

Вершинное покрытие

Алгоритм

Что такое вершинное покрытие

Вершинное покрытие — это множество S вершин графа, такое что, у каждого ребра графа хотя бы один из концов входит в S .

Задача о вершинном покрытии:

Найти минимальное по размеру вершинное покрытие (или указать одно из них).

Лучшая оценка (на текущий момент) приближенного алгоритма

$$2 - \Theta\left(\frac{1}{\sqrt{\log |V|}}\right), \text{ где } V - \text{ количество вершин}$$

A better approximation ratio for the Vertex Cover problem
George Karakostas, 2004

Оптимальный приближенный алгоритм

1. $S := \{\emptyset\}$
2. Выбираем случайное ребро графа
3. Добавляем в решение S оба конца ребра
4. Удаляем из графа все ребра, инцидентные концам ребра
5. Если остались ребра, возвращаемся к шагу 2

Доказательство правильности

1. На каждом шагу происходило удаление только покрытых ребер
2. Мы повторяли данную итерацию до удаления всех ребер в графе.
3. Все ребра удалены \Rightarrow все ребра покрыты

Оценка ошибки

Все рассматриваемые алгоритмом ребра не имеют общих вершин.

Следовательно, для каждого из этих рёбер в оптимальное решение T должна входить хотя бы одна вершина. Это значит, что $2|T| \geq |S|$, где S - наше решение.

История



Mihalis Yannakakis

1974 г.



Fanica Gavril

Papadimitriou, Christos H.; Steiglitz, Kenneth (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover.

Вершинное покрытие

Батов Никита