Вершинное покрытие

Алгоритм

Что такое вершинное покрытие

Вершинное покрытие — это множество S вершин графа, такое что, у каждого ребра графа хотя бы один из концов входит в S.

Задача о вершинном покрытии:

Найти минимальное по размеру вершинное покрытие (или указать одно из них).

Лучшая оценка (на текущий момент) приближенного алгоритма

$$2-\Theta\left(\frac{1}{\sqrt{log|V|}}\right)$$
, где $V-$ количество вершин

A better approximation ratio for the Vertex Cover problem George Karakostas, 2004

Оптимальный приближенный алгоритм

- 1. S:={∅}
- 2. Выбираем случайное ребро графа
- 3. Добавляем в решение S оба конца ребра
- 4. Удаляем из графа все ребра, инцидентные концам ребра
- 5. Если остались ребра, возвращаемся к шагу 2

Доказательство правильности

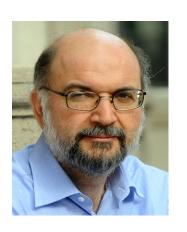
- 1. На каждом шагу происходило удаление только покрытых ребер
- 2. Мы повторяли данную итерацию до удаления всех ребер в графе.
- 3. Все ребра удалены ⇒ все ребра покрыты

Оценка ошибки

Все рассматриваемые алгоритмом ребра не имеют общих вершин.

Следовательно, для каждого из этих рёбер в оптимальное решение **T** должна входить хотя бы одна вершина. Это значит, что **2|T|>=|S|**, где **S** - наше решение.

История



1974 г.



Mihalis Yannakakis

Fanica Gavril

Papadimitriou, Christos H.; Steiglitz, Kenneth (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover.

Вершинное покрытие

Батов Никита