orienté vers le haut pour les points au-dessus du plan et un vecteur orienté vers le bas pour les points en dessous du plan. De plus, le module de ce vecteur est égal à 1. On définit donc \bar{u}_n le *vecteur unitaire normal* au plan :

$$\bar{u}_n = \frac{z}{|z|} \bar{k} = \overrightarrow{\text{perpendiculaire au plan}}. \quad (2.27)$$

Avec cette définition, le champ produit par un plan infini uniformément chargé est donné par :

$$\bar{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \bar{u}_n \quad (\text{plan infini uniformément chargé}). \quad (2.28)$$

Ce résultat est très intéressant : pour un point très près d'un plan uniformément chargé, le champ devient uniforme, c'est-à-dire qu'il ne change pas d'un point à

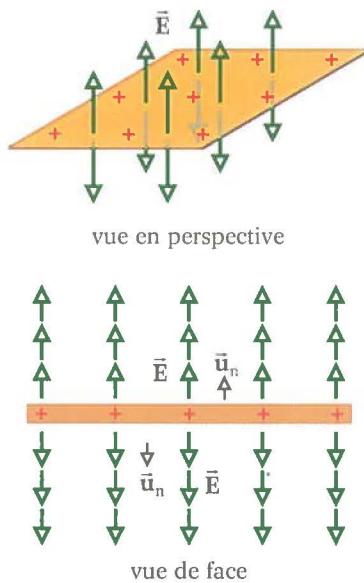


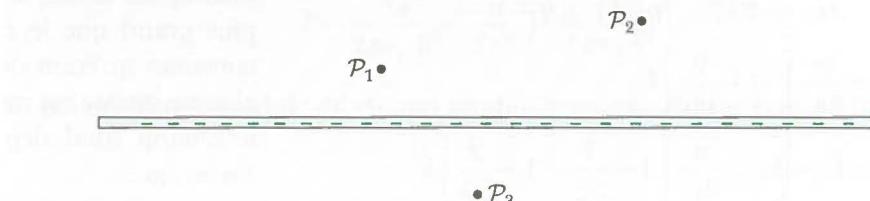
FIGURE 2.33
Le champ produit par un plan infini

l'autre. La figure 2.33 illustre le champ électrique d'un plan infini. Évidemment, il n'est pas possible d'avoir un plan infini dans la réalité. Par contre, l'équation 2.28 est une bonne approximation pour les points près du centre d'un plan uniformément chargé dont les dimensions sont beaucoup plus grandes que la distance z .

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 2.3

La figure suivante présente un plan infini dont la charge négative est uniformément distribuée.

- Tracez le champ électrique pour les points illustrés.
- Pour quel point le module du champ est-il plus grand ?



Le champ produit par deux plaques parallèles

La figure 2.34 montre deux grandes plaques identiques parallèles, séparées par une distance d beaucoup plus petite que la grandeur des plaques. On place une charge $+Q$ sur la plaque inférieure et une charge $-Q$ sur la plaque supérieure. On fait l'approximation que les plaques sont infinies.

La plaque positive produit un champ \bar{E}_+ orienté à l'opposé de cette plaque. La plaque négative produit un champ \bar{E}_- orienté vers cette plaque. La figure 2.34 illustre les champs dans les trois régions. Dans la partie supérieure et la partie inférieure, les deux champs sont opposés. Dans la partie centrale, les deux champs ont la même orientation. Dans l'approximation des plans infinis, le module du champ produit par chaque plaque est uniforme ($E = \sigma/[2\epsilon_0]$). On obtient alors

$$\bar{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \xrightarrow{\text{du positif vers le négatif}} & (\text{entre les plaques}) \\ \bar{0} & (\text{à l'extérieur des plaques}). \end{cases} \quad (2.29)$$

MISE EN GARDE

Le champ \bar{E}_+ existe de chaque côté de la plaque positive, sans s'arrêter à la plaque négative. La plaque négative n'arrête pas le champ \bar{E}_+ . De même, le champ \bar{E}_- ne s'arrête pas à la plaque positive.

La figure 2.35a montre le champ résultant lorsqu'on suppose que les plaques sont infinies : le champ existe uniquement entre les plaques et il est uniforme, c'est-à-dire qu'il ne varie pas d'un point à un autre. Il s'agit d'une très bonne approximation lorsque la distance d entre les plaques est beaucoup plus faible que les dimensions des plaques. Remarquez aussi que dans ce cas, la forme exacte des plaques n'est pas importante. La figure 2.35b illustre le champ réel. Entre les plaques, le champ est en grande partie uniforme, sauf sur les bords de celles-ci, où le champ varie légèrement. De plus, il y a un champ très faible, mais non nul à l'extérieur.

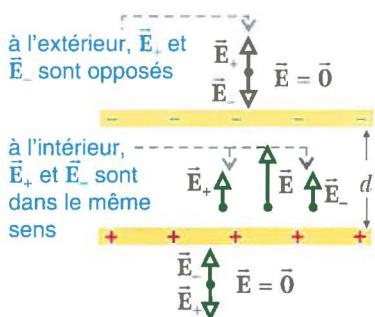


FIGURE 2.34

Le calcul du champ produit par deux grandes plaques parallèles

Dans la pratique, la configuration des plaques parallèles est très importante pour produire un champ électrique uniforme. Nous verrons à la section 2.7 le mouvement de particules chargées dans un champ électrique uniforme. Il faudra se rappeler que ce champ est produit par deux plaques parallèles, ayant des charges opposées, avec des dimensions beaucoup plus grandes que la distance entre elles.

Défi animé 2.2

Le champ électrique à l'intérieur d'un système de deux plaques parallèles chargées de signes opposés est-il vraiment uniforme ?

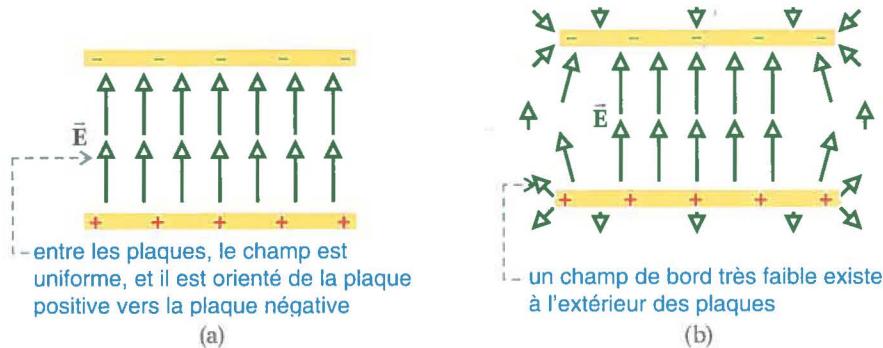


FIGURE 2.35

(a) Le champ produit par des plaques parallèles infinies. (b) Le champ électrique produit par des plaques réelles.

EXEMPLE 2.9 Un accélérateur d'électrons

Pour accélérer des électrons, on veut produire un champ électrique uniforme $\bar{E} = -4,50 \times 10^5 \text{ N/C}$ en utilisant deux plaques parallèles carrées, de 8,00 cm de côté et séparées par une distance de 350 μm .

- Comment doit-on placer les plaques ?
- Quelle est la polarité de chaque plaque ?
- Calculez la charge sur chaque plaque.

SOLUTION a.

Décortiquer le problème

Nous avons des plaques dont les côtés $\ell = 80,0 \text{ mm}$ sont beaucoup plus grands que la distance entre les plaques ($d = 0,350 \text{ mm} = 0,0043\ell$). Nous pouvons donc les considérer comme infinies.

Identifier la clé

La **clé** est que le champ est perpendiculaire aux plaques. Donc, pour que le champ soit parallèle à l'axe des y :

Les plaques doivent être parallèles au plan des xz .
(réponse)

SOLUTION b.

Illustrer la situation

La figure 2.36 montre une vue de face (avec l'axe des x sortant de la page) des plaques. Le champ est orienté dans le sens opposé de l'axe des y .

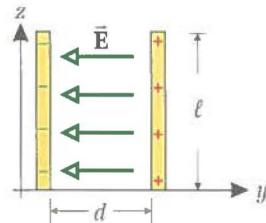


FIGURE 2.36

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.9

Identifier la clé

La **clé** est que le champ doit être orienté de la plaque positive vers la plaque négative. Donc:

La plaque de gauche est négative. (réponse)

La plaque de droite est positive. (réponse)

SOLUTION c.**Décortiquer le problème**

Connues	Inconnues
$\bar{E} = -4,50 \times 10^5 \text{ N/C}$	Q_-
$\ell = 0,0800 \text{ m}$	Q_+
$d = 350 \times 10^{-6} \text{ m}$	

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.29. Le module du champ est

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad (\text{i})$$

avec $\sigma = Q/A = Q/\ell^2$. Le module du champ est donc

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \ell^2}. \quad (\text{ii})$$

Résoudre le problème

Nous pouvons isoler Q dans l'équation (ii) :

$$\begin{aligned} Q &= E \epsilon_0 \ell^2 \\ &= (4,50 \times 10^5 \text{ N/C}) [8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)] \\ &\quad \times (0,0800 \text{ m})^2 \\ &= 2,55 \times 10^{-8} \text{ C}. \end{aligned}$$

Ceci représente la charge sur la plaque positive, alors que la charge de la plaque négative est l'opposé de cette charge.

$Q_+ = 25,5 \text{ nC}$ (plaque de droite). (réponse)

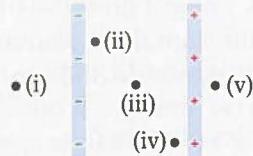
$Q_- = -25,5 \text{ nC}$ (plaque de gauche). (réponse)

Valider la réponse

Nous répondons bien aux questions.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 2.4

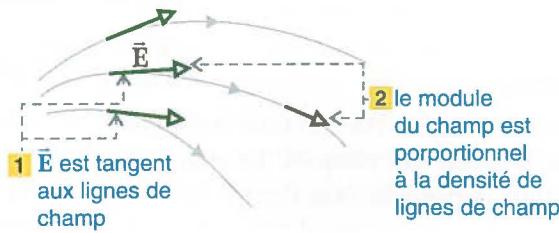
La figure suivante présente deux plaques infinies ayant des charges surfaciques uniformes et opposées. Classez les différents points illustrés par ordre décroissant selon le module du champ électrique à ces positions.

**2.6 Les lignes de champ**

Bien que le champ électrique soit imperceptible, il est quand même réel. Afin de le visualiser, on a tracé pour certains points le vecteur champ pour ces positions. La méthode des lignes de champ est une autre méthode qui permet de visualiser le champ électrique présent. On trace les lignes de champ à l'aide de la technique suivante :

TECHNIQUE 2.1 Les lignes de champ électrique

1. Le champ électrique est tangent aux lignes de champ.
2. Le module du champ est proportionnel à la densité de lignes de champ : plus les lignes de champ sont rapprochées, plus le module du champ est grand.



La figure 2.37 illustre les lignes de champ pour une charge ponctuelle positive et pour une charge ponctuelle négative. Les lignes de champ sont radiales. De plus, pour les points éloignés, la densité de lignes est plus faible que pour les points rapprochés, ce qui illustre le fait que le champ diminue avec la distance.

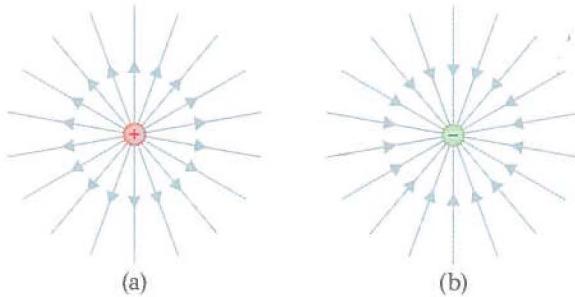


FIGURE 2.37

Les lignes de champ (a) pour une charge ponctuelle positive et (b) pour une charge ponctuelle négative.

Lorsque plusieurs charges sont présentes, les lignes de champ sont tracées en respectant les propriétés suivantes.

- Les lignes de champ vont des charges positives vers les charges négatives (il peut y avoir des lignes à l'infini).
- Le nombre de lignes de champ qui sont issues d'un objet ou qui se terminent sur un objet est proportionnel à la charge de l'objet.
- Les lignes de champ ne se croisent pas.

La première propriété découle du fait que le champ électrique est produit par les charges. La deuxième propriété est le résultat de l'étape 2 de la technique. Finalement, la troisième propriété assure que le champ a une orientation unique en tout point.

Dans la figure 2.38, on peut voir les lignes de champ d'un dipôle centré à l'origine, avec le moment dipolaire \vec{p} (un vecteur orienté de la charge négative vers la charge positive) orienté dans le même sens que l'axe des z . Les lignes de champ montrent que le champ électrique est opposé au moment dipolaire pour les points situés sur l'axe des y (la bissectrice du dipôle) et qu'il est dans le même sens que \vec{p} pour les points situés sur l'axe des z , à l'exception des points qui se trouvent entre les deux charges. Nous avons obtenu ces résultats à la section 2.3.

L'exemple du dipôle met en évidence un défaut dans les schémas de lignes de champ : on ne peut pas construire le schéma de la figure 2.38 à partir des schémas des lignes de champ des charges ponctuelles de la figure 2.37. Le principe de superposition est caché dans ces figures. Par contre, un schéma de lignes de champ donne une image plus globale qu'un diagramme où on ne trace que quelques champs électriques. Il est aussi possible de représenter le champ de distribution continue à l'aide d'un schéma de lignes de champ. La figure 2.39 illustre les lignes de champ pour deux grandes plaques parallèles ayant des charges surfaciques opposées, la configuration illustrée à la figure 2.35b.

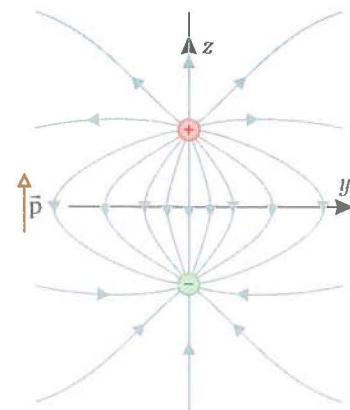


FIGURE 2.38

Les lignes de champ électrique d'un dipôle

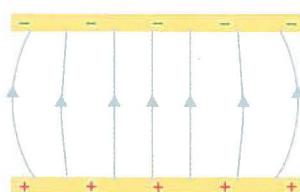


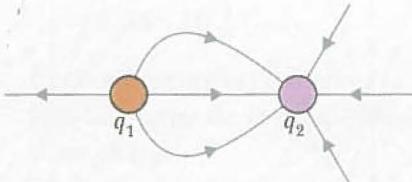
FIGURE 2.39

Les lignes de champ pour deux grandes plaques parallèles

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 2.5

La figure ci-dessous montre les lignes de champ de deux charges différentes.

- Quel est le signe de chaque charge ?
- Quel est le rapport $|q_1|/|q_2|$?



2.7 Le mouvement d'une charge ponctuelle dans un champ électrique

Au début du chapitre, on a expliqué la méthode pour calculer la force électrique exercée par un ensemble de charges électriques sur une autre charge. La première étape consiste à calculer le champ électrique produit par l'ensemble des charges. C'est ce qui a été fait dans les dernières sections. Voyons maintenant la façon de calculer la force exercée sur une charge supplémentaire placée dans le champ.

La figure 2.40 montre une région où il y a un champ électrique \vec{E} , créé par des charges qui ne sont pas illustrées. Une charge q se trouve dans cette région.

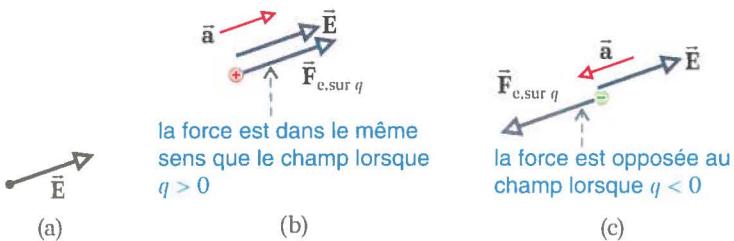


FIGURE 2.40

(a) Un champ électrique est présent à la position du point. (b) Une charge positive subit une force dans le même sens que le champ lorsque $q > 0$. (c) Une charge négative subit une force opposée au champ lorsque $q < 0$.

La charge peut être immobile ou en mouvement. Selon l'équation 2.2, la force électrique exercée sur la charge est

$$\vec{F}_{\text{e.sur } q} = q \vec{E} .$$

Dans beaucoup de situations, la force gravitationnelle est négligeable, et il n'y a pas d'autre force exercée sur la charge. La force électrique est alors la force résultante. Selon la deuxième loi de Newton,

$$\vec{F}_{\text{rés}} = q \vec{E} = m \vec{a} .$$

On obtient donc l'accélération de la charge :

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} . \quad (2.30)$$

L'accélération dépend de la charge, de la masse et du champ électrique.

⊕ L'accélération a le même sens que \vec{E} lorsque la charge est positive, et l'accélération est de sens opposé à \vec{E} dans le cas d'une charge négative.

À partir de l'accélération, la cinématique peut être utilisée pour obtenir le mouvement de la particule chargée. Comme on l'a expliqué dans le tome 1, l'accélération produit un changement de vitesse :

- Le module de la vitesse augmente si \vec{a} a le même sens que \vec{v} .
- Le module de la vitesse diminue si \vec{a} est opposé à \vec{v} .
- L'orientation de la vitesse change si \vec{a} a une composante perpendiculaire à \vec{v} .

Une particule chargée dans un champ uniforme

Lorsqu'une charge se déplace dans un champ uniforme, son accélération ne change pas. Dans ce cas, il est possible d'utiliser les méthodes expliquées aux chapitres 3 et 4 du tome 1. En particulier, si l'accélération et la vitesse sont parallèles, alors le mouvement est un mouvement rectiligne. Si l'accélération et la vitesse ne sont pas parallèles, alors le mouvement est semblable à celui d'un projectile, avec une trajectoire parabolique. En plaçant l'axe des y parallèlement au champ électrique, il est possible d'utiliser une stratégie semblable à la stratégie 4.1 du tome 1, utilisée pour l'étude du projectile.

STRATÉGIE 2.3 Une charge dans un champ uniforme

Illustrer la situation

Vous devez dessiner un schéma de la situation en traçant l'objet avec les points importants de sa trajectoire. Numérotez ces points de façon séquentielle. Tracez un système de coordonnées cartésiennes avec l'axe des y orienté dans la même direction que le champ électrique, et en situant clairement l'origine.

Décortiquer le problème

Faites un tableau dans lequel vous indiquez les données connues et inconnues. Séparez le tableau selon les composantes x et y . Calculez les composantes de la vitesse initiale et de l'accélération à l'aide des équations suivantes :

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta_0 \quad (2.31)$$

$$a_x = 0 \quad a_y = \frac{q}{m} E_y . \quad (2.32)$$

Identifier la clé

La **clé** est l'une des équations de la cinématique en deux dimensions :

composante x	composante y
$v_x = v_{0x}$	$v_y = v_{0y} + a_y t$

(2.33)

$x = x_0 + v_{0x} t$	$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
----------------------	--------------------------------------------

(2.34)

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0) \quad (2.35)$$

$$y = y_0 + \left(\frac{v_{0y} + v_y}{2} \right) t . \quad (2.36)$$



Lorsque le temps n'est pas important dans le problème, l'équation de la trajectoire peut être utilisée :

$$y = y_0 + \tan \theta_0 (x - x_0) + \frac{a_y (x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}. \quad (2.37)$$

Résoudre le problème

Vous devez résoudre l'équation ou le système d'équations pour trouver la quantité inconnue.

Valider la réponse

Vérifiez si vous répondez bien à la question, si la réponse a du sens, si les unités et le signe sont corrects.

Défi animé 2.3

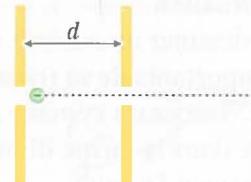
Pouvez-vous contrôler la trajectoire d'un disque chargé à l'aide de la force électrique transmise par d'autres charges ?

MISE EN GARDE

Contrairement à la situation relative au projectile, où l'accélération est toujours vers le bas, l'accélération de la charge peut être vers le haut ou vers le bas selon l'orientation du champ électrique et du signe de la charge.

EXEMPLE 2.10 Un canon à électrons

Des électrons, initialement au repos, sont accélérés vers la droite jusqu'à ce qu'ils atteignent une vitesse de module de $8,4 \times 10^6$ m/s. Ceci est accompli au moyen de deux grandes plaques parallèles, munies d'un orifice (voir la figure ci-contre). Les deux plaques sont séparées par une distance $d = 1,2$ cm. Calculez le champ électrique nécessaire.



SOLUTION

Illustrer la situation

Le schéma de la situation est présenté à la figure 2.41. Nous plaçons l'axe des y vers la droite, avec l'origine vis-à-vis de la position initiale de l'électron.

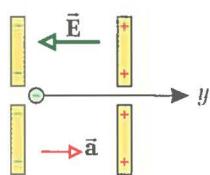


FIGURE 2.41

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.10

Décortiquer le problème

Le champ électrique est confiné entre les plaques. Ceci implique que l'électron subit une accélération seulement lorsqu'il est entre les plaques. Le champ entre les plaques est uniforme, donc l'accélération est constante.

Connues	
$y_0 = 0,00$ m	$y = d = 0,012$ m
$v_{0y} = 0,0$ m/s	$v_y = 8,4 \times 10^6$ m/s
$m = 9,109 \times 10^{-31}$ kg	$q = -1,602 \times 10^{-19}$ C

Inconnue

$$\vec{E}$$



Identifier les clés

La première **clé** est la troisième équation du mouvement uniformément accéléré :

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0) \Rightarrow a_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2(y - y_0)}. \quad (\text{i})$$

La deuxième **clé** est la deuxième loi de Newton, en tenant compte que l'électron subit uniquement la force électrique :

$$\bar{F}_{\text{rés}} = q\bar{E} = m\bar{a} \Rightarrow \bar{E} = \frac{m}{q}\bar{a}. \quad (\text{ii})$$

Résoudre le problème

Nous calculons d'abord l'accélération à partir de l'équation (i) :

$$a_y = \frac{(8,4 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{2 \times 0,012 \text{ m}} = 2,94 \times 10^{15} \text{ m/s}^2,$$

pour ensuite calculer le champ électrique :

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}}{-1,602 \times 10^{-19} \text{ C}} (2,94 \times 10^{15} \text{ m/s}^2) \bar{j} \\ &= -1,67 \times 10^4 \text{ N/C} \bar{j}. \end{aligned}$$

Donc,

$$\bar{E} = 1,67 \times 10^4 \text{ N/C} \xrightarrow{\text{vers la gauche}}.$$

(réponse)

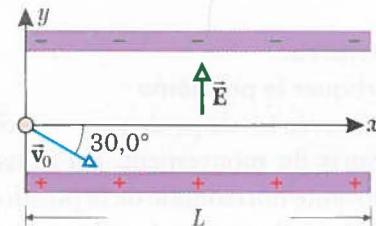
Valider la réponse

Le champ doit être orienté vers la gauche pour que la force exercée sur l'électron soit vers la droite. C'est bien ce que nous obtenons.

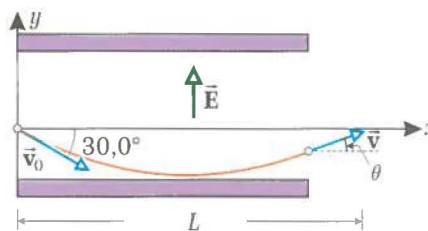
EXEMPLE 2.11 La trajectoire d'un proton

Un champ électrique uniforme $\bar{E} = 3,20 \times 10^3 \text{ N/C} \bar{j}$ est produit par deux grandes plaques parallèles ayant une longueur $L = 15,0 \text{ cm}$ (voir la figure ci-contre). Un proton est envoyé à partir de la gauche, avec une vitesse de $2,50 \times 10^5 \text{ m/s}$ selon un angle de $30,0^\circ$ en dessous de l'horizontale.

- Calculez le temps pour que le déplacement horizontal du proton soit de L .
- Quel est le déplacement vertical du proton ?
- Quelle est l'orientation de la trajectoire du proton après son passage entre les plaques ?

**SOLUTION****Illustrer la situation**

Nous illustrons le schéma de la situation à la figure 2.42. Il y a deux positions importantes : la position initiale (à gauche des plaques), où nous avons placé l'origine, et la position finale (à droite des plaques).

**FIGURE 2.42**

Le schéma de la situation pour l'exemple 2.11

Décortiquer le problème

Connues	Inconnues
$v_0 = 2,50 \times 10^5 \text{ m/s}$	t
$\theta_0 = 30,0^\circ$	Δy
$\vec{E} = 3,20 \times 10^3 \text{ N/C} \vec{j}$	θ
$x_0 = 0,00 \text{ m}$	
$x = L = 0,150 \text{ m}$	
$q = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$	
$m = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$	

La masse du proton se trouve à l'annexe B. Nous calculons les composantes de la vitesse initiale et de l'accélération :

$$\begin{aligned}v_{0x} &= (2,50 \times 10^5) \cos(30,0^\circ) = 2,165 \times 10^5 \text{ m/s} \\v_{0y} &= -(2,50 \times 10^5) \sin(30,0^\circ) = -1,250 \times 10^5 \text{ m/s} \\a_x &= \frac{q}{m} E_x = 0,00 \text{ m/s}^2 \\a_y &= \frac{q}{m} E_y = \left(\frac{1,602 \times 10^{-19}}{1,673 \times 10^{-27}} \right) 3,20 \times 10^3 \\&= 3,064 \times 10^{11} \text{ m/s}^2.\end{aligned}$$

SOLUTION a.**Décortiquer le problème**

Pour trouver le temps de passage, on utilise la composante x du mouvement, car nous connaissons la composante horizontale de la position finale, qui correspond à la longueur des plaques ($x = L$).

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 2.34 :

$$x = x_0 + v_{0x}t \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{0x}}. \quad (\text{i})$$

Résoudre le problème

En remplaçant les valeurs, nous obtenons

$$t = \frac{0,150 \text{ m}}{2,165 \times 10^5 \text{ m/s}} = 6,928 \times 10^{-7} \text{ s} = 693 \text{ ns}. \quad (\text{réponse})$$

SOLUTION b.**Décortiquer le problème**

Nous avons besoin de calculer $\Delta y = y - y_0$. Nous analysons la composante y du mouvement.

Identifier la clé

La **clé** est la composante y de l'équation 2.34 :

$$y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2. \quad (\text{ii})$$

Résoudre le problème

Nous insérons les valeurs connues et la réponse précédente :

$$\begin{aligned}\Delta y &= (-1,250 \times 10^5)(6,928 \times 10^{-7}) \\&\quad + \frac{1}{2}(3,064 \times 10^{11})(6,928 \times 10^{-7})^2 \\&= -0,0131 \text{ m} = -1,31 \text{ cm}. \quad (\text{réponse})\end{aligned}$$

SOLUTION c.**Identifier la clé**

La **clé** est que la vitesse est parallèle à la trajectoire. Donc, l'orientation de la trajectoire à la sortie des plaques correspond à l'orientation de la vitesse finale. Nous devons calculer les composantes de la vitesse à l'aide de l'équation 2.33 :

$$v_x = v_{0x} = 2,165 \times 10^5 \text{ m/s} \quad (\text{iii})$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t. \quad (\text{iv})$$

Résoudre le problème

Nous obtenons la composante y de la vitesse :

$$\begin{aligned}v_y &= (-1,25 \times 10^5) + (3,064 \times 10^{11})(6,928 \times 10^{-7}) \\&= 8,7 \times 10^4 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Ici, la soustraction fait perdre un chiffre significatif. Les deux composantes sont positives, ce qui montre que la vitesse est orientée au-dessus de l'horizontale et vers la droite. Nous calculons l'orientation :

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \arctan \left(\frac{8,7 \times 10^4}{2,165 \times 10^5} \right) \\&= 22^\circ \text{ (au-dessus de l'horizontale). (réponse)}$$

Valider la réponse

Le temps en **a.** est très faible, car le proton a une grande vitesse. L'ordre de grandeur du déplacement obtenu a du sens. En **b.** le signe négatif indique que le proton s'est déplacé vers le bas. L'orientation de la trajectoire en **c.** indique que le proton se déplace vers le haut après son passage entre les plaques.

Une particule chargée dans un champ non uniforme

Dans la plupart des situations étudiées à l'intérieur de ce chapitre, le champ électrique produit par une configuration de charges est non uniforme. Par exemple, le champ sur l'axe d'un anneau uniformément chargé est donné par l'équation 2.22 :

$$\bar{E} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}.$$

Si une charge ponctuelle située sur l'axe des z approche de l'anneau, elle subit une force qui change en fonction du temps. On ne peut utiliser les équations du mouvement uniformément accéléré. Il faut utiliser des méthodes du calcul intégral pour trouver la position à partir de la force exercée par le champ électrique. Nous verrons aussi une autre méthode au chapitre 4, basée sur l'énergie.

Le champ créé par une charge ponctuelle est non uniforme, car il diminue avec la distance. Il est possible d'analyser la trajectoire d'une particule dans un champ radial constant (la particule chargée qui produit le champ doit être fixe) : lorsque la particule a une vitesse perpendiculaire au champ électrique. Dans ce cas, la force électrique est une force centripète :

$$\sum F_c = qE = \frac{mv^2}{r}. \quad (2.38)$$

La particule chargée a une trajectoire circulaire, de rayon r .

2.8 Un dipôle dans un champ électrique

Nous avons vu au chapitre 1 qu'une force électrique peut être exercée sur un isolant neutre. Dans ce cas, les atomes se comportent comme des dipôles électriques. Analysons maintenant les forces exercées sur un dipôle électrique (un objet dont la charge nette est nulle) dans un champ électrique.

La figure 2.43 illustre un dipôle dans un champ uniforme \bar{E} . Le champ électrique est celui qui est produit par d'autres charges électriques qui ne sont pas illustrées. Le dipôle pourrait se trouver entre deux plaques parallèles. Le dipôle est constitué d'une charge $+q$ et par une charge $-q$ séparées par une distance d . Il est caractérisé par son moment dipolaire $\vec{p} = q\vec{d}$, orienté de la charge négative vers la charge positive. Pour obtenir la force résultante sur le dipôle, on calcule la force exercée sur chacune des charges constituant le dipôle :

$$\bar{F}_{\text{rés}} = \bar{F}_{c,+} + \bar{F}_{c,-} = (q\bar{E}) + (-q\bar{E}) = \bar{0}. \quad (2.39)$$

Le dipôle ne subit pas de force résultante, mais il subit un moment de force. En effet, les deux forces illustrées n'ont pas le même point d'application. Selon le chapitre 12 du tome 1, le moment de force exercé par une force \bar{F} dont le point d'application se trouve à une distance r d'un pivot se calcule à l'aide de l'expression :

$$\tau_z = \pm rF \sin \phi,$$

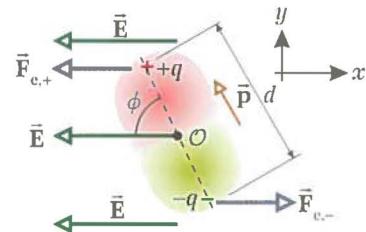


FIGURE 2.43

Un dipôle dans un champ uniforme subit une force résultante nulle.

où ϕ est l'angle entre la force \vec{F} et le vecteur \vec{r} , qui va du pivot jusqu'au point d'application de la force \vec{F} . Le signe positif est utilisé pour une rotation en sens antihoraire et le signe négatif, pour une rotation en sens horaire. Dans le SI, l'unité du moment de force est le newton mètre ($N \cdot m$), qui a les mêmes dimensions que le joule. Cependant, l'unité joule doit être utilisée exclusivement lorsqu'il est question d'énergie.

On peut calculer le moment de force par rapport au point O situé à mi-chemin entre les deux charges du dipôle. Selon la figure 2.43, chaque charge est située à une distance $d/2$ du point O , et chaque force produit une rotation en sens antihoraire. Le moment de force sur le dipôle est alors

$$\begin{aligned}\tau_z &= \tau_{z+} + \tau_{z-} = \frac{d}{2}(qE) \sin\phi + \frac{d}{2}(qE) \sin\phi = qdE \sin\phi \\ &= pE \sin\phi.\end{aligned}$$

L'angle ϕ est l'angle entre le moment dipolaire \vec{p} et le champ \vec{E} , avec $0 \leq \phi \leq 180^\circ$. Dans la situation illustrée à la figure 2.43, le moment de force est positif, car il fait tourner le dipôle en sens antihoraire. Dans d'autres situations, la rotation peut être en sens horaire. On obtient donc, de façon générale,

$$\tau_z = \pm pE \sin\phi. \quad (2.40)$$

Comme on l'a vu au chapitre 12 du tome 1, le moment de force est en fait un vecteur, avec τ_z sa composante z (et \vec{p} et \vec{E} dans le plan des xy). Pour un dipôle dans un champ uniforme, l'équation précédente se généralise ainsi :

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (2.41)$$

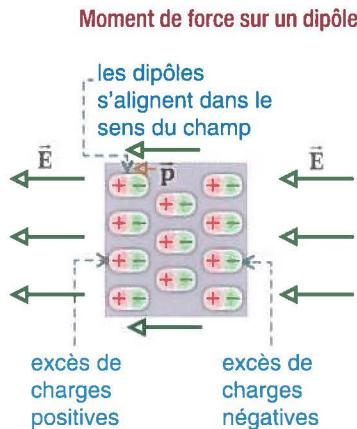


FIGURE 2.44
Un isolant dans un champ électrique extérieur \vec{E}

Il est important de constater que le moment de force tend à aligner le dipôle dans le même sens que le champ électrique, de telle sorte que l'angle ϕ s'approche de 0° . De plus, le moment de force est nul lorsque $\phi = 0^\circ$. Cette configuration correspond à un équilibre stable du dipôle (la configuration $\phi = 180^\circ$ est un équilibre instable).

Si on revient aux atomes d'un isolant dans un champ électrique extérieur, on voit que ce champ va faire tourner les atomes pour que leur moment dipolaire soit aligné de la même façon que lui. On aura alors la situation de la figure 2.44, qui est semblable à celle de la figure 1.13 de la page 15. L'isolant devient polarisé : il y a un surplus de charge négative d'un côté et un surplus de charge positive de l'autre côté. L'isolant neutre subit une force électrique dans le même sens que le champ extérieur. Nous verrons au chapitre 3 l'effet de la polarisation sur le champ à l'intérieur d'un isolant.

EXEMPLE 2.12 Une molécule d'eau dans un champ

Une molécule d'eau a un moment dipolaire de $6,17 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ orienté selon un angle de $20,0^\circ$ à droite de l'axe des y . Un champ électrique $\vec{E} = 5,80 \times 10^6 \text{ N/C} \hat{i}$ est présent. Calculez le moment de force exercé sur la molécule.

SOLUTION
Illustrer la situation

La figure 2.45 illustre l'orientation du moment dipolaire et du champ électrique. L'angle θ est l'angle entre \vec{p} et l'axe des y . L'angle important est l'angle $\phi = 90,0^\circ - \theta$, entre les deux vecteurs.

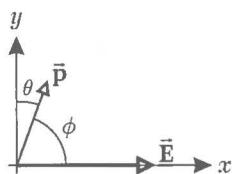


FIGURE 2.45
Le schéma de la situation pour l'exemple 2.12

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$p = 6,17 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$	$\theta = 20,0^\circ$
$\vec{E} = 5,80 \times 10^6 \text{ N/C} \hat{i}$	$\phi = 70,0^\circ$

Identifier les clés

La première clé est que le moment de force tend à aligner \vec{p} sur le champ, donc le moment de force est

en sens horaire ($\tau_z < 0$). La deuxième clé est l'équation 2.40 :

$$\tau_z = -pE \sin \phi. \quad (\text{i})$$

Résoudre le problème

Nous obtenons

$$\begin{aligned} \tau_z &= -(6,17 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(5,80 \times 10^6 \text{ N/C}) \\ &\quad \times \sin(70,0^\circ) \\ &= 3,36 \times 10^{-23} \text{ N} \cdot \text{m}. \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= 3,36 \times 10^{-23} \text{ N} \cdot \text{m} \overrightarrow{\text{horaire}} \\ &= -3,36 \times 10^{-23} \text{ N} \cdot \text{m} \hat{k}. \quad (\text{réponse}) \end{aligned}$$

Valider la réponse

Le moment de force est perpendiculaire au plan formé par \vec{p} et \vec{E} . Comme on a vu dans le tome 1, un moment de force horaire correspond à un moment de force dont la composante z est négative.

RÉSUMÉ

Dans ce chapitre, nous avons étudié la façon de calculer le champ électrique produit par des charges et la force exercée sur un objet chargé par un champ électrique.

LES LOIS ET LES PRINCIPES

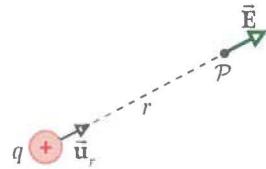
Le **champ électrique** est produit par des charges électriques. Le champ est le médiateur de la force électrique entre les charges. Il est défini comme la force par unité de charge exercée sur une charge-test q_0

$$\bar{E} \equiv \frac{\bar{F}_{e,sur\,d_0}}{q_0}.$$

Pour calculer le champ:

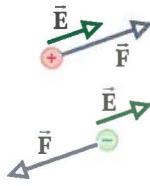
- Pour une charge ponctuelle:

$$\bar{E} \equiv \frac{kq}{r^2} \bar{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \bar{u}_r.$$



- Une **charge électrique** dans un champ subit une force:

$$\bar{F}_e = q\bar{E}.$$



- Pour N charges ponctuelles, on utilise le **principe de superposition**:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \dots + \bar{E}_N.$$

- Pour une distribution continue:

$$\bar{E} = k \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \bar{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{objet}} \frac{dq}{r^2} \bar{u}_r,$$

où l'élément infinitésimal dq peut être exprimé en fonction d'une densité de charge:

$$dq = \begin{cases} \lambda dx & (\text{ligne}) \\ \sigma dA & (\text{surface}) \\ \rho dV & (\text{volume}). \end{cases}$$

- L'**accélération** de la charge, lorsqu'elle ne subit que la force électrique:

$$\bar{a} = \frac{q\bar{E}}{m}.$$

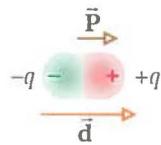
- Un **dipôle dans un champ uniforme** subit un moment de force, qui tend à aligner le moment dipolaire sur le champ

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \bar{E}.$$

LES RÉSULTATS

- Un **dipôle** est constitué d'une charge $+q$ et par une charge $-q$, séparées par une distance d . Le **moment dipolaire** est

$$\bar{p} = q\bar{d}.$$



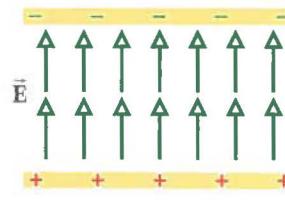
Un dipôle produit un champ électrique. Pour $r \gg d$,

$$\bar{E} = \frac{2k\bar{p}}{r^3} \quad (\text{sur l'axe})$$

$$\bar{E} = -\frac{k\bar{p}}{r^3}. \quad (\text{sur la ligne bissectrice})$$

- Un **champ uniforme** est produit par deux grandes plaques dont les charges surfaciques sont uniformes et opposées.

$$\bar{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ du positif vers le négatif} & (\text{entre les plaques}) \\ \bar{0} & (\text{à l'extérieur}) \end{cases}$$



Le chapitre 1 traite de l'électrostatique en relation avec le concept de force. Le présent chapitre, pour sa part, établit un lien entre l'électrostatique et le concept d'énergie. On connaît la notion d'énergie potentielle en rapport avec des forces conservatives telles que la force gravitationnelle et la force élastique exercée par un ressort. Le recours à la loi de conservation de l'énergie a permis de résoudre des problèmes de mécanique qui étaient insolubles si on recourait à une démarche faisant appel aux forces. La notion d'énergie potentielle s'avère également fort utile dans l'étude de l'électricité. C'est parce que la force électrostatique est conservative que les phénomènes électrostatiques peuvent facilement être décrits en termes d'énergie potentielle électrique, ce qui permet ensuite de définir une grandeur dénommée «potentiel électrique». Puisque le potentiel électrique en tout point d'un champ électrique est une grandeur scalaire, on peut s'en servir pour décrire des phénomènes électrostatiques d'une façon plus simple que si on s'appuyait seulement sur les notions de champ électrique et de force électrique. Le concept de potentiel électrique se révèle très utile pour l'étude, dans des chapitres ultérieurs, du fonctionnement des circuits et des appareils électriques.

3.1 Le potentiel électrique et la différence de potentiel

Une force est dite «conservative» si le travail qu'elle effectue n'est fonction que des coordonnées des points d'arrivée et de départ, indépendamment de la trajectoire parcourue. Ainsi, la force gravitationnelle, qui s'exprime selon $\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{12}$, est conservative, car l'attraction entre deux corps s'exerce radialement. Elle est toujours orientée le long de la ligne pouvant être tracée de l'un à l'autre. Puisqu'il en est de même pour la force électrique, qui obéit à la loi de Coulomb, cette force est également conservative. La force électrique totale exercée par de multiples charges est aussi conservative; par extension, on peut considérer que le champ électrique aussi possède cette propriété.

Il est possible d'associer une fonction énergie potentielle à toute force conservative. Par définition, durant un déplacement dans un champ conservatif, la variation d'énergie potentielle est de même grandeur, mais de signe opposé, que le travail effectué par la force conservative: $\Delta U = -W_c$.

Lorsqu'on place une charge témoin q_0 dans un champ électrique \vec{E} , la force électrique agissant sur cette charge est $q_0 \vec{E}$. Pour un déplacement infinitésimal $d\vec{s}$ qui est tangent à la direction locale de la trajectoire de la charge témoin, la variation d'énergie potentielle est $\Delta U_{el} = -W_c = -\vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$.

Une intégrale réalisée le long d'une trajectoire, qui peut être rectiligne ou incurvée, porte le nom d'«intégrale de ligne» ou d'«intégrale de chemin». Lorsque la charge subit un déplacement du point \textcircled{A} au point \textcircled{B} , la **modification de l'énergie potentielle électrique du système** $\Delta U_{el} = U_{\textcircled{B}} - U_{\textcircled{A}}$ est:

Modification de l'énergie potentielle électrique d'un système

$$\Delta U_{el} = -q_0 \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.1)$$

L'intégrale est calculée pour la trajectoire que suit q_0 lorsque celle-ci se déplace de \textcircled{A} à \textcircled{B} . Tel qu'il est mentionné plus haut, la force $q_0 \vec{E}$ étant conservative, le résultat de cette intégrale de ligne ne dépend pas de la trajectoire suivie entre \textcircled{A} et \textcircled{B} .

Si un agent externe déplace la charge témoin à vitesse constante, la variation d'énergie potentielle électrique est égale au travail effectué par la force externe: $\Delta U_{el} = W_{ext}$.

À partir d'une position de référence arbitraire, pour laquelle on pose $U_{\text{el}} = 0$, une valeur de l'énergie potentielle U_{el} , relative à la configuration du système, est donnée pour chaque position de la charge témoin dans le champ. Si on divise l'énergie potentielle par la valeur de la charge témoin, on obtient une grandeur physique qui est uniquement fonction de la répartition des charges sources et qui prend une valeur en chaque point d'un champ électrique. Cette grandeur porte le nom de «potentiel électrique V » ou simplement de «potentiel V » :

$$V = \frac{U_{\text{el}}}{q_0} \quad (3.2)$$

Puisque l'énergie potentielle est une grandeur scalaire, le potentiel électrique est aussi une grandeur scalaire.

Comme l'indique l'équation 3.1, l'énergie potentielle du système charge-champ se modifie lorsque la charge témoin se déplace de la position \textcircled{A} à la position \textcircled{B} dans un champ électrique. La **différence de potentiel** $\Delta V = V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}}$ entre deux points \textcircled{A} et \textcircled{B} dans un champ électrique est définie comme le résultat de la division de la modification de l'énergie potentielle du système, lorsqu'une charge témoin q_0 se déplace de l'un de ces points à l'autre, par la valeur de la charge témoin :

$$\Delta V = \frac{\Delta U_{\text{el}}}{q_0} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.3)$$

Méfiez-vous ! 3.1

Le potentiel et l'énergie potentielle

Tout comme le champ, le potentiel est une caractéristique d'un point de l'espace, indépendamment de la présence d'une charge témoin. Par contre, l'énergie potentielle électrique résulte de l'interaction entre une charge et un champ électrique, et elle ne peut être calculée en l'absence de charge.

Définition de potentiel entre deux points

Dans la présente définition, le déplacement infinitésimal $d\vec{s}$ doit être interprété comme le déplacement entre deux points de l'espace, plutôt que comme le déplacement d'une charge ponctuelle, qu'il illustre l'équation 3.1.

Comme dans le cas de l'énergie potentielle, seules les différences entre des potentiels électriques sont significatives. On convient souvent de considérer que le potentiel électrique est nul en un point donné quelconque dans un champ électrique.

Il importe de ne pas confondre une différence de potentiel avec une différence d'énergie potentielle. La différence de potentiel entre \textcircled{A} et \textcircled{B} n'existe qu'en raison de la présence d'une charge source et est fonction de la répartition de la charge source (on imagine les points \textcircled{A} et \textcircled{B} en l'absence de la charge témoin). Quant à l'énergie potentielle, elle ne peut exister que s'il y a un système comportant au moins deux charges. L'énergie potentielle relève du système lui-même et ne se modifie que si une charge se déplace relativement au reste du système.

Si un agent externe déplace une charge témoin de \textcircled{A} à \textcircled{B} sans modifier l'énergie cinétique de cette charge, il effectue alors un travail qui modifie l'énergie potentielle du système : $W_{\text{ext}} = \Delta U_{\text{el}}$. On imagine une charge quelconque q située dans un champ électrique. L'équation 3.3 indique que si un agent externe déplace une charge q dans un champ électrique selon un vecteur vitesse constant, le travail effectué est :

$$W_{\text{ext}} = q \Delta V \quad (3.4)$$

Étant donné que le potentiel électrique est une mesure d'énergie par unité de charge, l'unité de potentiel électrique et de différence de potentiel dans le SI est le joule par coulomb, qu'on appelle le «volt – V» :

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$$

Ainsi, il faut effectuer un travail de 1 J pour déplacer une charge de 1 C entre des points caractérisés par une différence de potentiel de 1 V.

L'équation 3.3 montre qu'on peut aussi décrire une différence de potentiel comme le produit d'un champ électrique et d'une distance. L'unité de champ électrique dans le SI (N/C) peut donc également s'exprimer en volts par mètre (V/m) :

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

Méfiez-vous ! 3.2

La tension

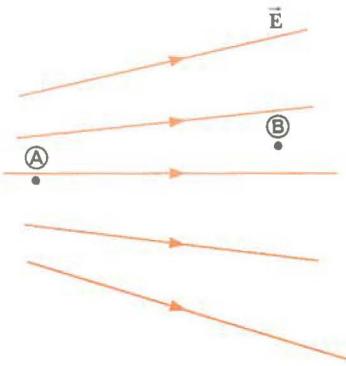
Divers termes sont utilisés pour désigner la différence de potentiel entre deux points, le plus courant étant le mot «tension». Une tension appliquée à un appareil (tel un téléviseur) ou à travers un appareil représente la même chose que la différence de potentiel entre deux points de l'appareil. Malgré l'usage courant qui est associé à ce terme, il faut se rappeler que la tension ne se déplace pas à travers un appareil.

Méfiez-vous ! 3.3**L'électronvolt**

L'électronvolt est une unité d'énergie et NON une unité de potentiel. L'énergie de tout système peut être exprimée en électronvolts (eV), mais cette unité est surtout utile pour décrire l'émission et l'absorption de la lumière visible par des atomes. On exprime souvent en mégaelectronvolts (MeV) l'énergie associée aux processus nucléaires.

Figure 3.1

Deux points situés dans un champ électrique.



On peut ainsi interpréter le champ électrique comme une mesure du taux de modification du potentiel électrique en fonction de la position.

L'électronvolt est une unité d'énergie utilisée couramment en physique atomique et nucléaire. Il correspond à l'énergie qu'un système charge-champ acquiert ou perd lorsqu'une charge de module e (c'est-à-dire un électron ou un proton) se déplace entre deux points caractérisés par une différence de potentiel de 1 V. Puisque $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ et que la charge fondamentale est égale à $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, l'électronvolt est lié au joule comme suit :

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (3.5)$$

Par exemple, un électron dans le faisceau d'un appareil à rayons X dentaire courant peut avoir une vitesse de $1,4 \times 10^8 \text{ m/s}$. Cette vitesse correspond à une énergie cinétique de $1,1 \times 10^{-14} \text{ J}$, ce qui équivaut à $6,7 \times 10^4 \text{ eV}$. Pour atteindre une telle vitesse, cet électron doit être accéléré, à partir du repos, au moyen d'une différence de potentiel de 67 kV.

Testez-vous ! 3.1

Dans la figure 3.1, les points \textcircled{A} et \textcircled{B} sont situés dans une région où il y a un champ électrique. Répondez aux questions A et B en choisissant l'une des réponses proposées.

- A. Comment décrivez-vous la différence de potentiel $\Delta V = V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}}$?
 B. On place une charge négative au point \textcircled{A} , puis on la déplace jusqu'au point \textcircled{B} . Comment décrivez-vous la modification de l'énergie potentielle du système charge-champ dans un tel cas ?
 a) Elle est positive. b) Elle est négative. c) Elle est nulle.

3.2 La différence de potentiel dans un champ électrique uniforme

Les équations 3.1 et 3.3 sont valides pour tout champ électrique, uniforme ou variable, mais elles peuvent être simplifiées en ce qui a trait à un champ uniforme. On prend d'abord le cas d'un champ électrique uniforme qui est orienté dans la direction des y négatifs (voir la figure 3.2 a), et on calcule la **différence de potentiel entre deux points** \textcircled{A} et \textcircled{B} séparés par une distance d , où le déplacement \vec{s} va de \textcircled{A} vers \textcircled{B} et est parallèle aux lignes de champ. L'équation 3.3 donne :

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = \Delta V = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} E ds (\cos 0^\circ) = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} E ds$$

Puisque E est constant, il peut être retiré du signe d'intégration, ce qui revient à :

$$\Delta V = -E \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} ds = -Ed \quad (3.6)$$

Le signe négatif indique que le potentiel électrique est plus faible au point \textcircled{B} qu'au point \textcircled{A} , c'est-à-dire que $V_{\textcircled{B}} < V_{\textcircled{A}}$. Les lignes de champ électrique sont toujours orientées dans la direction où le potentiel électrique diminue, comme le montre la figure 3.2 a).

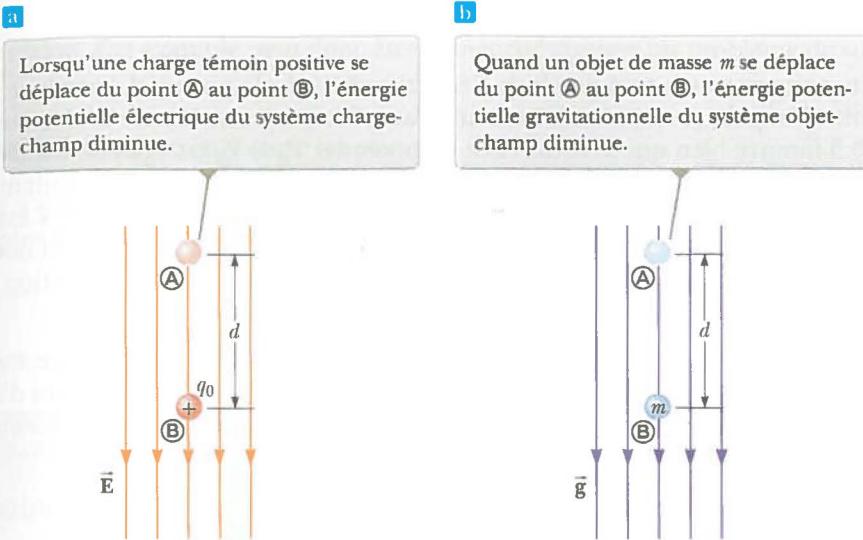
Supposons maintenant qu'une charge témoin q_0 se déplace de \textcircled{A} vers \textcircled{B} . On peut calculer, à l'aide des équations 3.3 et 3.6, la modification de l'énergie potentielle du système charge-champ :

$$\Delta U_{\text{el}} = q_0 \Delta V = -q_0 Ed \quad (3.7)$$

Différence de potentiel entre deux points dans un champ électrique uniforme

Figure 3.2

a) Lorsque le champ électrique \vec{E} est orienté vers le bas, le potentiel électrique est plus faible au point \textcircled{B} qu'au point \textcircled{A} . b) Un objet de masse m se déplace vers le bas dans un champ gravitationnel \vec{g} .



Ce résultat indique que si q_0 est positive, alors ΔU_{el} est négative. Ainsi, dans un système formé d'une charge positive et d'un champ électrique, l'énergie potentielle électrique du système diminue lorsque la charge se déplace dans la direction du champ. De même, on peut dire qu'un champ électrique effectue un travail sur une charge positive quand cette charge se déplace dans la direction de ce champ. Cette situation est analogue à celle où un champ gravitationnel effectue un travail sur un objet en chute libre, comme le montre la figure 3.2 b). Si une charge témoin positive initialement au repos est libérée dans ce champ électrique, elle subit une force électrique $q_0\vec{E}$ orientée dans la direction de \vec{E} (vers le bas dans la figure 3.2 a). Elle accélère donc vers le bas et acquiert de l'énergie cinétique. À mesure qu'augmente ainsi l'énergie cinétique de la particule chargée, l'énergie potentielle du système charge-champ diminue de la même quantité. Cette équivalence n'a rien d'étonnant: elle démontre simplement la conservation de l'énergie mécanique dans un système isolé.

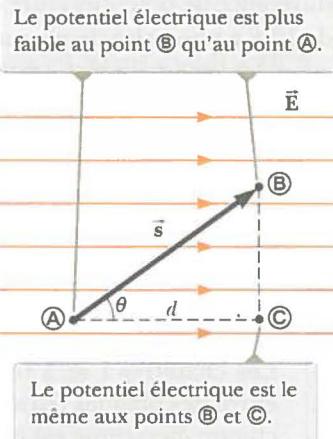
La comparaison entre un système formé d'un champ électrique et d'une charge témoin positive avec un autre système formé d'un champ gravitationnel et d'une masse témoin, comme on peut le voir dans la figure 3.2, facilite la conceptualisation des phénomènes électriques. Toutefois, ces phénomènes présentent un trait qui est absent dans les phénomènes gravitationnels: la charge témoin peut être négative. Si q_0 est négative, alors la valeur de ΔU_{el} dans l'équation 3.7 est positive, et la situation s'inverse. Un système formé d'une charge négative et d'un champ électrique acquiert de l'énergie potentielle électrique lorsque la charge se déplace dans la direction du champ. Quand une charge négative initialement au repos est libérée dans un champ électrique, elle accélère dans la direction inverse à celle du champ électrique. Pour que la charge négative se déplace dans la direction du champ, il faut qu'un agent externe applique une force et effectue un travail positif sur la charge.

Examinons maintenant un cas plus général: une particule chargée se déplace entre les points \textcircled{A} et \textcircled{B} , dans un champ électrique uniforme, lorsque le vecteur \vec{s} n'est pas parallèle aux lignes de champ (voir la figure 3.3). Dans ce cas, l'équation 3.3 donne:

$$\Delta V = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s} \quad (3.8)$$

Figure 3.3

Un champ électrique uniforme est orienté dans la direction des x positifs.



Modification du potentiel entre deux points dans un champ électrique uniforme

Ici encore, \vec{E} a été retiré de l'intégrale parce qu'il est constant. La modification de l'énergie potentielle du système charge-champ est:

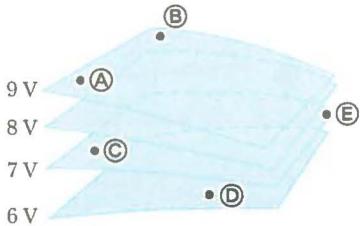
$$\Delta U_{el} = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s} \quad (3.9)$$

Enfin, on peut conclure, à partir de l'équation 3.8, que le potentiel électrique à tous les points d'un plan perpendiculaire à un champ électrique uniforme est le même. La figure 3.3 montre bien que la différence de potentiel $V_B - V_A$ est égale à la différence de potentiel $V_C - V_B$ (les étudiants sont invités à en faire la preuve en calculant deux produits scalaires pour $\vec{E} \cdot \vec{s}$: l'un pour $\vec{s}_{A \rightarrow B}$, où l'angle θ que forment \vec{E} et \vec{s} est quelconque [voir la figure 3.3], et l'autre pour $\vec{s}_{B \rightarrow C}$, où $\theta = 0$). Donc, $V_B = V_C$. On donne le nom de «surface équipotentielle» à toute surface qui consiste en une répartition continue de points partageant le même potentiel électrique.

Les surfaces équipotentielles associées à un champ électrique uniforme forment une famille de plans parallèles qui sont tous perpendiculaires au champ. Dans d'autres sections de ce chapitre, on traite des surfaces équipotentielles associées à des champs présentant d'autres types de symétrie.

Figure 3.4

Quatre surfaces équipotentielles.



Testez-vous ! 3.2

Les points marqués dans la figure 3.4 se trouvent sur une série de surfaces équipotentielles associées à un champ électrique. Classez, dans l'ordre décroissant, les valeurs du travail effectué par le champ électrique sur une particule portant une charge positive qui se déplace de \textcircled{A} à \textcircled{B} , de \textcircled{B} à \textcircled{C} , de \textcircled{C} à \textcircled{D} et de \textcircled{D} à \textcircled{E} .

Exemple 3.1

LE CHAMP ÉLECTRIQUE ENTRE DEUX PLAQUES PARALLÈLES PORTANT DES CHARGES OPPOSÉES

Une batterie affiche une différence de potentiel ΔV entre ses bornes. Elle établit cette différence de potentiel entre des conducteurs reliés à ces bornes. On relie une batterie de 12 V à une paire de plaques parallèles, comme le montre la figure 3.5. La distance entre les plaques est $d = 0,30$ cm, et on suppose que le champ électrique entre les plaques est uniforme (cette supposition est raisonnable si la distance entre les plaques est faible comparativement à leurs dimensions et si les endroits examinés sont éloignés des bords). Déterminez le module du champ électrique entre les plaques.

SOLUTION

La conceptualisation

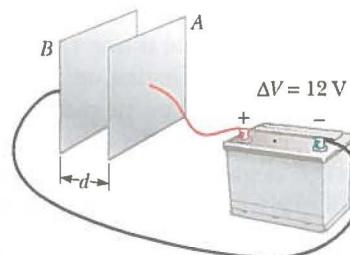
Les chapitres 1 et 2 traitent de la question d'un champ électrique uniforme entre des plaques parallèles. Le présent problème se distingue par le fait que le champ électrique est associé au nouveau concept de potentiel électrique.

La catégorisation

On doit évaluer le champ électrique à partir de la relation entre le champ et le potentiel dont traite la présente section. Cet exemple peut donc être catégorisé comme un problème de substitution.

Figure 3.5

Une batterie de 12 V est reliée à deux plaques parallèles. La valeur du module du champ électrique entre les plaques résulte de la division de la différence de potentiel ΔV par la distance d entre les plaques.



Exemple 3.1 (suite)**La catégorisation**

On doit évaluer le champ électrique à partir de la relation entre le champ et le potentiel dont traite la présente section. Cet exemple peut donc être catégorisé comme un problème de substitution.

On utilise l'équation 3.6 pour évaluer le module du champ électrique entre les plaques :

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0,30 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4,0 \times 10^3 \text{ V/m}$$

La configuration des plaques illustrée dans la figure 3.5 porte le nom de « condensateur plan » ; elle est examinée plus en détail dans le chapitre 4.

Exemple 3.2**LE MOUVEMENT D'UN PROTON DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE UNIFORME**

Un proton initialement au repos est libéré au point \textcircled{A} dans un champ électrique uniforme dont le module est $8,0 \times 10^4 \text{ V/m}$ (voir la figure 3.6). Il subit un déplacement, de module $d = 0,50 \text{ m}$, jusqu'au point \textcircled{B} dans la direction du champ \vec{E} . Déterminez la vitesse du proton à la fin de ce déplacement.

SOLUTION**La conceptualisation**

On imagine que le proton illustré dans la figure 3.6 se déplace vers le bas à travers la différence de potentiel. La situation est analogue à celle d'un objet qui tombe dans un champ gravitationnel.

La catégorisation

Puisque le système formé du proton et des deux plaques illustré dans la figure 3.6 n'a aucune interaction avec son milieu, on le modélise comme un système isolé.

L'analyse

On utilise l'équation 3.6 pour calculer la différence de potentiel entre les points \textcircled{A} et \textcircled{B} :

$$\Delta V = -Ed = -(8,0 \times 10^4 \text{ V/m})(0,50 \text{ m}) = -4,0 \times 10^4 \text{ V}$$

On écrit sous sa forme réduite et appropriée l'équation de conservation de l'énergie pour le système isolé que forment la charge et le champ électrique :

$$\Delta K + \Delta U_{\text{el}} = 0$$

On insère les modifications de l'énergie pour les deux termes :

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0 \right) + e\Delta V = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{-2e\Delta V}{m}}$$

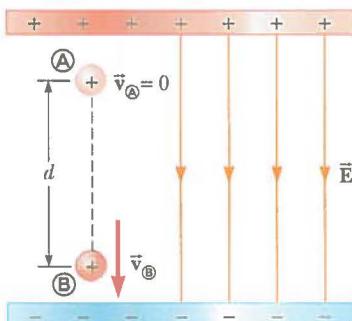
On résout l'équation pour obtenir la vitesse finale du proton :

$$v = \sqrt{\frac{-2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(-4,0 \times 10^4 \text{ V})}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ = 2,8 \times 10^6 \text{ m/s}$$

On remplace les variables par les valeurs numériques :

Figure 3.6

Un proton accélère de \textcircled{A} à \textcircled{B} dans la direction du champ électrique.



Exemple 3.2 (suite)**La finalisation**

Puisque ΔV a une valeur négative pour ce champ, ΔU_{el} a aussi une valeur négative pour le système proton-champ. La valeur négative de ΔU_{el} signifie que l'énergie potentielle du système diminue à mesure que le proton se déplace dans la direction du champ électrique. Lorsque le proton accélère dans la direction du champ, il acquiert de l'énergie cinétique pendant que l'énergie potentielle électrique du système s'amoindrit.

La figure 3.6 est orientée de manière que le proton se déplace vers le bas. Le mouvement du proton est analogue à celui d'un objet qui tombe dans un champ gravitationnel. Alors que le champ gravitationnel est toujours orienté vers le bas à la surface de la Terre, un champ électrique peut être orienté dans n'importe quelle direction, selon l'orientation des plaques qui créent le champ. On pourrait donc faire pivoter la figure 3.6 de 90° ou de 180° , et le proton pourrait se déplacer dans le champ électrique à l'horizontale ou vers le haut!

3.3 Le potentiel électrique et l'énergie potentielle attribuable à une charge ponctuelle

Dans la section 1.4, on établit qu'une charge ponctuelle positive isolée q produit un champ électrique qui est orienté radialement vers l'extérieur à partir de la charge. Pour déterminer le potentiel électrique en un point situé à une distance r de la charge, on part de l'expression générale correspondant à la différence de potentiel :

$$V_{\oplus} - V_{\ominus} = - \int_{\ominus}^{\oplus} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

où \oplus et \ominus sont les deux points quelconques visibles dans la figure 3.7. Le champ électrique attribuable à la charge ponctuelle est $\vec{E} = (kq/r^2)\vec{u}_r$, en tout point de l'espace (voir l'équation 1.9), où \vec{u}_r est un vecteur unitaire orienté radialement vers l'extérieur à partir de la charge. On peut exprimer la grandeur $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ comme suit :

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{s}$$

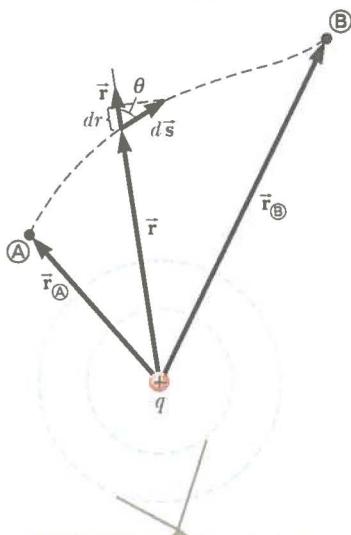
Puisque le module de \vec{u}_r est de 1, le produit scalaire $\vec{u}_r \cdot d\vec{s} = ds \cos \theta$, où θ est l'angle que forment \vec{u}_r et $d\vec{s}$. Par ailleurs, $ds \cos \theta$ est la projection de $d\vec{s}$ sur \vec{u}_r , de sorte que $ds \cos \theta = dr$. Cette composante dr représente une variation (positive ou négative) du module du vecteur position \vec{r} , celui-ci étant le vecteur position du point relativement à la charge qui crée le champ. Après ces substitutions, on constate que $\vec{E} \cdot d\vec{s} = (kq/r^2)dr$; la formule exprimant la différence de potentiel devient alors :

$$V_{\oplus} - V_{\ominus} = -keq \int_{r_{\ominus}}^{r_{\oplus}} \frac{dr}{r^2} = ke \frac{q}{r} \Big|_{r_{\ominus}}^{r_{\oplus}}$$

$$V_{\oplus} - V_{\ominus} = keq \left[\frac{1}{r_{\oplus}} - \frac{1}{r_{\ominus}} \right] \quad (3.10)$$

Figure 3.7

La différence de potentiel entre les points \oplus et \ominus qui est attribuable à une charge ponctuelle positive isolée q dépend uniquement des coordonnées radiales initiale et finale r_{\oplus} et r_{\ominus} .



Les deux cercles en pointillé représentent les intersections de surfaces équipotentielles sphériques avec la page.

L'équation 3.10 révèle que l'intégrale de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ est indépendante de la trajectoire entre les points \oplus et \ominus . Après la multiplication par une charge q_0 qui se déplace entre les points \oplus et \ominus , on voit que l'intégrale de $q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ est également indépendante de la trajectoire parcourue. Cette dernière intégrale, qui exprime le travail effectué par la force électrique sur la charge q_0 , montre que la force électrique est conservative. Un champ

associé à une force conservative porte le nom de «champ conservatif». L'équation 3.10 indique ainsi que le champ électrique d'une charge ponctuelle fixe q est conservatif. De plus, elle exprime l'important résultat suivant: la différence de potentiel entre deux points quelconques \textcircled{A} et \textcircled{B} , dans un champ engendré par une charge ponctuelle, est uniquement fonction des coordonnées radiales $r_{\textcircled{A}}$ et $r_{\textcircled{B}}$. On choisit généralement $V=0$ à $r_{\textcircled{B}}=\infty$ comme valeur de référence du potentiel électrique d'une charge ponctuelle. À partir de cette valeur de référence, le potentiel électrique attribuable à une charge ponctuelle située à une distance r quelconque de la charge est:

$$V = k \frac{q}{r} \quad (3.11)$$

La figure 3.8 a) montre un graphique du potentiel électrique sur l'axe vertical pour une charge positive située dans le plan xy . On peut ici faire appel à une analogie avec le potentiel gravitationnel. Supposons qu'on essaie de faire rouler une bille vers le haut d'une colline ayant la forme de la surface apparaissant dans la figure 3.8 a). Pousser la bille vers le haut de la colline est analogue au fait de pousser un objet portant une charge positive vers un autre objet portant lui aussi une charge positive. De même, le graphique du potentiel électrique d'une région qui entoure une charge négative est analogue à un creux pour tout objet portant une charge positive qui s'en approche. Il faut qu'un objet chargé soit infiniment loin d'une autre charge pour que la surface de la figure 3.8 a) soit plane et que le potentiel électrique soit nul.

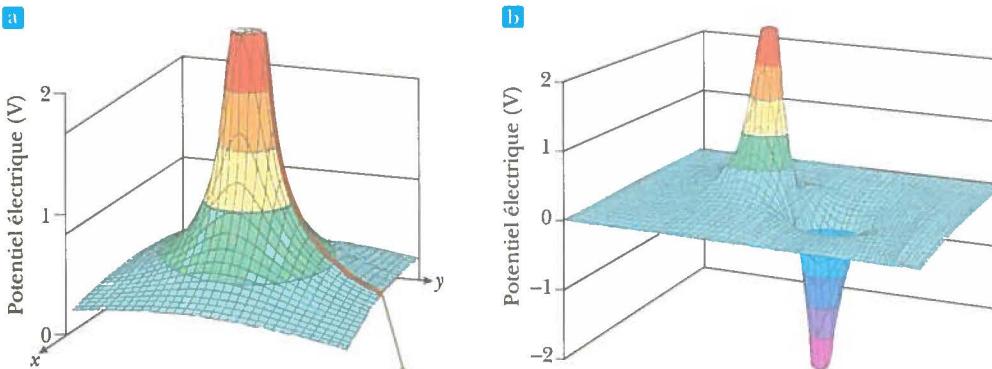
On obtient le potentiel électrique qui résulte de deux charges ponctuelles ou plus en appliquant le principe de superposition, c'est-à-dire que le potentiel électrique total en un point P qui est attribuable à plusieurs charges ponctuelles correspond à la somme des potentiels attribuables à chacune des charges. On peut formuler comme suit le **potentiel électrique attribuable à plusieurs charges ponctuelles** au point P :

$$V = k \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (3.12)$$

où, encore une fois, on pose que le potentiel est nul à une distance infinie et où r_i est la distance entre le point P et la charge q_i . Il est à noter que la somme figurant dans

Figure 3.8

a) L'axe vertical du graphique représente le potentiel électrique dans le plan entourant une charge positive unique (la fonction du potentiel électrique pour une charge négative aurait l'apparence d'un creux plutôt que d'une crête). b) Le potentiel électrique dans un plan où se trouve un dipôle.



La courbe rouge-brun illustre la proportionnalité $1/r$ propre au potentiel électrique, telle qu'elle est définie dans l'équation 3.11.

Méfiez-vous ! 3.4

Attention aux équations semblables

Il importe de ne pas confondre l'équation 3.11, qui décrit le potentiel électrique relatif à une charge ponctuelle, avec l'équation 1.9, qui décrit le champ électrique relatif à une charge ponctuelle. Le potentiel est proportionnel à $1/r$, tandis que le module du champ est proportionnel à $1/r^2$. On peut décrire de deux façons l'effet d'une charge sur l'espace qui l'entoure. La charge établit un champ électrique vectoriel \vec{E} , qui est lié à la force que subit une charge témoin placée dans le champ. Elle établit aussi un potentiel scalaire V , qui est lié à l'énergie potentielle du système à deux charges lorsqu'une charge témoin est placée dans le champ.

Potentiel électrique attribuable à plusieurs charges ponctuelles

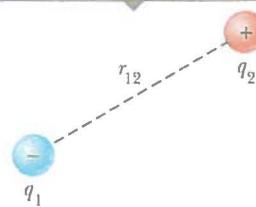
l'équation 3.12 est une somme algébrique de scalaires plutôt qu'une somme vectorielle (qui est utilisée pour calculer le champ électrique d'un groupe de charges dans l'équation 1.10). Il est ainsi souvent plus simple d'évaluer V que \vec{E} . La figure 3.8 b) illustre le potentiel électrique autour d'un dipôle. Il faut noter ici la forte inclinaison de la pente du potentiel entre les charges, qui représente une région où se trouve un champ électrique intense, également visible dans le diagramme des lignes de champ électrique que présente la figure 1.20.

Figure 3.9

- a) Deux charges ponctuelles sont séparées par une distance r_{12} .
 b) La charge q_1 a été retirée.

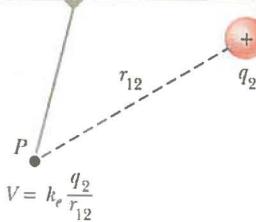
a)

La formule kq_1q_2/r_{12} représente l'énergie potentielle de la paire de charges.



b)

La charge q_2 engendre un potentiel kq_2/r_{12} au point P .



On examine maintenant l'énergie potentielle d'un système composé de deux particules chargées. Si V_2 est le potentiel électrique au point P qui est attribuable à la charge q_2 , le travail qu'un agent externe doit effectuer pour amener une deuxième charge q_1 de l'infini jusqu'à P , sans l'accélérer, est q_1V_2 . Ce travail représente un transfert d'énergie dans le système, et l'énergie apparaît dans ce dernier sous la forme d'une énergie potentielle U_{el} lorsque les particules sont séparées par une distance r_{12} (voir la figure 3.9 a). Par conséquent, l'énergie potentielle du système peut être exprimée comme suit¹:

$$U_{\text{el}} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (3.13)$$

Si les charges ont le même signe, alors U_{el} est positive. Un agent externe doit effectuer un travail positif sur le système pour rapprocher les deux charges (parce que des charges de même signe se repoussent). Si les charges ont des signes opposés, alors U_{el} est négative. Un agent externe doit effectuer un travail négatif contre la force d'attraction s'exerçant entre les charges de signes opposés quand elles sont rapprochées l'une de l'autre; une force doit être appliquée contre le déplacement pour empêcher l'accélération de q_1 vers q_2 .

Dans la figure 3.9 b), la charge q_1 a été retirée. À la position P que cette charge occupait auparavant, on peut utiliser les équations 3.2 et 3.13 pour définir un potentiel attribuable à la charge q_2 , sous la forme $V = U_{\text{el}}/q_1 = kq_2/r_{12}$. Cette expression concorde avec l'équation 3.11.

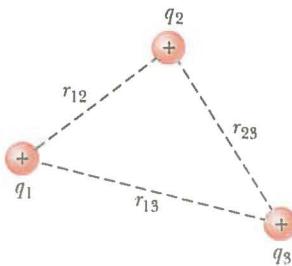
Si le système est constitué de plus de deux particules chargées, on peut obtenir l'énergie potentielle totale du système en calculant la valeur de U_{el} pour chaque paire de charges et en faisant la somme algébrique des valeurs ainsi calculées. Par exemple, l'énergie potentielle totale du système de trois charges illustré dans la figure 3.10 est:

$$U_{\text{el}} = k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \quad (3.14)$$

Figure 3.10

- Trois charges ponctuelles sont fixées aux positions indiquées.

L'énergie potentielle de ce système de charges relève de l'équation 3.14.



En termes de physique, on peut interpréter ce résultat comme suit: on suppose que q_1 est fixée à la position indiquée dans la figure 3.10, mais que q_2 et q_3 sont situées à une distance infinie. Le travail qu'un agent externe doit effectuer pour déplacer q_2 de l'infini jusqu'à sa position près de q_1 correspond à kq_1q_2/r_{12} , qui est le premier terme de l'équation 3.14. Les deux derniers termes représentent le travail requis pour déplacer q_3 de l'infini jusqu'à sa position près de q_1 et q_2 (ce résultat est indépendant de l'ordre du déplacement des charges).

1. L'équation 3.13, qui représente l'énergie potentielle électrique d'un système composé de deux charges ponctuelles, a la même forme que l'équation de l'énergie potentielle gravitationnelle d'un système composé de deux masses ponctuelles, $-Gm_1m_2/r$. Cette ressemblance n'a rien d'étonnant, puisque les deux expressions découlent d'une loi de l'inverse du carré concernant la force.

Testez-vous ! 3.3

Dans la figure 3.9 a), on considère que q_1 est une charge source négative et que q_2 est la charge témoin. Répondez aux questions A et B en choisissant l'une des réponses proposées :

- A. Si q_2 est d'abord positive et qu'on la remplace par une charge négative de même module, qu'advient-il du potentiel attribuable à q_1 à la position de q_2 ?
- B. Lorsque la charge positive initiale de q_2 est remplacée par une charge négative, qu'advient-il de l'énergie potentielle du système à deux charges?
- a) Il ou elle augmente. b) Il ou elle diminue. c) Il ou elle demeure le même.

Exemple 3.3**LE POTENTIEL ÉLECTRIQUE ATTRIBUABLE À DEUX CHARGES PONCTUELLES**

Comme le montre la figure 3.11, une charge $q_1 = 2,00 \mu\text{C}$ est située à l'origine, et une charge $q_2 = -6,00 \mu\text{C}$ est située à $(0, 3,00) \text{ m}$.

- A** Déterminez le potentiel électrique total qui est attribuable à ces charges au point P , dont les coordonnées sont $(4,00, 0) \text{ m}$.

SOLUTION**La conceptualisation**

On doit d'abord reconnaître que les charges de $2,00 \mu\text{C}$ et de $-6,00 \mu\text{C}$ sont des charges sources et qu'elles engendrent un champ électrique de même qu'un potentiel en chaque point de l'espace, y compris le point P .

La catégorisation

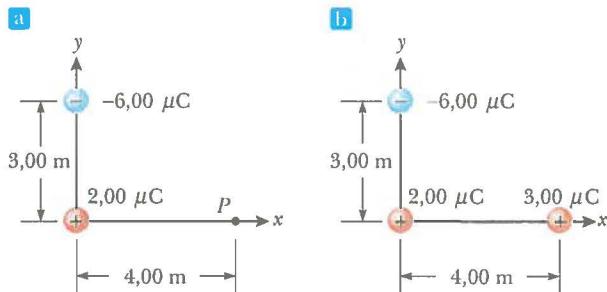
On évalue le potentiel à l'aide d'une équation définie dans le présent chapitre, si bien qu'on catégorise cet exemple comme un problème de substitution.

On utilise l'équation 3.12 pour établir le système de deux charges sources :

On remplace les variables par les valeurs numériques :

Figure 3.11

- a) Le potentiel électrique à P qui est attribuable aux deux charges q_1 et q_2 est la somme algébrique des potentiels attribuables à chacune des charges. b) On déplace une troisième charge, $q_3 = 3,00 \mu\text{C}$, de l'infini jusqu'au point P .



$$V_P = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$V_P = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{4,00 \text{ m}} + \frac{-6,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{5,00 \text{ m}} \right) \\ = -6,29 \times 10^3 \text{ V}$$

- B** Déterminez la modification de l'énergie potentielle du système comprenant les deux charges ainsi que la troisième charge $q_3 = 3,00 \mu\text{C}$, lorsque cette dernière se déplace de l'infini jusqu'au point P (voir la figure 3.11 b).

SOLUTION

On pose que $U_i = 0$ pour le système dans la configuration où la charge est située à une distance infinie. On utilise l'équation 3.2 pour évaluer l'énergie potentielle dans la configuration où la charge est au point P :

$$U_f = q_3 V_p$$

Exemple 3.3 (suite)

On remplace les variables par les valeurs numériques pour évaluer ΔU_{el} :

$$\begin{aligned}\Delta U_{\text{el}} &= U_f - U_i = q_3 V_p - 0 = (3,00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6,29 \times 10^3 \text{ V}) \\ &= -1,89 \times 10^{-2} \text{ J}\end{aligned}$$

- Ainsi, puisque l'énergie potentielle du système a diminué, un agent externe doit effectuer un travail positif pour ramener la charge q_3 du point P jusqu'à l'infini.

VARIANTE

Pendant que vous travaillez l'exemple ci-dessus avec une camarade de classe, celle-ci s'exclame soudainement: « Un instant! Dans la question B, nous n'avons pas tenu compte de l'énergie potentielle associée aux deux charges q_1 et q_2 ! »

Que lui répondez-vous?

Réponse: Si on considère l'énoncé du problème, on voit qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte de cette énergie potentielle, car la question B consiste à déterminer la modification de l'énergie potentielle du système lorsque q_3 est rapprochée à partir de l'infini. Puisque la configuration des charges q_1 et q_2 ne change pas, aucune valeur de ΔU_{el} ne peut être associée à ces charges. Par contre, si la question B avait consisté à calculer la modification de l'énergie potentielle lorsque les trois charges sont d'abord infinitiment éloignées les unes des autres, puis déplacées jusqu'aux positions qu'elles occupent dans la figure 3.11 b), il aurait alors fallu calculer cette modification à l'aide de l'équation 3.14.

3.4 Le calcul de la valeur du champ électrique à partir du potentiel électrique

Le champ électrique \vec{E} et le potentiel électrique V sont liés de la façon illustrée dans l'équation 3.3, qui indique comment calculer ΔV lorsque la valeur du champ électrique \vec{E} est connue. On va maintenant définir le moyen de calculer la valeur du champ électrique quand le potentiel électrique est connu dans une région donnée.

À l'aide de l'équation 3.3, on peut exprimer la différence de potentiel dV entre deux points situés à une distance ds l'un de l'autre :

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.15)$$

Si le champ électrique n'a qu'une seule composante E_x , alors $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx$. L'équation 3.15 devient donc $dV = -E_x dx$ ou encore :

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad (3.16)$$

En d'autres termes, la composante en x du champ électrique est égale à l'inverse de la dérivée du potentiel électrique par rapport à x . On peut formuler des énoncés semblables pour les composantes en y et en z . L'équation 3.16 constitue l'expression mathématique du fait que le champ électrique est une mesure du taux de variation du potentiel électrique en fonction de la position, comme on l'indique dans la section 3.1.

Il est facile de mesurer expérimentalement le potentiel électrique et la position à l'aide d'un voltmètre (appareil servant à mesurer une différence de potentiel) et d'un

mètre. Par conséquent, on peut déterminer la valeur d'un champ électrique en mesurant le potentiel électrique à plusieurs endroits dans le champ et en traçant la courbe des résultats ainsi obtenus. Selon l'équation 3.16, la pente en un point quelconque de la courbe de V en fonction de x donne le module du champ électrique en ce point.

Lorsqu'une charge témoin subit un déplacement $d\vec{s}$ le long d'une surface équipotentielle, alors $dV = 0$, car le potentiel est constant le long d'une telle surface. On voit, à partir de l'équation 3.15, que $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$, de sorte que \vec{E} doit être perpendiculaire au déplacement sur la surface équipotentielle. Ce résultat montre bien qu'une surface équipotentielle doit toujours être perpendiculaire aux lignes de champ électrique qui la traversent.

Comme on le mentionne à la fin de la section 3.2, une surface équipotentielle associée à un champ électrique uniforme consiste en une famille de plans perpendiculaires aux lignes de champ. La figure 3.12 a) montre quelques surfaces équipotentielles qui sont représentatives de la situation en question.

Si la répartition des charges engendrant un champ électrique présente une symétrie sphérique telle que la densité volumique de charges dépend uniquement de la distance radiale r , alors le champ électrique est radial. Dans ce cas, $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r dr$, et on peut exprimer dV sous la forme $dV = -E_r dr$. Ainsi :

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \quad (3.17)$$

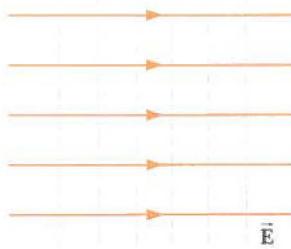
Par exemple, le potentiel électrique d'une charge ponctuelle est $V = kq/r$. Puisque V est fonction uniquement de r , la fonction de potentiel affiche une symétrie sphérique. Si on applique l'équation 3.17, on constate que le module du champ électrique qui est attribuable à la charge ponctuelle est $E_r = kq/r^2$, soit un résultat bien connu. Il est à noter que le potentiel ne se modifie que dans la direction radiale et ne change dans aucune direction perpendiculaire à r . Ainsi, V (comme E_r) est donc fonction uniquement de r , ce qui concorde encore une fois avec la notion selon laquelle une surface équipotentielle est perpendiculaire aux lignes de champ. Dans ce cas, les surfaces équipotentielles consistent en une famille de sphères concentriques par rapport à la

Figure 3.12

Des surfaces équipotentielles (les lignes pointillées bleues représentent les intersections de ces surfaces avec la page) et des lignes de champ électrique. Dans tous les cas, les surfaces équipotentielles sont perpendiculaires en tout point aux lignes de champ électrique.

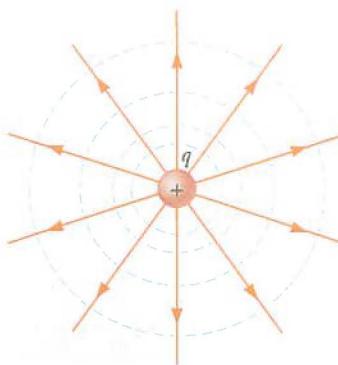
a

Un champ électrique uniforme est produit par une feuille de charges infinie.



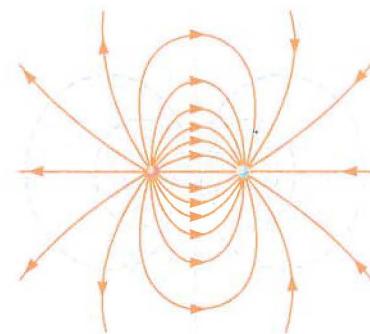
b

Un champ électrique à symétrie sphérique est produit par une charge ponctuelle.



c

Un champ électrique est produit par un dipôle électrique.



répartition de charges à symétrie sphérique (voir la figure 3.12 b). La figure 3.12 c) illustre les surfaces équipotentielles dans le cas d'un dipôle électrique.

En général, le potentiel électrique est fonction des trois coordonnées spatiales. Si on exprime $V(r)$ au moyen de coordonnées cartésiennes, on détermine directement les composantes E_x , E_y et E_z du champ électrique comme les dérivées partielles² de $V(x, y, z)$:

Calcul du champ électrique à partir du potentiel

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (3.18)$$

Testez-vous ! 3.4

Répondez aux questions A et B en choisissant l'une des réponses proposées.

- A. Dans une région donnée de l'espace, le potentiel électrique est nul partout sur l'axe des x . Que pouvez-vous en conclure à propos de la composante en x du champ électrique ?
- B. On suppose que le potentiel électrique est de +2 V partout sur l'axe des x . Que pouvez-vous maintenant en conclure à propos de la composante en x du champ électrique ?
- a) Elle est nulle.
 - b) Elle est orientée dans la direction des x positifs.
 - c) Elle est orientée dans la direction des x négatifs.

Exemple 3.4

LE POTENTIEL ÉLECTRIQUE ATTRIBUABLE À UN DIPÔLE

Un dipôle électrique consiste en deux charges de même module et de signes opposés qui sont séparées par une distance $2a$, comme le montre la figure 3.13. Le dipôle se trouve sur l'axe des x et est centré à l'origine.

- A Calculez le potentiel électrique au point P sur l'axe des y .

SOLUTION

La conceptualisation

On peut comparer cette situation à celle de la question B dans l'exemple 1.5. La situation est la même, sauf qu'ici il s'agit de déterminer le potentiel électrique plutôt que le champ électrique.

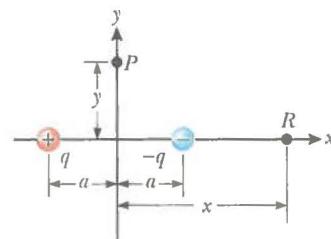
2. En notation vectorielle, on écrit souvent \vec{E} comme suit dans un système de coordonnées cartésiennes :

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

où ∇ est l'opérateur gradient.

Figure 3.13

Un dipôle électrique est situé sur l'axe des x .



Exemple 3.4 (suite)**La catégorisation**

Puisque le dipôle ne comprend que deux charges sources, on peut évaluer le potentiel électrique en additionnant les potentiels attribuables à chacune des charges.

L'analyse

On utilise l'équation 3.12 pour calculer le potentiel électrique en P qui est attribuable aux deux charges:

$$V_P = k \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k \left(\frac{q}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{-q}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) = 0$$

- B** Calculez le potentiel électrique au point R sur l'axe des x positifs.

SOLUTION

On utilise l'équation 3.12 pour calculer le potentiel électrique en R qui est attribuable aux deux charges:

$$V_R = k \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k \left(\frac{-q}{x-a} + \frac{q}{x+a} \right) = -\frac{2kqa}{x^2 - a^2}$$

- C** Calculez V et E_x en un point sur l'axe des x qui est loin du dipôle.

SOLUTION

Dans le cas d'un point R éloigné du dipôle pour lequel $x \gg a$, on ne tient pas compte de a^2 dans le dénominateur de la réponse à la question B, et on pose V dans la limite suivante:

$$V_R = \lim_{x \gg a} \left(-\frac{2kqa}{x^2 - a^2} \right) \approx -\frac{2kqa}{x^2} (x \gg a)$$

On utilise l'équation 3.16 et le résultat précédent pour calculer la composante en x du champ électrique en un point de l'axe des x qui est éloigné du dipôle:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(-\frac{2kqa}{x^2} \right) \\ &= 2kqa \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^2} \right) = -\frac{4kqa}{x^3} (x \gg a) \end{aligned}$$

La finalisation

Dans les questions B et C, les potentiels sont négatifs parce que les points sur l'axe des x positifs sont plus près de la charge négative que de la charge positive. Pour la même raison, la composante en x du champ électrique est négative.

VARIANTE

Supposons qu'on veut déterminer le champ électrique en un point P sur l'axe des y . Dans la question A, on a établi que le potentiel électrique est nul pour toutes les valeurs de y . Le champ électrique est-il nul en tout point sur l'axe des y ?

Réponse: Non. L'absence de modification du potentiel le long de l'axe des y indique seulement que la composante en y du champ électrique est nulle. À la figure 1.13 dans l'exemple 1.5, on a montré que le champ électrique d'un dipôle sur l'axe des y a seulement une composante en x . On n'a pu déterminer une composante en x dans le présent exemple parce qu'on ne dispose pas d'une expression pour établir le potentiel près de l'axe des y en fonction de x .

Mettons en contexte



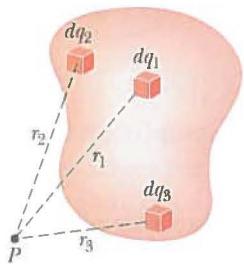
Éteindre un appareil électrique suffit-il à l'empêcher d'émettre des champs électromagnétiques ?

Les prises électriques domestiques autres que celles qui servent à brancher une sécheuse ou une cuisinière maintiennent une différence de potentiel efficace de 120 V entre leurs bornes. Ainsi, quand on branche un appareil électrique à une prise, on peut considérer qu'il y a une différence de potentiel de 120 V entre les deux bornes de l'appareil. Lorsque l'appareil est éteint, son circuit interne est ouvert (il ne forme pas une boucle fermée), de sorte que le courant ne peut être établi. Cependant, la différence de potentiel est tout de même présente dans le cordon d'alimentation.

Puisque le champ électrique et la différence de potentiel sont liés directement, le cordon d'alimentation d'un appareil électrique comme une lampe émet le même champ électrique, qu'un courant soit présent ou non. Si on débranche complètement le cordon d'alimentation d'un appareil, ce fil cessera d'émettre un champ électrique. Cependant, le câblage électrique qui se trouve dans les murs et qui relie les prises murales les unes aux autres et au panneau de distribution continuera d'émettre un champ. Par contre, un appareil électrique ou un fil électrique ne produira pas de champ magnétique s'il n'est pas parcouru par un courant.

Figure 3.14

On peut calculer le potentiel électrique au point P qui est attribuable à une répartition continue de charges en divisant la répartition des charges en éléments de charge dq et en faisant la somme des contributions de tous les éléments au potentiel électrique. La figure montre un échantillon de trois éléments de charge.



Potentiel électrique attribuable à une répartition continue de charges

3.5 Le potentiel électrique attribuable à une répartition continue de charges

Le **potentiel électrique attribuable à une répartition continue de charges** peut être calculé à l'aide de deux méthodes distinctes. Examinons la première méthode. Si on connaît la répartition des charges, on s'occupe d'un petit élément de charge dq et on le traite comme une charge ponctuelle (voir la figure 3.14). Selon l'équation 3.11, le potentiel électrique dV en un point P qui est attribuable à l'élément de charge dq est :

$$dV = k \frac{dq}{r} \quad (3.19)$$

où r est la distance entre l'élément de charge et le point P . Pour obtenir le potentiel total au point P , on calcule l'intégrale de l'équation 3.19 afin d'inclure les contributions de tous les éléments de la répartition de charges. Puisque les distances entre chaque élément et le point P sont généralement différentes les unes des autres et que k est une constante, on peut exprimer V comme suit :

$$V = k \int \frac{dq}{r} \quad (3.20)$$

En fait, on a remplacé par une intégrale la somme présente dans l'équation 3.12. Dans cette formule établissant V , on considère que le potentiel électrique est nul lorsque le point P est infiniment éloigné de la répartition de charges.

On utilise la deuxième méthode de calcul du potentiel électrique lorsqu'on a déjà déterminé le champ électrique par d'autres moyens, tel le théorème de Gauss. Si la répartition des charges est suffisamment symétrique, on évalue d'abord \vec{E} à l'aide du théorème de Gauss, puis on insère cette valeur dans l'équation 3.3 afin de déterminer la différence de potentiel ΔV entre deux points quelconques. On choisit ensuite un point convenable où le potentiel V sera considéré comme nul.

La méthode de résolution de problèmes

LE CALCUL DU POTENTIEL ÉLECTRIQUE

La méthode suivante est recommandée pour résoudre les problèmes qui comportent la détermination d'un potentiel électrique attribuable à une répartition de charges.

1. La conceptualisation On se représente clairement les charges individuelles ou la répartition de charges que décrit le problème, et on imagine le type de potentiel qui serait engendré. On se sert de toute symétrie présente dans la configuration des charges pour mieux visualiser le potentiel.

2. La catégorisation Est-ce qu'on étudie un groupe de charges individuelles ou une répartition continue de charges? La réponse à cette question indique comment procéder à l'étape de l'analyse.

3. L'analyse Lorsqu'on travaille sur un problème comportant un potentiel électrique, il est important de se rappeler qu'il s'agit d'une grandeur scalaire et qu'il n'y a donc pas de composantes à prendre en considération. Ainsi, quand on applique le principe de superposition pour évaluer le potentiel électrique en un point, on peut simplement prendre la somme algébrique des potentiels attribuables à chacune des charges, sans oublier de tenir compte des signes.

À l'instar de l'énergie potentielle en mécanique, seules les modifications du potentiel électrique sont significatives, si bien que le point où le potentiel est fixé à zéro est arbitraire. Lorsqu'il est question de charges ponctuelles ou d'une répartition de charges de dimensions finies, on pose généralement que $V = 0$ en un point qui est infiniment éloigné des charges. Par contre, si la répartition de charges s'étend elle-même jusqu'à l'infini, il faut choisir un autre point rapproché comme point de référence.

a) Pour l'analyse d'un groupe de charges individuelles, on fait appel au principe de superposition. Selon ce dernier, en présence de plusieurs charges ponctuelles, le potentiel résultant en un point P de l'espace est la somme algébrique des potentiels en P qui sont attribuables aux charges individuelles (voir l'équation 3.12). L'exemple 3.4 illustre le recours à cette méthode.

b) Pour l'analyse d'une répartition continue de charges, on remplace par des intégrales (voir l'équation 3.20) les sommes servant à évaluer le potentiel total en un point P qui est attribuable aux charges individuelles. La répartition des charges est divisée en éléments de charge infinitésimaux dq situés à une distance r du point P . Chacun des éléments est ensuite traité comme une charge ponctuelle, de sorte que le potentiel au point P qui est attribuable à chacun est $dV = k dq/r$. Pour obtenir le potentiel total en P , on effectue une intégration sur toute la répartition de charges. Pour de nombreux problèmes, on peut faire cette intégration en exprimant dq et r en fonction d'une seule variable. Pour simplifier l'intégration, on doit porter une attention particulière à la géométrie présente dans le problème. Les exemples 3.5 à 3.7 illustrent cette méthode.

Pour le calcul du potentiel à partir du champ électrique, on peut utiliser une autre méthode pour calculer le potentiel, à partir de la définition de la différence de potentiel que donne l'équation 3.3. Si on connaît déjà \vec{E} ou qu'on peut facilement le calculer (en appliquant, par exemple, le théorème de Gauss), on peut alors évaluer l'intégrale de ligne de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$.

4. La finalisation On s'assure que l'expression obtenue pour déterminer le potentiel concorde avec la représentation mentale formée et qu'elle reflète toute symétrie notée auparavant. On fait varier certains paramètres, tels que la distance entre le point d'observation et les charges ou encore le rayon de tout objet circulaire, pour voir si le résultat mathématique en est modifié de façon raisonnable.

Exemple 3.5**LE POTENTIEL ÉLECTRIQUE ATTRIBUABLE À UN ANNEAU UNIFORMÉMENT CHARGÉ**

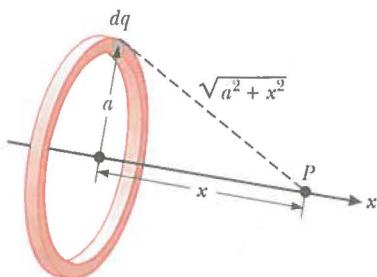
- A** Formulez une expression donnant le potentiel électrique en un point P situé sur l'axe central perpendiculaire d'un anneau uniformément chargé qui a un rayon a et qui porte une charge totale Q .

SOLUTION**La conceptualisation**

On observe d'abord la figure 3.15, où l'anneau est orienté de manière telle que son plan est perpendiculaire à l'axe des x et que son centre est situé à l'origine. Il faut noter que le caractère symétrique de la configuration implique que toutes les charges sur l'anneau sont à la même distance du point P .

Figure 3.15

Un anneau de rayon a , uniformément chargé, se trouve dans un plan perpendiculaire à l'axe des x . Tous les éléments dq de l'anneau sont à la même distance d'un point P situé sur l'axe des x .

**La catégorisation**

Puisque l'anneau consiste en une répartition continue de charges, plutôt qu'en un ensemble de charges discrètes, on doit utiliser ici la technique d'intégration représentée par l'équation 3.20.

L'analyse

On pose que le point P est à une distance x du centre de l'anneau, comme le montre la figure 3.15.

On utilise l'équation 3.20 pour exprimer V en conformité avec la géométrie de la situation :

$$V = k \int \frac{dq}{r} = k \int \frac{dq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$V = \frac{k}{\sqrt{a^2 + x^2}} \int dq = \frac{kQ}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad (3.21)$$

Sachant que a et x sont constants, on déplace $\sqrt{a^2 + x^2}$ devant l'intégrale et on calcule l'intégrale sur l'anneau :

- B** Formulez une expression pour déterminer le module du champ électrique au point P .

SOLUTION

Compte tenu de la symétrie, on remarque que \bar{E} ne peut avoir qu'une composante en x le long de l'axe des x . On applique donc l'équation 3.16 à l'équation 3.21 :

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{dV}{dx} = -kQ \frac{d}{dx} (a^2 + x^2)^{-1/2} \\ &= -kQ \left(-\frac{1}{2}\right) (a^2 + x^2)^{-3/2} (2x) \\ E_x &= \frac{kx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q \end{aligned} \quad (3.22)$$

La finalisation

Ici, x est la seule variable dans les expressions de V et de E_x . Il n'y a là rien d'étonnant, puisque les calculs faits ici ne sont valides que pour des points situés sur l'axe des x , où y et z sont tous les deux égaux à zéro. Ce résultat s'accorde avec celui qu'on obtient par intégration directe (voir l'exemple 1.7).

Le présent chapitre aborde le premier de trois éléments simples qui permettent de concevoir des circuits électriques, ces derniers constituant la base de la majorité des appareils utilisés dans notre société. Il est ici question des condensateurs servant à emmagasiner une énergie potentielle électrique. L'analyse des résistances et des bobines d'induction est présentée aux chapitres 5 et 10, respectivement.

Les condensateurs sont couramment employés dans divers types de circuits électriques. Par exemple, ils servent à la syntonisation de la fréquence par les récepteurs radio, au filtrage dans l'alimentation électrique, à l'élimination des décharges disruptives dans les systèmes d'allumage des voitures et au stockage d'énergie dans les flashes électroniques.

4.1 La capacité – définition

Méfiez-vous !

4.1

Comparons les capacités

Pour mieux comprendre la notion de capacité, il est utile d'effectuer une analogie. Tout comme la capacité d'un contenant de lait correspond au volume de lait qu'il peut contenir, la capacité d'un condensateur désigne la quantité de charge que ce condensateur peut emmagasiner par unité de différence de potentiel.

Définition de la capacité

Un condensateur est constitué de deux conducteurs, appelés « armatures », qui sont séparés par une certaine distance (voir la figure 4.1). Si ces condensateurs sont chargés, il existe alors une différence de potentiel ΔV entre eux. On apprend plus loin que, dans le cas d'un condensateur, les armatures portent des charges de même grandeur mais de signes opposés.

Qu'est-ce qui détermine l'ampleur de la charge présente sur les armatures d'un condensateur pour une différence de potentiel donnée ? Des expériences ont montré que la quantité de charge Q d'un condensateur¹ est directement proportionnelle à la différence de potentiel entre ses armatures, c'est-à-dire que $Q \propto \Delta V$. La constante de proportionnalité est fonction de la forme des armatures et de la distance entre elles². Cette relation peut être illustrée par la formule $Q = C\Delta V$, si la **capacité** est définie de la manière décrite ci-après.

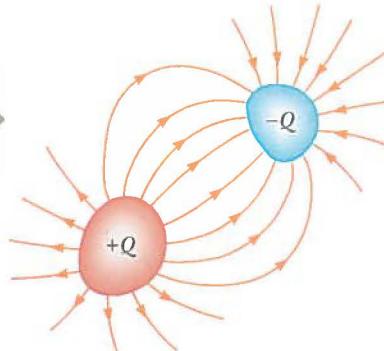
La capacité C d'un condensateur est définie comme le rapport entre le module de la charge portée par les armatures et le module de la différence de potentiel entre les armatures :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (4.1)$$

Figure 4.1

Un condensateur est composé de deux conducteurs.

Lorsque le condensateur est chargé, les conducteurs portent des charges de même module et de signes opposés.



1. Bien que la charge totale dans le condensateur soit nulle (parce que la charge excédentaire positive d'une armature est de même grandeur que la charge excédentaire négative de l'autre armature), on évoque couramment le module de la charge des armatures comme s'il s'agissait de la « charge du condensateur ».
2. La relation entre Q et ΔV peut être démontrée à partir de la loi de Coulomb ou vérifiée expérimentalement.

Par définition, la capacité est toujours une grandeur positive. De plus, la charge Q et la différence de potentiel ΔV sont toujours exprimées, dans l'équation 4.1, comme des grandeurs positives.

L'équation 4.1 révèle que l'unité SI de la capacité est le coulomb par volt. Choisie en l'honneur de Michael Faraday, l'unité SI de la capacité est le farad (F) :

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

Une capacité d'un farad représente une valeur très élevée. En pratique, les appareils courants ont une capacité allant de quelques microfarads (10^{-6} F) à quelques picofarads (10^{-12} F). Dans le présent ouvrage, c'est le symbole μF qui représente le microfarad. Sur les condensateurs mêmes, on évite souvent le recours à des lettres grecques en les étiquetant « mF » pour désigner les microfarads, et « mmF » (micromicrofarads) ou « pF » pour désigner les picofarads.

La figure 4.2 montre un condensateur formé de deux armatures parallèles. Chaque armature est reliée à une borne d'une pile, qui constitue une source de différence de potentiel. Si le condensateur est initialement non chargé, la pile exerce un champ électrique dans les fils lorsque les connexions sont effectuées. Examinons l'armature reliée à la borne négative de la pile. Le champ électrique dans le fil exerce une force sur des électrons dans ce fil immédiatement à l'extérieur de cette armature, et c'est cette force qui déplace les électrons jusqu'à l'armature. Ce déplacement se poursuit jusqu'à ce que la différence de potentiel soit la même pour l'armature, le fil et la borne. Lorsque l'équilibre électrostatique est atteint, il n'y a plus de différence de potentiel entre la borne et l'armature, de sorte qu'aucun champ électrique n'est présent dans le fil et que le déplacement des électrons cesse. L'armature porte désormais une charge négative. Un processus similaire se déroule pour l'autre armature du condensateur, où des électrons se déplacent de l'armature jusqu'au fil, si bien que cette armature porte une charge positive. Dans la configuration finale qui en résulte, la différence de potentiel entre les armatures du condensateur est identique à celle qui existe entre les bornes de la pile. Grâce au principe de conservation de la charge, on peut établir que les charges de signes opposés des deux armatures seront de même grandeur.

Testez-vous ! 4.1

Un condensateur emmagasine une charge Q lorsque la différence de potentiel est ΔV . Qu'adviennent si on double la différence de potentiel appliquée au condensateur?

- a) La capacité devient deux fois moins élevée, et la charge demeure la même.
- b) La capacité et la charge deviennent deux fois moins élevées.
- c) La capacité et la charge deviennent deux fois plus élevées.
- d) La capacité demeure la même, et la charge devient deux fois plus élevée.

Méfiez-vous ! 4.2

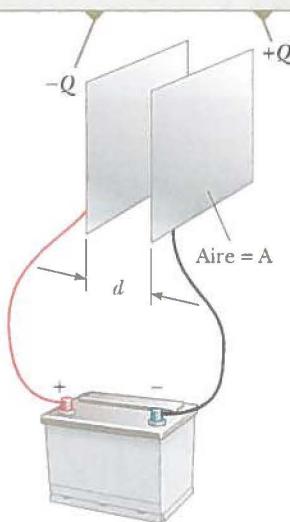
La différence de potentiel est désignée par ΔV et non V

On utilise le symbole ΔV pour désigner la différence de potentiel aux bornes d'un élément de circuit ou d'un appareil ; cette notation concorde bien avec la signification du symbole « delta ». Bien que ce soit une source de confusion, il est courant de voir le symbole « V » utilisé sans être précédé du symbole « delta » pour désigner tant un potentiel qu'une différence de potentiel. Il est utile de connaître cet usage avant de consulter d'autres références sur ce sujet.

Figure 4.2

Un plan est constitué de deux armatures conductrices parallèles qui ont chacune une aire A et qui sont séparées par une distance d .

Lorsque le condensateur est relié aux bornes d'une pile, les électrons sont transférés d'une armature à l'autre, et ces armatures deviennent chargées.



4.2 Le calcul de la capacité

La capacité d'un condensateur dépend de ses paramètres géométriques ; elle est indépendante de la différence de potentiel qu'on y applique. Afin de la calculer, on pose que le condensateur possède une charge Q à la suite de l'application d'une différence de potentiel ΔV . Une expression de cette différence de potentiel peut être obtenue à l'aide des moyens décrits dans le chapitre 3. On utilise ensuite l'expression $C = Q/\Delta V$

Méfiez-vous !

4.3

Attention aux C !

Il importe de ne pas confondre le C en italique, qui représente la capacité, et le C en caractère droit (romain), qui représente le coulomb.

Capacité d'une sphère chargée isolée

pour évaluer la capacité. Le calcul est relativement facile si la géométrie du condensateur est simple.

Bien qu'un condensateur soit constitué de deux conducteurs, il n'en demeure pas moins qu'un seul conducteur a aussi une capacité. Par exemple, imaginons un conducteur sphérique chargé. Les lignes du champ électrique entourant ce conducteur sont exactement les mêmes que s'il existait aussi une coquille conductrice sphérique de rayon infini, concentrique par rapport à la sphère et portant une charge de même module mais de signe opposé. Par conséquent, on peut considérer que la coquille imaginaire est le deuxième conducteur d'un condensateur comportant deux armatures sphériques. Le potentiel électrique de la sphère de rayon a est simplement kQ/a (voir la section 3.6) et, après avoir posé $V=0$ pour la coquille de taille infinie, on obtient:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{kQ/a} = \frac{a}{k} = 4\pi \epsilon_0 a \quad (4.2)$$

Cette expression révèle que la **capacité d'une sphère chargée** est proportionnelle à son rayon et indépendante de la charge sur la sphère et de son potentiel.

On détermine maintenant la capacité de condensateurs possédant trois géométries simples. Il s'agit du condensateur plan, du condensateur cylindrique et du condensateur sphérique. Dans les calculs qui suivent, on suppose que du vide sépare les conducteurs chargés.

Le condensateur plan

La figure 4.2 montre deux armatures planes, métalliques et parallèles, d'aire égale à A qui sont séparées par une distance d . Une armature porte une charge $+Q$ et l'autre, une charge $-Q$. La densité surfacique de charges de chaque armature est $\sigma = Q/A$. Lorsque les armatures sont très près l'une de l'autre (comparativement à leur longueur et à leur largeur), on peut supposer que le champ électrique est uniforme entre elles et nul ailleurs. Selon la variante de l'exemple 2.5, la valeur du champ électrique entre les armatures est:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Puisque le champ entre les armatures est uniforme, le module de la différence de potentiel entre les armatures est égal à Ed (voir l'équation 3.6), de sorte que:

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Lorsqu'on insère ce résultat dans l'équation 4.1, on constate que la capacité est:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (4.3)$$

En d'autres termes, la **capacité d'un condensateur plan** est proportionnelle à l'aire de ses armatures et inversement proportionnelle à l'écart entre les armatures.

On examine maintenant dans quelle mesure la géométrie des armatures influe sur la capacité du condensateur à emmagasiner une charge. Pendant qu'une pile charge un condensateur, des électrons quittent l'armature positive et se rendent à l'armature

négative. Plus la taille des armatures est grande, plus les charges accumulées disposent d'une surface élevée pour se répartir; la charge qui peut être emmagasinée sur une armature, pour une différence de potentiel donnée, s'accroît donc avec l'aire. Par conséquent, il est logique que la capacité soit proportionnelle à l'aire A , comme dans l'équation 4.3.

On étudie maintenant la région entre les armatures. Si on approche les deux armatures l'une de l'autre, le module du champ électrique à l'intérieur du condensateur demeurera constant pourvu que la charge ne varie pas. Par contre, la différence de potentiel entre les armatures, déterminée par l'expression $\Delta V = Ed$ (voir l'équation 3.6), diminuera proportionnellement avec la distance d . Pour maintenir constante cette différence de potentiel, il est nécessaire d'augmenter la charge portée par le condensateur. Il s'avère donc que, si la différence de potentiel est fixée par une pile, le rapprochement des armatures l'une vers l'autre fait augmenter la charge du condensateur. Si d augmente, la charge diminue. On peut en conclure que la relation inverse entre C et d dans l'équation 4.3 est logique.

Testez-vous ! 4.2

Dans de nombreux modèles, les touches de clavier d'ordinateur comprennent des condensateurs, comme le montre la figure 4.3. Lorsqu'on enfonce une touche, l'isolant mou entre l'armature mobile et l'armature fixe se comprime. Au moment où la touche est enfoncée, qu'advient-il de la capacité?

- a) Elle augmente.
- b) Elle diminue.
- c) Elle change d'une façon qu'il est impossible de déterminer, parce que le circuit électrique relié à la touche du clavier peut modifier ΔV .

Exemple 4.1

LE CONDENSATEUR CYLINDRIQUE

Un conducteur cylindrique plein, de rayon a et de charge Q , est en position coaxiale à l'intérieur d'une coquille cylindrique conductrice d'épaisseur négligeable, de rayon $b > a$ et de charge $-Q$ (voir la figure 4.4 a). Déterminez la capacité de ce condensateur cylindrique si sa longueur est ℓ .

SOLUTION

La conceptualisation

Il faut se rappeler que toute paire de conducteurs constitue un condensateur, à l'instar du système décrit dans le présent exemple. Le cylindre plein et la coquille cylindrique forment les deux armatures du condensateur. La figure 4.4 b) présente le champ électrique entre ces armatures.

Figure 4.3

Un type de touche de clavier d'ordinateur.

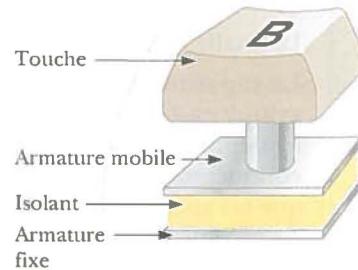
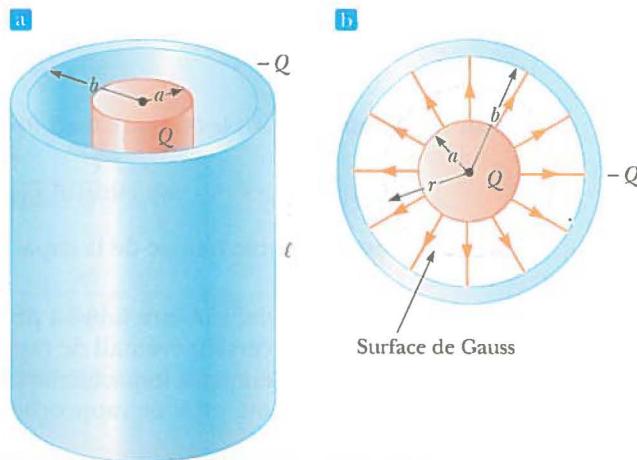


Figure 4.4

a) Un condensateur cylindrique consiste en un conducteur cylindrique solide de rayon a et de longueur ℓ qu'entoure une coquille cylindrique coaxiale de rayon b . b) Une vue latérale du condensateur. Les lignes de champ électrique sont radiales. La ligne pointillée représente l'extrémité d'une surface de Gauss cylindrique de rayon r et de longueur ℓ .



Exemple 4.1 (suite)**La catégorisation**

En raison de la symétrie cylindrique du système, on peut se servir des résultats obtenus dans le cas des systèmes cylindriques déjà étudiés pour déterminer la capacité.

L'analyse

Si on suppose que ℓ est beaucoup plus grande que a et b , on peut négliger les effets d'extrémité. Dans le présent cas, le champ électrique est perpendiculaire au grand axe des cylindres et est confiné à la région entre ces derniers (voir la figure 4.4 b).

On écrit une expression pour déterminer la différence de potentiel entre les deux cylindres, à partir de l'équation 3.3 :

On applique l'équation 2.7 au champ électrique à l'extérieur d'une répartition de charge à symétrie cylindrique et on observe, à partir de la figure 4.4 b), que $\bar{\mathbf{E}}$ est parallèle à $d\bar{s}$ dans la direction radiale :

On insère la valeur absolue de ΔV dans l'équation 4.1, et on se sert de $\lambda = Q/\ell$:

La finalisation

La capacité est proportionnelle à la longueur des cylindres. Comme on pouvait le supposer, elle est également fonction du rayon respectif des deux conducteurs cylindriques. L'équation 4.4 montre que la capacité par unité de longueur d'un ensemble de conducteurs cylindriques concentriques est :

Un câble coaxial offre un bon exemple de ce type de configuration. Il consiste en deux conducteurs cylindriques concentriques qui séparent un isolant. Les abonnés aux services de télévision par câble ou par satellite pourront constater qu'un câble coaxial est raccordé à leur téléviseur. Un câble coaxial s'avère utile pour protéger des signaux électriques contre toute influence extérieure possible.

VARIANTE

Supposons que $b = 2,00a$ dans le cas du condensateur cylindrique. Pour accroître la capacité, on peut procéder de deux façons : en augmentant ℓ de 10 % ou en augmentant a de 10 %. Laquelle de ces options est la meilleure pour accroître la capacité ?

Réponse: Selon l'équation 4.4, C est proportionnelle à ℓ , si bien qu'augmenter ℓ de 10 % entraîne une hausse de 10 % de C . Si on veut comparer avec ce que donne la modification de a , on utilise l'équation 4.4 pour établir un rapport entre la capacité C' , pour le rayon élargi du cylindre a' , et la capacité originelle :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\ell/2k \ln(b/a')}{\ell/2k \ln(b/a)} = \frac{\ln(b/a)}{\ln(b/a')}$$

On insère maintenant les valeurs $b = 2,00a$ et $a' = 1,10a$ pour obtenir une augmentation de 10 % de a :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\ln(2,00a/a)}{\ln(2,00a/1,10a)} = \frac{\ln 2,00}{\ln 1,82} = 1,16$$

Cela correspond à une hausse de la capacité de 16 %. Ainsi, il est plus efficace d'augmenter a que d'augmenter ℓ .

Deux observations doivent être faites à propos de ce problème. D'abord, il est avantageux d'augmenter a seulement pour un certain éventail de rapports entre a et b . Si $b > 2,85a$, il est plus efficace de hausser ℓ de 10 % que d'accroître a (voir le problème 65). Ensuite, si b diminue, la capacité augmente. La hausse de a ou la baisse de b a pour effet de rapprocher mutuellement les armatures et ainsi d'augmenter la capacité.

Exemple 4.2**LE CONDENSATEUR SPHÉRIQUE**

Un condensateur sphérique consiste en une coquille conductrice sphérique de rayon b et de charge $-Q$, à l'intérieur de laquelle se trouve une sphère conductrice de rayon a et de charge Q (voir la figure 4.5). Déterminez la capacité de cet ensemble.

SOLUTION**La conceptualisation**

Comme dans l'exemple 4.1, ce système est formé d'une paire de conducteurs et constitue ainsi un condensateur.

La catégorisation

En raison de la symétrie sphérique de ce système, on peut se servir des résultats obtenus dans l'étude antérieure des systèmes sphériques pour déterminer la capacité.

L'analyse

Comme on l'indique dans le chapitre 2, l'orientation du champ électrique à l'extérieur d'une répartition de charge à symétrie sphérique est radiale, et son module se calcule au moyen de la formule $E = kQ/r^2$. Dans ce cas, ce résultat s'applique au champ entre les sphères ($a < r < b$).

On écrit une expression pour établir la différence de potentiel entre les deux conducteurs, à partir de l'équation 3.3 :

On applique le résultat de l'exemple 2.3 concernant le champ électrique à l'extérieur d'une répartition de charge à symétrie sphérique, et on observe que \vec{E} est parallèle à $d\vec{s}$ selon une orientation radiale :

On insère la valeur absolue de ΔV dans l'équation 4.1 :

La finalisation

La différence de potentiel entre les sphères désignées dans l'équation 1 est négative parce que Q est positive et que $b > a$. Par conséquent, en ce qui a trait à la valeur absolue dans l'équation 4.6, on remplace $a - b$ par $b - a$. Le résultat est alors positif.

VARIANTE

Si le rayon b de la sphère extérieure s'approche d'une valeur infinie, que devient la capacité ?

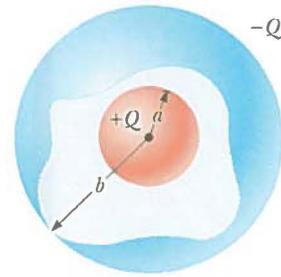
Réponse : Dans l'équation 4.6, on laisse $b \rightarrow \infty$:

$$C = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{ab}{k(b-a)} = \frac{ab}{k(b)} = \frac{a}{k} = 4\pi \epsilon_0 a$$

Il est à noter que cette expression est identique à l'équation 4.2, qui concerne la capacité d'un conducteur sphérique unique.

Figure 4.5

Un condensateur sphérique consiste en une sphère de rayon a et de charge $+Q$ située à l'intérieur d'une coquille sphérique concentrique de rayon b et de charge $-Q$. Le champ électrique entre les sphères est orienté radialement vers l'extérieur lorsque la sphère intérieure porte une charge positive.



$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = -kQ \int_a^b \frac{dr}{r^2} = kQ \left[\frac{1}{r} \right]_a^b$$

$$(1) \quad V_b - V_a = kQ \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = kQ \frac{a-b}{ab}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{|V_b - V_a|} = \frac{ab}{k(b-a)} \quad (4.6)$$

Mettons en contexte



Le fonctionnement des vérificateurs de tension sans contact

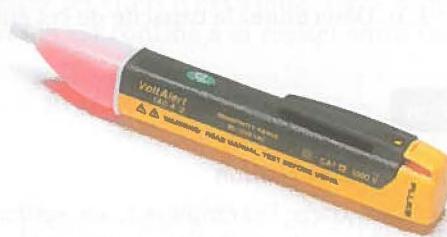
Il existe plusieurs modèles de vérificateurs de tension sans contact. En général, il s'agit de petits appareils (semblables à des marqueurs) qui sonnent ou sur lesquels un voyant lumineux s'allume quand ils sont placés à proximité d'un fil électrique sous tension, et ce, sans qu'il soit nécessaire de toucher le fil (voir la figure 4.6). Il va sans dire que ces appareils sont très utiles quand on effectue des travaux d'électricité : avant de toucher un fil électrique, on doit toujours être absolument certain que le fil n'est pas sous tension !

Plusieurs vérificateurs de tension sont dotés des propriétés des condensateurs pour fonctionner. On appelle ces détecteurs des « vérificateurs de tension capacitifs ». Quand on approche un détecteur de tension capacitif d'un fil électrique, la pointe du détecteur et le fil forment les deux armatures d'un condensateur, séparées par une couche diélectrique (la gaine isolante du fil, l'air, etc.) (voir la section 4.5).

Le vérificateur de tension ne peut détecter la présence d'une tension continue dans un fil ; il fonctionne seulement en présence d'une tension « alternative », c'est-à-dire une tension pour laquelle la polarité des bornes de la source d'alimentation oscille dans le temps (voir le chapitre 11). Quand on approche la pointe de l'appareil d'un fil sous tension alternative, les électrons sont alternativement attirés et repoussés de l'extrémité de la pointe. Le vérificateur détecte la variation de la charge portée par la pointe, ce qui est signalé à l'utilisateur. Pour fonctionner, l'appareil doit être tenu à main nue. L'utilisateur joue alors le rôle d'une mise à la terre, ce qui est essentielle au bon fonctionnement du vérificateur.

Figure 4.6

Un vérificateur de tension sans contact.



4.3 Les associations de condensateurs

Figure 4.7

Des symboles graphiques représentant un condensateur, une pile et un interrupteur. Il est à noter que le condensateur apparaît en bleu, la pile, en vert, et l'interrupteur, en rouge. L'interrupteur fermé laisse passer le courant, contrairement à l'interrupteur ouvert.

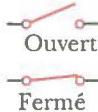
Symbole du condensateur



Symbole de la pile



Symbole de l'interrupteur



Il arrive souvent que plusieurs condensateurs soient associés ensemble dans un circuit électrique. On peut calculer la capacité équivalente de certaines associations à l'aide des méthodes qui sont décrites dans la présente section. Aux fins de cette étude, on suppose que les condensateurs à associer ne portent initialement aucune charge.

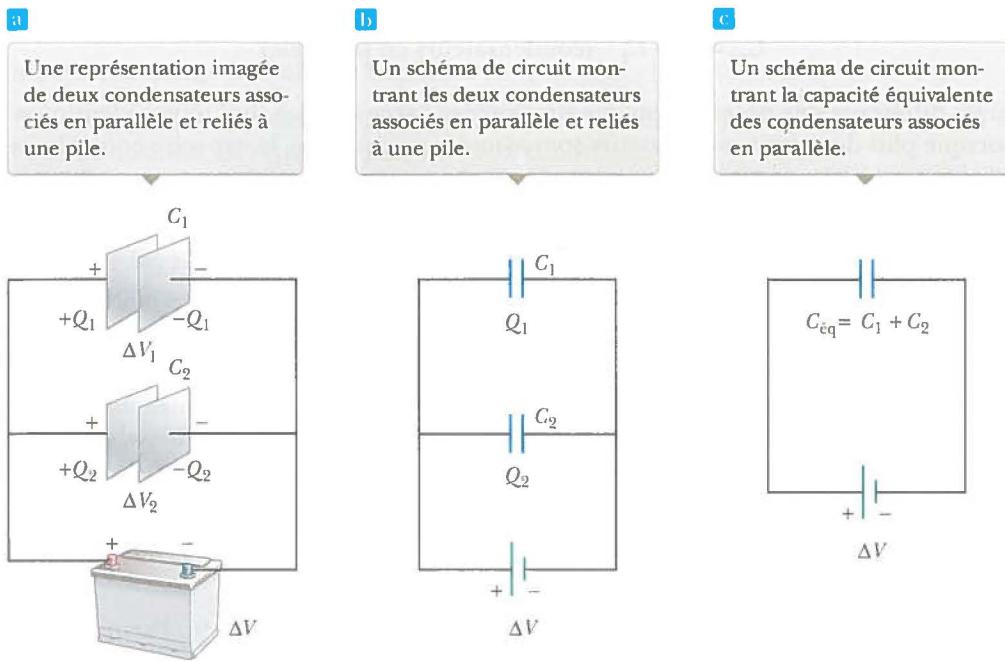
Dans l'étude des circuits électriques, on fait appel à une représentation imagée simplifiée, le schéma de circuit, dans lequel on trouve des symboles graphiques qui représentent les différents éléments du circuit. Ces symboles sont reliés par des lignes droites qui représentent les fils reliant ensemble les éléments. La figure 4.7 indique les symboles graphiques utilisés pour les condensateurs, les piles et les interrupteurs, ainsi que les codes de couleurs associés à ces symboles dans le présent ouvrage. Le symbole du condensateur utilisé reflète la configuration du modèle le plus couramment employé, soit une paire d'armatures parallèles. La borne positive de la pile correspond au potentiel le plus élevé et est représentée, dans le schéma de circuit, par la ligne la plus longue.

L'association en parallèle

La figure 4.8 a) montre deux condensateurs reliés en parallèle. La figure 4.8 b) présente un schéma de circuit illustrant cette association de condensateurs. Les armatures

Figure 4.8

Deux condensateurs associés en parallèle. Les trois schémas présentés ici sont équivalents.



de gauche des condensateurs sont reliées à la borne positive de la pile par un fil conducteur, de sorte que le potentiel électrique de ces deux armatures et celui de la borne positive sont identiques. De même, les armatures de droite sont reliées à la borne négative de la pile, et leur potentiel est ainsi identique à celui de cette borne. En conséquence, les différences de potentiel entre des condensateurs associés en parallèle sont identiques et égales à la différence de potentiel appliquée à l'association des condensateurs, c'est-à-dire que :

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

où ΔV est la tension aux bornes de la pile.

Après que la pile a été reliée au circuit, les condensateurs acquièrent rapidement leur charge maximale. Les charges maximales des deux condensateurs sont appelées Q_1 et Q_2 . La charge totale Q_{tot} emmagasinée dans les deux condensateurs est simplement la somme des charges individuelles des condensateurs :

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 \quad (4.7)$$

Supposons qu'on souhaite remplacer ces deux condensateurs par un condensateur équivalent ayant une capacité C_{eq} , comme dans la figure 4.8 c). L'effet de ce condensateur équivalent sur le circuit doit être exactement le même que l'effet des deux condensateurs en parallèle. En d'autres termes, le condensateur équivalent doit emmagasiner la charge Q_{tot} lorsqu'il est relié à la pile. La figure 4.8 c) montre que la différence de potentiel entre les bornes du condensateur équivalent est ΔV , parce que celui-ci est directement relié aux bornes de la pile. Ainsi, dans le cas du condensateur équivalent :

$$Q_{\text{tot}} = C_{\text{eq}} \Delta V$$

Si on insère les charges issues de l'équation 4.7, on obtient:

$$C_{\text{eq}} \Delta V = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 \quad (\text{condensateurs en parallèle})$$

où les différences de potentiel ont été supprimées parce qu'elles sont toutes identiques. Lorsque plus de deux condensateurs sont associés en parallèle, la **capacité équivalente** est alors:

Capacité équivalente de condensateurs en parallèle

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (\text{condensateurs en parallèle})$$

(4.8)

Ainsi, la capacité équivalente d'une association de condensateurs en parallèle correspond à la somme algébrique des capacités de chaque condensateur et, de plus, elle est supérieure à chacune des capacités prises individuellement. Ce dernier énoncé est logique parce que, en fait, les aires de toutes les armatures des condensateurs sont associées lorsque celles-ci sont reliées par un fil conducteur et que la capacité d'armatures parallèles est proportionnelle à l'aire (voir l'équation 4.3).

L'association en série

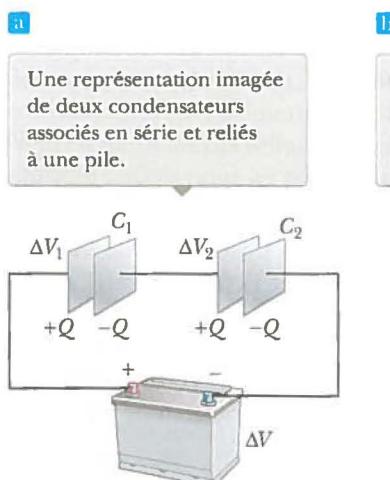
Lorsque deux condensateurs sont associés en série (voir la figure 4.9), l'armature de gauche du condensateur 1 et l'armature de droite du condensateur 2 sont reliées aux bornes d'une pile. Les deux autres armatures sont reliées entre elles et à rien d'autre, si bien qu'elles forment un système isolé qui ne porte initialement aucune charge et qui doit conserver une charge nette nulle. Afin d'analyser cette association, on examine d'abord les condensateurs non chargés et on observe ce qui se produit immédiatement après le branchement de la pile au circuit. Lorsque la pile est branchée, des électrons quittent l'armature de gauche de C_1 et parviennent à l'armature de droite de C_2 . Pendant que cette charge négative s'accumule sur l'armature de droite de C_2 , une charge négative équivalente quitte l'armature de gauche de C_2 , ce qui laisse sur cette armature une charge positive excédentaire. Le transfert de la charge négative hors de l'armature de gauche de C_2 entraîne une accumulation de charges négatives sur l'armature de droite de C_1 . Il s'ensuit que les deux armatures de droite se retrouvent avec une

Figure 4.9

Deux condensateurs associés en série. Les trois schémas sont équivalents.

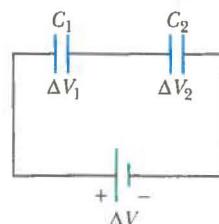
a

Une représentation imagée de deux condensateurs associés en série et reliés à une pile.



b

Un schéma de circuit montrant les deux condensateurs associés en série et reliés à une pile.



c

Un schéma de circuit montrant la capacité équivalente des condensateurs associés en série.

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

charge $-Q$ et que les deux armatures de gauche se retrouvent avec une charge $+Q$. Ainsi, les charges dans les condensateurs associés en série sont identiques :

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

où Q est la charge fournie par la pile.

La figure 4.9 a) montre que la différence de potentiel totale ΔV_{tot} aux bornes de cette association est répartie entre les deux condensateurs :

$$\Delta V_{\text{tot}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (4.9)$$

où ΔV_1 et ΔV_2 sont les différences de potentiel aux bornes des condensateurs C_1 et C_2 , respectivement. Cette relation peut être généralisée : la différence de potentiel totale dans un nombre quelconque de condensateurs en série est égale à la somme des différences de potentiel dans chacun des condensateurs pris individuellement.

Supposons que le condensateur unique équivalent dans la figure 4.9 c) a le même effet sur le circuit que l'association en série lorsque celle-ci est reliée à la pile. Après avoir acquis sa charge maximale, le condensateur équivalent doit porter une charge Q . En appliquant la définition de la capacité au circuit illustré dans la figure 4.9 c), on obtient :

$$\Delta V_{\text{tot}} = \frac{Q}{C_{\text{eq}}}$$

Si on y insère les tensions figurant dans l'équation 4.9, on obtient :

$$\frac{Q}{C_{\text{eq}}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

On supprime les charges, car elles sont toutes identiques, ce qui donne :

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (\text{condensateurs en série})$$

Lorsque plus de deux condensateurs sont associés en série, l'expression de la **capacité équivalente** est :

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (\text{condensateurs en série})$$

(4.10)

◀ Capacité équivalente de condensateurs en série

Cette expression révèle, d'une part, que l'inverse multiplicatif de la capacité équivalente est égal à la somme algébrique des inverses multiplicatifs de chaque capacité et, d'autre part, que la capacité équivalente d'une association en série est toujours inférieure à chacune des capacités présentes dans l'association.

Testez-vous ! 4.3

Deux condensateurs identiques peuvent être associés en série ou en parallèle. Si on veut obtenir la plus petite capacité équivalente pour l'association, comment doit-on les relier ?

- a) En série.
- b) En parallèle.
- c) De l'une ou l'autre façon, puisque les deux associations ont la même capacité.

Exemple 4.3**LA CAPACITÉ ÉQUIVALENTE**

Déterminez la capacité équivalente entre *a* et *b* pour l'association de condensateurs qu'illustre la figure 4.10 a). Toutes les capacités sont en microfarads.

SOLUTION**La conceptualisation**

On examine attentivement la figure 4.10 a), et on s'assure de bien comprendre la façon dont sont reliés les condensateurs.

La catégorisation

La figure 4.10 a) montre que le circuit comprend des associations en série et des associations en parallèle, de sorte qu'on devra faire appel aux règles s'appliquant à chacun des types d'association analysés dans la présente section.

L'analyse

À l'aide des équations 4.8 et 4.10, on réduit l'association en suivant les étapes indiquées dans la figure.

Les condensateurs de $1,0 \mu\text{F}$ et de $3,0 \mu\text{F}$ (le cercle rouge-brun du haut dans la figure 4.10 a) sont en parallèle. On calcule la capacité équivalente au moyen de l'équation 4.8:

Les condensateurs de $2,0 \mu\text{F}$ et de $6,0 \mu\text{F}$ (le cercle rouge-brun du bas dans la figure 4.10 a) sont aussi en parallèle :

Le circuit a maintenant la forme que montre la figure 4.10 b. Les deux condensateurs de $4,0 \mu\text{F}$ (le cercle vert du haut dans la figure 4.10 b) sont en série. On détermine la capacité équivalente au moyen de l'équation 4.10:

Les deux condensateurs de $8,0 \mu\text{F}$ (le cercle vert du bas dans la figure 4.10 b) sont aussi en série. On détermine la capacité équivalente au moyen de l'équation 4.10:

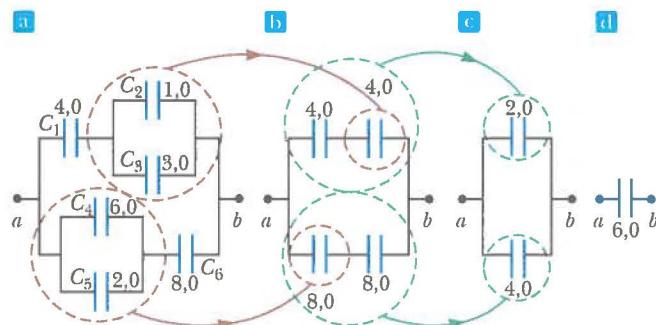
Le circuit a maintenant la forme que montre la figure 4.10 c). Les condensateurs de $2,0 \mu\text{F}$ et de $4,0 \mu\text{F}$ sont en parallèle :

La finalisation

La valeur finale est celle du condensateur équivalent qu'illustre la figure 4.10 d). Pour se familiariser davantage avec les circuits comportant plusieurs associations de condensateurs, on peut imaginer qu'une pile est branchée entre les points *a* et *b* dans la figure 4.10 a), de sorte qu'une différence de potentiel ΔV est établie dans l'association. Est-il possible de déterminer la tension et la charge correspondant à chaque condensateur?

Figure 4.10

Pour déterminer la capacité équivalente des condensateurs dans a), on réduit les diverses associations en suivant les étapes indiquées dans b), c) et d) à l'aide des règles relatives aux associations en série et en parallèle qui ont été décrites précédemment. Toutes les capacités sont en microfarads.



$$C_{23} = C_2 + C_3 = 4,0 \mu\text{F}$$

$$C_{45} = C_4 + C_5 = 8,0 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{4,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{4,0 \mu\text{F}} = \frac{1}{2,0 \mu\text{F}}$$

$$C_{123} = 2,0 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{C_{45}} + \frac{1}{C_6} = \frac{1}{8,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{8,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{4,0 \mu\text{F}}$$

$$C_{456} = 4,0 \mu\text{F}$$

$$C_{\text{eq}} = C_{123} + C_{456} = 6,0 \mu\text{F}$$

4.4 L'énergie emmagasinée dans un condensateur chargé

Un condensateur chargé contient de l'énergie potentielle électrique, qui provient de l'interaction entre les charges emmagasinées sur ses deux armatures. Cette énergie résulte du travail effectué par la pile pour charger le condensateur ; il suffit de relier ensemble les armatures à l'aide d'un conducteur pour que cette énergie soit libérée durant la décharge du condensateur.

La figure 4.11 a) montre une pile reliée à un condensateur plan par l'entremise d'un interrupteur. Lorsque l'interrupteur est fermé (voir la figure 4.11 b), la pile établit un champ électrique dans les fils, et des charges circulent entre les fils et le condensateur. D'où vient l'énergie servant à créer ce champ électrique ? Initialement, l'énergie est emmagasinée sous forme d'énergie potentielle chimique dans la pile. Une réaction chimique à l'intérieur de la pile transforme une partie de cette énergie en énergie potentielle électrique quand l'interrupteur est fermé.

Pour calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur, on suppose l'existence d'un processus de chargement différent du processus réel qui est décrit dans la section 4.1, mais qui donne le même résultat final. Cette supposition est justifiée du fait que l'énergie dans la configuration finale n'est pas fonction du processus réel de transfert des charges. Ainsi, on peut imaginer que les armatures ne sont pas reliées à une pile et que c'est plutôt une force extérieure qui transfère mécaniquement la charge à travers l'espace entre les armatures, initialement neutres. La force déplace successivement plusieurs petites charges positives dq de l'une des armatures (qui deviendra l'armature négative) jusqu'à l'autre armature (qui deviendra l'armature positive), à vitesse constante. Elle effectue ainsi un travail sur ces charges pour les transférer d'une armature à l'autre. Ce travail est nul pour la première charge dq , mais, après le transfert

Figure 4.11

a) Un circuit formé d'un condensateur, d'une pile et d'un interrupteur. b) Lorsque l'interrupteur est fermé, la pile établit un champ électrique dans le fil, et le condensateur devient chargé.

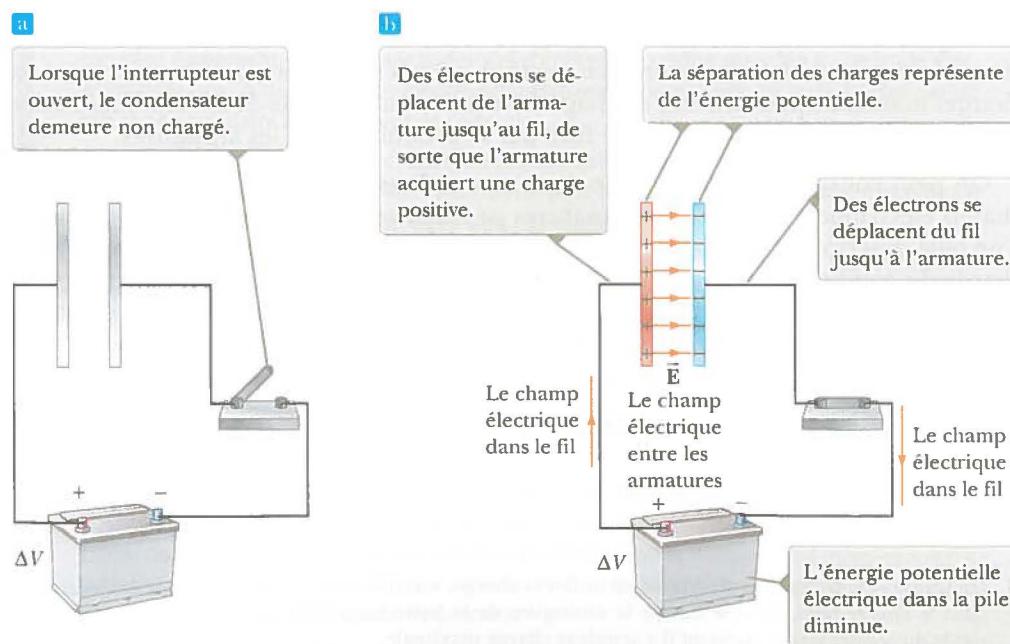
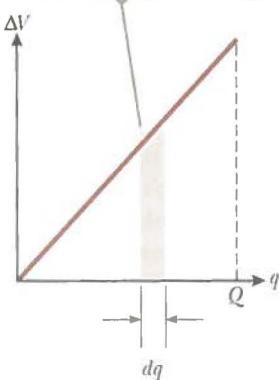


Figure 4.12

La courbe de la différence de potentiel en fonction de la charge, dans le cas d'un condensateur, prend la forme d'une ligne droite dont la pente est $1/C$.

L'aire du rectangle ombré représente approximativement le travail nécessaire pour déplacer la charge dq à travers la différence de potentiel ΔV entre les armatures du condensateur.



Énergie potentielle emmagasinée dans un condensateur chargé

de cette charge³, il existe désormais une petite différence de potentiel entre les armatures. Plus la charge transférée d'une armature à l'autre devient importante, plus la différence de potentiel augmente et plus la quantité de travail nécessaire devient élevée.

Supposons que q est la charge du condensateur à un certain instant durant le chargement. Au même instant, la différence de potentiel du condensateur est $\Delta V = q/C$, comme le montre le graphique dans la figure 4.12. Dans la section 3.1, on explique que le travail nécessaire pour le transfert d'une hausse de charge dq entre l'armature portant la charge $-q$ et l'armature portant la charge q (où le potentiel électrique est le plus élevé) est :

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Cette situation est illustrée dans la figure 4.12. Le travail nécessaire pour le transfert de la charge dq correspond à l'aire du rectangle ombré. Puisque $1 V = 1 J/C$, l'unité d'aire est ici le joule. Le travail total requis pour charger le condensateur à partir de $q = 0$ jusqu'à une certaine charge finale $q = Q$ est :

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Le travail effectué pour charger le condensateur apparaît en tant qu'énergie potentielle électrique U emmagasinée dans le condensateur. À l'aide de l'équation 4.1, on peut exprimer comme suit l'**énergie potentielle emmagasinée dans un condensateur chargé** :

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \quad (4.11)$$

Étant donné que la courbe dans la figure 4.12 prend la forme d'une ligne droite, l'aire totale sous la courbe est celle d'un triangle de base Q et de hauteur ΔV .

L'équation 4.11 s'applique à tout condensateur, peu importe sa configuration. Pour une capacité donnée, l'énergie emmagasinée s'accroît à mesure que la charge et la différence de potentiel augmentent. En pratique, il y a une limite à l'énergie (ou à la charge) maximale pouvant être emmagasinée parce que, lorsque ΔV devient supérieure à une certaine valeur, une décharge finit par se produire entre les armatures.

On peut considérer que l'énergie dans un condensateur est emmagasinée dans le champ électrique créé entre les armatures pendant le chargement du condensateur. Une telle description est logique parce que le champ électrique est proportionnel à la charge du condensateur. Dans le cas d'un condensateur plan, la différence de potentiel est liée au champ électrique selon la formule $\Delta V = Ed$. En outre, sa capacité est $C = \epsilon_0 A/d$ (voir l'équation 4.3). Si on insère ces expressions dans l'équation 4.11, on obtient :

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 A d) E^2 \quad (4.12)$$

Méfiez-vous ! 4.4

Non, ce n'est pas un nouveau type d'énergie !

Ce n'est pas un nouveau type d'énergie qui figure dans l'équation 4.12. L'équation décrit l'énergie potentielle électrique connue qui est associée à un système de charges sources distinctes. L'équation 4.12 apporte simplement une nouvelle interprétation de l'énergie, ou encore une nouvelle façon de la modéliser. De plus, l'équation 4.13 décrit correctement la densité d'énergie associée à tout champ électrique, quelle que soit la source.

3. On utilise la lettre minuscule q pour identifier la charge, variable dans le temps, du condensateur pendant le chargement, dans le but de la distinguer de la lettre majuscule Q , qui représente la charge totale du condensateur après qu'il a acquis sa charge maximale.

Étant donné que le volume occupé par le champ électrique est Ad , l'énergie par unité de volume, $u_E = U/Ad$, aussi appelée « densité d'énergie », correspond à :

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

(4.13)

Densité d'énergie dans
un champ électrique

Bien que l'équation 4.13 ait été établie pour un condensateur plan, cette expression est généralement valide quelle que soit la source du champ électrique. En d'autres mots, la densité d'énergie dans tout champ électrique est proportionnelle au carré du module du champ électrique en un point donné.

Testez-vous ! 4.4

Vous disposez de trois condensateurs et d'une pile. Dans laquelle des associations suivantes l'énergie emmagasinée est-elle maximale lorsque cette association est reliée à la pile ?

- a) En série.
- b) En parallèle.
- c) Il n'y a aucune différence entre ces deux associations, car elles emmagasinent toutes deux la même quantité d'énergie.

Mettons en contexte



Quels effets les ondes émises par un téléphone cellulaire peuvent-elles avoir sur le corps humain ?

L'équation 4.13 indique que la densité d'énergie dans un champ électrique est proportionnelle au carré de la grandeur de ce champ. Dans le chapitre 12, on voit que l'équation 4.13 convient également pour évaluer la densité d'énergie moyenne associée à une onde électromagnétique. Ainsi, les ondes électromagnétiques comme celles qui sont émises par un téléphone cellulaire transportent de l'énergie.

Dans le cas des ondes de radiofréquence comme celles qui sont utilisées dans les cellulaires, l'énergie transportée est bien insuffisante pour ioniser les molécules du corps humain ou pour rompre les liaisons chimiques dans ces molécules.

L'énergie que transportent les ondes émises par le cellulaire, lorsque les tissus du corps humain l'absorbent, entraîne un léger échauffement de ceux-ci. Toutefois, aux fréquences utilisées par les téléphones cellulaires, ce sont la peau et les autres tissus superficiels qui absorbent la majeure partie de l'énergie. En conséquence, ces ondes n'entraînent qu'une augmentation négligeable de la température du cerveau et des autres organes du corps.

Ainsi, à ce jour, aucune étude scientifique n'a établi de façon convaincante que les téléphones cellulaires pourraient avoir un effet nocif pour la santé.

Afin d'appliquer le principe de précaution, certaines personnes tentent de limiter le plus possible leur exposition aux radiofréquences. On peut ainsi noter que les téléphones portables doivent émettre à des puissances plus élevées quand la réception est mauvaise. Ainsi, l'utilisation d'un téléphone cellulaire dans un lieu où la réception est bonne limite l'exposition de son utilisateur aux radiofréquences.

Exemple 4.4**LE RECÂBLAGE DE DEUX CONDENSATEURS CHARGÉS**

On charge en parallèle deux condensateurs, C_1 et C_2 (où $C_1 > C_2$), pour qu'ils aient la même différence de potentiel initiale ΔV_i . On sépare ensuite de la pile les condensateurs chargés, puis on relie ensemble les armatures de signes opposés, comme dans la figure 4.13 a). Les interrupteurs S_1 et S_2 sont ensuite fermés, comme dans la figure 4.13 b).

- A** Déterminez la différence de potentiel finale ΔV_f entre a et b après la fermeture des interrupteurs.

SOLUTION**La conceptualisation**

La figure 4.13 aide à comprendre les configurations initiale et finale du système. Après la fermeture des interrupteurs, la charge dans le système va se redistribuer entre les condensateurs jusqu'à ce que ceux-ci aient la même différence de potentiel. Puisque $C_1 > C_2$, la charge de C_1 est plus élevée que celle de C_2 . La configuration finale se caractérisera par la présence d'une charge positive sur les armatures de gauche, comme le montre la figure 4.13 b).

La catégorisation

La figure 4.13 b) peut laisser croire que les condensateurs sont associés en parallèle, mais cette catégorisation perd sa signification en l'absence de pile pour appliquer une tension aux condensateurs. On peut cependant catégoriser cette situation tel un problème comportant un système isolé pour la charge électrique. Les armatures de gauche des condensateurs forment un système isolé, car elles ne sont pas reliées aux armatures de droite par des conducteurs.

L'analyse

On écrit une expression représentant la charge totale des armatures de gauche du système avant la fermeture des interrupteurs, sans oublier qu'un signe négatif doit précéder Q_{2i} parce que la charge sur l'armature de gauche du condensateur C_2 est négative:

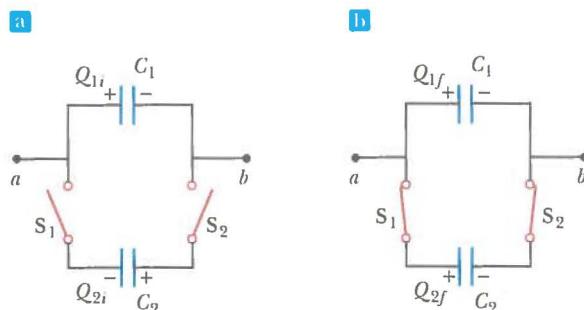
Après la fermeture des interrupteurs, les charges des condensateurs prennent de nouvelles valeurs Q_{1f} et Q_{2f} , qui sont telles que la différence de potentiel demeure égale pour les deux condensateurs, soit ΔV_f . On écrit une expression représentant la charge totale des armatures de gauche du système après la fermeture des interrupteurs:

Puisque le système est isolé, les charges totales initiale et finale du système doivent être les mêmes:

À partir de ce dernier facteur et des équations 1 et 2, on résout l'équation pour obtenir ΔV_f :

Figure 4.13

- a) On charge deux condensateurs pour que ces derniers aient la même différence de potentiel initiale, et on relie ensemble les armatures de signes opposés qui entrent en contact pendant la fermeture des interrupteurs. b) Après la fermeture des interrupteurs, les charges se redistribuent.



$$\begin{aligned} (1) \quad Q_i &= Q_{1i} + Q_{2i} \\ &= C_1 \Delta V_i - C_2 \Delta V_i \\ &= (C_1 - C_2) \Delta V_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad Q_f &= Q_{1f} + Q_{2f} \\ &= C_1 \Delta V_f - C_2 \Delta V_f \\ &= (C_1 - C_2) \Delta V_f \end{aligned}$$

$$Q_f = Q_i \rightarrow (C_1 + C_2) \Delta V_f = (C_1 - C_2) \Delta V_i$$

$$(3) \quad \Delta V_f = \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right) \Delta V_i$$

Exemple 4.4 (suite)

- B** Déterminez l'énergie totale emmagasinée dans les condensateurs avant et après la fermeture des interrupteurs, puis calculez le rapport entre l'énergie finale et l'énergie initiale.

SOLUTION

On se sert de l'équation 4.11 pour déterminer une expression représentant l'énergie totale emmagasinée dans les condensateurs avant la fermeture des interrupteurs :

On écrit une expression représentant l'énergie totale emmagasinée dans les condensateurs après la fermeture des interrupteurs :

À partir des réponses obtenues à la question A, on réécrit cette expression en fonction de ΔV_i :

On divise l'équation 5 par l'équation 4 pour obtenir le rapport entre l'énergie finale et l'énergie initiale du système :

$$(4) \quad U_i = \frac{1}{2}C_1(\Delta V_i)^2 + \frac{1}{2}C_2(\Delta V_i)^2 \\ = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2$$

$$U_f = \frac{1}{2}C_1(\Delta V_f)^2 + \frac{1}{2}C_2(\Delta V_f)^2 \\ = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_f)^2$$

$$(5) \quad U_f = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \left[\left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right) \Delta V \right]^2 \\ = \frac{1}{2} \frac{(C_1 - C_2)^2 (\Delta V_i)^2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{U_f}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}(C_1 - C_2)^2 (\Delta V_i)^2 / (C_1 + C_2)}{\frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2}$$

$$(6) \quad \frac{U_f}{U_i} = \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right)^2$$

La finalisation

Le rapport entre l'énergie finale et l'énergie initiale est inférieur à 1, ce qui indique que l'énergie finale est moindre que l'énergie initiale. À priori, on pourrait croire que cette conclusion est contraire à la loi de conservation de l'énergie, mais ce n'est pas le cas. L'énergie « manquante » est transférée hors du système par l'entremise d'ondes électromagnétiques. Ainsi, ce système est isolé en ce qui concerne la charge électrique, mais non isolé en ce qui concerne l'énergie.

VARIANTE

Qu'adviendrait-il si les deux condensateurs avaient la même capacité ? Que se passerait-il après la fermeture des interrupteurs ?

Réponse : Puisque la même différence de potentiel initiale est appliquée aux deux condensateurs, leurs charges ont le même module. Lorsque les armatures de polarités opposées sont reliées ensemble, les charges de même module devraient s'annuler mutuellement, si bien que les condensateurs ne seraient plus chargés.

On peut procéder à une vérification mathématique des résultats obtenus. Dans l'équation 1, puisque les capacités sont égales, la charge initiale Q dans le système des armatures de gauche est nulle. Ensuite, l'équation 3 montre que $\Delta V_f = 0$, ce qui concorde avec la présence de condensateurs non chargés. Enfin, l'équation 5 révèle que $U_f = 0$, ce qui concorde également avec la présence de condensateurs non chargés.

Mettons en contexte



Comment un défibrillateur peut-il sauver des vies ?

Parmi les appareils dans lesquels les condensateurs jouent un rôle essentiel, on peut citer le défibrillateur (voir la photo tout au début du chapitre). La fibrillation cardiaque (c'est-à-dire des contractions aléatoires) se caractérise par de rapides battements de cœur irréguliers. Une brusque décharge d'énergie dans le cœur peut rétablir la régularité normale des battements. Les équipes médicales d'urgence se servent de défibrillateurs munis de piles pouvant charger un condensateur à une tension élevée (en fait, le condensateur peut être chargé à une tension beaucoup plus élevée que celle d'une pile). L'énergie emmagasinée dans le champ électrique d'un grand condensateur pleinement chargé qui équipe un défibrillateur peut atteindre 360 J. Cette énergie emmagasinée est libérée dans le cœur au moyen d'électrodes conductrices, aussi appelées « palettes de défibrillation », qui sont placées des deux côtés de la poitrine du malade.

Le défibrillateur peut transmettre au patient l'énergie requise (à un rythme qui correspond à environ 3 000 fois la puissance d'une ampoule électrique de 60 W !) en quelque 2 ms. Les techniciens paramédicaux doivent faire une pause entre deux applications de cette énergie, en raison du temps d'attente nécessaire pour que les condensateurs soient pleinement chargés. Dans le contexte de cette application et de certaines autres (comme les flashes d'un appareil photo et les lasers utilisés pour des expériences de fusion), les condensateurs servent de réservoirs d'énergie pouvant être lentement chargés, puis rapidement déchargés, afin de fournir de grandes quantités d'énergie en une brève impulsion.

4.5 Les diélectriques

Méfiez-vous !

4.5

Le condensateur est-il relié à une pile ?

Lorsqu'il s'agit de résoudre des problèmes évoquant la modification d'un condensateur (l'insertion d'un diélectrique, par exemple), il importe de noter si des modifications sont apportées au condensateur pendant son branchement à une pile ou après son débranchement. Si le condensateur demeure branché à la pile, la tension dans le condensateur reste forcément la même. Si le condensateur est débranché de la pile avant que toute modification ne lui soit apportée, il constitue alors un système isolé et sa charge reste constante.

Un diélectrique est un matériau isolant – comme le caoutchouc, le verre et le papier ciré – qui est polarisé à la suite de l'application d'un champ électrique. On peut procéder à l'expérience suivante pour illustrer l'effet d'un diélectrique dans un condensateur. Prenons le cas d'un condensateur plan de capacité C_0 qui, alors que ses armatures sont séparées par du vide, porte une charge Q_0 . La différence de potentiel du condensateur est $\Delta V_0 = Q_0/C_0$, comme le montre la figure 4.14 a). Le voltmètre, appareil servant à mesurer la différence de potentiel, est représenté dans cette figure. Il faut noter ici que le condensateur n'est pas relié à une pile. Par ailleurs, on doit aussi supposer qu'aucune charge ne peut circuler dans un voltmètre idéal, ce qui signifie que sa présence ne modifiera pas la charge du condensateur. Si on insère un diélectrique entre les armatures, comme dans la figure 4.14 b), le voltmètre indiquera que la tension entre les armatures diminue pour atteindre une valeur ΔV . Les tensions avant et après l'insertion du diélectrique sont liées par un facteur κ comme suit :

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

Étant donné que $\Delta V < \Delta V_0$, il s'ensuit que $\kappa > 1$. Le facteur sans dimension κ représente la constante diélectrique du matériau considéré, qui varie d'un matériau à l'autre. Dans la présente section est analysée cette modification de la capacité en fonction de paramètres tels que la charge électrique, le champ électrique et la différence de potentiel. La section 4.7 traite de l'origine microscopique de ce genre de modification.

Puisque la charge Q_0 du condensateur demeure la même, la **capacité du condensateur qui contient un matériau de constante diélectrique égale à κ** doit prendre la nouvelle valeur suivante :

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

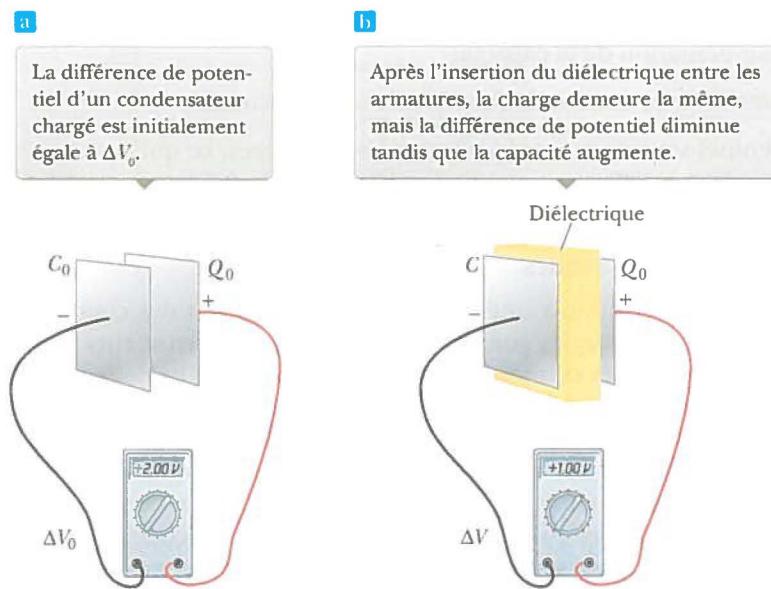
$$C = \kappa C_0$$

(4.14)

Capacité d'un condensateur contenant un matériau de constante diélectrique égale à κ

Figure 4.14

Un condensateur chargé a) avant et b) après l'insertion d'un diélectrique entre ses armatures.



En d'autres termes, la capacité augmente du facteur κ lorsque le diélectrique occupe tout l'espace entre les armatures⁴. Étant donné que $C_0 = \epsilon_0 A/d$ (voir l'équation 4.3) dans le cas d'un condensateur plan, on peut exprimer comme suit la capacité d'un tel condensateur qui contient un diélectrique :

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (4.15)$$

Au vu des équations 4.3 et 4.15, il semble qu'on pourrait hausser fortement la capacité en insérant un diélectrique entre les armatures et en faisant diminuer d . En pratique, la valeur minimale de d est limitée par la décharge électrique qui est susceptible de se produire dans le milieu diélectrique séparant les armatures. Pour tout écart donné d , la tension maximale pouvant être appliquée à un condensateur sans causer une décharge est fonction de la rigidité diélectrique (le champ électrique maximal) du diélectrique. Si le module du champ électrique dans le diélectrique est supérieur à la rigidité diélectrique, les propriétés isolantes disparaissent et le diélectrique devient conducteur.

Tout condensateur possède une caractéristique appelée de diverses façons : « tension de fonctionnement », « tension de claquage » ou « tension nominale ». Il s'agit simplement de la plus forte tension qui peut être appliquée au condensateur sans excéder la rigidité diélectrique du matériau diélectrique présent dans le condensateur. Ainsi, au moment de choisir un condensateur pour un usage donné, on doit tenir compte de sa capacité et de la tension prévue pour le condensateur dans le circuit, afin de s'assurer que la tension prévue est inférieure à la tension nominale du condensateur.

4. Si le diélectrique est placé pendant qu'une pile maintient la différence de potentiel à une valeur constante, la charge s'accroît alors pour atteindre une valeur $Q = \kappa Q_0$. La charge additionnelle provient des fils reliés au condensateur, et la capacité augmente à nouveau du facteur κ .

Dans le cas des matériaux isolants, leur valeur de κ est plus grande que l'unité, et leur rigidité diélectrique est supérieure à celle de l'air (voir le tableau 4.1). Ainsi, un diélectrique procure les avantages suivants :

- une augmentation de la capacité ;
- une hausse de la tension de fonctionnement maximale ;
- un éventuel soutien mécanique entre les armatures, ce qui autorise leur rapprochement sans qu'elles se touchent et ce qui fait ainsi diminuer d et augmenter C .

Les types de condensateurs

À l'heure actuelle, les circuits intégrés contiennent souvent des condensateurs, mais quelques appareils électriques sont encore munis de condensateurs autonomes. Les condensateurs disponibles commercialement sont souvent faits de feuilles métalliques entrelacées d'un matériau isolant sous forme de minces feuillets de mylar ou de papier imprégné de paraffine. Ces couches successives de feuilles métalliques et de diélectriques sont enroulées dans un cylindre et forment un petit paquet (voir la figure 4.15 a). Un condensateur à haute tension consiste généralement en un certain nombre d'armatures métalliques entrelacées qui baignent dans de l'huile de silicium (voir la figure 4.15 b). Les petits condensateurs sont souvent fabriqués avec des matériaux céramiques.

Un condensateur électrolytique sert fréquemment à stocker de fortes charges sous une tension relativement faible. Cet appareil, qu'il illustre la figure 4.15 c), comprend une feuille métallique en contact avec un électrolyte, c'est-à-dire une solution qui conduit l'électricité grâce au mouvement des ions présents dans la solution. Lorsqu'une

Tableau 4.1

Quelques valeurs approximatives de la constante diélectrique et de la rigidité diélectrique de divers matériaux à la température ambiante.

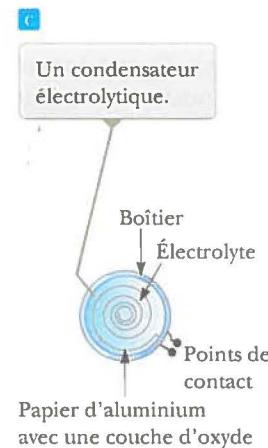
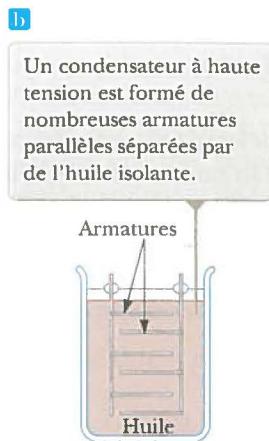
MATÉRIAU	CONSTANTE DIÉLECTRIQUE κ	RIGIDITÉ DIÉLECTRIQUE ^a (10^6 V/m)
Air (sec)	1,000 59	3
Bakélite	4,9	24
Eau ^b	80	—
Huile de silicium	2,5	15
Mylar	3,2	7
Néoprène	6,7	12
Nylon	3,4	14
Papier	3,7	16
Papier imprégné de paraffine	3,5	11
Polychlorure de vinyle	3,4	40
Polystyrène	2,56	24
Porcelaine	6	12
Téflon	2,1	60
Titanate de strontium	233	8
Verre de quartz	3,78	8
Verre pyrex	5,6	14
Vide	1,000 00	—

^a La rigidité diélectrique correspond au champ électrique maximal présent dans un diélectrique sans que se produise une décharge électrique. Ces valeurs peuvent changer considérablement selon la présence d'impuretés et de défauts dans le matériau.

^b L'eau pure est peu conductrice. Par contre, sa conductivité augmente rapidement dès qu'on y dissout des substances ionisables – tel du sel de table.

Figure 4.15

Trois types de condensateurs disponibles commercialement.



tension est appliquée entre la feuille et l'électrolyte, il se forme sur la feuille une mince couche d'oxyde métallique (un isolant) qui fait office de diélectrique. Un condensateur électrolytique peut avoir une capacité très élevée, parce que la couche diélectrique est très mince et que les armatures sont donc très proches l'une de l'autre.

Contrairement à de nombreux autres types de condensateurs, un condensateur électrolytique n'est pas réversible et affiche une polarité, indiquée par des signes positifs et négatifs apposés sur l'appareil. Il importe de bien vérifier la polarité avant d'utiliser des circuits comportant des condensateurs électrolytiques. Si la polarité de la tension appliquée est l'inverse de ce qu'elle devrait être, la couche d'oxyde disparaît et le condensateur va alors conduire l'électricité plutôt que d'emmageriner une charge.

Un condensateur variable (généralement de 10 à 500 pF) comprend habituellement deux ensembles entrelacés d'armatures métalliques, dont l'un est fixe et l'autre est mobile, ainsi que de l'air agissant comme diélectrique (voir la figure 4.16). Ce type de condensateur est souvent utilisé pour la fabrication de circuits de syntonisation radio.

Testez-vous ! 4.5

Ceux qui ont déjà tenté de suspendre un tableau ou un miroir à un mur savent bien qu'il est parfois difficile de localiser l'emplacement d'un montant en bois dans le but d'y enfoncez un clou ou une vis. Un détecteur de montant est un condensateur dont les armatures sont disposées côte à côté plutôt que face à face (voir la figure 4.17). Lorsque le détecteur est placé devant un montant, qu'adviennent-il de la capacité?

- a) Elle augmente.
b) Elle diminue.

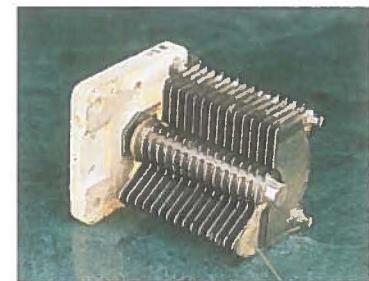
Exemple 4.5

L'ÉNERGIE EMMAGASINÉE AVANT ET APRÈS L'INSERTION D'UN DIÉLECTRIQUE

Une pile confère une charge Q_0 à un condensateur plan. On enlève ensuite la pile et on insère un bloc fait d'un matériau de constante diélectrique κ entre les armatures. Déterminez la quantité d'énergie emmagasinée à l'intérieur du condensateur avant et après l'insertion du diélectrique.

Figure 4.16

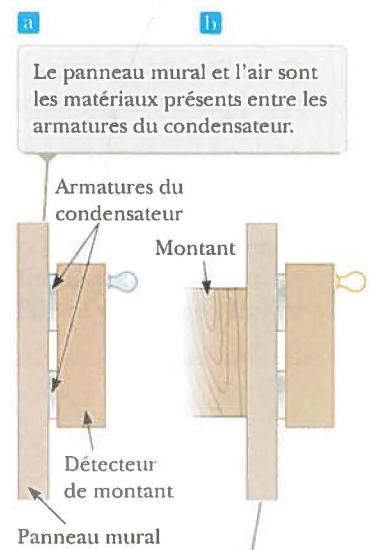
Un condensateur variable.



La capacité du dispositif se modifie lorsqu'un ensemble d'armatures métalliques pivote entre des armatures fixes.

Figure 4.17

Un détecteur de montant.



Lorsque le condensateur se déplace devant un montant dans le mur, le panneau mural et le montant de bois sont les matériaux présents entre les armatures. En raison de la variation de la constante diélectrique, la lampe témoin s'allume.

Exemple 4.5 (suite)

SOLUTION

La conceptualisation

On songe d'abord à ce qui se produit lorsqu'on insère un diélectrique entre les armatures. Puisque la pile a été enlevée, la charge du condensateur doit demeurer la même. On sait toutefois, à la lumière de l'analyse faite précédemment, que la capacité doit changer. On peut donc prévoir une variation de l'énergie du condensateur.

La catégorisation

Puisqu'on prévoit une variation de l'énergie du condensateur, on modélise ce dernier comme faisant partie d'un système non isolé comprenant aussi le diélectrique.

L'analyse

À partir de l'équation 4.11, on détermine l'énergie emmagasinée en l'absence du diélectrique :

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

On détermine l'énergie emmagasinée dans le condensateur après l'insertion du diélectrique entre les armatures :

$$U = \frac{Q_0^2}{2C}$$

On utilise l'équation 4.14 pour remplacer la capacité C par son équivalent :

$$U = \frac{Q_0^2}{2\kappa C_0} = \frac{U_0}{\kappa}$$

La finalisation

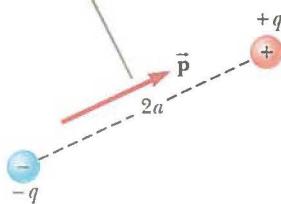
Étant donné que $\kappa > 1$, l'énergie finale est moindre que l'énergie initiale. On peut expliquer la diminution de l'énergie du système si on effectue une expérience et qu'on note que le diélectrique, au moment de son insertion, est attiré dans l'appareil. Pour empêcher toute accélération du diélectrique, un agent extérieur doit effectuer un travail négatif sur le diélectrique, que représente simplement la différence $U - U_0$.

4.6 Un dipôle électrique dans un champ électrique

Figure 4.18

Un dipôle électrique consiste en deux charges de même module et de signes opposés qui sont séparées par une distance égale à $2a$.

Le moment dipolaire \vec{p} est orienté de $-q$ vers $+q$.



$$\vec{p} = 2aq$$

(4.16)

Supposons maintenant qu'un dipôle électrique est placé dans un champ électrique uniforme \vec{E} et forme un angle θ par rapport au champ, comme le montre la figure 4.19. On postule que \vec{E} est le champ extérieur au dipôle, établi par une autre répartition de charge, afin de le distinguer du champ attribuable au dipôle analysé à la section 4.4.

Les forces électriques agissant sur les deux charges ont le même module ($F = qE$) et sont orientées dans des directions opposées, comme le montre la figure 4.19. Par

Le présent chapitre porte sur les situations où des charges électriques sont en mouvement dans une certaine région de l'espace. On utilise le terme « courant électrique » ou simplement « courant » pour désigner le débit de charges électriques. La plupart des applications pratiques de l'électricité sont associées à un courant électrique. Par exemple, lorsqu'on allume une lampe de poche alimentée à l'aide d'une pile, celle-ci produit un courant dans le filament de l'ampoule. Un grand nombre d'appareils ménagers fonctionnent grâce au courant alternatif. Dans ces situations de tous les jours, le courant se trouve dans un conducteur tel un fil de cuivre. Un courant peut aussi être présent à l'extérieur d'un conducteur. Ainsi, un faisceau d'électrons dans un accélérateur de particules constitue un courant.

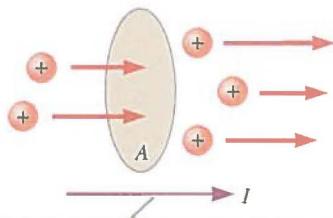
Ce chapitre s'amorce avec la définition du courant. Il présente une description microscopique du courant et l'analyse de quelques facteurs contribuant à l'opposition au flux de charge qui circule dans un conducteur. Il propose un modèle classique pour décrire la conduction électrique dans les métaux, tout en indiquant certaines limites propres à ce modèle. Il comporte également une définition de la résistance électrique et s'intéresse à un nouvel élément de circuit, la résistance. Le chapitre se conclut avec une analyse du taux de transfert de l'énergie à un appareil dans un circuit électrique.

5.1 Le courant électrique

La présente section est consacrée à l'étude du flux de charges électriques dans un matériau. L'ampleur de ce flux est fonction du matériau que traversent les charges, d'une part, et de la différence de potentiel dans ce matériau, d'autre part. Dès qu'un flux net de charges traverse une région, on peut dire qu'un courant électrique est présent.

Figure 5.1

Des charges en mouvement traversent une aire A . Le taux auquel la charge traverse l'aire considérée est défini comme le courant I .



La direction du courant est celle vers laquelle les charges positives se déplacent.

Courant électrique

Il est intéressant d'établir une analogie entre le flux de l'eau et le courant électrique. Dans les maisons de nombreuses villes, l'installation d'un pommeau de douche à débit réduit fait partie des mesures de conservation de l'eau les plus répandues. On quantifie le flux de l'eau issu de ce genre d'appareil en précisant le volume d'eau qui en sort durant un certain intervalle de temps, volume souvent mesuré en litres par minute. À plus grande échelle, on peut caractériser le courant d'un fleuve par la mesure du taux d'écoulement de l'eau au-delà d'un endroit spécifique. Par exemple, le débit au sommet des chutes à Niagara Falls se maintient à un taux variant de 1 400 à 2 800 m^3/s .

Pour définir plus précisément le courant électrique, on suppose que le mouvement des charges est perpendiculaire à une surface d'aire égale à A , comme le montre la figure 5.1 (il peut s'agir de l'aire de section transversale d'un fil, par exemple). On définit le **courant électrique** comme le taux auquel la charge présente traverse cette surface. Si ΔQ est la quantité de charge qui traverse cette surface durant un intervalle de temps Δt , alors le courant moyen, I_{moy} , est égal à la charge qui traverse A par unité de temps :

$$I_{\text{moy}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (5.1)$$

Si le taux d'écoulement de la charge varie dans le temps, le courant varie aussi dans le temps; on définit le courant instantané, I , comme la limite du courant moyen lorsque $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (5.2)$$

L'unité de courant dans le SI est l'ampère (A):

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/S} \quad (5.3)$$

En d'autres termes, un courant de 1 A équivaut à une charge de 1 C traversant une surface en 1 s.

Les particules chargées traversant une surface, comme dans la figure 5.1, peuvent être positives, négatives ou des deux types. Habituellement, on attribue au courant la même direction que celle du flux des charges positives. Dans des conducteurs électriques comme le cuivre et l'aluminium, le courant résulte du mouvement des électrons (qui portent une charge négative). Ainsi, dans un conducteur ordinaire, la direction du courant est contraire à celle du flux d'électrons. Toutefois, dans le cas d'un faisceau de protons (qui portent une charge positive) au sein d'un accélérateur, la direction du courant est la même que celle du mouvement des protons. Dans certains autres cas, comme ceux où sont présents un gaz ou un électrolyte, le courant résulte du flux de charges positives et de charges négatives. Une charge (positive ou négative) en mouvement est souvent appelée un « porteur de charge » mobile.

Si les extrémités d'un fil conducteur sont reliées ensemble pour former une boucle, le potentiel électrique est le même pour tous les points de cette boucle, de sorte que le champ électrique est nul au sein de ce conducteur et à sa surface. Puisque le champ électrique est nul, le déplacement de charge net dans le fil est nul et il n'y a aucun courant. Par contre, si les extrémités du fil conducteur sont reliées à une pile, alors le potentiel électrique n'est pas le même pour tous les points de la boucle. La pile établit une différence de potentiel entre les extrémités de la boucle, ce qui engendre un champ électrique dans le fil. Ce champ électrique exerce, sur les électrons de conduction dans le fil, des forces qui les mettent en mouvement et qui engendrent ainsi un courant.

Le modèle microscopique du courant

On peut associer le courant au mouvement des porteurs de charge en décrivant un modèle microscopique de la conduction dans un métal. On examine le courant dans un conducteur cylindrique dont l'aire de section transversale est A (voir la figure 5.2). Le volume d'un segment du conducteur de longueur Δx (entre les deux sections transversales circulaires illustrées dans la figure 5.2) est $A \Delta x$. Si n représente le nombre de porteurs de charge mobiles par unité de volume (c'est-à-dire la densité des porteurs de charge), alors le nombre de porteurs dans le segment est $nA \Delta x$. Par conséquent, la charge totale ΔQ dans ce segment est:

$$\Delta Q = (nA \Delta x)q$$

où q est la charge de chaque porteur. Si les porteurs se déplacent selon un vecteur vitesse \vec{v}_d parallèle à l'axe du cylindre, le module du déplacement qu'ils subissent dans la direction des x , dans un intervalle de temps Δt , est $\Delta x = v_d \Delta t$. On pose que Δt est l'intervalle de temps requis pour que les porteurs de charge dans le segment effectuent un déplacement dont le module est égal à la longueur du segment. Cet intervalle de temps est également identique à celui qui est nécessaire pour que tous les porteurs de charge dans le segment passent par l'aire circulaire à une extrémité. Dans ce cas, on peut formuler ΔQ comme suit:

$$\Delta Q = (nAv_d \Delta t)q$$

Méfiez-vous ! 5.1

La « circulation du courant » est une expression tautologique

Bien qu'elle soit fréquemment utilisée, l'expression « circulation du courant » est incorrecte sur le plan de la terminologie technique, puisque tout courant électrique est un déplacement (de charges). Ce terme est analogue à l'expression « transfert de chaleur », qui est également tautologique, car la chaleur elle-même est un transfert (d'énergie). Dans le présent ouvrage, c'est plutôt l'expression « flux de charge » qui est utilisée.

Méfiez-vous ! 5.2

Une pile ne fournit pas d'électrons

Une pile ne fournit pas d'électrons à un circuit. Elle établit le champ électrique qui exerce une force sur des électrons déjà présents dans les fils et les éléments du circuit.

Figure 5.2

Un segment d'un conducteur uniforme dont l'aire de section transversale est égale à A .

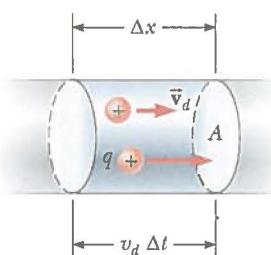
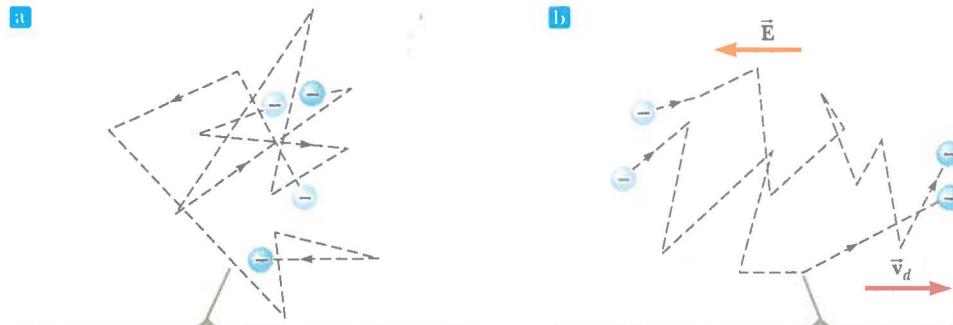


Figure 5.3

a) Un schéma du mouvement aléatoire de deux porteurs de charge dans un conducteur. En l'absence d'un champ électrique, le vecteur vitesse de dérive est nul. b) Le mouvement des porteurs de charge dans un conducteur en présence d'un champ électrique. En raison de l'accélération des porteurs de charge qui est attribuable à la force électrique, les trajectoires sont en fait paraboliques. Toutefois, les collisions se produisent trop rapidement pour que la forme parabolique soit visible à cette échelle.



En l'absence d'un champ électrique, le mouvement de deux porteurs de charge dans un conducteur est aléatoire. Le vecteur vitesse de dérive est alors nul.

Le champ modifie le mouvement aléatoire des porteurs de charge, dont le vecteur vitesse de dérive est alors orienté dans la direction opposée à celle du champ électrique.

Si on divise les deux côtés de cette équation par Δt , on constate que le courant moyen dans le conducteur est:

$$I_{\text{moy}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_d A \quad (5.4)$$

En réalité, la vitesse des porteurs de charge, v_d , est une vitesse moyenne appelée «vitesse de dérive». Pour bien comprendre la signification de la notion de vitesse de dérive, on examine le cas d'un conducteur dans lequel les porteurs de charge sont des électrons libres. Si la différence de potentiel dans le conducteur est nulle, ces électrons sont animés d'un mouvement aléatoire qui est analogue au mouvement des molécules d'un gaz. Les électrons et les atomes de métal s'entrechoquent à répétition et acquièrent alors un mouvement complexe qui va dans toutes les directions, comme dans la figure 5.3 a). On sait que lorsqu'une différence de potentiel est appliquée au conducteur (au moyen d'une pile, par exemple), un champ électrique s'établit dans celui-ci. Ce champ exerçant une force électrique sur les électrons, il en résulte la production d'un courant. En plus du mouvement dans toutes les directions qui est attribuable aux collisions avec les atomes de métal, les électrons se déplacent lentement dans le conducteur (avec une direction opposée à celle de \vec{E}) selon le vecteur vitesse de dérive \bar{v}_d , comme le montre la figure 5.3 b).

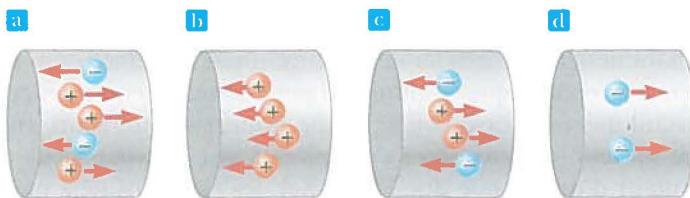
On peut assimiler les collisions entre les atomes et les électrons dans un conducteur à un frottement interne (ou à une force de traînée) semblable à celui que subissent les molécules d'un liquide s'écoulant dans un conduit rempli de laine d'acier. L'énergie transférée des électrons aux atomes de métal durant les collisions entraîne une hausse de l'énergie de vibration des atomes et une augmentation correspondante de la température du conducteur.

Testez-vous ! 5.1

La figure 5.4 montre des charges positives et des charges négatives en mouvement horizontal à l'intérieur de quatre régions. Classez, dans l'ordre décroissant, le courant présent dans ces quatre régions.

Figure 5.4

Des charges se déplacent dans quatre régions.


Exemple 5.1
LA VITESSE DE DÉRIVE DANS UN FIL DE CUIVRE

Le fil de cuivre de calibre 12 qui est utilisé dans la plupart des immeubles résidentiels a une aire de section transversale de $3,31 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Il porte un courant constant de 10,0 A. Quelle est la vitesse de dérive des électrons dans le fil? On suppose que chaque atome de cuivre cède un électron libre au courant. La densité du cuivre est de 8,92 g/cm³.

SOLUTION
La conceptualisation

On peut imaginer que les électrons se déplacent dans toutes les directions (voir la figure 5.3 a), selon un vecteur vitesse de dérive parallèle au fil qui se superpose au mouvement (voir la figure 5.3 b). Il faut noter que la vitesse de dérive est faible, si bien que cet exemple facilite la quantification de la vitesse.

La catégorisation

On évalue la vitesse de dérive au moyen de l'équation 5.4. Puisque le courant est constant, le courant moyen durant tout intervalle de temps est identique au courant constant, c'est-à-dire que $I_{\text{moy}} = I$.

L'analyse

Le tableau périodique des éléments (voir l'annexe C) indique que la masse molaire du cuivre est $M = 63,5 \text{ g/mol}$. Il faut remarquer qu'une mole de toute substance contient une quantité d'atomes égale au nombre d'Avogadro ($N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$).

On utilise la masse molaire et la densité du cuivre pour calculer le volume d'une mole de cuivre :

$$V = \frac{M}{\rho}$$

À partir de l'hypothèse selon laquelle chaque atome de cuivre cède un électron libre au courant, on calcule la densité électronique du cuivre :

$$n = \frac{N_A}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$$

On résout l'équation 5.4 pour obtenir la vitesse de dérive, et on remplace la densité électronique par son équivalent :

$$v_d = \frac{I_{\text{moy}}}{nqA} = \frac{I}{nqA} = \frac{IM}{qAN_A \rho}$$

On remplace les variables par les valeurs numériques correspondantes :

$$v_d = \frac{(10,0 \text{ A})(0,0635 \text{ kg/mol})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,31 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})(8,920 \text{ kg/m}^3)} \\ = 2,23 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Exemple 5.1 (suite)**La finalisation**

Ce résultat révèle que les vitesses de dérive habituelles sont très faibles. Par exemple, des électrons en mouvement à une vitesse de $2,23 \times 10^{-4}$ m/s parcourraient 1 m en quelque 75 min ! On peut donc se demander comment il est possible qu'une lampe s'allume presque instantanément lorsqu'on actionne l'interrupteur. Dans un conducteur, toute variation du champ électrique qui agit sur les électrons libres s'y déplace à une vitesse proche de celle de la lumière. Ainsi, lorsqu'on actionne l'interrupteur d'une lampe pour l'allumer, les électrons déjà présents dans le filament de l'ampoule subissent des forces électriques et commencent à se déplacer après un intervalle de temps qui est de l'ordre de quelques nanosecondes.

Mettons en contexte**Comment les influx nerveux se propagent-ils dans le corps ?**

La propagation des influx dans les nerfs des êtres vivants se distingue de la circulation d'un courant électrique à l'intérieur d'un fil conducteur métallique. Dans un conducteur métallique, le courant est créé par le déplacement d'électrons libres le long du fil. En revanche, dans un neurone, la transmission du signal est basée sur la circulation d'ions de part et d'autre des membranes cellulaires.

On sait qu'une cellule nerveuse au repos est polarisée, puisque la concentration en ions positifs est plus élevée à l'extérieur qu'à l'intérieur de la cellule et que la concentration en ions négatifs est plus élevée à l'intérieur qu'à l'extérieur. La différence de potentiel entre l'intérieur et l'extérieur de la membrane d'une cellule nerveuse au repos est d'environ 70 mV. Cependant, cette différence de potentiel change quand la cellule reçoit un stimulus, par exemple à la suite de la réception d'un neurotransmetteur.

Les neurones comportent un corps pourvu de dendrites qui peuvent le mettre en contact avec d'autres neurones ainsi qu'un long prolongement, l'axone. Ce dernier relie le corps du neurone à un muscle ou à un récepteur sensoriel (voir la figure 5.5).

Comme l'axone d'un neurone est susceptible de mesurer jusqu'à 1 m de long, les différents points de sa membrane peuvent correspondre à des potentiels différents. Quand un point de la membrane est stimulé, la membrane se dépolarise en ce point. Cette dépolarisation entraîne une légère variation du potentiel des parties adjacentes de l'axone. Si cette variation dépasse environ 15 mV, les canaux à sodium de cette partie de l'axone s'ouvrent. Des ions Na^+ entrent alors massivement à l'intérieur de la cellule, ce qui engendre une dépolarisation complète de ce segment de l'axone et une variation de son potentiel d'une centaine de mV. Cette dépolarisation entraîne à

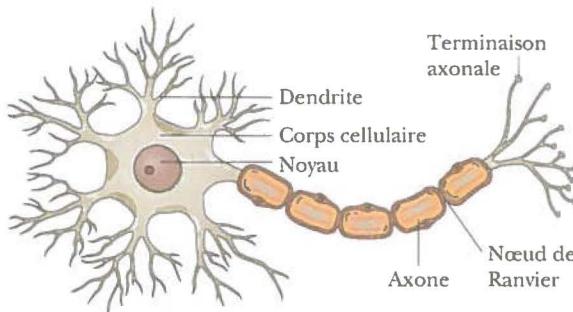
son tour la dépolarisation des points voisins, créant un influx nerveux qui voyage le long de l'axone.

Quand tous les points de l'axone doivent se dépolarisier les uns à la suite des autres, le processus est relativement lent : en chaque point de la membrane, les canaux à ions doivent s'ouvrir et les ions diffuser à travers la membrane. Dans une telle situation, l'influx nerveux se propage à environ 1 m/s. Si tous les influx nerveux se propageaient à cette vitesse, les réflexes seraient plutôt lents. Par exemple, cela prendrait près d'une seconde à un signal en provenance du cerveau pour atteindre la main...

L'une des façons d'augmenter la vitesse de transmission des signaux est d'envelopper l'axone d'une gaine de myéline. La conduction saltatoire, qui est le type de conduction observé dans un axone gainé de myéline, est étudiée brièvement dans le chapitre 6.

Figure 5.5

La structure du neurone.

**5.2 La résistance**

Dans la section 2.4, on mentionne que le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur est nul. Il faut préciser que cette affirmation n'est juste que si le conducteur est en équilibre électrostatique, comme le met en évidence l'analyse présentée ici. L'objectif

de la présente section consiste à décrire ce qui se produit lorsque les charges dans le conducteur ne sont pas en équilibre, auquel cas le champ électrique dans le conducteur est non nul.

Prenons le cas d'un conducteur dont l'aire de section transversale est A et dans lequel se trouve un courant I . Par définition, la **densité de courant** J dans le conducteur équivaut au courant par unité de surface. Puisque le courant $I = nqv_d A$, la densité de courant est :

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d \quad (5.5)$$

où l'unité de J dans le SI est l'ampère par mètre carré. Cette expression n'est valide que si la densité de courant est uniforme et que si la surface de la section transversale A est perpendiculaire à la direction du courant.

Une densité de courant et un champ électrique s'établissent dans un conducteur dès qu'une différence de potentiel y est maintenue. Dans le cas de certains matériaux, la densité de courant est proportionnelle au champ électrique :

$$J = \sigma E \quad (5.6)$$

où la constante de proportionnalité σ désigne la conductivité du conducteur¹. Lorsque le comportement de matériaux est conforme à l'équation 5.6, on dit que ces matériaux relèvent de la loi d'Ohm, dont le nom honore la mémoire de Georg Simon Ohm. Plus particulièrement, la loi d'Ohm s'énonce comme suit :

Dans de nombreux matériaux (y compris la plupart des métaux), le rapport entre la densité de courant et le champ électrique est une constante, σ , qui est indépendante du champ électrique produisant le courant.

Les matériaux qui relèvent de la loi d'Ohm, et donc de ce rapport simple entre E et J , sont dits « ohmiques ». Diverses expériences ont cependant démontré que ce ne sont pas tous les matériaux qui ont cette propriété. Les matériaux et les appareils qui ne relèvent pas de la loi d'Ohm sont dits « non ohmiques ». La loi d'Ohm n'est pas une loi fondamentale de la nature, mais plutôt un rapport empirique qui n'est valide que pour certains matériaux.

Une équation utile pour des applications concrètes peut être obtenue à partir de l'étude d'un segment de fil rectiligne ayant une aire de section transversale uniforme A et une longueur ℓ , comme le montre la figure 5.6. Une différence de potentiel $\Delta V = V_b - V_a$ étant maintenue dans le fil, un champ électrique et un courant y sont engendrés. Si on suppose que le champ est uniforme, alors le rapport entre la différence de potentiel et le champ est tel que l'indique l'équation 3.6, soit :

$$\Delta V = E\ell$$

Alors, on peut exprimer comme suit la densité de courant dans le fil :

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

Puisque $J = I/A$, la différence de potentiel dans le fil est :

$$\Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J = \left(\frac{\ell}{\sigma A} \right) I = RI$$

Densité de courant



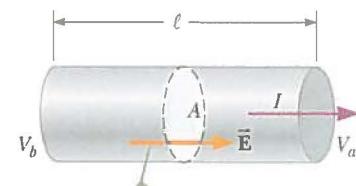
Georg Simon Ohm

Physicien allemand (1789-1854)

Ohm, enseignant à l'école secondaire puis professeur à l'Université de Munich, a formulé le concept de résistance et a découvert les proportionnalités exprimées dans les équations 5.7 et 5.8.

Figure 5.6

Un conducteur uniforme ayant une longueur ℓ et une aire de section transversale A .



Une différence de potentiel $\Delta V = V_b - V_a$ maintenu dans le conducteur engendre un champ électrique \bar{E} , qui produit alors un courant I proportionnel à cette différence de potentiel.

1. Il ne faut pas confondre la conductivité, σ , et la densité surfacique de charges, qui sont toutes deux désignées à l'aide du même symbole.

Méfiez-vous !**5.3****L'équation 5.7 ne correspond pas à la loi d'Ohm**

Nombreux sont ceux qui désignent l'équation 5.7 comme la loi d'Ohm, mais ils commettent une erreur. Cette équation représente simplement la définition de la résistance et condense un important rapport entre la tension, le courant et la résistance. La loi d'Ohm est associée à une proportionnalité entre J et E (voir l'équation 5.6) ou, de façon équivalente, entre I et ΔV , ce qui indique, à partir de l'équation 5.7, que la résistance est constante et indépendante de la tension appliquée.

Figure 5.7

Un gros plan de deux résistances dans une carte de circuit imprimé montre bien le code de couleurs utilisé.



La grandeur $R = \ell/\sigma A$ représente la résistance du conducteur. La résistance est définie comme le rapport entre la différence de potentiel dans un conducteur et le courant présent dans ce même conducteur:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad (5.7)$$

Cette équation revient constamment dans l'étude des circuits électriques. Ce résultat montre que l'unité de la résistance dans le SI est le volt par ampère. Par définition, un volt par ampère est égal à un ohm (Ω):

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A} \quad (5.8)$$

L'équation 5.7 révèle que, si une différence de potentiel de 1 V dans un conducteur engendre un courant de 1 A, la résistance du conducteur est alors de 1 Ω . Par exemple, si un appareil électrique branché à une source de différence de potentiel de 120 V porte un courant de 6 A, sa résistance est de 20 Ω .

La plupart des circuits électriques comportent des éléments également appelés «résistances», qui servent à contrôler le courant dans les diverses parties du circuit. À l'instar des condensateurs étudiés dans le chapitre 5, de nombreuses résistances font partie de microcircuits intégrés, mais les résistances autonomes sont encore largement utilisées aujourd'hui. Il existe deux grands types de résistance : la résistance de composition, qui contient du carbone, et la résistance bobinée, qui consiste en une bobine de fil. La valeur en ohms d'une résistance est généralement indiquée au moyen d'un code de couleurs, comme le montrent la figure 5.7 et le tableau 5.1. Les deux premières couleurs apparaissant sur une résistance représentent les deux premiers chiffres de la valeur de la résistance, alors que la décimale est à la droite du deuxième chiffre. La troisième couleur représente la puissance de 10 du multiplicateur de la valeur de la résistance. La quatrième et dernière couleur symbolise la marge d'erreur relative à la valeur de la résistance. À titre d'exemple, les quatre couleurs sur les résistances illustrées dans la figure 5.7 sont l'orange (= 3), le blanc (= 9), le brun (= 10^1) et l'or (= 5 %) : la valeur de la résistance est donc de $39 \times 10^1 \Omega = 390 \Omega$, avec une marge d'erreur (ou tolérance) de 5 % = 20 Ω .

Tableau 5.1

Le code de couleurs utilisé pour les résistances.

COULEUR	CHIFFRE	MULTIPLICATEUR	MARGE D'ERREUR
Noir	0	1	
Brun	1	10^1	
Rouge	2	10^2	
Orange	3	10^3	
Jaune	4	10^4	
Vert	5	10^5	
Bleu	6	10^6	
Violet	7	10^7	
Gris	8	10^8	
Blanc	9	10^9	
Or		10^{-1}	5 %
Argent		10^{-2}	10 %
Aucune couleur			20 %

La **résistivité**^a, ρ , est l'inverse de la conductivité :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (5.9)$$

où l'unité de ρ dans le SI est l'ohm · mètre ($\Omega \cdot \text{m}$). Puisque $R = \ell / \sigma A$, on peut exprimer comme suit la **résistance d'un matériau uniforme sur la longueur** ℓ :

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (5.10)$$

La résistivité est l'inverse de la conductivité.

Résistance d'un matériau uniforme sur la longueur ℓ

Tout matériau ohmique a une résistivité caractéristique qui est fonction de ses propriétés et de la température. De plus, comme on peut le constater dans l'équation 5.10, la résistance d'un échantillon varie selon sa configuration et la résistivité. Le tableau 5.2 indique la résistivité d'un éventail de matériaux à 20 °C. Il faut noter l'énorme écart entre les valeurs qui y apparaissent : elles sont très faibles pour les bons conducteurs, comme le cuivre et l'argent, et très élevées pour les bons isolants, comme le verre et le caoutchouc. Un conducteur idéal aurait une résistivité nulle, tandis qu'un isolant idéal aurait une résistivité infinie.

Tableau 5.2

La résistivité et le coefficient thermique de résistivité de divers matériaux.

MATÉRIAU	RÉSISTIVITÉ ^a ($\Omega \cdot \text{m}$)	COEFFICIENT THERMIQUE ^b [$\alpha (\text{°C})^{-1}$]
Argent	$1,59 \times 10^{-8}$	$3,8 \times 10^{-9}$
Cuivre	$1,7 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-9}$
Or	$2,44 \times 10^{-8}$	$3,4 \times 10^{-9}$
Aluminium	$2,82 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-9}$
Tungstène	$5,6 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-9}$
Fer	10×10^{-8}	$5,0 \times 10^{-9}$
Platine	11×10^{-8}	$3,92 \times 10^{-9}$
Plomb	22×10^{-8}	$3,9 \times 10^{-9}$
Nichrome ^c	$1,00 \times 10^{-6}$	$0,4 \times 10^{-9}$
Carbone	$3,5 \times 10^{-5}$	$-0,5 \times 10^{-9}$
Germanium	0,46	-48×10^{-9}
Silicium ^d	$2,3 \times 10^3$	-75×10^{-9}
Verre	$10^{10} \text{ à } 10^{14}$	
Caoutchouc dur	$\sim 10^{13}$	
Soufre	10^{15}	
Verre de quartz	75×10^{16}	

^a Toutes ces valeurs sont mesurées à 20 °C. Tous les matériaux figurant dans ce tableau sont supposés être exempts d'impuretés.

^b Voir la section 5.4.

^c Il s'agit d'un alliage nickel-chrome couramment utilisé pour des éléments chauffants. La résistivité du nichrome varie selon sa composition et va de $1,00 \times 10^{-6}$ à $1,50 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

^d La résistivité du silicium est étroitement liée à son degré de pureté. La valeur peut varier de plusieurs ordres de grandeur lorsqu'il est dopé avec d'autres atomes.

Méfiez-vous ! 5.4

La résistance et la résistivité

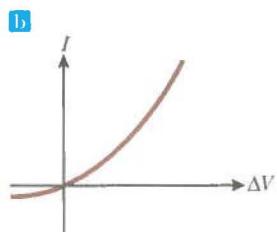
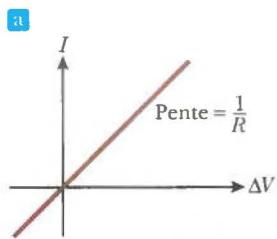
La résistivité est une propriété d'une substance, tandis que la résistance est une propriété d'un objet. On a déjà vu précédemment d'autres paires de variables similaires. Par exemple, la densité est une propriété d'une substance, alors que la masse est une propriété d'un objet. L'équation 5.10 établit un lien entre la résistance et la résistivité.

2. Il ne faut pas confondre la résistivité, ρ , la masse volumique et la densité volumique de charges, qui sont toutes représentées par le même symbole.

L'équation 5.10 montre que la résistance d'un conducteur cylindrique donné, tel un fil, est proportionnelle à sa longueur et inversement proportionnelle à son aire de section transversale. En d'autres termes, si la longueur d'un fil double, sa résistance double également, tandis que si son aire de section transversale double, sa résistance est deux fois plus faible. La situation est analogue à celle où un liquide s'écoule dans un tuyau. À mesure que la longueur du tuyau augmente, la résistance à l'écoulement augmente également. Par contre, à mesure que l'aire de section transversale du tuyau s'accroît, un plus grand volume du liquide traverse une aire de section donnée du tuyau par unité de temps. Ainsi, un plus grand volume de liquide s'écoule grâce à l'application de la même différence de pression au tuyau, et la résistance à l'écoulement diminue.

Figure 5.8

- a) La courbe du courant en fonction de la différence de potentiel dans le cas d'un matériau ohmique. La courbe est linéaire, et la pente est égale à l'inverse de la résistance du conducteur.
 b) La courbe non linéaire du courant en fonction de la différence de potentiel dans le cas d'une diode de jonction. Le comportement de ce dispositif déroge à la loi d'Ohm.



Testez-vous ! 5.2

Un fil cylindrique a un rayon r et une longueur ℓ . Si r et ℓ sont doublés, qu'advient-il de la résistance du fil?

- a) Elle augmente. b) Elle diminue. c) Elle demeure la même.

Testez-vous ! 5.3

Dans la figure 5.8 b), lorsque la tension appliquée augmente, qu'advient-il de la résistance de la diode?

- a) Elle augmente. b) Elle diminue. c) Elle demeure la même.

Exemple 5.2

LA RÉSISTANCE D'UN FIL DE NICHROME

Le rayon d'un fil de nichrome de calibre 22 est de 0,32 mm.

- A Calculez la résistance par unité de longueur de ce fil.

SOLUTION

La conceptualisation

Le tableau 5.2 indique que la résistivité du nichrome est de deux ordres de grandeur supérieure à celle des meilleurs conducteurs qui y figurent. On peut donc s'attendre à ce que le nichrome soit utilisé dans des applications particulières auxquelles ne se prêtent pas les meilleurs conducteurs.

Exemple 5.2 (suite)**La catégorisation**

On modélise le fil comme un cylindre, si bien qu'il suffit de procéder à une analyse géométrique simple pour déterminer la résistance.

L'analyse

On utilise l'équation 5.10 et la résistivité du nichrome (voir le tableau 5.2) pour déterminer la résistance par unité de longueur:

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A} = \frac{\rho}{\pi r^2} = \frac{1,0 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}}{\pi (0,32 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 3,1 \Omega/\text{m}$$

- B** Si une différence de potentiel de 10 V est maintenue dans un segment du fil de nichrome d'une longueur de 1,0 m, quel courant circule dans le fil?

SOLUTION**L'analyse**

On utilise l'équation 5.7 pour calculer le courant:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{(R/\ell)\ell} = \frac{10 \text{ V}}{(3,1 \Omega/\text{m})(1,0 \text{ m})} = 3,2 \text{ A}$$

La finalisation

En raison de sa grande résistivité et de sa forte résistance à l'oxydation, le nichrome est souvent présent dans les éléments chauffants des grille-pains, des fers à repasser et des plinthes électriques.

VARIANTE

Qu'adviendrait-il si le fil était en cuivre plutôt qu'en nichrome? En quoi seraient modifiées les valeurs de la résistance par unité de longueur et du courant?

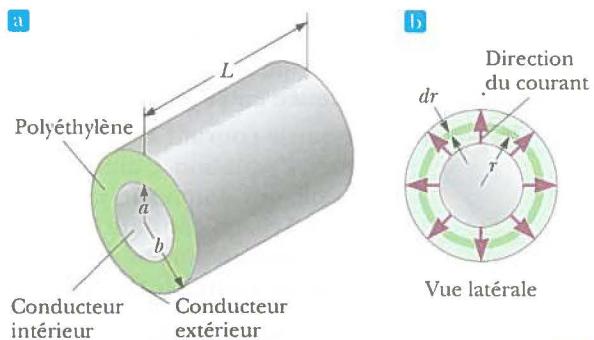
Réponse: Le tableau 5.2 révèle que la résistivité du cuivre est de deux ordres de grandeur inférieure à celle du nichrome. On peut donc s'attendre à ce que, dans le cas du cuivre, la réponse à la question A soit moins élevée et la réponse à la question B, plus élevée. Les calculs montrent qu'un fil de cuivre de même rayon aurait une résistance par unité de longueur de seulement 0,053 Ω/m. Un segment de fil de cuivre de 1,0 m de longueur et de même rayon porterait un courant de 190 A si une différence de potentiel de 10 V était appliquée.

Exemple 5.3**LA RÉSISTANCE RADIALE D'UN CÂBLE COAXIAL**

Les câbles coaxiaux sont massivement utilisés pour la câblodistribution et d'autres applications électroniques. Un câble coaxial est formé de deux conducteurs cylindriques concentriques. La région située entre les conducteurs est entièrement remplie de plastique polyéthylène, comme le montre la figure 5.9 a). Toute fuite de courant à travers le plastique, dans la direction radiale, est indésirable (le câble est conçu pour conduire le courant sur sa longueur; cependant, dans ce cas, il ne s'agit pas de ce courant). Le rayon du conducteur intérieur est $a = 0,500 \text{ cm}$, le rayon du conducteur extérieur est $b = 1,75 \text{ cm}$ et la longueur, $L = 15,0 \text{ cm}$. La résistivité du plastique est de $1,0 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$. Calculez la résistance du plastique situé entre les deux conducteurs.

Figure 5.9

Un câble coaxial. a) Du plastique remplit l'espace entre les deux conducteurs. b) La vue latérale montre une fuite de courant.



Exemple 5.3 (suite)**SOLUTION****La conceptualisation**

On peut imaginer deux courants, comme le suggère l'énoncé du problème. Le courant désiré est dans la direction du câble, transporté au sein des conducteurs. Le courant non désiré correspond aux fuites dans le plastique et est orienté dans la direction radiale.

La catégorisation

Puisque la résistivité et la configuration du plastique sont connues, il s'agit donc d'un problème dans lequel on doit déterminer la résistance du plastique à partir de ces paramètres. Toutefois, l'équation 5.10 représente la résistance d'un arrangement simple de matière (prisme rectangulaire ou cylindre, par exemple), tandis que la configuration est plus complexe dans la situation qui est décrite ici. Étant donné que l'aire où passent les charges est fonction de la position radiale, on doit recourir au calcul intégral pour obtenir la réponse recherchée.

L'analyse

On divise le plastique en éléments concentriques d'épaisseur infinitésimale dr (voir la figure 5.9 b). On utilise une forme différentielle de l'équation 5.10, où on remplace ℓ par dr pour la longueur: $dR = \rho dr/A$, où dR est la résistance d'un élément de plastique dont l'épaisseur est dr et dont l'aire est A . Dans cet exemple, l'élément différentiel est un cylindre de plastique creux et concentrique de rayon r , d'épaisseur dr et de longueur L , comme dans la figure 5.9. Toute charge passant du conducteur intérieur au conducteur extérieur doit se déplacer de façon radiale dans cet élément concentrique.

Pour déterminer la résistance du cylindre de plastique creux, on écrit une expression qui représente l'aire comme l'aire de surface de l'élément différentiel:

On intègre cette expression de $r = a$ à $r = b$:

$$dR = \frac{\rho dr}{A} = \frac{\rho}{2\pi r L} dr$$

$$(1) \quad R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

On insère les valeurs données:

$$R = \frac{1,0 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}}{2\pi(0,150 \text{ m})} \ln\left(\frac{1,75 \text{ cm}}{0,500 \text{ cm}}\right) = 1,33 \times 10^{13} \Omega$$

La finalisation

On peut comparer cette résistance à celle du conducteur intérieur en cuivre du câble sur les 15,0 cm de sa longueur.

On utilise l'équation 5.10 pour calculer la résistance du cylindre de cuivre:

$$R_{\text{Cu}} = \rho \frac{\ell}{A} = (1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \left[\frac{0,150 \text{ m}}{\pi(5,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right] = 3,2 \times 10^{-5} \Omega$$

Cette résistance est plus faible de 18 ordres de grandeur que la résistance radiale. Par conséquent, presque tout le courant correspond à une charge en mouvement sur la longueur du câble, et seule une très petite proportion du courant fuit dans la direction radiale.

VARIANTE

Supposons que le câble coaxial a un diamètre total deux fois plus grand et que l'un des deux cas possibles suivants est retenu: 1) le rapport b/a est maintenu tel quel ou 2) la différence $b - a$ est maintenue telle quelle. Dans lequel de ces deux cas la fuite de courant entre le conducteur intérieur et le conducteur extérieur s'accroît-elle lorsque la tension est appliquée entre eux?

Réponse: Pour que le courant augmente, la résistance doit diminuer. Dans le cas 1, où le rapport b/a est maintenu tel quel, l'équation 1 indique que la résistance ne change pas. Dans le cas 2, on ne dispose pas d'une équation qui comporte la différence $b - a$ et qui peut être utilisée. Néanmoins, si on examine la figure 5.9 b), on constate que, si b et a augmentent et que leur différence demeure telle quelle, la charge circule dans une même épaisseur de plastique, mais dans une plus grande aire perpendiculaire à cette circulation. Cette plus grande aire a pour conséquences une résistance plus faible et un courant accru.



Un petit aimant permanent demeure suspendu au-dessus d'un disque fait d'un matériau supraconducteur, $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, qui baigne dans de l'azote liquide à 77 K.

Tableau 5.3

La température critique de divers supraconducteurs.

MATÉRIAU	T_c (K)
$\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$	134
Tl—Ba—Ca—Cu—O	125
Bi—Sr—Ca—Cu—O'	105
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	92
Nb_3Ge	23,2
Nb_3Sn	18,05
Nb	9,46
Pb	7,18
Hg	4,15
Sn	3,72
Al	1,19
Zn	0,88

Ces matériaux présentent un trait véritablement remarquable : le courant, lorsqu'il est établi dans ces supraconducteurs, persiste sans qu'aucune différence de potentiel soit appliquée (parce que $R = 0$). On a ainsi déjà observé qu'un courant stable persiste dans une boucle supraconductrice pendant plusieurs années sans amortissement apparent.

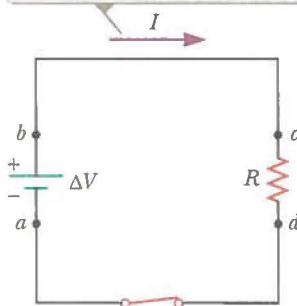
Parmi les applications importantes et utiles de la supraconductivité, on peut mentionner la mise au point d'aimants supraconducteurs, dans lesquels le module du champ magnétique est une dizaine de fois plus élevé que celui du champ magnétique engendré par les meilleurs électroaimants ordinaires. Ces aimants supraconducteurs offrent un moyen possible de stocker de l'énergie. Ils sont aujourd'hui utilisés en médecine dans des appareils d'imagerie par résonance magnétique qui produisent des images de grande qualité des organes internes du corps humain, sans qu'il soit nécessaire d'exposer autre mesure les patients à des rayons X ou à d'autres rayonnements nocifs.

5.6 La puissance électrique

Figure 5.12

Un circuit comprenant une résistance, dont la résistance est R , et une pile, dont la différence de potentiel entre les bornes est ΔV .

La circulation effective de la charge positive est orientée dans le sens horaire.



Dans un circuit électrique ordinaire, l'énergie est transférée par transmission électrique à partir d'une source, comme une pile, jusqu'à un dispositif quelconque, comme une ampoule électrique ou un poste de radio. Il s'agit maintenant de formuler une expression qui permet de calculer le taux d'un tel transfert d'énergie. On examine d'abord le circuit simple qu'il illustre la figure 5.12, où de l'énergie est transmise à une résistance (on utilise le symbole pour désigner une résistance). Puisque les fils de connexion opposent aussi une résistance, une certaine quantité d'énergie est transmise aux fils et une autre quantité est transmise à la résistance. Sauf indication contraire, on suppose que la résistance des fils est faible comparativement à celle de l'élément de circuit, si bien que l'énergie transmise aux fils est négligeable.

Supposons qu'on suit une quantité positive de charge Q en mouvement dans le sens horaire autour du circuit (voir la figure 5.12). Cette charge part du point a , passe dans la batterie et la résistance, puis revient au point a . On considère que tout le circuit forme le système en question. Lorsque la charge va de a à b dans la batterie, l'énergie potentielle électrique du système s'accroît d'une quantité $Q \Delta V$, alors que l'énergie potentielle chimique dans la batterie décroît de la même quantité (comme l'indique l'équation 3.3, $\Delta U = q \Delta V$). Par contre, quand la charge va de c à d en traversant la résistance, l'énergie potentielle électrique du système diminue en raison des collisions

entre les électrons et des atomes dans la résistance. Ainsi, l'énergie potentielle électrique se transforme en énergie interne correspondant à un accroissement du mouvement de vibration des atomes dans la résistance. Puisqu'on néglige la résistance des fils de connexion, aucune transformation d'énergie ne se produit dans les trajectoires *bc* et *da*. Lorsque la charge est de retour au point *a*, le résultat net est qu'une partie de l'énergie chimique dans la batterie a été transférée à la résistance, où elle se trouve sous forme d'énergie interne associée à la vibration moléculaire.

La résistance étant habituellement en contact avec l'air, la hausse de sa température entraîne un transfert d'énergie vers l'air ambiant qui s'échauffe. En outre, la résistance émet un rayonnement thermique, qui représente un autre moyen de libérer de l'énergie. Après un certain intervalle de temps, la résistance atteint une température constante. À ce moment-là, l'apport d'énergie provenant de la batterie est équilibré par l'émission d'énergie de la part de la résistance, sous forme de chaleur et de rayonnement. Certains dispositifs électriques comportent des dissipateurs de chaleur³, reliés à des parties du circuit, qui empêchent ces parties d'atteindre une température dangereusement élevée. Un dissipateur de chaleur est une pièce de métal assortie de nombreuses ailettes. Puisque la conductivité thermique élevée du métal facilite un rapide transfert d'énergie, sous forme de chaleur, à l'écart du composant chaud et que le grand nombre d'ailettes assure une large surface de contact avec l'air, de l'énergie peut être transférée par rayonnement dans l'air, sous forme de chaleur, à un taux élevé.

On examine maintenant à quel taux l'énergie potentielle électrique du système diminue lorsque la charge Q traverse la résistance :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q \Delta V) = \frac{dQ}{dt} \Delta V = I \Delta V$$

où I est le courant dans le circuit. Le système regagne cette énergie potentielle lorsque la charge traverse la batterie, au détriment de l'énergie chimique dans la batterie. Le taux de diminution de l'énergie potentielle du système pendant que la charge traverse la résistance est égal au taux d'augmentation de l'énergie interne du système dans la résistance. Ainsi, la puissance P , qui représente le taux du transfert d'énergie à la résistance, est :

$$P = I \Delta V \quad (5.20)$$

Pour obtenir ce résultat, on examine le cas d'une pile qui fournit de l'énergie à une résistance. L'équation 5.20 peut néanmoins servir à calculer la puissance de tout dispositif traversé par un courant I et ayant une différence de potentiel ΔV entre ses bornes.

À l'aide de l'équation 5.20 et de la formule $\Delta V = IR$ pour une résistance, on peut aussi exprimer comme suit la puissance de la résistance ; il faut noter qu'il ne s'agit pas d'une valeur intrinsèque à la résistance :

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (5.21)$$

Lorsque I est exprimé en ampères, ΔV en volts et R en ohms, l'unité de puissance dans le SI est le watt. Le processus par lequel de l'énergie se transforme en énergie interne dans un conducteur de résistance R est souvent appelé « chauffage par effet Joule »⁴ ; cette transformation est fréquemment qualifiée de « perte de $I^2 R$ ».

Méfiez-vous ! 5.5

Les charges ne font pas rapidement le tour d'un circuit

En raison du très petit module du vecteur vitesse de dérive, un seul électron peut prendre des heures pour faire le tour complet du circuit. Toutefois, pour bien comprendre le transfert d'énergie dans un circuit, il est utile d'imaginer qu'une charge fait le tour complet du circuit.

Méfiez-vous ! 5.6

Des idées fausses au sujet du courant

Certaines idées fausses très répandues sont associées au courant, dans un circuit semblable à celui qu'il illustre la figure 5.12. Selon l'une d'elles, le courant partirait d'une borne de la pile et serait ensuite « consommé » quand il passe dans la résistance, ce qui ne laisserait du courant que dans une partie du circuit. En réalité, le courant est le même dans tout le circuit. Selon une autre idée fausse similaire, le courant sortant de la résistance serait plus faible que lorsqu'il y est entré, parce qu'une partie de ce courant serait « consommée ». Une autre idée erronée est la suivante : deux courants sortiraient des deux bornes de la pile, dans des directions opposées, et entreraient en « collision » dans la résistance, ce qui produirait de l'énergie. La réalité est que des charges circulent dans le même sens de rotation en tous les points du circuit.

3. Il s'agit ici d'un autre emploi erroné du terme « chaleur » qui s'est enraciné dans la langue courante.

4. Ce processus est communément appelé « chauffage par effet Joule », même si la chaleur n'est pas produite lorsque l'énergie transmise à une résistance apparaît sous forme d'énergie interne. Voici encore un exemple d'emploi erroné du terme « chaleur » qui s'est répandu dans la langue courante.

Mettons en contexte



Pourquoi y a-t-il différents types de prises électriques dans une maison ?

Au Québec, la plupart des appareils domestiques doivent être branchés sur une prise électrique aux bornes de laquelle la différence de potentiel efficace est d'environ 120 V. La plupart des prises électriques qu'on trouve dans les maisons sont des prises de 120 V fournissant un courant maximal de 15 A (voir la figure 5.13 a). De plus, il existe des prises de 120 V qui peuvent apporter un courant maximal de 20 A. Ces prises présentent une encoche en T (voir la figure 5.13 b).

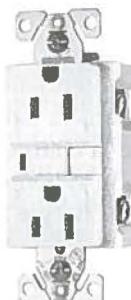
Certains électroménagers qui fonctionnent à puissance élevée (les sécheuses et les cuisinières) nécessitent des prises particulières. Puisque la puissance dépend de la tension et du courant, des prises spéciales ont été conçues pour ces appareils. Elles fournissent une tension de 240 V et un courant maximal plus élevé que celui qui est fourni par les prises ordinaires.

Dans le cas des sécheuses, on utilise une prise pouvant apporter une tension de 240 V avec un courant maximal de 30 A, et fournissant une tension de 120 V à la minuterie et aux lampes de l'appareil (voir la figure 5.13 c). Pour ce qui est des cuisinières, on se sert d'une prise pouvant apporter une tension de 240 V avec un courant maximal de 50 A, et fournissant une tension de 120 V à l'horloge, à la minuterie et aux lampes de l'appareil (voir la figure 5.13 d).

Figure 5.13

Les différentes prises électriques utilisées dans les maisons.

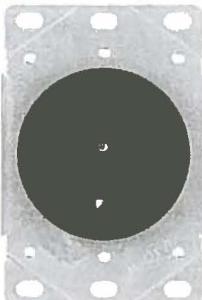
a



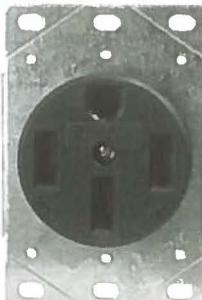
b



c



d



Une prise électrique de 120 V et de 15 A.

Une prise électrique de 120 V et de 20 A.

Une prise électrique de 240 V/120 V et de 30 A, pour une sécheuse.

Une prise électrique de 240 V/120 V et de 50 A, pour une cuisinière.

Méfiez-vous ! 5.7

L'énergie n'est pas « dissipée »

Dans certains ouvrages, on décrit l'équation 5.21 comme si elle représentait la puissance « dissipée » dans une résistance, ce qui laisse entendre qu'une certaine quantité d'énergie disparaît. Il faut plutôt dire que de l'énergie est « transmise » à une résistance. La notion de « dissipation » apparaît parce qu'une résistance chaude émet de l'énergie sous forme de rayonnement et de chaleur. Ainsi, de l'énergie fournie par la pile quitte le circuit, mais elle ne disparaît pas !

Méfiez-vous ! 5.8

Un kilowattheure est une unité d'énergie et non de puissance !

L'unité SI de l'énergie est le joule. Toutefois, dans le domaine de l'électricité, il est courant d'employer le kilowattheure. Contrairement aux apparences, il ne s'agit pas d'une puissance mais d'une énergie, car

$$1 \text{ kWh} = 1(1000 \text{ J/s})(3000 \text{ s}) \\ = 3,6 \times 10^6 \text{ J.}$$

Mettons en contexte



Le fonctionnement des disjoncteurs ou des fusibles du panneau électrique de la maison

Quand le courant qui circule dans un fil électrique devient très intense, l'énergie thermique transmise au fil devient également très importante. Le risque de faire fondre le fil électrique ou de déclencher un incendie est accru. Pour éviter tout risque, il convient de mettre en place un dispositif de protection afin d'empêcher le courant de devenir trop intense. Autrefois, ces dispositifs étaient des fusibles. Aujourd'hui, on trouve encore des fusibles dans certains appareils (comme les cuisinières et

les automobiles), mais les circuits électriques domestiques contemporains sont majoritairement équipés de disjoncteurs.

Dans les circuits domestiques, les fusibles et les disjoncteurs sont situés à l'intérieur du panneau de distribution électrique d'un bâtiment (voir la figure 5.14). Ce panneau est constitué d'un disjoncteur principal qui contrôle tous les circuits et permet de couper tout le courant du bâtiment, et de plusieurs disjoncteurs secondaires qui contrôlent des circuits individuellement.

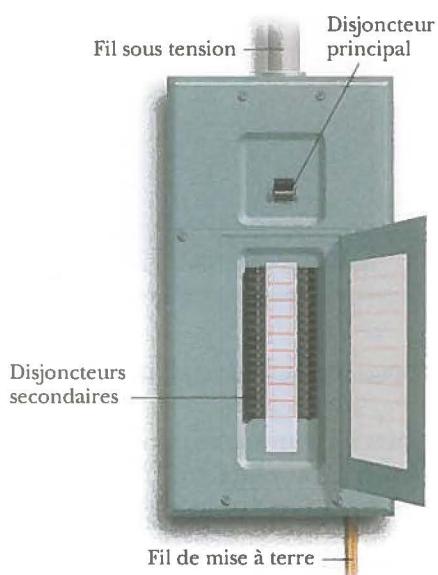
Mettons en contexte (suite)



Un disjoncteur est un interrupteur qui s'ouvre quand le courant le traversant dépasse une certaine valeur seuil (en général 15, 20, 30 ou 40 A selon les circuits). En fait, quand il traverse un disjoncteur, le courant traverse un solénoïde (une bobine de fil), puis un interrupteur à proprement parler. Le courant qui traverse le solénoïde magnétise celui-ci, le transformant en électroaimant. Si le courant augmente, le champ magnétique créé par

Figure 5.14

Un panneau de distribution électrique domestique.



l'électroaimant augmente également. Un disjoncteur est conçu de telle sorte que, quand le courant atteint la valeur seuil fixée (15 A, par exemple), alors le champ magnétique créé par l'électroaimant est suffisamment fort pour attirer le levier de l'interrupteur et ouvrir le circuit. La section 6.5 traite aussi des disjoncteurs, et la question des électroaimants et des champs magnétiques est abordée dans les chapitres 7 et 8.

Les fusibles les plus courants sont faits d'un fil fin ou d'une lamelle de métal, placé dans un petit tube ou une petite ampoule de verre (voir la figure 5.15). En temps normal, le courant traverse le fusible sans problème. Cependant, si, pour une raison quelconque, le courant devient trop important et dépasse un seuil fixé, l'énergie thermique transmise au fil ou à la lamelle de métal devient si grande qu'elle fait fondre le fil ou la lamelle. En fondant, le fil ou la lamelle se rompt et coupe le passage du courant dans le circuit.

L'un des inconvénients liés à l'utilisation des fusibles est que ceux-ci doivent être remplacés après qu'ils ont fondu. Les disjoncteurs, quant à eux, présentent l'avantage d'être réutilisables. Une fois que le problème ayant causé le déclenchement du disjoncteur est réglé, on peut le réenclencher afin que le courant circule de nouveau. Il faut noter que si un disjoncteur se déclenche fréquemment, cela peut indiquer que le circuit qu'il protège est endommagé. Une investigation plus approfondie est de mise pour régler le problème avant que la situation s'envenime.

Figure 5.15

Des fusibles.



Mettons en contexte



Comment le fait de transporter l'électricité par l'entremise de lignes à haute tension permet-il aux compagnies d'électricité d'économiser de l'argent et de l'énergie ?

Lorsque des lignes de transmission (voir la figure 5.16) transportent l'énergie sous forme d'électricité, on ne doit pas supposer que ces lignes ont une résistance nulle. Les lignes de transmission de l'électricité opposent une véritable résistance, et une partie de l'énergie est transmise aux câbles de ces lignes de transmission. Les sociétés productrices d'électricité s'efforcent de réduire au minimum l'énergie transformée en énergie interne dans les lignes de transmission et d'augmenter au maximum l'énergie offerte aux consommateurs. Puisque $P = I\Delta V$, la même quantité d'énergie peut être transportée sous la forme soit d'un courant fort et d'une

différence de potentiel faible, soit d'un courant faible et d'une différence de potentiel forte. En fait, les sociétés productrices d'électricité choisissent de transporter l'énergie sous la forme d'un courant faible et d'une différence de potentiel forte surtout pour des raisons économiques. Le cuivre étant très onéreux, l'utilisation de fils à haute résistance est ainsi moins coûteuse (c'est-à-dire des fils ayant une petite aire de section transversale, comme le montre l'équation 5.10). Par conséquent, dans l'expression relative à la puissance transmise à une résistance, $P = I^2R$, la résistance du fil est fixée à une valeur relativement élevée, pour des motifs

Mettons en contexte (suite)



d'ordre économique. La perte liée à I^2R peut être amoindrie si on maintient le courant I au plus bas niveau possible, ce qui signifie que l'énergie est transférée sous haute tension. Dans certains cas, l'énergie est transportée grâce à une différence de potentiel qui peut atteindre 765 kV. Au point d'arrivée de l'énergie transportée, la différence de potentiel est généralement abaissée à 4 kV au moyen d'un dispositif portant le nom de « transformateur ». Un autre transformateur réduit la différence de potentiel à 240 V afin que le courant soit utilisé dans les foyers. Bien entendu, chaque fois que la différence de potentiel diminue, le courant augmente selon le même facteur, de sorte que la puissance demeure la même. Le chapitre 11 présente une analyse plus détaillée d'un transformateur.

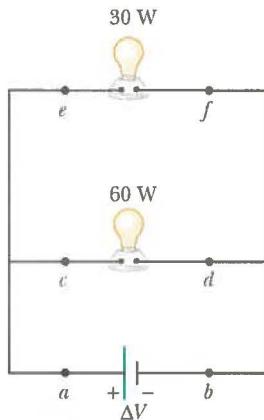
Figure 5.16

Ces lignes de transmission de l'électricité apportent l'énergie provenant de la société productrice d'électricité dans les foyers et les entreprises. Cette énergie est transférée sous très haute tension, soit des centaines de milliers de volts dans certains cas. Bien que ce procédé rende les lignes de transmission très dangereuses, la haute tension utilisée a pour avantage de réduire la « perte » d'énergie attribuable à la résistance dans les câbles de transmission.



Figure 5.17

Deux ampoules électriques sont assujetties à une même différence de potentiel.



Testez-vous ! 5.5

Classez, dans l'ordre décroissant, les valeurs du courant aux points a à f pour ce qui est des deux ampoules électriques illustrées dans la figure 5.17.

Exemple 5.4

LA PUISSANCE D'UNE PLINTHE ÉLECTRIQUE

Pour faire fonctionner une plinthe électrique, on applique une différence de potentiel de 120 V à un fil de nichrome ayant une résistivité totale de 8,00 Ω . Calculez le courant qui circule dans le fil, ainsi que la puissance nominale de l'appareil.

SOLUTION

La conceptualisation

Comme le montre l'exemple 5.2, le nichrome a une résistivité élevée et sert souvent à la fabrication d'éléments chauffants dans des grille-pains, des fers à repasser et des plinthes électriques. On s'attend donc à ce que la puissance soit relativement élevée.

La catégorisation

Puisqu'on évalue la puissance à l'aide de l'équation 5.21, on peut catégoriser cet exemple comme un problème de substitution.

On utilise l'équation 5.7 pour déterminer le courant qui circule dans le fil :

On calcule la puissance nominale au moyen de l'expression $P = I^2R$ provenant de l'équation 5.21 :

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{120 \text{ V}}{8,00 \Omega} = 15,0 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} P &= I^2R = (15,0 \text{ A})^2(8,00 \Omega) \\ &= 1,80 \times 10^3 \text{ W} = 1,80 \text{ kW} \end{aligned}$$

Exemple 5.4 (suite)**VARIANTE**

Qu'arriverait-il si la plinthe était accidentellement branchée à une source d'alimentation de 240 V (ce qui serait difficile, puisque la forme et l'orientation des éléments de contact métalliques d'une prise de 240 V diffèrent de celles d'une prise de 120 V) ? Dans l'hypothèse où la résistance demeure constante, quelle en serait l'incidence sur le courant qui circule dans la plinthe et sur la puissance nominale de cette dernière ?

Réponse: L'équation 5.7 montre que, si on double la différence de potentiel appliquée, le courant double aussi. Selon l'équation 5.21, $P = (\Delta V)^2 / R$, de sorte que la puissance serait quatre fois plus élevée.

Exemple 5.5**LE LIEN ENTRE L'ÉLECTRICITÉ ET LA THERMODYNAMIQUE**

On veut que la température de 1,50 kg d'eau passe de 10,0 à 50,0 °C en 10,0 min en se servant d'un thermoplongeur qui fonctionne à 110 V.

A Quelle doit être la résistance du thermoplongeur ?

SOLUTION**La conceptualisation**

Un thermoplongeur est une résistance qu'on place dans un contenant d'eau. L'énergie fournie au thermoplongeur fait augmenter sa température, si bien que de l'énergie quitte sa surface sous forme de chaleur et est absorbée par l'eau. Lorsque la température du thermoplongeur devient constante, le taux de transfert d'énergie à la résistance par transmission électrique est égal au taux de transfert d'énergie à l'eau sous forme de chaleur.

La catégorisation

L'eau constitue un système non isolé. Son énergie interne s'accroît grâce à l'énergie transmise à l'eau par la chaleur que produit la résistance : $\Delta E_{\text{int}} = Q$. Dans notre modèle, on suppose que l'énergie transmise à l'eau par le thermoplongeur demeure dans l'eau.

L'analyse

Pour simplifier l'analyse, on ne tient pas compte de la période initiale pendant laquelle la température du thermoplongeur augmente, ni de la variation de la résistance due au changement de température. On se représente donc un taux de transfert d'énergie constant pour la totalité des 10,0 min.

On pose que le taux de transfert d'énergie au thermoplongeur est égal au taux d'absorption d'énergie Q par l'eau sous forme de chaleur :

On utilise l'équation $Q = mc \Delta T$, pour lier l'apport d'énergie sous forme de chaleur au changement de température de l'eau qui en résulte, puis on résout l'équation pour obtenir la résistance :

On remplace les variables par les valeurs données dans l'énoncé du problème :

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$\frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{mc \Delta T}{\Delta t} \rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2 \Delta t}{mc \Delta T}$$

$$R = \frac{(110 \text{ V})^2 (600 \text{ s})}{(1,50 \text{ kg}) (4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}) (50,0 \text{ }^\circ\text{C} - 10,0 \text{ }^\circ\text{C})} = 28,9 \Omega$$

Exemple 5.5 (suite)

- B** Quel est le coût du chauffage de l'eau?

SOLUTION

On multiplie la puissance par l'intervalle de temps afin de déterminer la quantité d'énergie transférée:

On calcule le coût, sachant que le tarif de l'énergie consommée est estimé à 11¢ le kilowattheure:

$$\begin{aligned}E_T &= P\Delta t = \frac{(\Delta V)^2}{R}\Delta t \\&= \frac{(110 \text{ V})^2}{28,9 \Omega}(10,0 \text{ min})\left(\frac{1 \text{ h}}{60,0 \text{ min}}\right) \\&= 69,8 \text{ Wh} = 0,0698 \text{ kWh}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coût} &= (0,0698 \text{ kWh})(0,11 \$/kWh) \\&= 0,008\$ = 0,8¢\end{aligned}$$

La finalisation

Le coût du chauffage de l'eau est très bas, soit moins de 1¢. Le coût réel est toutefois plus élevé. En effet, une partie de l'énergie dans l'eau se transmet au milieu qui l'entoure, sous forme de chaleur et de rayonnement électromagnétique, pendant que sa température augmente. À la maison, il est possible que certains appareils électriques portent une indication de puissance nominale. Dans ce cas, on peut évaluer le coût de chaque utilisation d'un appareil en se basant sur cette indication et la durée d'utilisation approximative.

EN UN CLIN D'ŒIL

Définitions

On définit le **courant électrique** I dans un conducteur selon l'expression :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (5.2)$$

où dQ est la charge qui traverse une aire de section transversale du conducteur pendant un intervalle de temps dt . L'unité de courant dans le SI est l'**ampère** (A), où $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

La **densité de courant** J dans un conducteur équivaut au courant par unité de surface :

$$J = \frac{I}{A} \quad (5.5)$$

La **résistance** R d'un conducteur se définit par l'expression :

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad (5.7)$$

où ΔV est la différence de potentiel dans le conducteur et I , le courant qui s'y trouve. L'unité de résistance dans le SI est le volt par ampère, qui est par définition 1 **ohm** (Ω), c'est-à-dire que $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

Concepts et principes

Le courant moyen dans un conducteur est lié au mouvement des porteurs de charge par la relation :

$$I_{\text{moy}} = nqv_d A \quad (5.4)$$

où n est la densité des porteurs de charge, q est la charge de chaque porteur, v_d est la vitesse de dérive et A , l'aire de section transversale du conducteur.

La densité de courant dans un conducteur ohmique est proportionnelle au champ électrique, conformément à l'expression :

$$J = \sigma E \quad (5.6)$$

La constante de proportionnalité σ correspond à la **conductivité** du matériau dont le conducteur est fait. L'inverse de σ porte le nom de **résistivité**, ρ et $\rho = 1/\sigma$. L'équation 5.6 représente la **loi d'Ohm**. Le comportement d'un matériau relève de cette loi lorsque le rapport entre sa densité de courant et le champ électrique appliquée est une constante indépendante du champ appliquée.

Dans le cas d'un bloc uniforme fait d'un matériau dont l'aire de section transversale est A et la longueur est ℓ , la résistance sur cette longueur ℓ est :

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (5.10)$$

où ρ est la résistivité du matériau.

Dans un modèle classique de la conduction électrique dans les métaux, on considère les électrons comme les molécules d'un gaz. En l'absence d'un champ électrique, le vecteur vitesse moyen des électrons est nul. Lorsqu'on applique un champ électrique, les électrons se déplacent (en moyenne) selon un **vecteur vitesse de dérive** \bar{v}_d , orienté dans la direction opposée à celle du champ électrique. Le vecteur vitesse de dérive est :

$$\bar{v}_d = \frac{q\bar{E}}{m_e} \tau \quad (5.13)$$

où q est la charge de l'électron, m_e est la masse de l'électron et τ , l'intervalle de temps moyen entre les collisions électron-atome. Selon ce modèle, la résistivité du métal est :

$$\rho = \frac{m_e}{nq^2\tau} \quad (5.16)$$

où n est le nombre d'électrons libres par unité de volume.

La résistivité d'un conducteur varie à peu près linéairement avec la température, selon l'expression :

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (5.17)$$

où ρ_0 est la résistivité à une certaine température de référence T_0 et α , le coefficient thermique de résistivité.

Si on maintient une différence de potentiel ΔV dans un élément de circuit, la **puissance**, ou le taux d'apport d'énergie à l'élément, est :

$$P = I \Delta V \quad (5.20)$$

Puisque la différence de potentiel appliquée à une résistance est $\Delta V = IR$, on peut exprimer la puissance comme suit :

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (5.21)$$

L'énergie fournie à une résistance par transmission électrique apparaît sous la forme d'énergie interne dans la résistance.

6.2 Les résistances en série et les résistances en parallèle

Lorsque plusieurs résistances sont reliées les unes à la suite des autres, comme les ampoules électriques illustrées dans la figure 6.3 a), elles constituent une association en série. La figure 6.3 b) montre le schéma du circuit comprenant les ampoules électriques, illustrées sous forme de résistances, et la pile. Dans une telle série, si une quantité de charge Q sort de la résistance R_1 , une même charge Q doit aussi entrer dans la deuxième résistance R_2 , sans quoi une charge s'accumulerait dans le fil reliant les résistances. Ainsi, la même quantité de charge passe dans les deux résistances durant un intervalle de temps donné, et le courant présent dans les deux résistances est le même :

$$I = I_1 = I_2$$

où I est le courant sortant de la pile, I_1 est le courant présent dans la résistance R_1 et I_2 le courant présent dans la résistance R_2 .

La différence de potentiel appliquée aux résistances associées en série se répartit entre ces dernières. Dans la figure 6.3 b), puisque la baisse de tension¹ de a à b est égale à $I_1 R_1$ et que la baisse de tension de b à c est égale à $I_2 R_2$, la baisse de tension de a à c est alors :

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

La différence de potentiel dans la pile est également appliquée à la résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ qu'illustre la figure 6.3 c) :

$$\Delta V = I R_{\text{éq}}$$

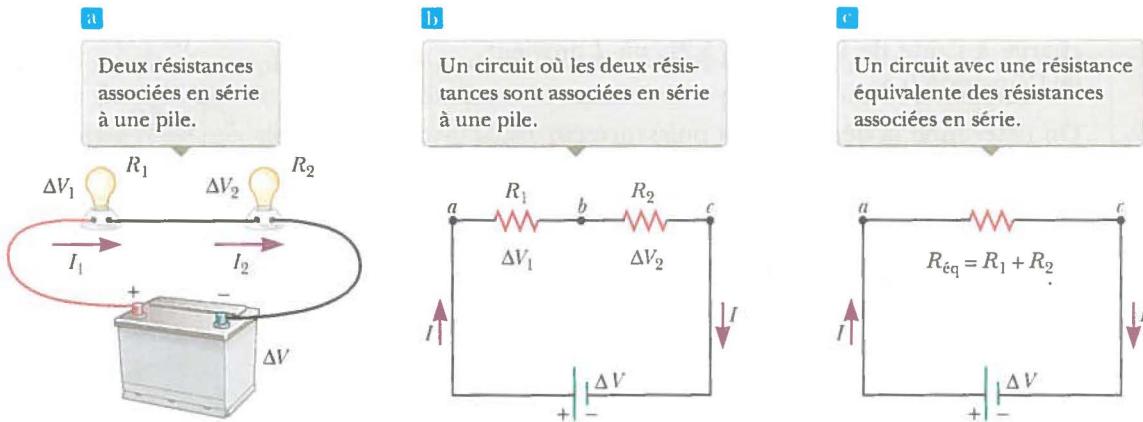
où la résistance équivalente a le même effet sur le circuit que l'association en série, parce qu'il en résulte le même courant I présent dans la pile. Si on combine ces équations en isolant ΔV , on obtient :

$$\Delta V = I R_{\text{éq}} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 \quad (6.5)$$

où les courants I , I_1 et I_2 ont été supprimés parce qu'ils sont tous identiques. On voit que les deux résistances en série peuvent être remplacées par une résistance équivalente dont la valeur est la somme des résistances présentes.

Figure 6.3

Deux ampoules électriques de résistance R_1 et R_2 sont associées en série. Les trois diagrammes sont équivalents.



1. L'expression « baisse de tension » désigne une diminution du potentiel électrique dans une résistance. Les personnes qui travaillent avec des circuits électriques utilisent souvent cette expression.

La **résistance équivalente de résistances associées en série** est :

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

(6.6)

Résistance équivalente d'une association en série de résistances

Cette relation indique que la résistance équivalente d'une association en série de résistances est égale à la somme numérique de ces résistances et que sa valeur est toujours supérieure à celle de toutes ces résistances.

Si on examine l'équation 6.3, on voit que le dénominateur dans le membre droit de celle-ci correspond à la somme algébrique simple des résistances externe et interne, ce qui concorde avec le fait que ces dernières sont associées en série dans la figure 6.1 a).

Si le filament de l'une des ampoules électriques apparaissant dans la figure 6.3 se rompait, le circuit ne serait plus fermé (il serait donc ouvert), et la deuxième ampoule cesserait aussi de fonctionner. Il s'agit là d'un trait général d'un circuit en série : si le circuit devient ouvert à cause d'un élément d'une série, tous les éléments cessent de fonctionner.

Testez-vous !

6.2

Après la fermeture de l'interrupteur dans le circuit qu'il illustre la figure 6.4 a), il n'y a pas de courant dans R_2 , parce que le courant peut suivre une autre trajectoire, exempte de résistance, qui passe par l'interrupteur. Il y a du courant dans R_1 , que mesure l'ampèremètre (un appareil de mesure du courant) situé dans le bas du circuit. Si on ouvre alors l'interrupteur (voir la figure 6.4 b), il y aura du courant dans R_2 . Qu'adviennent-il de la valeur mesurée par l'ampèremètre lorsqu'on ouvre l'interrupteur ?

- a) Elle augmente.
b) Elle diminue.
c) Elle demeure la même.

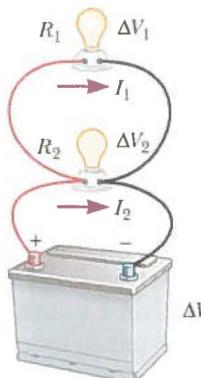
On examine maintenant le cas où deux résistances sont associées en parallèle, comme le montre la figure 6.5. Il est à noter que les deux résistances sont directement

Figure 6.5

Deux ampoules électriques de résistance R_1 et R_2 , respectivement, sont associées en parallèle. Les trois diagrammes sont équivalents.

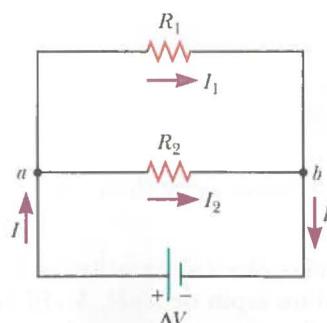
a

Deux résistances associées en parallèle à une pile.



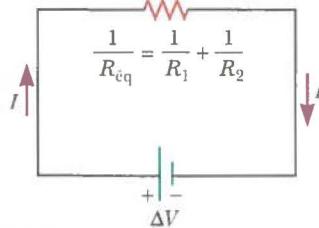
b

Un circuit où les deux résistances sont associées en parallèle à une pile.



c

Un circuit avec une résistance équivalente des résistances associées en parallèle.



Méfiez-vous !

6.3

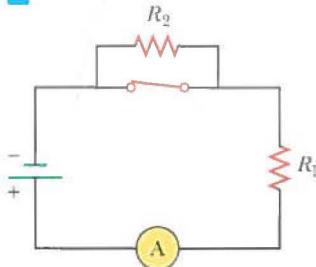
L'impact d'une modification

Une modification d'une seule partie d'un circuit peut entraîner des conséquences dans tout le circuit. Par exemple, si on change une seule résistance dans un circuit comportant plusieurs résistances et plusieurs piles, il se peut très bien que tous les courants du circuit ainsi que les tensions entre les bornes de tous les éléments soient modifiés.

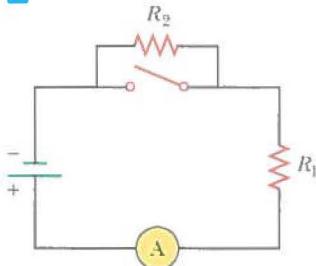
Figure 6.4

Que se produit-il lorsqu'on ouvre l'interrupteur ?

a



b



Méfiez-vous !
6.4
Le courant ne suit pas la trajectoire de la plus faible résistance

Des étudiants ont peut-être déjà entendu un énoncé similaire à celui-ci: « le courant suit la trajectoire de la plus faible résistance », lorsqu'il est question d'une association en parallèle de trajectoires de courant dans laquelle plus d'une trajectoire s'offre au courant. Un tel énoncé est inexact. Le courant suit toutes les trajectoires possibles. Ce sont les trajectoires offrant la plus faible résistance que suivent les courants les plus intenses, mais même les trajectoires offrant les résistances les plus élevées sont empruntées par une partie du courant total. En théorie, quand un courant peut suivre une trajectoire à résistance nulle ou une trajectoire à résistance finie, la totalité du courant va prendre la trajectoire à résistance nulle, sauf qu'une telle trajectoire est strictement théorique.

reliées aux bornes de la pile. Il s'ensuit que les différences de potentiel dans ces résistances sont identiques:

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

où ΔV est la tension entre les bornes de la pile.

Lorsque les charges atteignent le point *a* dans la figure 6.5 b), elles se séparent en deux groupes : le premier groupe se dirige vers R_1 et le deuxième, vers R_2 . Tout point dans un circuit où un courant peut ainsi se diviser constitue un nœud. Par suite d'une telle division, la valeur du courant dans chacune des résistances est inférieure à la valeur du courant qui provient de la pile. Puisque la charge électrique se conserve, le courant I qui arrive au point *a* doit être égal au courant total qui part de ce point:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2}$$

où I_1 est le courant dans R_1 et I_2 , le courant dans R_2 .

Le courant dans la résistance équivalente R_{eq} , dans la figure 6.5 c), est :

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}}$$

où la résistance équivalente a, sur le circuit, le même effet que celui des deux résistances en parallèle, c'est-à-dire que la résistance équivalente reçoit le même courant I de la pile. Si on combine ces équations et qu'on isole I , on constate que la résistance équivalente de deux résistances associées en parallèle est :

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (6.7)$$

où ΔV , ΔV_1 et ΔV_2 ont été supprimées parce qu'elles sont toutes identiques.

Si on applique cette même analyse, la **résistance équivalente de plus de deux résistances associées en parallèle** est :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (6.8)$$

Résistance équivalente de plusieurs résistances associées en parallèle

Cette expression montre que l'inverse de la résistance équivalente de résistances associées en parallèle est égal à la somme des inverses de chacune de ces résistances. De plus, la valeur de la résistance équivalente est toujours inférieure à la valeur de la plus faible résistance du groupe.

Les circuits domestiques sont toujours constitués de telle sorte que les appareils ménagers sont associés en parallèle. Puisque chaque appareil fonctionne indépendamment des autres, si on interrompt le fonctionnement de l'un d'entre eux, les autres peuvent demeurer en marche. En outre, avec de tels circuits, tous les appareils sont assujettis à la même tension.

Examinons le cas des guirlandes électriques utilisées à de nombreuses fins ornementales, comme la décoration d'un sapin de Noël. Au fil des années, on a assisté à la mise en marché de guirlandes électriques à ampoules associées en parallèle et de guirlandes à ampoules associées en série. Vu que les ampoules associées en série

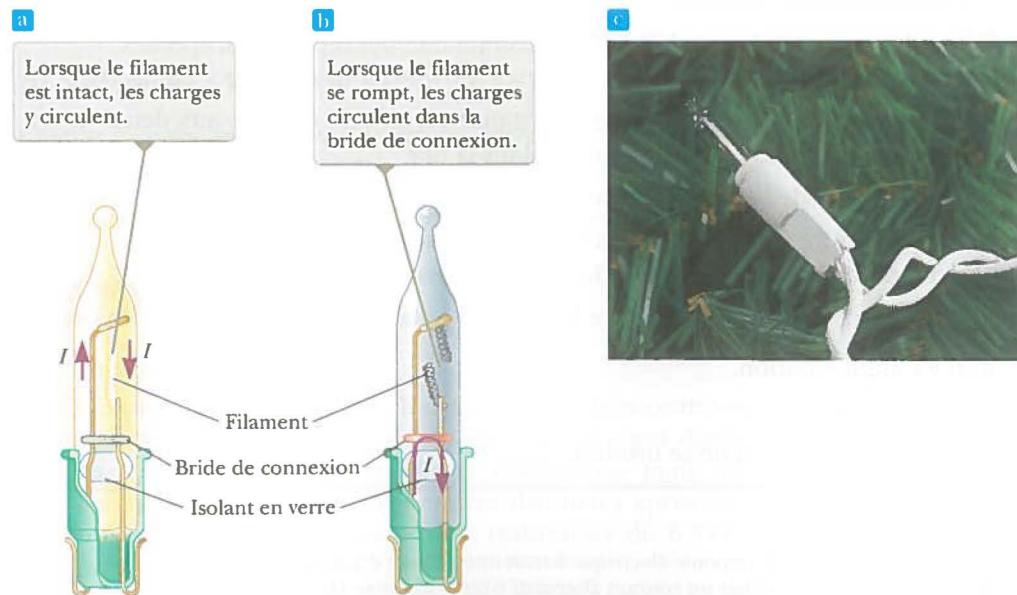
consomment moins d'énergie par ampoule et se maintiennent à une température plus basse, elles sont plus sécuritaires que les ampoules associées en parallèle lorsqu'il s'agit de décorer un sapin de Noël à l'intérieur. Toutefois, si le filament d'une seule ampoule d'une telle guirlande se rompt (ou si l'ampoule est détachée de sa douille), toutes les ampoules de la guirlande cessent de fonctionner. Si les guirlandes électriques à ampoules associées en série ont perdu une grande partie de leur popularité initiale, c'est parce que la recherche d'une ampoule défectueuse était une tâche longue et fastidieuse qui obligeait à faire l'essai d'une ampoule en bon état dans chaque douille d'une guirlande afin de repérer l'ampoule défectueuse.

Dans une guirlande électrique à ampoules associées en parallèle, chaque ampoule fonctionne à une tension de 120 V. Ces ampoules sont conçues pour être plus lumineuses et plus chaudes que celles qui sont associées en série. Il s'ensuit qu'elles sont sensiblement plus dangereuses (elles sont plus susceptibles de déclencher un incendie, par exemple). En revanche, leur avantage est que si une telle ampoule cesse de fonctionner ou est détachée de sa douille, les autres ampoules de la même guirlande continuent de fonctionner.

Pour que la défaillance d'une seule ampoule ne puisse plus empêcher le fonctionnement de toutes les autres, on a mis au point un nouveau type d'ampoules miniatures associées en série. Lorsque le filament d'une de ces ampoules miniatures se rompt, le bris de ce filament représente la plus forte résistance dans la guirlande, qui est même beaucoup plus forte que celle des filaments intacts. Il s'ensuit que la majeure partie de la tension de 120 V s'applique sur l'ampoule au filament rompu. À l'intérieur de cette ampoule, une petite bride de connexion recouverte d'un matériau isolant entoure les brins du filament. Lorsque le filament se rompt et que la tension de 120 V s'applique sur l'ampoule, un arc électrique brûle l'isolant sur la bride et relie entre eux les brins du filament. Cette connexion ferme alors le circuit passant par l'ampoule, même si le filament de cette dernière ne fonctionne plus (voir la figure 6.6).

Figure 6.6

a) L'intérieur d'une ampoule « miniature » moderne utilisée pour la décoration des sapins de Noël. L'ampoule est munie d'une bride de connexion assurant la continuité du courant en cas de rupture du filament. b) Une ampoule décorative dont le filament s'est rompu. c) Une ampoule utilisée pour la décoration des sapins de Noël.



Mettons en contexte

Figure 6.7

Une ampoule à trois intensités d'éclairage.

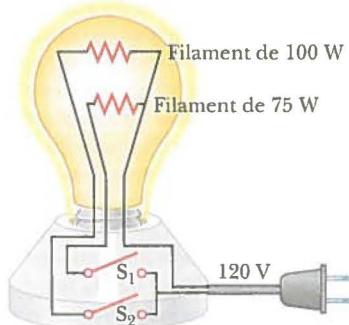
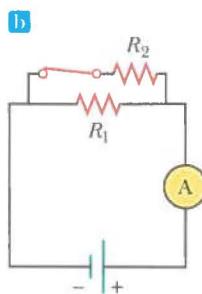
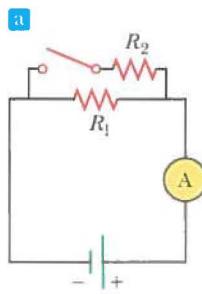


Figure 6.8

Que se produit-il après la fermeture de l'interrupteur?



Le fonctionnement des ampoules à trois intensités

La figure 6.7 illustre la méthode de fabrication d'une ampoule électrique qui offre trois degrés d'intensité lumineuse². La douille de la lampe est munie d'un interrupteur à trois voies permettant de choisir différentes intensités lumineuses. L'ampoule, quant à elle, contient deux filaments. Lorsque la lampe est branchée à une source d'alimentation électrique de 120 V, un filament reçoit une puissance de 100 W, tandis que l'autre filament reçoit 75 W. Les trois intensités lumineuses sont rendues disponibles par l'application de la tension de 120 V soit à l'un des deux filaments, soit à l'autre, soit aux deux filaments en parallèle. Lorsque l'interrupteur S_1 est fermé et que l'interrupteur S_2 est ouvert, le courant est seulement présent dans le filament de 75 W. Quand l'interrupteur S_1 est ouvert et que l'interrupteur S_2 est fermé, le courant n'est présent que dans le filament de 100 W. Lorsque les deux interrupteurs sont fermés, le courant est présent dans les deux filaments, et la puissance totale est de 175 W.

Si les filaments étaient associés en série et que l'un d'eux se rompait, aucune charge ne pourrait passer dans l'ampoule et celle-ci ne s'allumerait pas, peu importe la position de l'interrupteur. Par contre, si les filaments étaient associés en parallèle et que l'un d'eux (par exemple le filament de 75 W) se rompait, l'ampoule continuerait à fonctionner dans deux des trois positions de l'interrupteur, parce qu'un courant serait présent dans l'autre filament (de 100 W).

Testez-vous ! 6.3

Lorsque l'interrupteur du circuit illustré dans la figure 6.8 a) est ouvert, il n'y a pas de courant dans R_2 . Cependant, du courant est présent dans R_1 , et on peut le mesurer au moyen de l'ampèremètre situé du côté droit du circuit. Quand l'interrupteur est fermé (voir la figure 6.8 b), du courant est présent dans R_2 . Qu'adviendra-t-il de la valeur mesurée par l'ampèremètre après la fermeture de l'interrupteur?

- a) Elle augmente. b) Elle diminue. c) Elle demeure inchangée.

Testez-vous ! 6.4

Répondez aux questions A à D en choisissant l'une des réponses proposées ci-dessous.

- A. Dans la figure 6.3, une troisième résistance est ajoutée en série aux deux premières. Qu'adviendra-t-il du courant dans la pile?
- B. Qu'adviendra-t-il de la tension entre les bornes de la pile?
- C. Dans la figure 6.5, une troisième résistance est ajoutée en parallèle aux deux premières. Qu'adviendra-t-il du courant dans la pile?
- D. Qu'adviendra-t-il de la tension entre les bornes de la pile?
- a) Il y a augmentation.
b) Il y a diminution.
c) Aucun changement ne se produit.

2. Le fonctionnement de l'ampoule électrique à trois intensités et d'autres dispositifs et appareils domestiques est, en fait, assuré par un courant alternatif (voir le chapitre 11).

Exemple conceptuel 6.3

UN ÉCLAIRAGE PAYSAGER

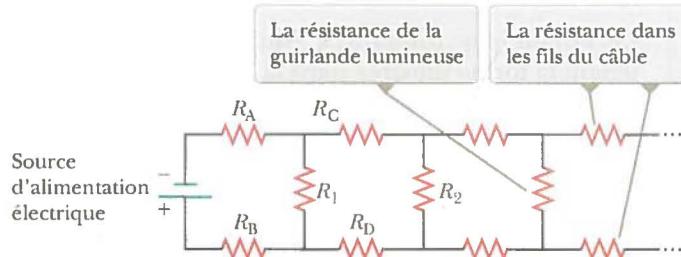
Le propriétaire d'une maison veut installer un éclairage paysager à basse tension dans sa cour. Espérant faire des économies, il achète un câble de calibre 18 peu coûteux, dont la résistance par unité de longueur est relativement élevée. Ce câble est composé de deux fils adjacents séparés par un isolant, à l'instar du cordon d'alimentation électrique d'un appareil ménager. Il pose ce câble, d'une longueur de 50 m, entre la source d'alimentation électrique et le point le plus éloigné où il prévoit d'installer un luminaire. Il fixe des luminaires aux deux fils du câble, à un intervalle de 2 m, de sorte que les luminaires sont associés en parallèle. À cause de la résistance du câble, la luminosité des ampoules électriques utilisées n'est pas celle qui est recherchée. Auquel des problèmes suivants le propriétaire fait-il face? a) Toutes les ampoules électriques sont également moins lumineuses qu'elles le seraient si le propriétaire avait utilisé un câble offrant une plus faible résistance. b) Plus les ampoules électriques sont loin de la source d'alimentation électrique, plus leur luminosité diminue.

SOLUTION

La figure 6.9 présente un schéma de circuit du système décrit ci-dessus. Une résistance horizontale assortie d'une lettre placée en indice (comme R_A) représente la résistance des fils du câble entre les luminaires, tandis qu'une résistance verticale assortie d'un chiffre placé en indice (comme R_1) représente la résistance des luminaires eux-mêmes. Une partie de la tension entre les bornes de la source d'alimentation électrique est perdue dans les résistances R_A et R_B , de sorte que la tension dans le luminaire R_1 est inférieure à la tension entre les bornes. Une autre perte de tension se produit dans les résistances R_C et R_D , si bien que la tension dans le luminaire R_2 est inférieure à celle dans R_1 . Le même phénomène se poursuit le long des autres luminaires, ce qui indique que la bonne réponse est b). Puisque la tension dans chaque luminaire successif s'affaiblit, chacun des luminaires est moins lumineux que le précédent.

Figure 6.9

Un schéma de circuit illustrant l'ensemble des luminaires paysagers associés en parallèle par les deux fils du câble utilisé.



Exemple 6.4

DÉTERMINER LA RÉSISTANCE ÉQUIVALENTE

Quatre résistances sont reliées comme dans la figure 6.10 a).

- A Déterminez la résistance équivalente entre les points *a* et *c*.

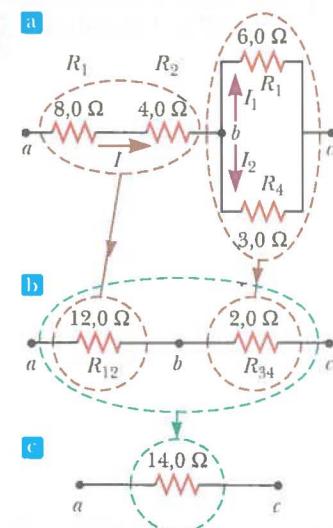
SOLUTION

La conceptualisation

On peut imaginer que des charges affluent dans cette association à partir de la gauche. Toutes les charges doivent passer dans les deux premières résistances, mais elles empruntent alors deux trajectoires distinctes après avoir traversé l'association formée des résistances de $6,0\ \Omega$ et de $3,0\ \Omega$.

Figure 6.10

Le réseau de résistances initial est simplifié et ramené à une seule résistance équivalente.



Exemple 6.4 (suite)**La catégorisation**

En raison du caractère assez simple de l'association de résistances illustrée dans la figure 6.10, on catégorise cet exemple comme l'un de ceux dans lesquels on peut appliquer les règles relatives aux associations de résistances en série et aux associations de résistances en parallèle.

L'analyse

L'association de résistances peut être simplifiée par étapes, comme le montre la figure 6.10.

On détermine la résistance équivalente, entre *a* et *b*, des résistances de $8,0\ \Omega$ et de $4,0\ \Omega$, qui sont associées en série (les cercles de couleur rouge-brun du côté gauche) :

On détermine la résistance équivalente, entre *b* et *c*, des résistances de $6,0\ \Omega$ et de $3,0\ \Omega$, qui sont associées en parallèle (les cercles de couleur rouge-brun du côté droit) :

Le circuit des résistances équivalentes a maintenant la forme illustrée dans la figure 6.10 b). Les résistances de $12,0\ \Omega$ et de $2,0\ \Omega$ sont associées en série (les cercles de couleur verte). On détermine la résistance équivalente entre *a* et *c*:

$$R_{12} = 8,0\ \Omega + 4,0\ \Omega = 12,0\ \Omega$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{6,0\ \Omega} + \frac{1}{3,0\ \Omega} = \frac{3}{6,0\ \Omega}$$

$$R_{34} = \frac{6,0\ \Omega}{3} = 2,0\ \Omega$$

$$R_{eq} = 12,0\ \Omega + 2,0\ \Omega = 14,0\ \Omega$$

- Il s'agit là de la valeur de la résistance équivalente apparaissant dans la figure 6.10 c).

- B** Quel est le courant présent dans chaque résistance si une différence de potentiel de 42 V est maintenue entre *a* et *c*?

SOLUTION

Les courants dans les résistances de $8,0\ \Omega$ et de $4,0\ \Omega$ sont identiques parce que ces résistances sont associées en série. De plus, elles portent le même courant que celui qui serait présent dans la résistance équivalente de $14,0\ \Omega$ si on lui appliquait une différence de potentiel de 42 V .

On utilise l'équation 5.7 ($R = \Delta V/I$) et la réponse à la question A pour déterminer le courant dans les résistances de $8,0\ \Omega$ et de $4,0\ \Omega$:

On pose que les tensions dans les résistances en parallèle de la figure 6.10 a) sont égales afin d'établir une relation entre les courants :

On utilise $I_1 + I_2 = 3,0\text{ A}$ pour déterminer I_1 :

On détermine I_2 :

$$I = \frac{\Delta V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{42\text{ V}}{14,0\ \Omega} = 3,0\text{ A}$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \rightarrow (6,0\ \Omega)I_1 = (3,0\ \Omega)I_2 \rightarrow I_2 = 2I_1$$

$$I_1 + I_2 = 3,0\text{ A} \rightarrow I_1 + 2I_1 = 3,0\text{ A} \rightarrow I_1 = 1,0\text{ A}$$

$$I_2 = 2I_1 = 2(1,0\text{ A}) = 2,0\text{ A}$$

La finalisation

À titre de vérification finale des résultats obtenus, on note que $\Delta V_{bc} = (6,0\ \Omega)I_1 = (3,0\ \Omega)I_2 = 6,0\text{ V}$ et que $\Delta V_{ab} = (12,0\ \Omega)I = 36\text{ V}$; alors, $\Delta V_{ac} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = 42\text{ V}$, comme il se doit.

Exemple 6.5**TROIS RÉSISTANCES EN PARALLÈLE**

Trois résistances sont associées en parallèle, comme le montre la figure 6.11 a). Une différence de potentiel de 18,0 V est maintenue entre les points *a* et *b*.

- A** Calculez la résistance équivalente du circuit.

SOLUTION**La conceptualisation**

La figure 6.11 a) montre qu'il s'agit d'une simple association de trois résistances en parallèle. Il est à noter que le courant I se divise en trois courants I_1 , I_2 et I_3 dans les trois résistances.

La catégorisation

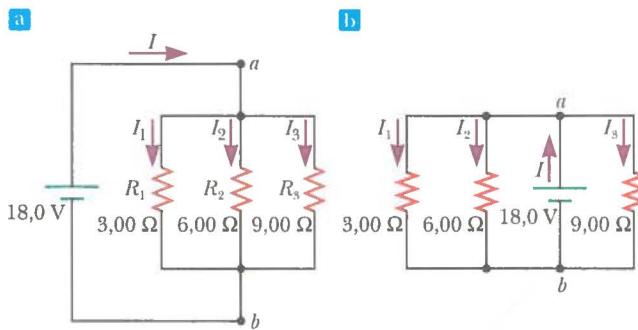
Étant donné que les trois résistances sont associées en parallèle, on peut utiliser l'équation 6.8 pour évaluer la résistance équivalente.

L'analyse

On utilise l'équation 6.8 pour déterminer R_{eq} :

Figure 6.11

a) Trois résistances sont associées en parallèle. La tension dans chaque résistance est de 18,0 V. b) Un autre circuit comprend trois résistances et une pile. Est-il équivalent au circuit décrit en a)?



$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{3,00 \Omega} + \frac{1}{6,00 \Omega} + \frac{1}{9,00 \Omega} = \frac{11,0}{18,0 \Omega}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{18,0 \Omega}{11,0} = 1,64 \Omega$$

- B** Quel est le courant dans chacune des résistances?

SOLUTION

La différence de potentiel dans chaque résistance est de 18,0 V. On se sert de la relation $\Delta V = IR$ pour calculer la valeur des courants:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18,0 \text{ V}}{3,00 \Omega} = 6,00 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18,0 \text{ V}}{6,00 \Omega} = 3,00 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18,0 \text{ V}}{9,00 \Omega} = 2,00 \text{ A}$$

- C** Quelle est la puissance de chaque résistance et la puissance totale de l'association de résistances?

SOLUTION

On applique la relation $P = I^2R$ à chaque résistance, et on utilise les valeurs du courant calculées dans la question B:

$$R_1 : P_1 = I_1^2 R_1 = (6,00 \text{ A})^2 (3,00 \Omega) = 108 \text{ W}$$

$$R_2 : P_2 = I_2^2 R_2 = (3,00 \text{ A})^2 (6,00 \Omega) = 54 \text{ W}$$

$$R_3 : P_3 = I_3^2 R_3 = (2,00 \text{ A})^2 (9,00 \Omega) = 36 \text{ W}$$

La finalisation

Les réponses à la question C révèlent que la résistance la plus faible a la puissance la plus forte. L'addition des valeurs des trois puissances donne une puissance totale de 198 W. On aurait pu obtenir ce résultat final à partir de la réponse à la question A en se servant de la résistance équivalente comme suit: $P = (\Delta V)^2 / R_{\text{eq}} = (18,0 \text{ V})^2 / 1,64 \Omega = 198 \text{ W}$.

Exemple 6.5 (suite)**VARIANTE**

Qu'en serait-il si la forme du circuit était celle indiquée dans la figure 6.11 b) plutôt que celle de la figure 6.11 a)? En quoi les calculs seraient-ils modifiés?

Réponse: Les calculs effectués seraient les mêmes. L'emplacement de la pile est sans importance. Seule compte la configuration électrique. Dans la figure 6.11 b), la pile maintient toujours une différence de potentiel de 18,0 V entre les points *a* et *b*, ce qui signifie que les deux circuits illustrés dans la figure sont électriquement identiques.

6.3 Les lois de Kirchhoff

Il convient de définir quelques termes afin de simplifier l'étude des circuits électriques.

- Un « nœud » est un point du circuit où sont reliés au moins trois fils conducteurs. Tel qu'il est énoncé à la section 6.2, c'est donc aux nœuds que les courants du circuit peuvent se diviser.
- Une « maille » est un parcours fermé dans le circuit.
- Une « branche » est une portion de circuit entre deux nœuds consécutifs.

Comme on le montre dans la section précédente, des associations de résistances peuvent être simplifiées et analysées au moyen de l'expression $\Delta V = IR$ et des règles relatives aux résistances associées en série et aux résistances associées en parallèle. Dans de très nombreux cas, cependant, il n'est pas possible de réduire un circuit à une seule maille à l'aide de ces règles. La méthode d'analyse des circuits plus complexes repose sur le recours aux deux principes énoncés ci-après, qui sont les lois de Kirchhoff.

Loi des nœuds

1. Selon la **Loi des nœuds**, la somme des courants arrivant à un nœud quelconque doit être nulle:

$$\sum_{\text{nœud}} I = 0$$

(6.9)

Loi des mailles

2. Selon la **Loi des mailles**, la somme des différences de potentiel dans tous les éléments de toute maille d'un circuit doit être nulle:

$$\sum_{\text{maille}} \Delta V = 0$$

(6.10)

La loi des nœuds est un énoncé qui porte sur la conservation de la charge électrique. Toutes les charges qui entrent par un point donné dans un circuit doivent quitter ce point, parce qu'une charge ne peut s'accumuler en un point quelconque. Un courant dirigé dans un nœud est indiqué dans la loi des nœuds sous la forme $+I$, tandis qu'un courant dirigé hors d'un nœud est indiqué sous la forme $-I$. L'application de cette loi au nœud apparaissant dans la figure 6.12 a) donne:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

La figure 6.12 b) représente un analogue mécanique de cette situation, où de l'eau s'écoule dans un branchemen exempt de toute fuite. Puisque l'eau ne s'accumule en

aucun point du branchement, le taux d'écoulement dans le branchement à gauche est égal au taux d'écoulement total hors des deux branchements à droite.

La loi des mailles découlle de la loi de conservation de l'énergie. Imaginons qu'une charge se déplace sur une maille d'un circuit. Lorsque la charge revient au point de départ, le système charge-circuit doit avoir la même énergie totale que celle qu'il avait avant le déplacement de la charge. La somme des hausses d'énergie au passage de la charge dans certains éléments du circuit doit être égale à la somme des baisses d'énergie au passage de cette charge dans d'autres éléments. L'énergie potentielle diminue dès que la charge passe par une baisse de potentiel $-IR$ dans une résistance ou lorsqu'elle se déplace dans la direction opposée vers une source de f.e.m. L'énergie potentielle augmente dès que la charge passe de la borne négative d'une pile à sa borne positive.

Pour faciliter l'application de la loi des mailles, on peut s'imaginer qu'on se déplace sur la maille et qu'on examine les modifications du potentiel électrique plutôt que celles de l'énergie potentielle qui sont décrites dans le paragraphe précédent. Par exemple, on imagine qu'on passe par les éléments de circuit, dans la figure 6.13, vers la droite. Les conventions suivantes relatives aux signes s'appliquent lorsqu'on applique la loi des mailles.

- Les charges se déplacent de l'extrême à potentiel élevé d'une résistance vers l'extrême à potentiel faible, de sorte que si la résistance est traversée dans la direction du courant, la différence de potentiel ΔV dans la résistance est $-IR$ (voir la figure 6.13 a).
- Si une résistance est traversée dans la direction opposée à celle du courant, la différence de potentiel ΔV dans la résistance est $+IR$ (voir la figure 6.13 b).
- Si une source de f.e.m. (on suppose qu'elle a une résistance interne nulle) est traversée dans la direction de son orientation (du négatif au positif), la différence de potentiel ΔV est $+\varepsilon$ (voir la figure 6.13 c).
- Si une source de f.e.m. (on suppose que sa résistance interne est nulle) est traversée dans la direction opposée à celle de son orientation (du positif au négatif), la différence de potentiel ΔV est $-\varepsilon$ (voir la figure 6.13 d).

Il y a des limites au nombre de fois qu'il est utile d'appliquer les lois de Kirchhoff dans l'analyse d'un circuit. On peut se servir de la loi des nœuds aussi souvent qu'il est nécessaire, à condition de le faire pour un courant qui n'est pas apparu dans une équation précédente de la loi des nœuds. En général, cela signifie qu'on peut utiliser la loi des nœuds une fois de moins que le nombre de nœuds présents dans le circuit. En revanche, on peut appliquer la loi des mailles aussi souvent qu'il est nécessaire, à condition qu'un nouvel élément de circuit (une résistance ou une pile) ou qu'un nouveau courant apparaisse dans chaque nouvelle équation. Pour résoudre un problème de circuit spécifique, on doit obtenir des deux lois le même nombre d'équations indépendantes que le nombre d'inconnues.

Des réseaux complexes comportant une multitude de mailles et de nœuds donnent lieu à un grand nombre d'équations linéaires indépendantes et, par conséquent, d'inconnues. Dans une telle situation, il peut être utile de recourir à l'algèbre matricielle. Un logiciel peut également servir à résoudre les équations pour obtenir la valeur des inconnues.

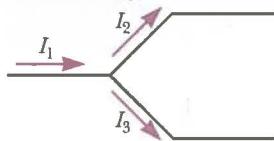
Les exemples suivants illustrent la façon d'utiliser les lois de Kirchhoff. Dans tous les cas, on suppose que le circuit est parvenu à un régime permanent, c'est-à-dire que le courant dans les diverses branches du circuit est constant. Tout condensateur agit comme une branche ouverte dans un circuit, c'est-à-dire que le courant dans la branche contenant le condensateur est nul en régime permanent.

Figure 6.12

- a) La loi des nœuds de Kirchhoff.
- b) Un analogue mécanique de la loi des nœuds.

a

La quantité de charge s'écoulant par les branches situées à droite doit être égale à la quantité de charge arrivant dans la branche unique située à gauche.



b

La quantité d'eau s'écoulant par les branches situées à droite doit être égale à la quantité d'eau arrivant dans la branche unique située à gauche.

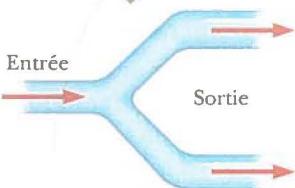
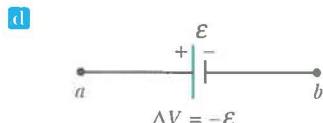
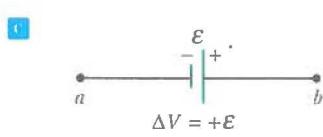
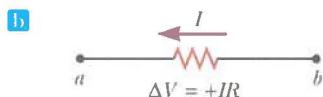
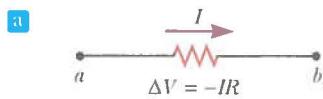


Figure 6.13

Les règles servant à déterminer la différence de potentiel dans une résistance et une pile (on suppose que la pile n'a aucune résistance interne).

Dans chaque diagramme, $\Delta V = V_b - V_a$, et l'élément de circuit est traversé de *a* vers *b*, soit de gauche à droite.



La méthode de résolution de problèmes



Gustav Kirchhoff

Physicien allemand (1824-1887)

Gustav Kirchhoff, professeur à Heidelberg, et Robert Bunsen ont inventé le spectroscope et fondé la science de la spectroscopie. Ils ont découvert le césium et le rubidium, et ils ont conçu la spectroscopie astronomique.

LES LOIS DE KIRCHHOFF

Il est recommandé d'adopter la méthode suivante pour résoudre les problèmes portant sur des circuits qui ne peuvent être simplifiés à l'aide des règles relatives aux résistances associées en série ou en parallèle.

1. La conceptualisation. On étudie le schéma de circuit et on s'assure de reconnaître tous les éléments du circuit. On établit la polarité de chaque pile.

2. La catégorisation. On établit si le circuit peut être simplifié par l'association de résistances en série ou en parallèle. Si c'est le cas, on utilise les techniques décrites dans la section 6.2. Sinon, on applique les lois de Kirchhoff en suivant l'étape d'analyse ci-dessous.

3. L'analyse. On inscrit la valeur de toutes les grandeurs connues et on exprime par un symbole toutes les grandeurs inconnues. On doit attribuer une direction à chaque courant dans chaque partie du circuit. Si l'attribution d'une direction aux courants est arbitraire, il importe de maintenir rigoureusement les directions attribuées lorsqu'on met en œuvre les lois de Kirchhoff.

On applique la loi des nœuds à tous les nœuds du circuit, sauf un. On applique ensuite la loi des mailles au nombre de mailles du circuit qui est nécessaire pour obtenir, en plus des équations relatives à la loi des nœuds, autant d'équations qu'il y a d'inconnues. Pour se conformer à cette loi, on doit choisir une direction à suivre pour parcourir la maille (dans le sens horaire ou antihoraire) et identifier correctement la modification du potentiel en traversant chaque élément. Attention aux signes !

On résout simultanément les équations pour obtenir les grandeurs inconnues.

4. La finalisation. On vérifie les réponses numériques obtenues pour en assurer la concordance. Il ne faut pas s'inquiéter si un des courants obtenus a une valeur négative. Cela signifie simplement que la direction présumée de ce courant était incorrecte, mais que son module, lui, est exact.

Exemple 6.6

UN CIRCUIT À MAILLE UNIQUE

Un circuit à maille unique contient deux résistances et deux piles, comme le montre la figure 6.14 (on néglige la résistance interne des piles). Calculez le courant présent dans le circuit.

SOLUTION

La conceptualisation

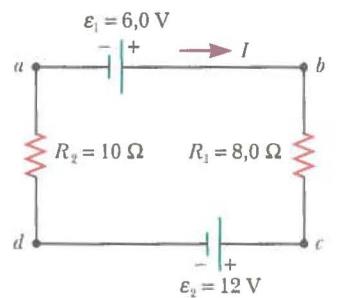
La figure 6.14 montre la polarité de chaque pile et une possible direction du courant.

La catégorisation

On n'a pas besoin de faire appel aux lois de Kirchhoff pour analyser ce circuit simple, mais on les utilise quand même pour voir de quelle façon elles s'appliquent. Puisqu'il n'y a pas de nœud dans ce circuit à une maille, il s'ensuit que le courant est le même dans tous les éléments.

Figure 6.14

Un circuit en série contenant deux piles et deux résistances, où les polarités des piles sont opposées.



Exemple 6.6 (suite)**L'analyse**

On suppose que le courant circule dans le sens horaire, comme le montre la figure 6.14. Si on parcourt le circuit dans le sens horaire, à partir de *a*, on voit ce qui suit: *a* → *b* représente une différence de potentiel de $+\varepsilon_1$; *b* → *c* représente une différence de potentiel de $-IR_1$; *c* → *d* représente une différence de potentiel de $-\varepsilon_2$; *d* → *a* représente une différence de potentiel de $-IR_2$.

On applique la loi des mailles de Kirchhoff à la seule maille du circuit:

On résout l'équation pour obtenir *I* à partir des valeurs indiquées dans la figure 6.14:

$$\sum \Delta V = 0 \rightarrow \varepsilon_1 - IR_1 - \varepsilon_2 - IR_2 = 0$$

$$(1) \quad I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{6,0 \text{ V} - 12 \text{ V}}{8,0 \Omega + 10 \Omega} = -0,33 \text{ A}$$

La finalisation

Le signe négatif accompagnant *I* indique que la direction réelle du courant est contraire à la direction supposée. Les f.e.m., au numérateur, doivent être soustraites l'une de l'autre parce que les piles illustrées dans la figure 6.14 ont des polarités opposées. Les résistances, au dénominateur, s'additionnent parce que les deux résistances sont associées en série.

VARIANTE

Qu'adviendrait-il si la polarité de la pile de 12,0 V était inversée? Quelle en serait l'incidence sur le circuit?

Réponse: On pourrait reprendre les calculs relevant des lois de Kirchhoff. Néanmoins, on examine plutôt l'équation 1 et on la modifie en conséquence. Puisque les polarités des deux piles sont maintenant dans la même direction, les signes accompagnant ε_1 et ε_2 sont les mêmes, et l'équation 1 devient alors:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{6,0 \text{ V} + 12 \text{ V}}{8,0 \Omega + 10 \Omega} = 1,0 \text{ A}$$

Exemple 6.7**UN CIRCUIT À MAILLES MULTIPLES**

Déterminez les courants I_1 , I_2 et I_3 dans le circuit qu'illustre la figure 6.15.

SOLUTION**La conceptualisation**

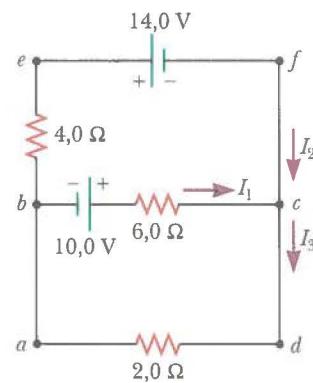
On imagine qu'on réarrange le circuit sans modifier ses caractéristiques électriques. Peut-on le réarranger afin que le circuit consiste dorénavant en simples associations de résistances en série ou en parallèle? On s'aperçoit ici que ce n'est pas possible.

La catégorisation

On ne peut simplifier le circuit à l'aide des règles relatives aux résistances associées en série ou en parallèle (si la pile de 10,0 V était remplacée par un fil allant de *b* à la résistance de $6,0 \Omega$, on pourrait alors simplifier le circuit qui en résulterait). Puisque le circuit n'est pas une simple association de résistances en série et en parallèle, il est nécessaire de faire appel aux lois de Kirchhoff pour résoudre ce problème.

Figure 6.15

Un circuit contenant plusieurs branches.



Exemple 6.7 (suite)**L'analyse**

On choisit arbitrairement les directions des courants telles qu'elles sont indiquées dans la figure 6.15.

On applique la loi des nœuds de Kirchhoff au nœud c :

On a maintenant une équation à trois inconnues: I_1 , I_2 et I_3 . Il y a trois mailles dans le circuit: $abcta$, $befcb$ et $aefda$. On a besoin de seulement deux équations de mailles pour déterminer les courants inconnus (la troisième équation de maille n'apporterait aucune nouvelle information). On choisit de parcourir ces mailles dans le sens horaire. On applique la loi des mailles de Kirchhoff aux mailles $abcta$ et $befcb$:

On résout l'équation 1 pour obtenir I_3 , et on insère sa valeur dans l'équation 2:

On multiplie chaque terme de l'équation 3 par 4 et chaque terme de l'équation 4 par 3:

On additionne l'équation 6 et l'équation 5 pour éliminer I_1 , et on calcule I_2 :

On utilise cette valeur de I_2 dans l'équation 3 pour calculer I_1 :

On utilise l'équation 1 pour calculer I_3 :

$$(1) \quad I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$(2) \quad abcta: 10,0 \text{ V} - (6,0 \Omega)I_1 - (2,0 \Omega)I_3 = 0$$

$$befcb: -(4,0 \Omega)I_2 - 14,0 \text{ V} + (6,0 \Omega)I_1 - 10,0 \text{ V} = 0$$

$$(3) \quad -24,0 \Omega + (6,0 \Omega)I_1 - (4,0 \Omega)I_2 = 0$$

$$10,0 \text{ V} - (6,0 \Omega)I_1 - (2,0 \Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

$$(4) \quad 10,0 \text{ V} - (8,0 \Omega)I_1 - (2,0 \Omega)I_2 = 0$$

$$(5) \quad -96,0 \text{ V} + (24,0 \Omega)I_1 - (16,0 \Omega)I_2 = 0$$

$$(6) \quad 30,0 \text{ V} - (24,0 \Omega)I_1 - (6,0 \Omega)I_2 = 0$$

$$-66,0 \text{ V} - (22,0 \Omega)I_2 = 0$$

$$I_2 = -3,0 \text{ A}$$

$$-24,0 \text{ V} + (6,0 \Omega)I_1 - (4,0 \Omega)(-3,0 \text{ A}) = 0$$

$$-24,0 \text{ V} + (6,0 \Omega)I_1 + 12,0 \text{ V} = 0$$

$$I_1 = 2,0 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2,0 \text{ A} - 3,0 \text{ A} = -1,0 \text{ A}$$

La finalisation

Étant donné que les valeurs calculées de I_2 et de I_3 sont négatives, la direction de ces courants est donc contraire à celle qu'indique la figure 6.15. Les valeurs numériques des courants sont justes. Bien que la direction supposée ait été incorrecte, on doit continuer à utiliser ces valeurs négatives dans les calculs subséquents, parce que les équations ont été établies selon le choix initial de cette direction. Que serait-il advenu si on avait laissé la direction des courants telle qu'elle est indiquée dans la figure 6.15, mais qu'on avait parcouru les mailles dans la direction contraire?

6.4 Les circuits RC

Jusqu'à maintenant, on a analysé des circuits à courant continu dans lesquels le courant est constant. À l'intérieur d'un circuit qui contient des condensateurs, le courant peut varier dans le temps, même si l'alimentation provient d'une source de tension continue. Un circuit dans lequel une résistance et un condensateur sont associés en série porte le nom de «circuit RC».

La charge d'un condensateur

La figure 6.16 montre un circuit RC simple en série. On suppose que le condensateur dans ce circuit est initialement non chargé. Il n'y a pas de courant pendant