[作业14]：

苏格拉底：诘问法是发现真理和明确概念的有效方法，请同学们以Ising经典自旋模型为例，论述相空间、Liouville定理、正则系综、Markov链等概念。

学生A：相空间是以 N 个粒子的位置坐标 q 和动量 p 展开的 $6N$ 维空间。Ising模型中的Hamiltonian仅与自旋变量有关，与坐标和动量无关，$\partial H/\partial q=\partial H/\partial p=0$，因此：$[\rho,H]=0$，即Liouville定理成立，$d\rho/dt=[\rho,H]=0$，几率密度分布因此为 H 的函数，因此它就是正则系综中的Boltzmann分布：$\rho\propto\exp(-\beta H)$

学生B：非也。将自旋作为广义坐标，则同样得到自旋也是广义动量。相空间是以物理问题中的自由度为坐标展开的高维空间，对 N 个自旋体系展开的则是 N 维空间，空间的每一维坐标只有两个取值：+1和-1。如对 2 个自旋的相空间，代表点只能取(+1,+1)、(+1,-1)、(-1,+1)、(-1,-1) 这 4 个点。类似地，多自旋情况下代表点也只能位于多维相空间立方盒子的顶点上。不同于坐标 q 和动量 p 组成的相空间中代表点是流动的情况，现在这些代表点是与时间无关的，即密度不随时间改变的，因此 $d\rho/dt=0$。

学生A：我不能同意你的观点。如果相空间是这样的话，由于代表点只能取在顶点上，连几率密度分布本身都是离散的，而不是在该相空间中连续分布的。另外，$d\rho/dt=\sum_i(d\rho/d\sigma_i)(d\sigma_i/dt)$，在无穷小的时间变化 dt 内，自旋的变化 $\Delta\sigma$ 则是有限的，不能得到Liouville定理。更何况系综理论推导时基于的也是 (q,p) 变量。

学生C：（请以学生C的身份参与辩论）