

# Lab2 : Méthode des faisceaux

El Mahdi Chayti

March 4, 2019

**Objectif :** Minimiser une fonction  $F$  sur un ensemble  $\mathbf{X}$

**La méthode des faisceaux :**

On a vu dans le cours l'algorithme des faisceaux qui consiste à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\substack{x, \alpha \\ \alpha \geq F(x_i) + \langle s_i, (x - x_i) \rangle \\ \forall x_i \in \mathbf{X} \text{ and } \alpha \in \mathbf{R}}} \alpha + t \|x - x_h^*\|^2$$

Avec  $x_h^*$  étant la meilleure solution connue à l'étape  $h$  de l'algorithme.

On not également :

$x_h$  et  $LB_h$  la solution optimale de l'algorithme à l'itération  $h$ .

$\eta$  un paramètre qui indique si la fonction s'améliore ou pas (au sens de la minimisation)

$\epsilon$  une tolérance d'optimalité.

Alors l'algorithme du faisceau est comme suit :

À l'étape  $h$  de l'algorithme

1 - Résoudre le problème de minimisation du sous-estimateur (problème ci-haut) pour ainsi avoir  $x_h$  et  $LB_h$ .

2 - On calcule alors la prédiction du sous estimateur, à savoir la quantité  $PREDICTION = LB_h - F(x_h^*)$

**Question :** Quand updatet la meilleure solution  $x_h^*$ ?

C'est là que viennent les étapes 3 et 4 :

3 - Si  $F(x_h) - F(x_h^*) \leq \eta \cdot PREDICTION$  ou que l'on soit juste à la première étape ( $h = 1$ ), alors dans ce cas il faut faire :  $x_h^* \leftarrow x_h$ .

C'est ce que l'on appelle un SERIOUS STEP, c'est-à dire un step où on a fait du progrès (diminuer la valeur de  $F$ ).

On note que si on fait beaucoup de SERIOUS steps consécutifs, cela serai signe que l'on fait des petits pas vers le minimum et donc qu'il faut moins pénaliser, en d'autres termes il faut diminuer le paramètre  $t$  ou le poids.

4 - répond au cas où la condition en 3 n'est pas vérifier, il va sans dire que dans ce cas on ne vas pas updatet la meilleure solution. C'est un NULL step. On note comme avant, que si on fait beaucoup de NULL steps consécutifs, cela serai signe que l'on fait des grands pas vers le minimum qui est plus proche que ce que l'on pense et donc qu'il faut plus pénaliser, en d'autres termes il faut augmenter le paramètre  $t$  ou le poids.

Dans les deux cas (3 ou 4) on met à jour le faisceau en y ajoutant la nouvelle contrainte associée au point  $x_h$ .

5 - c'est le test de convergence, c'est là où on utilise  $\epsilon$ , Si  $-PREDICTION \leq \epsilon$  alors dans ce cas on a convergé et on s'arrête.

Pour ce qui est de la pénalisation, dans l'algorithme j'ai choisi comme poids initial la

valeur  $t = weight = 0.1$  et si j'ai 10 SERIOUS steps consécutifs je le divise par 10, si au contraire, j'ai 10 NULL steps consécutifs je le multiplie par 10.

Dans ces conditions, l'algorithme converge rapidement (en 248 itérations comparé à 2273 pour cutting planes), et j'ai presque que des SERIOUS steps.