Vorlage

N. Egger

30. Juli 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Risse

Ursachen:

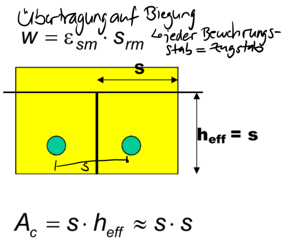
- zu rasches Austrocknen
- Temperatureinwirkungen
- Schwinden
- Lasteinwirkung
- Aufgezwungene oder behinderte Verformung
- Frosteinwirkung

Anforderungen

- Normale Anforderungen: bei Erreichen von f_{ctd}: $\sigma_s \leqslant f_{sd} \rightarrow$ sprödes Versagen verhindern (Mindestbewehrung) & aufgezwungene und behindernde Verformungen begrenzen
- Erhöhte Anforderungen (gute Rissverteiung): $\sigma_s \leqslant f_{sd} \rightarrow$ Mindestbewehrung & $\sigma_s \leqslant f_{sd} - 80N/mm^2 \rightarrow$ Fliessen der Bewehrung häufiger Lastfälle verhindern & $\sigma_s \leqslant \sigma_{s,adm} \rightarrow$ um Rissbreiten (w_{nom} = 0.5 mm) aufgezwungener und behinderter Verformungen oder qs Lasten begrenzen
- Hohe Anforderungen (Rissbreitenbegrenzung für ständige & qs Lastfälle): $\sigma_s \leqslant f_{sd} \rightarrow$ Mindestbewehrung & $\sigma_s \leqslant f_{sd} - 80N/mm^2 \rightarrow$ Fliessen der Bewehrung häufiger Lastfälle verhindern & $\sigma_s \leqslant \sigma_{s,adm} \rightarrow$ um Rissbreiten (w_{nom} = 0.2 mm) aufgezwungener und behinderter Verformungen oder qs Lasten begrenzen

1.1 Zugelement

Bemerkung	Formel	Einheit
Bewehrungsquerschnitt	$A_s = n_s \cdot \pi \cdot \frac{\oslash^2}{4}$	[mm]
Bewehrungsgehalt	$\rho = \frac{A_s}{A}$	
Betonquerschnitt	$A_c = A - A_s = A \cdot (1 - \rho)$	[mm]
Querschnittsbeiwert	$n = \alpha = \frac{E_s}{E_c}$	
Ideellerquerschnitt	$A_i = (A - A_s) + n \cdot A_s = A_c + n \cdot A_s = A \cdot (1 + \rho \cdot (n-1))$	[mm]
Rissbreite	$w = \int (\varepsilon_s - \varepsilon_c) dx \approx \frac{\oslash}{8 \cdot \rho} \frac{f_{ct}}{E_s}$	[mm]
$\rightarrow$ mit $\rho = \frac{f_{ct}}{\sigma_s^{LI}}$	$w = \frac{\oslash}{8} \frac{\sigma_s^{LI \cdot 2}}{f_{ct} \cdot E_s}$	[mm]
	$\Rightarrow \sigma_s = \sqrt{\frac{8 \cdot f_{ck} \cdot E_s \cdot w}{\oslash}}$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
Rissabstand	$1 l_b \leqslant S_r \leqslant 2 l_b$	[mm]
Risslast	$N_r = f_{ct} \cdot A_i$	[kN]
$\rightarrow$ erf. $A_{s,min}$		

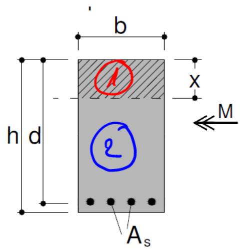


$\rightarrow$ je höher f_{ck} (f_{ct}), desto höher $A_{s,min}$ ($A_{s,Riss}$)
Rissbildung an der schwächsten Stelle
$\rightarrow$ mehr Bewehrung $\Rightarrow$ kleienr l_b, kleiner w, mehr kleine Risse pro Meter
grosse $\oslash$ weniger effektiv $\rightarrow$ gr. Rissbreite

1.2 Querschnittsanalysen, reine Biegung

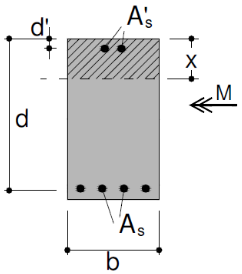
1.2.1 Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung

Bemerkung	Formel	Einheit
Spannungsberechnung	$E_{cm\infty} = \frac{E_{cm,0}}{1+\varphi}$ und $n = \frac{E_s}{E_{cm\infty}}$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
Statisches Moment	$S_i = 0 = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - (d-x) \cdot n \cdot A_s$	$[mm^3]$
S_i der ideellen Fläche muss bez. der neutralen Achse Null sein		
Druckzonenhöhe	$x = n \cdot \frac{A_s}{b}\left(\sqrt{1+\frac{2bd}{nA_s}}-1\right)$	[mm]
→ aus Bedigung S_i=0		
Flächenmoment	$I_{Rechteck,i} = \frac{b \cdot x^3}{3} + nA_s(d-x)^2$	$[mm^4]$
Verträglichkeitsbedingung	$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d-x}{x} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x}\varepsilon_c$	
	$E_s \cdot \varepsilon_s = \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_c \frac{d-x}{x} = n \cdot \sigma_c \frac{d-x}{x}$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
Stahlspannung	$\sigma_s = n\frac{M}{I_i}(d-x)$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
	$\sigma_s = \frac{M}{0.9 \cdot d \cdot A_s}$	



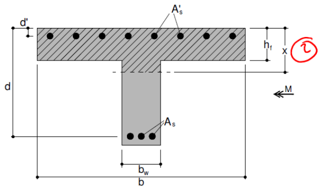
1.2.2 Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung

Bemerkung	Formel
Spannungsberechnung	$E_{cm\infty} = \frac{E_{cm,0}}{1+\varphi}$ und $n = \frac{E_s}{E_{cm\infty}}$
Statisches Moment	$S_i = 0 = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} + n \cdot A_s'(x-d') - (d-x) \cdot n \cdot A_s$
S_i der ideellen Fläche muss bez. der neutralen Achse Null sein	
Druckzonenhöhe	$x = n \cdot \frac{A_s+A_s'}{b}\left(\sqrt{1+\frac{2bd}{n}\frac{A_s+A_s'\frac{d'}{d}}{(A_s+A_s')^2}}-1\right)$
→ aus Bedigung S_i=0	
Flächenmoment	$I_{Rechteck,i} = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s'(x-d')^2 + n \cdot A_s(d-x)^2$
Verträglichkeitsbedingung	$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d-x}{x} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x}\varepsilon_c$
	$E_s \cdot \varepsilon_s = \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_c \frac{d-x}{x} = n \cdot \sigma_c \frac{d-x}{x}$
Stahlspannung	$\sigma_s = n\frac{M}{I_i}(d-x)$

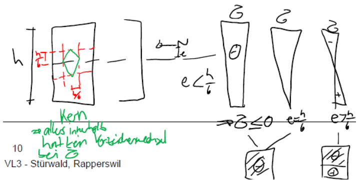


1.2.3 Plattenbalkenquerschnitt

Bemerkung	Formel
abklären ob x ⩽ h_f oder x > h_f	$S_i(x=h_f) = b \cdot \frac{h_f^2}{2} + n \cdot A_s'(h_f-d') - n \cdot A_s(d-h_f)$
1 S_i (x = h_f) > 0 → Berechnen am Rechteck QS	
2 S_i (x = h_f) < 0 → Berechnen am Plattenbalken QS (Druck bis in Steg)	
falls Plattenbalken: Statisches Moment	$S_i = 0 = (b-b_w)h_f\left(x-\frac{h_f}{2}\right) + \frac{b_w \cdot x^2}{2} + n \cdot A_s'(x-d') - n \cdot A_s(d-x) \rightarrow x$
Flächenmoment	$I_i = (b-b_w)\frac{h_f^3}{12} + (b-b_w)h_f\left(x-\frac{h_f}{2}\right)^2 + \frac{b_w \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s'(x-d')^2 + n \cdot A_s(d-x)^2$
Verträglichkeitsbedingung	$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d-x}{x} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x}\varepsilon_c$
	$E_s \cdot \varepsilon_s = \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_c \frac{d-x}{x} = n \cdot \sigma_c \frac{d-x}{x}$
Stahlspannung	$\sigma_s = n\frac{M}{I_i}(d-x)$

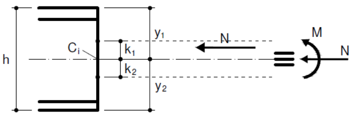


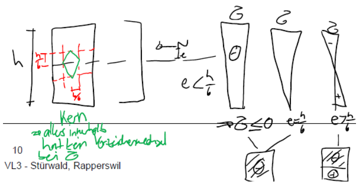
1.3 Biegung mit Normalkraft



Kernweiten: $k_{1/2} = \frac{I_i}{A_i \cdot y_{2/1}} = \frac{W_y}{A} = \frac{\frac{b \cdot h^2}{6}}{b \cdot h}$ [m]
Exzentrizität: $e = -\frac{M}{N}$ [mm]

1.3.1 Druck, kleine Exzentrizität

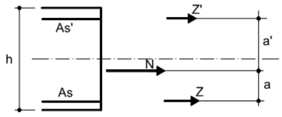




Greift N im Kern an, kann die Ausmitte vernachlässigt werden → zentrischer Druck

Bemerkung	Formel	Einheit
Spannung	$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c = \frac{N}{A_i} \pm \frac{M}{I_i} y$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
	$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = n \cdot \sigma_c$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
Steifigkeit	$EI = E_{cm} \cdot I_i = EI^1$	

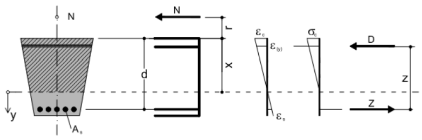
1.3.2 Zug mit kleiner Ausmitte



falls N innerhalb Bewehrungslagen → Steifigkeit allein durch Stahl bestimmt

Bemerkung	Formel	Einheit
Steifigkeit	$EI = E_s \cdot I_s = EI^{II}$	
Spannung	$\sigma_s = \frac{N}{A_s} \frac{a'}{a+a'}$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
	$\sigma_s' = \frac{N}{A_s'} \frac{a'}{a+a'}$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$

1.3.3 Druck und Zug, grosse Exzentrizität



Greift N nicht im Kern an, kann die Ausmitte nicht vernachlässigt werden → e>k

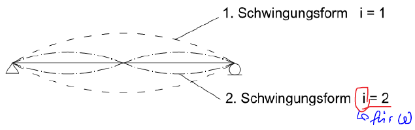
Bemerkung	Formel	Einheit
Lage der Nullachse	$r + x = \frac{I_i}{S_i}$	[mm]
	→ Gleich nach x auflösen, so dass $S_i = 0$	
Für Rechteck	$r + x = \frac{\frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s (d-x)^2}{\frac{b \cdot x^2}{2} - n \cdot A_s (d-x)}$	[mm]
Spannung	$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c = \frac{N(r+x)}{I_i} \cdot x$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
	$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = n \cdot \frac{N(r+x)}{I_i} \cdot (d-x)$	$\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$
Steifigkeit	$EI = E_{cm} \cdot I_i = EI^{II}$	

2 Schwingungen

2.1 Eigenfrequenz

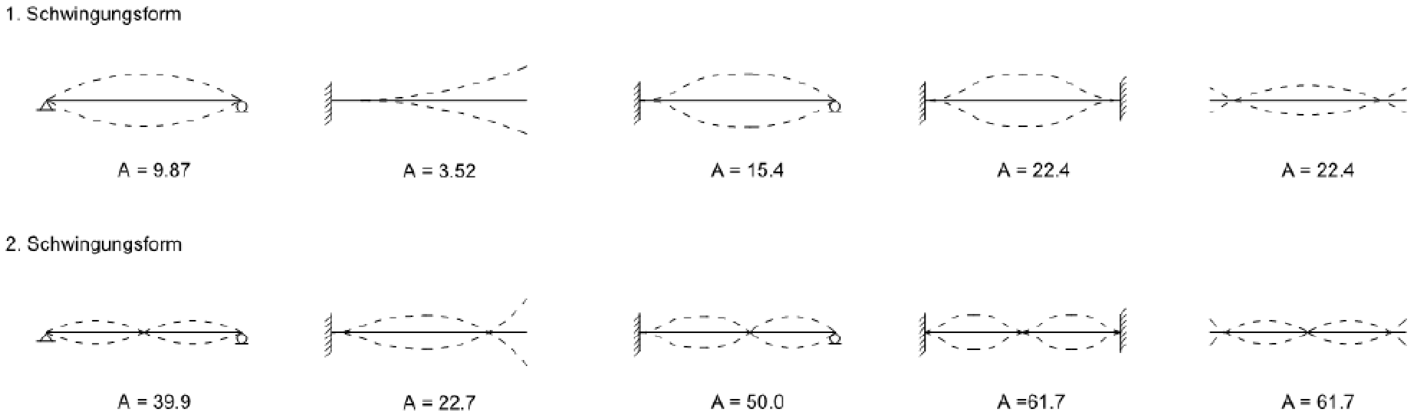
Balken mit konstanter Biegesteifigkeit

$f = \frac{\omega}{2\pi}$	$[\mathrm{Hz}][\frac{1}{s}]$	Frequenz
$\omega = \frac{i^2\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}$	$[\frac{rad}{sec}]$	Kreisfrequenz i = Schwingungsform EI = K = Federsteifigkeit m = Masse pro Längeneinheit $m = \frac{g[kN/m']}{9.61[m/s^2]}$

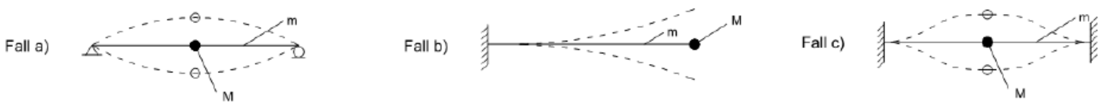


Balken mit gleichmässig verteilter Masse

$\omega = \frac{A}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}$	$[\frac{rad}{sec}]$	Kreisfrequenz $A = i^2 \cdot \pi^2$



Balken mit verteilter Masse und konzentrierter Einzelmasse

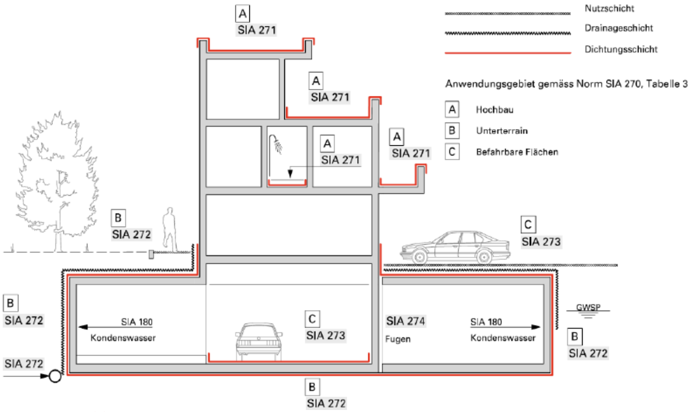


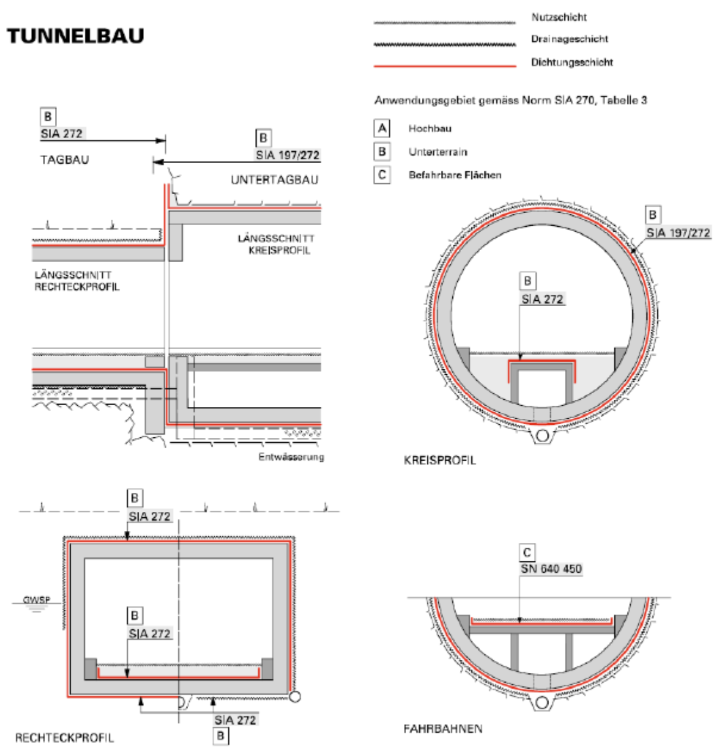
$$\omega = \sqrt{\frac{48 \cdot EI}{l^3 \cdot (M + 0.5 \cdot m \cdot l)}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{3 \cdot EI}{l^3 \cdot (M + 0.23 \cdot m \cdot l)}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{196 \cdot EI}{l^3 \cdot (M + 0.375 \cdot m \cdot l)}}$$

- je länger, desto kleinere Frequenz
- je weicher, desto kleiner Frequenz

- + Eigenfrequenz, je mehr Freiheitsgrade der Auflager blockiert
- Systemlänge geht quadratisch ein → Verkürzung des Systems = höhere Eigenfrequenz
- Biegesteifigkeit geht als Wurzel ein → höhere Biegesteifigkeit EI = nur kleine Erhöhung der Eigenfrequenz

3 Dichtheit





SIA 270ff & Vorlesung 10 Folie 8

4 Verformungen

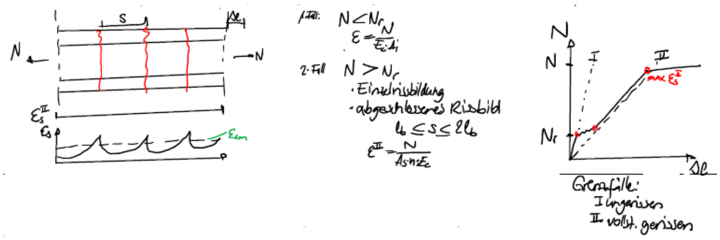
4.1 Verformung am Zugstab

Gerissen: (N > N$_r$)

Dehnung (Grenzfall im Riss):	$\varepsilon^{II} = \frac{N}{A_s \cdot n \cdot E_c}$
Verformung (obere Schranke):	$\Delta l = l_0 \varepsilon^{II}$
Mitwirkung zwischen den Rissen	
Kriechen:	kein Einfluss, da keine Druckbeanspruchung im Beton

Ungerissen: (N < N$_r$)

Dehnung:	$\varepsilon = \frac{N}{A_i \cdot E_c}$
Verformung:	$\Delta l = l_0 \varepsilon$
Schwinden:	Verformung



Vorlesung 07, Folie 5 (Kriechen. Schwinden, Tension Stiffening, Durchbiegung), SIA 260 Durchbiegung berechnen