

Reconstrucción de Imágenes Tomográficas: Método Directo

Maximiliano Gatto

Instituto Balseiro (UNCuyo - CNEA) - Bariloche, Río Negro, Argentina

maximiliano.gatto@ib.edu.ar

7 de marzo de 2024

1. Introducción

2. Resultados

Ejercicio 1

Se utilizó el fantoma de *Shepp-Logan* rasterizado, presente en el modulo `data` de la librería `skimage` en Python. Las funciones de la librería `skimage` asumen que el número de detectores N_D es igual al ancho de la imagen, por lo que se optó por reescalar la imagen para cambiar el número de detectores. Para el análisis de los siguientes ejercicios, se estableció que la imagen fue adquirida por 160 detectores (se utilizó arbitrariamente esta convención en los ejercicios que no requieran un número específico de detectores).

Se implementó una ecualización del histograma con el algoritmo desarrollado en la *Práctica 1*. El resultado tanto de la imagen original como la ecualizada se muestran en la Figura 1

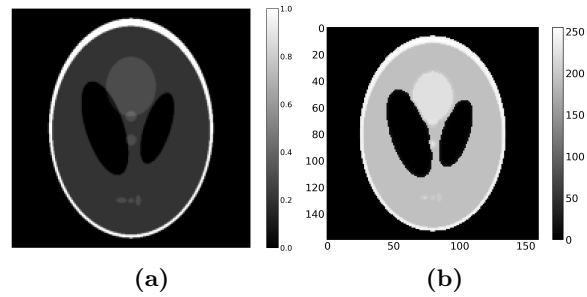


Figura 1: (a) *Fantoma Shepp-Logan original.* (b) *Fantoma ecualizado.* Ambas imágenes son de tamaño predeterminado: 160×160 píxeles.

Ejercicio 2

Para obtener las proyecciones del fantoma del ejercicio anterior se utilizó la función `radon` del modulo `transform` de la librería `skimage`. Se obtuvieron las proyecciones para 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados. El sinograma resultante se muestra en la Figura 2.

Ejercicio 3

Se utilizó el algoritmo de *Retroproyección Filtrada* para reconstruir la imagen del fantoma a partir del sinograma obtenido en el ejercicio anterior. Para ello, se utilizó la fun-

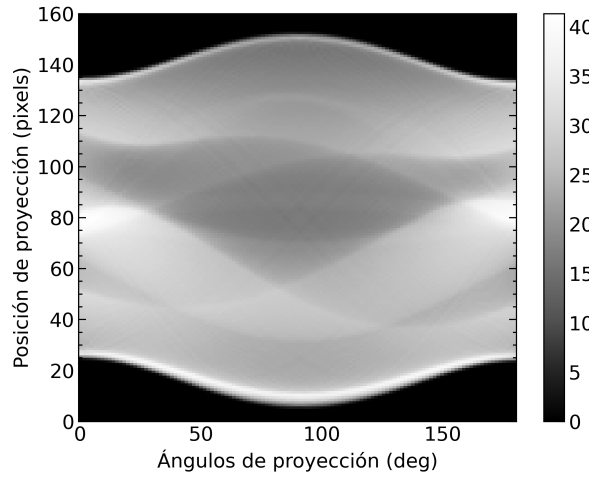


Figura 2: Sinograma del fantoma de Shepp-Logan con 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados, suponiendo que el detector tiene un ancho de 160 píxeles.

ción `iradon` del modulo `transform` de la librería `skimage`. Para la Reconstrucción de la imagen es posible utilizar diferentes tipos de filtros, como pueden ser: *Ramp*, *Shepp-Logan*, *Cosine*, *Hamming*, *Hann*, entre otros. En la Figura 3 se muestra el efecto de cada uno de estos filtros en función de la frecuencia.

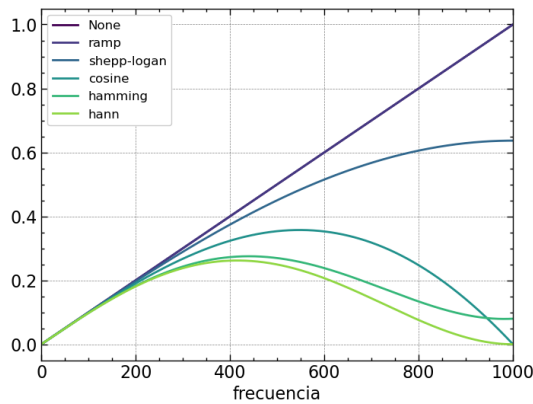


Figura 3: filtros normalizados en el dominio de la frecuencia.

Los filtros en la Figura 3 tienen características distintas, destacando en qué frecuencias enfatizan. El filtro *Ramp* es uno de los más básicos, sin distorsiones notables en la imagen, pero no atenúa significativamente las frecuencias altas. En cambio, los otros filtros son más agresivos al reducir las altas frecuencias.

Se aplicó cada filtro, y se calculó el error cuadrático medio (ECM) entre la imagen original y la reconstruida. La Tabla 1 se muestran los resultados, mientras que en la Figura 4 se visualiza la imagen reconstruida y la diferencia entre esta y la imagen original para el filtro *Ramp*.

Filtro	Error
<i>Ramp</i>	0.0286
<i>Shepp-Logan</i>	0.033
<i>Cosine</i>	0.0421
<i>Hamming</i>	0.0496
<i>Hann</i>	0.0516

Tabla 1: valores de error cuadrático medio (ECM) para cada filtro al realizar el algoritmo de retroproyección filtrada.

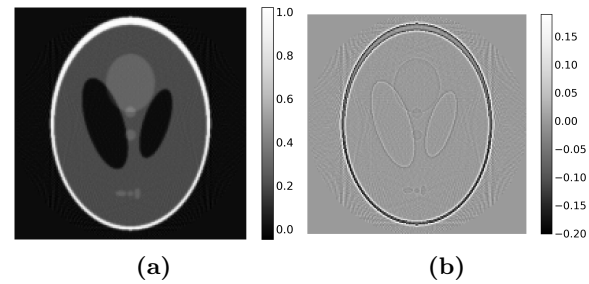


Figura 4: (a) fantoma Shepp-Logan reconstruido con el algoritmo de retroproyección filtrada. (b) Diferencia entre la imagen reconstruida y la original.

Ejercicio 4

Se estudió el error que se comete en la Reconstrucción de la imagen en función de los parámetros de adquisición, como el número de detectores N_d y los parámetros de reconstrucción, como el número de ángulos N_θ . Para ello, inicialmente se fijó el número de ángulos en 120, y se varió el número de detectores N_D entre 80 y 1200. Los resultados se muestran en la Figura 5.

En la Figura 5 se observa que para N_D pequeños ($N_D \lesssim 500$), el filtro *Ramp* produce un menor error. Sin embargo, cuando $N_D \approx 500$, todos los filtros tienen un error similar. A me-

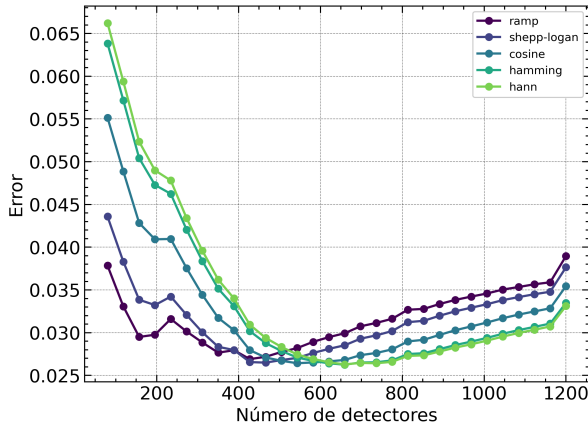


Figura 5: Error cuadrático medio (ECM) en función del número de detectores N_D para $N_\theta = 120$.

dida que N_D aumenta, el orden de los filtros con menor error se invierte, siendo el filtro *Ramp* el que produce un mayor error.

Un análisis similar se realizó variando el número de ángulos entre 10 y 200, manteniendo fijo el número de detectores $N_D = 160$. Los resultados se muestran en la Figura 6.

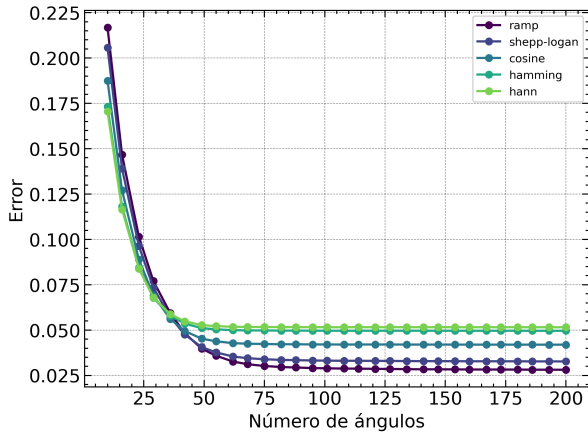


Figura 6: Error cuadrático medio (ECM) en función del número de ángulos N_θ para $N_D = 160$.

En la Figura 6 se observa que para un número pequeño de ángulos ($N_\theta \lesssim 40$), el filtro *Hann* produce un error ligeramente menor. Sin embargo, a medida que θ aumenta ($N_\theta \gtrsim 40$), el filtro *Ramp* produce un error menor que los otros filtros. A partir de $N_\theta \approx 75$, la diferencia entre el error de los filtros a medida que N_θ aumenta constante.

Ejercicio 5

Para evaluar la respuesta del algoritmo de retroproyección filtrada ante la presencia de ruido, se introdujo ruido gaussiano en el sinograma del fantoma. Se empleó la función `normal` del módulo `numpy.random`, con una media de 0 y una desviación estándar de 1. Los valores generados fueron multiplicados por un factor *level* de 2 para controlar el nivel de ruido. En la Figura 7 se muestra el sinograma con ruido agregado.

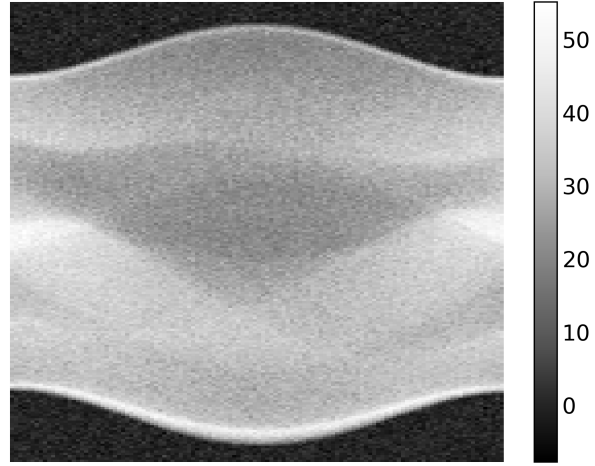


Figura 7: sinograma del fantoma de Shepp-Logan con ruido gaussiano agregado con un level de 2.

Se realizó un análisis similar al ejercicio 4, variando el número de detectores N_D entre 80 y 1200, con N_θ fijo en 120, y luego modificando N_θ entre 10 y 200, manteniendo N_D constante en 160. La diferencia radica en que, en este caso, la imagen retroproyectada se generó a partir del sinograma ruidoso. Los resultados se muestran en las Figuras 8 y 9.

En las Figuras 8 y 9 se observa que con el agregado de ruido, el filtro de tipo *Hann* es el que produce un error menor. Por contrario, el filtro *Ramp* es el que produce un mayor error, independientemente de la cantidad de detectores o ángulos. La razón de esto es que el filtro *Ramp* reduce de manera menos efectiva las frecuencias altas. En consecuencia, el ruido presente en estas frecuencias no es suficientemente filtrado, lo que resulta en la aparición

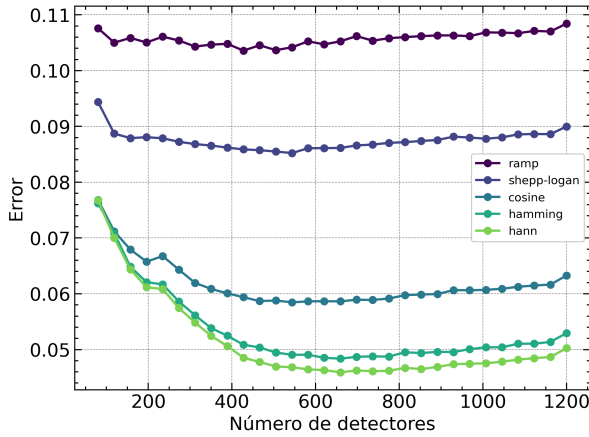


Figura 8: error cuadrático medio (ECM) en relación con el número de detectores N_D para un caso con $N_\theta = 120$, donde se introdujo ruido mediante un factor level igual a 2.

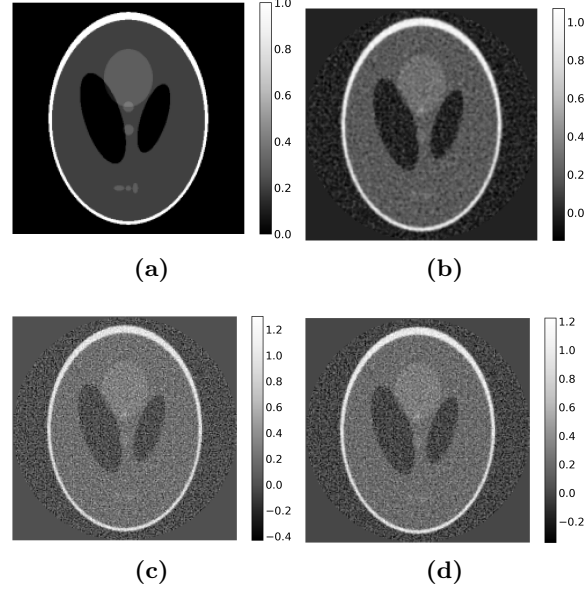


Figura 10: (a) fantoma original de Shepp-Logan. Fantomas de Shepp-Logan reconstruidos con los siguientes filtros: (b) Hann, (c) Ramp y (d) Shepp-Logan.

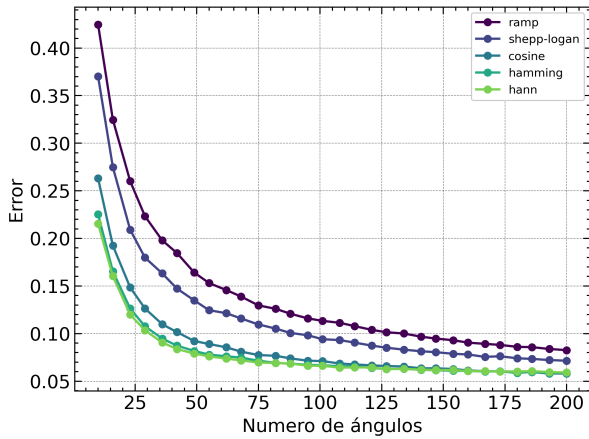


Figura 9: error cuadrático medio (ECM) en relación con el número de ángulos N_θ para un caso con $N_D = 160$, donde se incorporó ruido con un factor level de 2.

de artefactos en la imagen reconstruida.

En la figura 10 se muestra la imagen reconstruida con diferentes filtros, para un caso con $N_D = 200$ y $N_\theta = 120$, donde se introdujo ruido mediante un factor level igual a 2.

Ejercicio 6

Se creó una imagen con fondo negro que contiene únicamente un círculo blanco de 5 píxeles de radio centrado en el origen (ver Figura 11). La imagen, con dimensiones de 100×100 (equivalentes a 100 detectores), fue utilizada para generar proyecciones y posteriormente reconstruir la imagen mediante retroproyección, variando el número de proyecciones (8, 16, 32 y 64). Además, se compararon los efectos de la retroproyección sin filtro y con un filtro *Ramp*. Los resultados de estas comparaciones se presentan en la Figura 12.

En la Figura 12 se observa que la reconstrucción de la imagen con retroproyección sin filtro produce artefactos en la imagen, como si esta se difuminara, independientemente del número de proyecciones. Por otro lado, la reconstrucción con filtro *Ramp* produce una

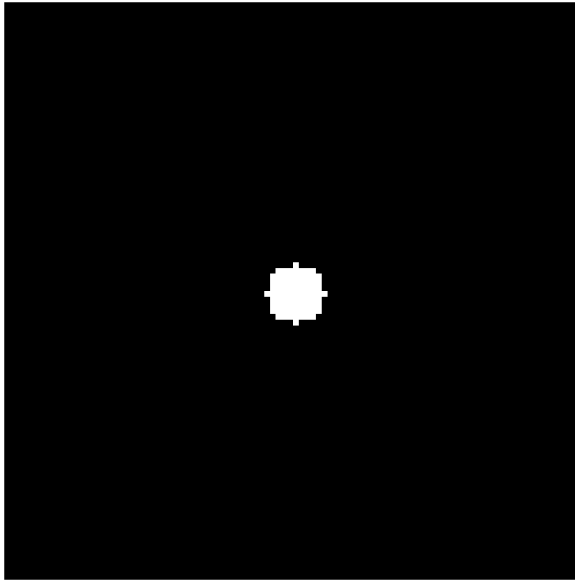


Figura 11: *imagen de 100×100 generada con un círculo en el centro de radio 5 píxeles*

imagen más nítida y con menos artefactos, aunque todavía se observan artefactos en la imagen reconstruida con 8 y 16 proyecciones. A medida que el número de proyecciones aumenta, la calidad de la imagen reconstruida mejora, y los artefactos se reducen.

Ejercicio 7

En este ejercicio, se simuló la situación en que un detector falla. Esta falla produce una línea negra en el sinograma, para un valor específico de x' (posición del detector) y para todos los ángulos θ . Se generó el sinograma del fantoma de *Shepp-Logan* con 120 ángulos θ equiespaciados entre 0 y 180 grados, y se introdujo una falla en el detector 80. El sinograma resultante se muestra en la Figura 13.

Se realizó la reconstrucción de la imagen a partir del sinograma con la falla en el detector 80, utilizando el algoritmo de retroproyección filtrada con el filtro *Hann*. El resultado se muestra en la Figura 14.

En la Figura 14, se evidencia que la reconstrucción de la imagen, basada en el sinograma con la falla en el detector 80, genera artefactos notables, representados por líneas negras con forma de anillos. Asimismo, la reconstrucción

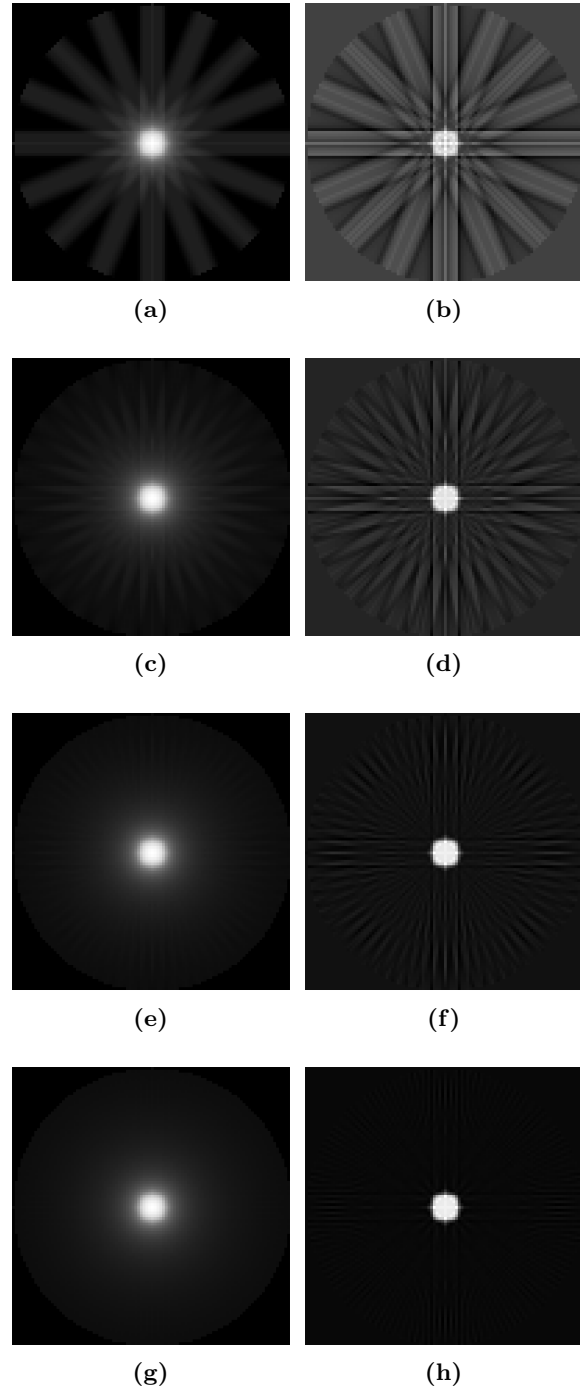


Figura 12: *Imagen reconstruida con retroproyección sin filtro (a, c, e, g) y con filtro Ramp (b, d, f, h) para 8 (a, b), 16 (c, d), 32 (e, f) y 64 (g, h) proyecciones.*

provoca una atenuación en comparación con la imagen original.

3. Conclusiones

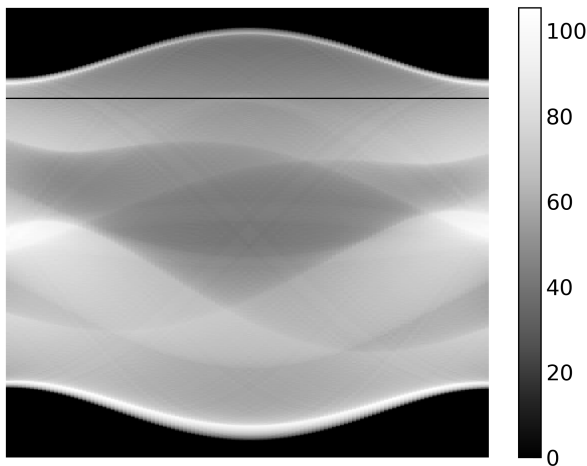


Figura 13: *sinograma del fantoma de Shepp-Logan con una falla en el detector 80.*

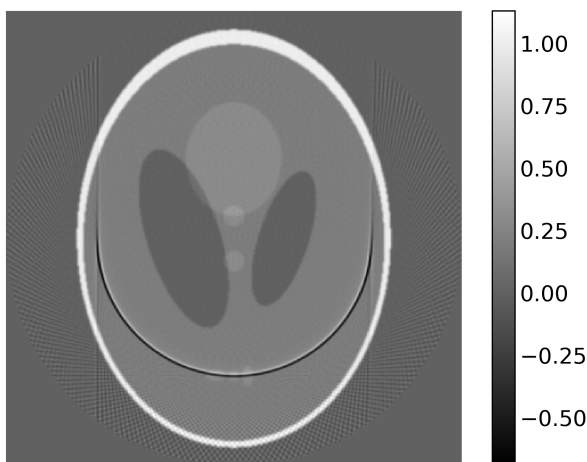


Figura 14: *reconstrucción de la imagen a partir del sinograma con una falla en el detector 80.*