

Reconstrucción de Imágenes Tomográficas: Método Directo

Maximiliano Gatto

Instituto Balseiro (UNCuyo - CNEA) - Bariloche, Río Negro, Argentina

maximiliano.gatto@ib.edu.ar

10 de marzo de 2024

1. Introducción

En esta práctica, se exploraron los métodos de reconstrucción de imágenes tomográficas a través de la *transformada de Radón* y el algoritmo de retroproyección filtrada. La implementación de estos algoritmos se llevó a cabo en un notebook **Jupyter** utilizando el lenguaje de programación **Python**. Los detalles y códigos correspondientes se encuentran disponibles siguiendo este enlace.

Se examinaron los errores inherentes a este método de reconstrucción, se evaluó su sensibilidad a la presencia de ruido externo y se analizaron escenarios con distintos parámetros de adquisición, como el número de detectores utilizados para capturar la imagen o la cantidad de ángulos en los cuales se realizó el barrido. Además, se exploró cómo las fallas en los detectores pueden generar artefactos en la imagen resultante.

brería **skimage** en **Python**. Las funciones de la librería **skimage** asumen que el número de detectores N_D es igual al ancho de la imagen, por lo que se optó por reescalar la imagen para cambiar el número de detectores. Para el análisis de los siguientes ejercicios, se estableció que la imagen fue adquirida por 160 detectores (se utilizó arbitrariamente esta convención en los ejercicios que no requieran un número específico de detectores).

Se implementó una ecualización del histograma con el algoritmo desarrollado en la *Práctica 1*. El resultado tanto de la imagen original como la ecualizada se muestran en la Figura 1

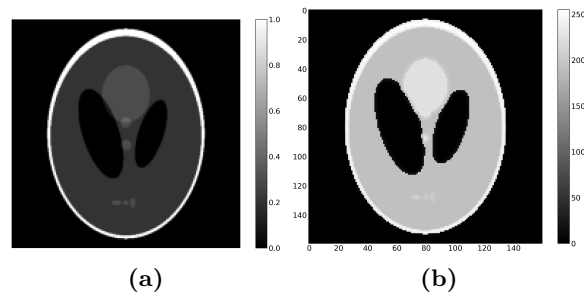


Figura 1: (a) fantoma Shepp-Logan original. (b) Fantoma ecualizado. Ambas imágenes son de tamaño 160×160 píxeles.

2. Resultados

Ejercicio 1

Se utilizó el fantoma de *Shepp-Logan* rasterizado, presente en el módulo **data** de la li-

Ejercicio 2

Para obtener las proyecciones del fantoma del ejercicio anterior se utilizó la función `radon` del módulo `transform` de la librería `skimage`. Se obtuvieron las proyecciones para 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados. El sinograma resultante se muestra en la Figura 2.

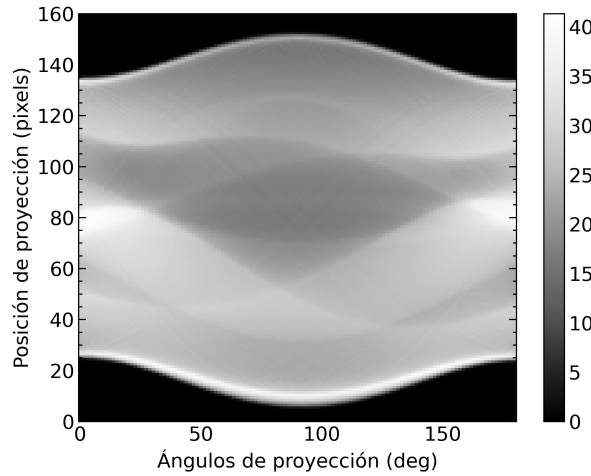


Figura 2: sinograma del fantoma de Shepp-Logan con 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados, suponiendo que el detector tiene un ancho de 160 píxeles.

Ejercicio 3

Se utilizó el algoritmo de *Retroproyección Filtrada* para reconstruir la imagen del fantoma a partir del sinograma obtenido en el ejercicio anterior. Para ello, se utilizó la función `iradon` del módulo `transform` de la librería `skimage`. Para la reconstrucción de la imagen es posible utilizar diferentes tipos de filtros, como pueden ser: *Ramp*, *Shepp-Logan*, *Cosine*, *Hamming*, *Hann*, entre otros. En la Figura 3 se muestra el efecto de cada uno de estos filtros en función de la frecuencia.

Los filtros en la Figura 3 tienen características distintas, destacando en qué frecuencias enfatizan. El filtro *Ramp* es uno de los más básicos, sin distorsiones notables en la imagen, pero no atenúa significativamente las frecuencias altas. En cambio, los otros filtros son más agresivos al reducir las altas frecuencias.

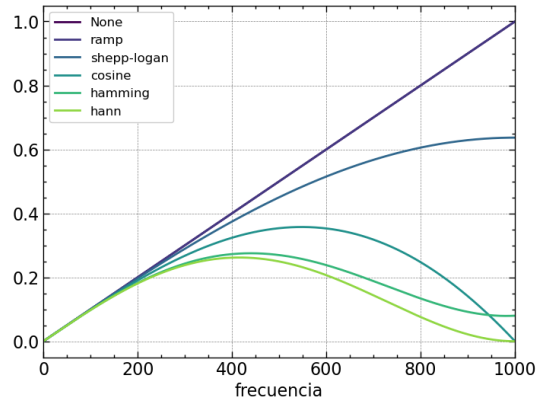


Figura 3: filtros normalizados en el dominio de la frecuencia.

Se aplicó cada filtro, y se calculó el error cuadrático medio (ECM) entre la imagen original y la reconstruida. En la Tabla 1 se muestran los resultados, mientras que en la Figura 4 se visualiza la imagen reconstruida y la diferencia entre esta y la imagen original para el filtro *Ramp*.

Filtro	Error
<i>Ramp</i>	0.0286
<i>Shepp-Logan</i>	0.033
<i>Cosine</i>	0.0421
<i>Hamming</i>	0.0496
<i>Hann</i>	0.0516

Tabla 1: valores de error cuadrático medio (ECM) para cada filtro al realizar el algoritmo de retroproyección filtrada.

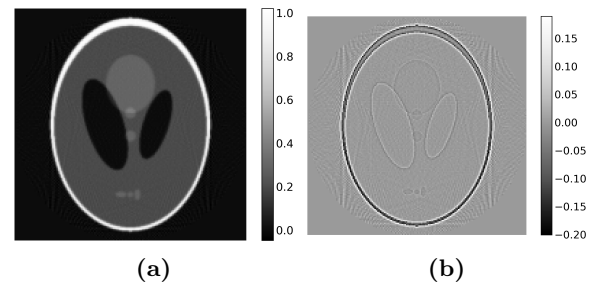


Figura 4: (a) fantoma Shepp-Logan reconstruido con el algoritmo de retroproyección filtrada usando filtro *Ramp*. (b) Diferencia entre la imagen reconstruida y la original.

Ejercicio 4

Se estudió el error que se comete en la reconstrucción de la imagen en función de los parámetros de adquisición, como el número de detectores N_d y los parámetros de reconstrucción, como el número de ángulos N_θ . Para ello, inicialmente se fijó el número de ángulos en 120, y se varió el número de detectores N_D entre 80 y 1200. Los resultados se muestran en la Figura 5.

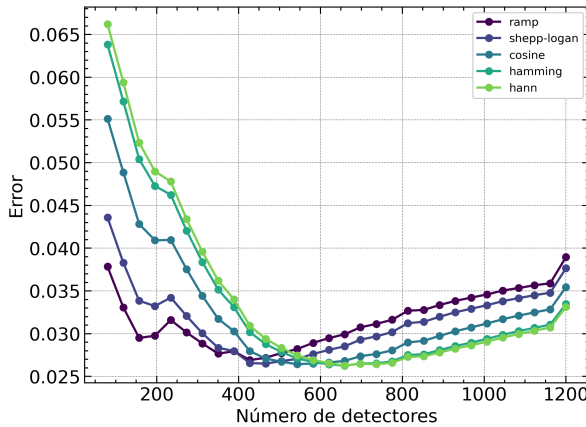


Figura 5: error cuadrático medio (ECM) en función del número de detectores N_D para $N_\theta = 120$.

En la Figura 5 se observa que para N_D pequeños ($N_D \lesssim 500$), el filtro *Ramp* produce un menor error. Sin embargo, cuando $N_D \approx 500$, todos los filtros tienen un error similar. A medida que N_D aumenta, el orden de los filtros con menor error se invierte, siendo el filtro *Ramp* el que produce un mayor error.

Un análisis similar se realizó variando el número de ángulos entre 10 y 200, manteniendo fijo el número de detectores $N_D = 160$. Los resultados se muestran en la Figura 6.

En la Figura 6 se observa que para un número pequeño de ángulos ($N_\theta \lesssim 40$), el filtro *Hann* produce un error ligeramente menor. Sin embargo, a medida que θ aumenta ($N_\theta \gtrsim 40$), el filtro *Ramp* produce un error menor que los otros filtros. A partir de $N_\theta \approx 75$, la diferencia entre el error de los filtros a medida que N_θ aumenta constante.

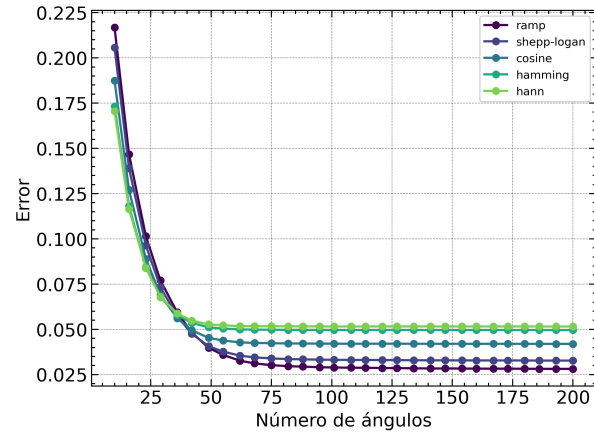


Figura 6: error cuadrático medio (ECM) en función del número de ángulos N_θ para $N_D = 160$.

Ejercicio 5

Para evaluar la respuesta del algoritmo de retroproyección filtrada ante la presencia de ruido, se introdujo ruido gaussiano en el sinograma del fantoma. Se empleó la función `normal` del módulo `numpy.random`, con una media de 0 y una desviación estándar de 1. Los valores generados fueron multiplicados por un factor *level* de 2 para controlar el nivel de ruido. En la Figura 7 se muestra el sinograma con ruido agregado.

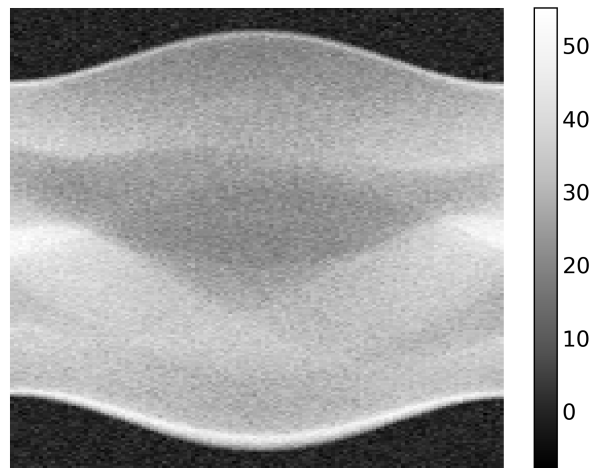


Figura 7: sinograma del fantoma de Shepp-Logan con ruido gaussiano agregado con un *level* de 2.

Se realizó un análisis similar al ejercicio 4, variando el número de detectores N_D entre 80

y 1200, con N_θ fijo en 120, y luego modificando N_θ entre 10 y 200, manteniendo N_D constante en 160. La diferencia radica en que, en este caso, la imagen retroproyectada se generó a partir del sinograma ruidoso. Los resultados se muestran en las Figuras 8 y 9.

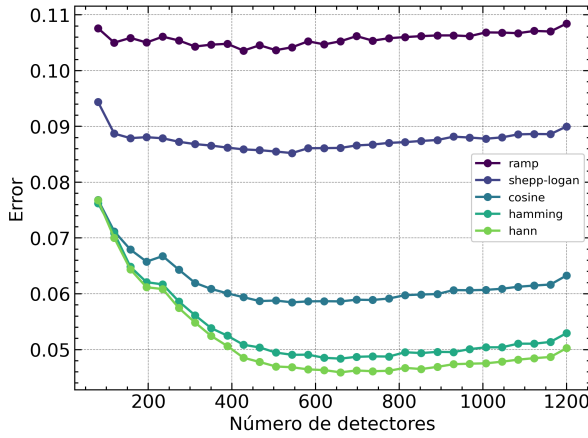


Figura 8: error cuadrático medio (ECM) en relación con el número de detectores N_D para un caso con $N_\theta = 120$, donde se introdujo ruido mediante un factor level igual a 2.

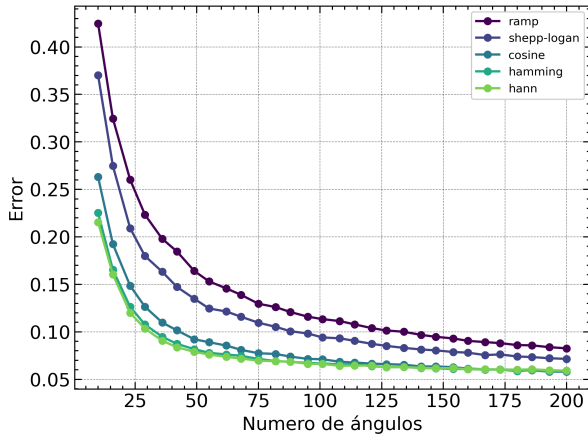


Figura 9: error cuadrático medio (ECM) en relación con el número de ángulos N_θ para un caso con $N_D = 160$, donde se incorporó ruido con un factor level de 2.

En las Figuras 8 y 9 se observa que con el agregado de ruido, el filtro de tipo *Hann* es el que produce un error menor. Por contrario, el filtro *Ramp* es el que produce un mayor error, independientemente de la cantidad de detectores o ángulos. La razón de esto es que el

filtro *Ramp* reduce de manera menos efectiva las frecuencias altas. En consecuencia, el ruido presente en estas frecuencias no es suficientemente filtrado, lo que resulta en la aparición de artefactos en la imagen reconstruida.

En la figura 10 se muestra la imagen reconstruida con diferentes filtros, para un caso con $N_D = 200$ y $N_\theta = 120$, donde se introdujo ruido mediante un factor *level* igual a 2.

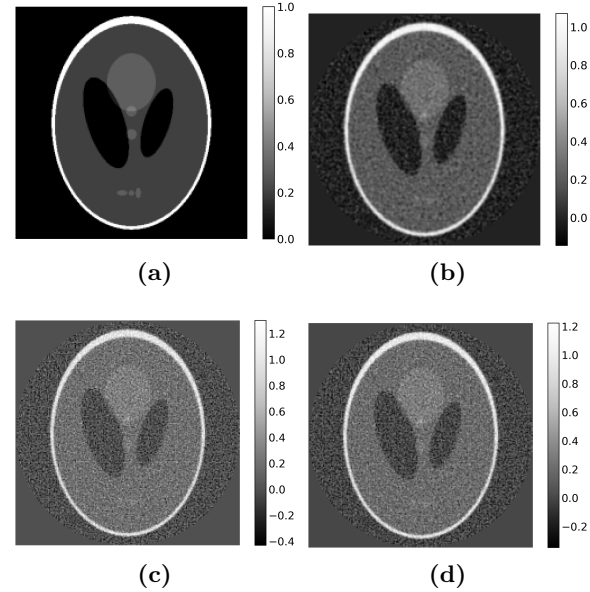


Figura 10: (a) fantoma original de Shepp-Logan. Fantomas de Shepp-Logan reconstruidos con los siguientes filtros: (b) Hann, (c) Ramp y (d) Shepp-Logan.

Ejercicio 6

Se creó una imagen con fondo negro que contiene únicamente un círculo blanco de 5 píxeles de radio centrado en el origen (ver Figura 11). La imagen, con dimensiones de 100×100 (equivalentes a 100 detectores), fue utilizada para generar proyecciones y posteriormente reconstruir la imagen mediante retroproyección, variando el número de proyecciones (8, 16, 32 y 64). Además, se compararon los efectos de la retroproyección sin filtro y con un filtro *Ramp*. Los resultados de estas comparaciones se presentan en la Figura 12.

En la Figura 12 se observa que la reconstrucción de la imagen con retroproyección sin

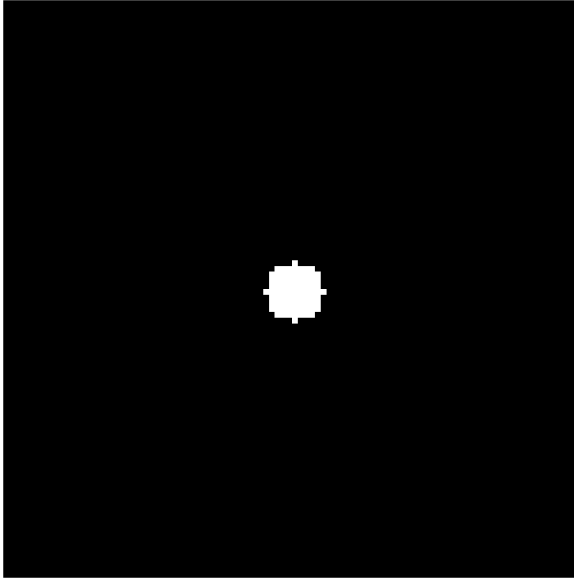


Figura 11: imagen de 100×100 generada con un círculo centrado en el origen de radio 5 píxeles

filtro produce artefactos en la imagen, como si esta se difuminara, independientemente del número de proyecciones. Por otro lado, la reconstrucción con filtro *Ramp* produce una imagen más nítida y con menos artefactos, aunque todavía se observan artefactos en la imagen reconstruida con 8 y 16 proyecciones. A medida que el número de proyecciones aumenta, la calidad de la imagen reconstruida mejora, y los artefactos se reducen.

Ejercicio 7

En este ejercicio, se simuló la situación en que un detector falla. Esta falla produce una línea negra en el sinograma, para un valor específico de x' (posición del detector) y para todos los ángulos θ . Se generó el sinograma del fantoma de *Shepp-Logan* con 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados, y se introdujo una falla en el detector 80. El sinograma resultante se muestra en la Figura 13.

Se realizó la reconstrucción de la imagen a partir del sinograma con la falla en el detector 80, utilizando el algoritmo de retroproyección filtrada con el filtro *Hann*. El resultado se muestra en la Figura 14.

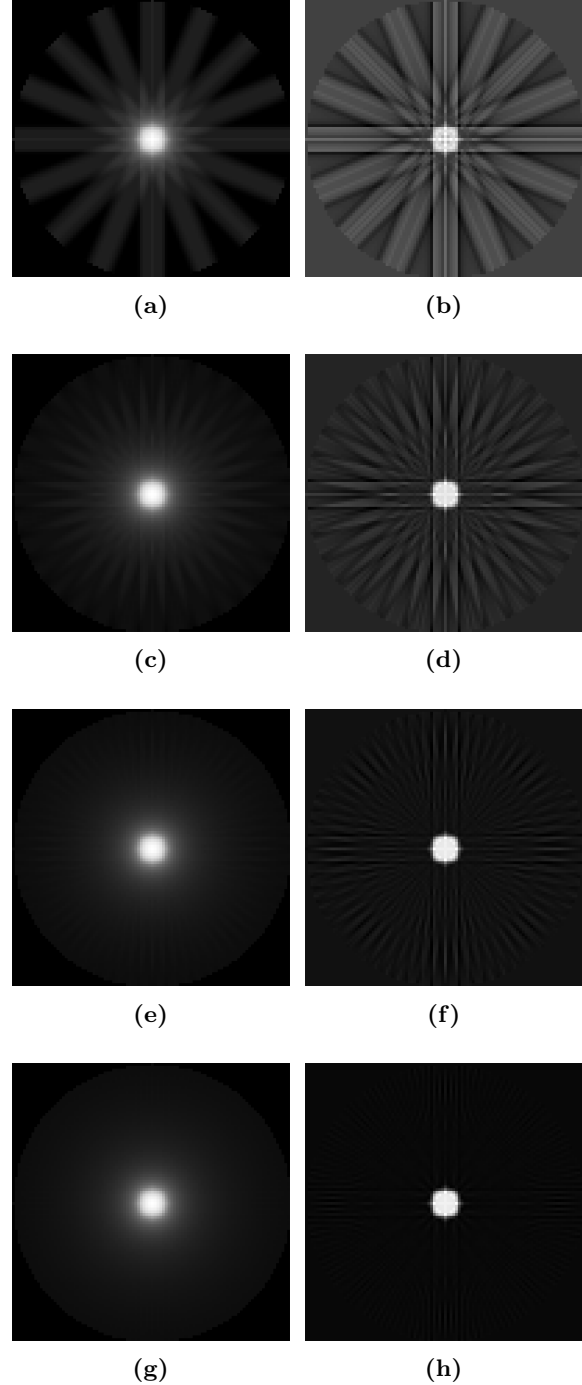


Figura 12: imagen reconstruida con retroproyección sin filtro (a, c, e, g) y con filtro *Ramp* (b, d, f, h) para 8 (a, b), 16 (c, d), 32 (e, f) y 64 (g, h) proyecciones.

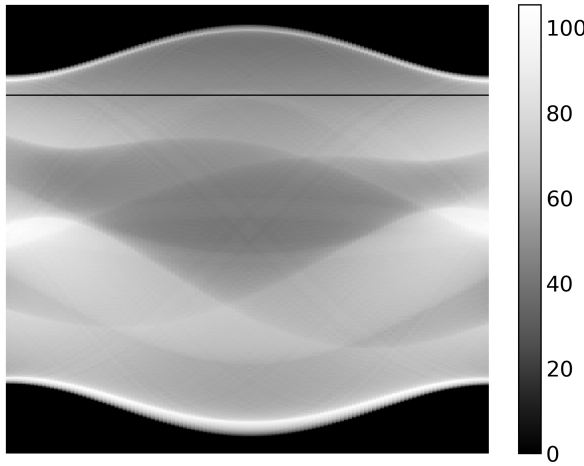


Figura 13: sinograma del fantoma de Shepp-Logan con una falla en el detector 80.

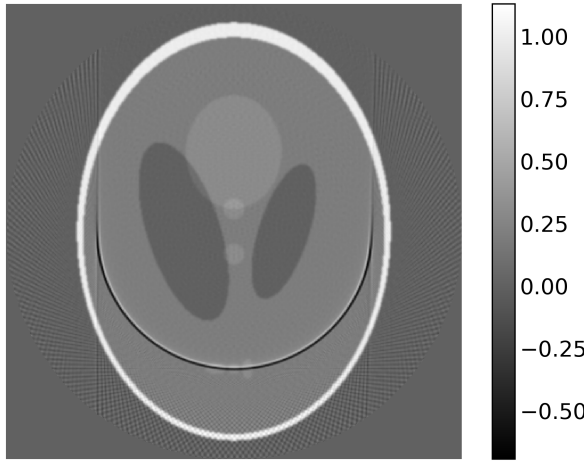


Figura 14: reconstrucción de la imagen a partir del sinograma con una falla en el detector 80.

En la Figura 14, se evidencia que la reconstrucción de la imagen, basada en el sinograma con la falla en el detector 80, genera artefactos notables, representados por líneas negras con forma de anillos. Asimismo, la reconstrucción provoca una atenuación en comparación con la imagen original.

3. Conclusiones

En este trabajo se estudiaron los métodos de reconstrucción de imágenes tomográficas mediante la transformada de Radón y el algoritmo de retroproyección filtrada.

Se generó el sinograma a partir de fantoma de Shepp-Logan y se observó que la ecualización del histograma permite mejorar el contraste de la imagen, permitiendo una mejor visibilidad de los detalles.

Se observó que el filtro *Ramp* es el que produce un menor error en la reconstrucción de la imagen, para un número de detectores $N_D \lesssim 500$ con un número de ángulos $N_\theta \gtrsim 120$, pero para $N_D \gtrsim 500$ el filtro *Hann* produce un ruido menor. Sin embargo, se observó que el filtro *Ramp* es más sensible a la presencia de ruido, lo que resulta en la aparición de artefactos en la imagen reconstruida. Por otro lado, el filtro *Hann* es el que produce un menor error en la reconstrucción de la imagen con ruido.

Para un $N_D = 160$ y haciendo un barrido en theta, se observó que el filtro *Ramp* es el que produce un menor error en la reconstrucción de la imagen, para un número de ángulos $N_\theta \gtrsim 40$. Sin embargo, para $N_\theta \lesssim 40$, el filtro *Hann* produce un error ligeramente menor. A pesar de ello, para el caso de imágenes con ruido, el filtro *Hann*, o aquellos que resultan más agresivos a las altas frecuencias, son los que producen un menor error en la reconstrucción de la imagen, independientemente del número de detectores y proyecciones.

Se notó una mejora en la calidad de la imagen reconstruida al incrementar el número de proyecciones, resultando en una disminución de los artefactos. También se evidenció la presencia de artefactos en la imagen al realizar la reconstrucción mediante retroproyección sin filtro, sin importar la cantidad de proyecciones utilizadas.

Por último, se evidenció que la reconstrucción de la imagen, basada en el sinograma con la falla en uno de los detectores, genera artefactos notables, representados por líneas negras con forma de anillos. Además, la reconstrucción ocasiona una disminución en la intensidad en comparación con la imagen original.