

# Tarefa: implementação de convolução e correlação

**Disciplina:** Análise e Reconhecimento de Formas - MAC5749 / IME-USP

**Professor:** Roberto Marcondes Cesar Jr.

## 1 Implementação

O código está disponível no arquivo **exercicio1.py** e foi implementado em linguagem Python. Para o cálculo das operações de convolução e correlação foi utilizada a biblioteca científica *Numpy*. Já para a construção dos gráficos das funções, foi utilizada a biblioteca *Matplotlib*.

## 2 Gráficos

### 2.1 Definições

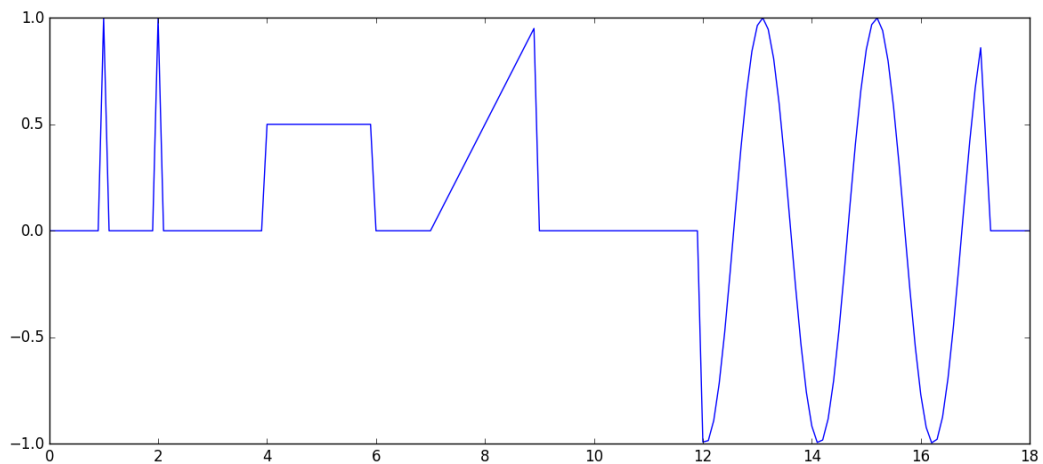


Figura 1: gráfico da função  $h(t)$

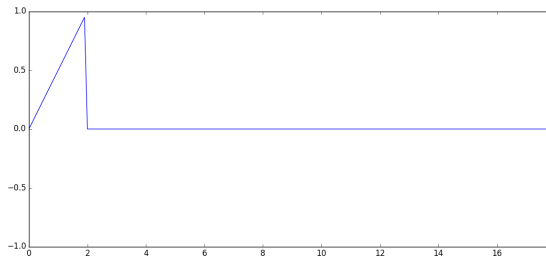


Figura 2: gráfico da função rampa  $g_1(t)$

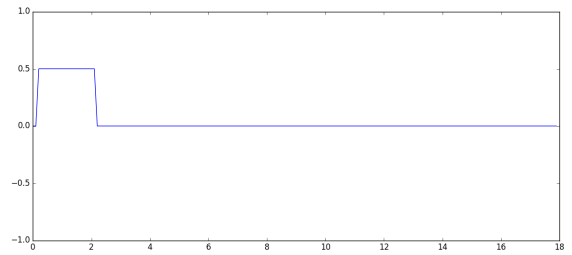


Figura 3: gráfico da função platô  $g_2(t)$

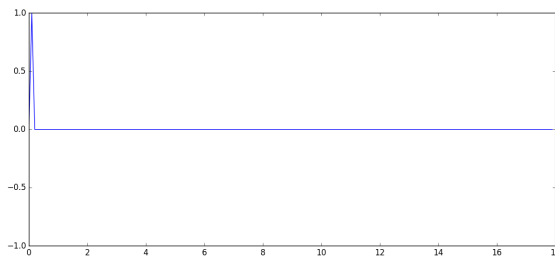


Figura 4: gráfico da função pulso  $g_3(t)$

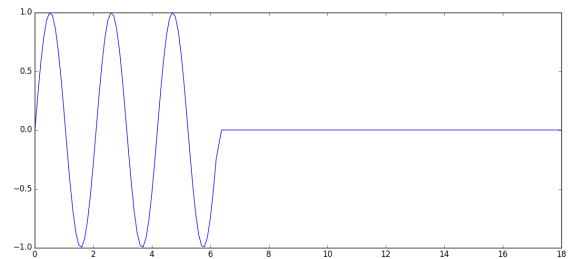


Figura 5: gráfico da função seno  $g_4(t)$

## 2.2 Operações de convolução

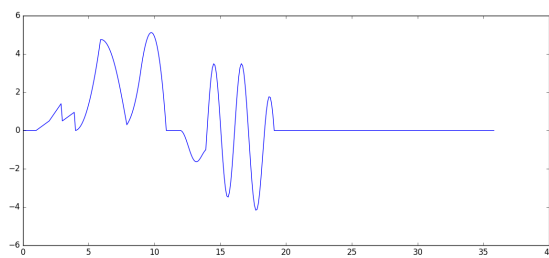


Figura 6: gráfico de  $(h * g_1)(t)$

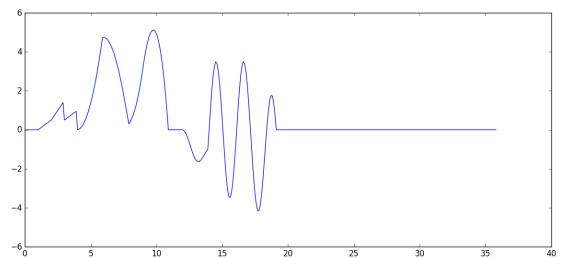


Figura 7: gráfico de  $(g_1 * h)(t)$

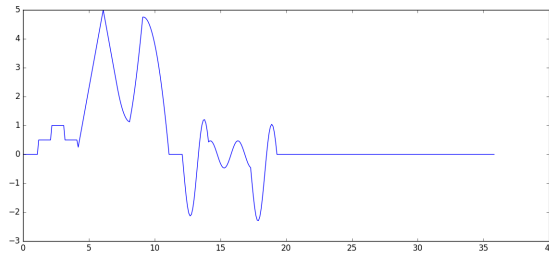


Figura 8: gráfico de  $(h * g_2)(t)$

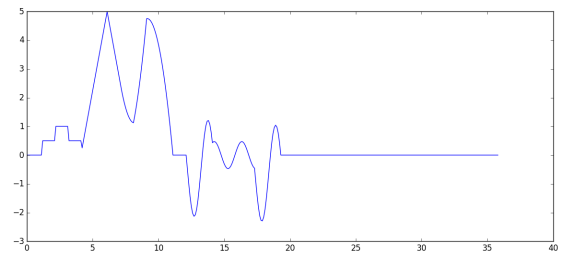


Figura 9: gráfico de  $(g_2 * h)(t)$

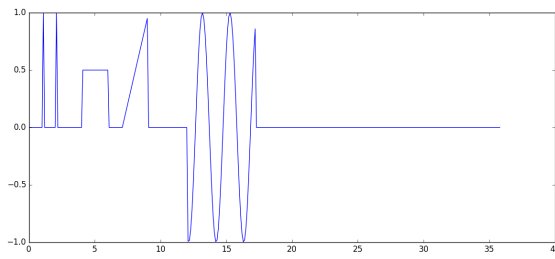


Figura 10: gráfico de  $(h * g_3)(t)$

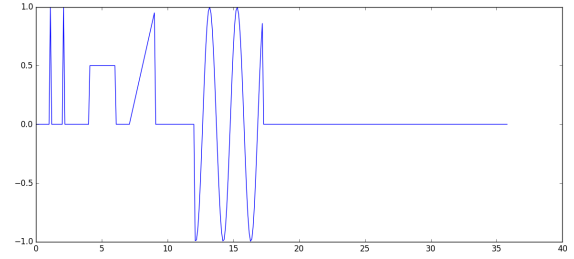


Figura 11: gráfico de  $(g_3 * h)(t)$

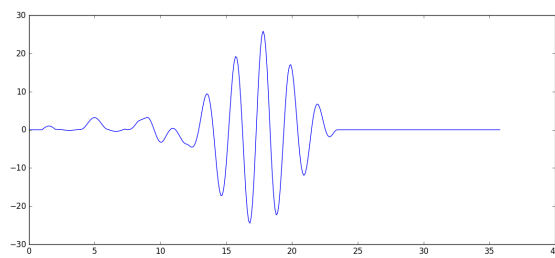


Figura 12: gráfico de  $(h * g_4)(t)$

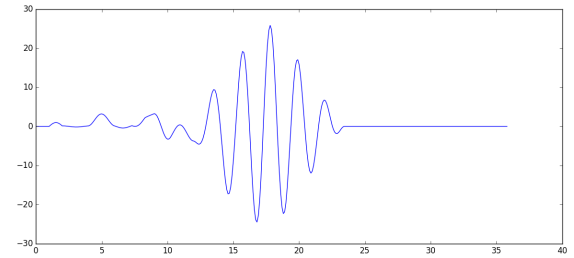


Figura 13: gráfico de  $(g_4 * h)(t)$

## 2.3 Operações de correlação

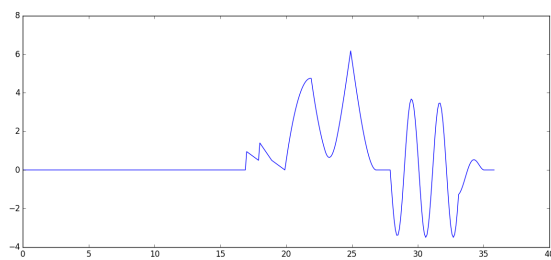


Figura 14: gráfico de  $(h \circ g_1)(t)$

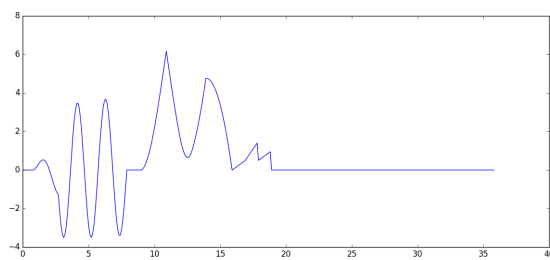


Figura 15: gráfico de  $(g_1 \circ h)(t)$

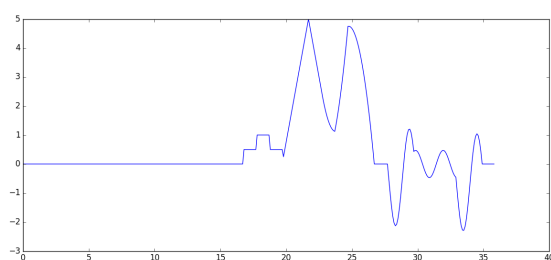


Figura 16: gráfico de  $(h \circ g_2)(t)$

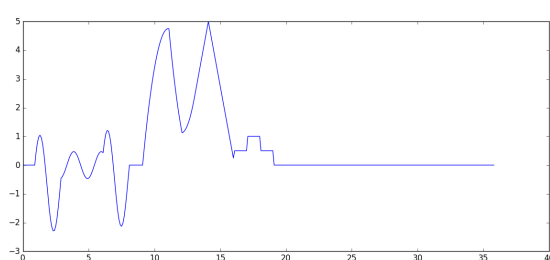


Figura 17: gráfico de  $(g_2 \circ h)(t)$

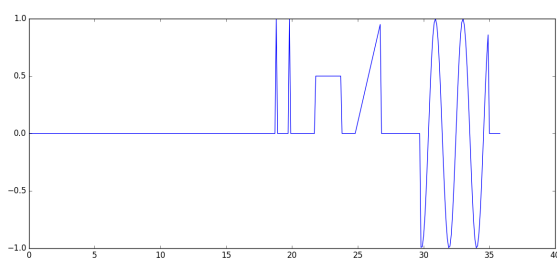


Figura 18: gráfico de  $(h \circ g_3)(t)$

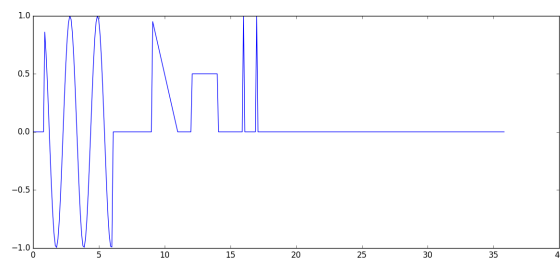


Figura 19: gráfico de  $(g_3 \circ h)(t)$

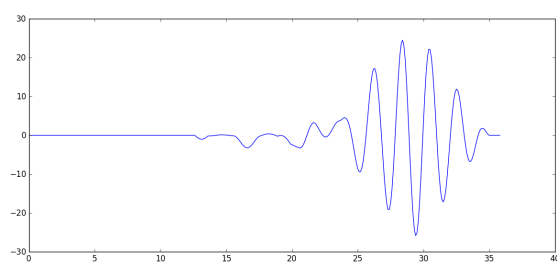


Figura 20: gráfico de  $(h \circ g_4)(t)$

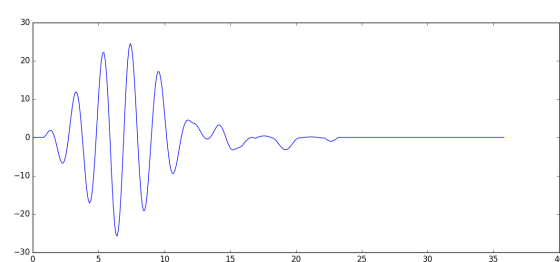


Figura 21: gráfico de  $(g_4 \circ h)(t)$

## 3 Interpretação

### 3.1 Resultados da convolução

Um primeiro fato que pode ser depreendido dos gráficos gerados é que o sinal resultante de uma convolução é invariante à ordem com que os sinais de entrada convoluem.

No caso da convolução de  $h$  com  $g_1$ , podemos observar que a interação de  $g_1(\tau - t)$  com os dois pulsos no início de  $h$  tende a formar um sinal semelhante à entrada  $g_1$ , conforme o valor de  $\tau$  é incrementado, dado que a rampa é invertida na convolução. No entanto, a reprodução não é perfeita, uma vez que os pulsos estão muito próximos, provocando interferência no resultado. Em relação à interação de  $g_1$  com o platô, podemos ver um sinal resultante simétrico, como esperado. Já quanto à rampa presente em  $h$ , notamos que no casamento com  $g_1$  o sinal resultante é máximo. Em relação à interação com o seno presente em  $h$ , os trechos semelhantes são atenuados pela participação de valores negativos em  $h$ .

Na convolução entre  $h$  e  $g_2$ , notamos que a reflexão de  $g_2$  não é relevante para o resultado, dado que o sinal é simétrico. Percebemos ainda que a interação de  $g_2$  com os pulsos de  $h$  produz uma “escada”, uma vez que ambos contribuem simultaneamente por um determinado intervalo no sinal resultante. Como esperado, o pico máximo ocorre no encaixe de  $g_2$  com o platô de  $h$ , enquanto o seno fica bastante atenuado pela presença concomitante de valores positivos e negativos nos trechos cobertos por  $g_2$ .

No caso de  $h$  com  $g_3$ , o resultado é consistente com a teoria. Como  $g_3$  se comporta quase como um  $\delta$  de Dirac, decorre que o sinal resultante é o próprio  $h$ , pois tudo o que está sendo feito na prática é multiplicar cada ponto da função por uma unidade.

Por fim, na convolução entre  $h$  e  $g_4$ , percebemos o efeito atenuador da interação de um sinal periódico com sinais não periódicos. Novamente, o ponto máximo da convolução se dá quando há um casamento entre  $g_4$  e o seno contido em  $h$ .

### 3.2 Resultados da correlação

Na correlação, ao contrário da convolução, não há comutatividade. No entanto, como os valores de  $g_i$  e  $h$  são reais, vale que  $(g_i \circ h)(\tau) = (h \circ g_i)(-\tau)$ , o que pode ser observado nos gráficos gerados. Além disso, na correlação o sinal deslocado por  $\tau$  não é invertido como na convolução, o que implica uma aparente inversão de direção no sinal resultante.

Assim, em comparação com a convolução, as correlações entre os sinais  $g_i$  com  $h$  não apresentam nenhuma outra característica particular além das já mencionadas. Talvez a única exceção seja a correlação entre  $g_1$  e  $h$ . Nesse caso, além de observarmos o efeito de “mudança de direção” na interação da rampa com os pulsos de  $h$ , o fato de  $g_1$  não ter o sinal invertido na correlação faz com que o casamento entre  $g_1$  e a rampa contida em  $h$  gere uma forma distinta em comparação com a convolução, isto é, um pico simétrico.