TP 3 Automatique

1) Analyse de la stabilité

1)

En boucle fermée, on a $FTBF(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.0003s+1)+K} = \frac{K}{0.00003s^3+0.1003s^2+s+K}$. En appliquant le critère de Routh sur la FTBF, on a que le système n'est stable que pour $K < 3343{,}33$.

2)

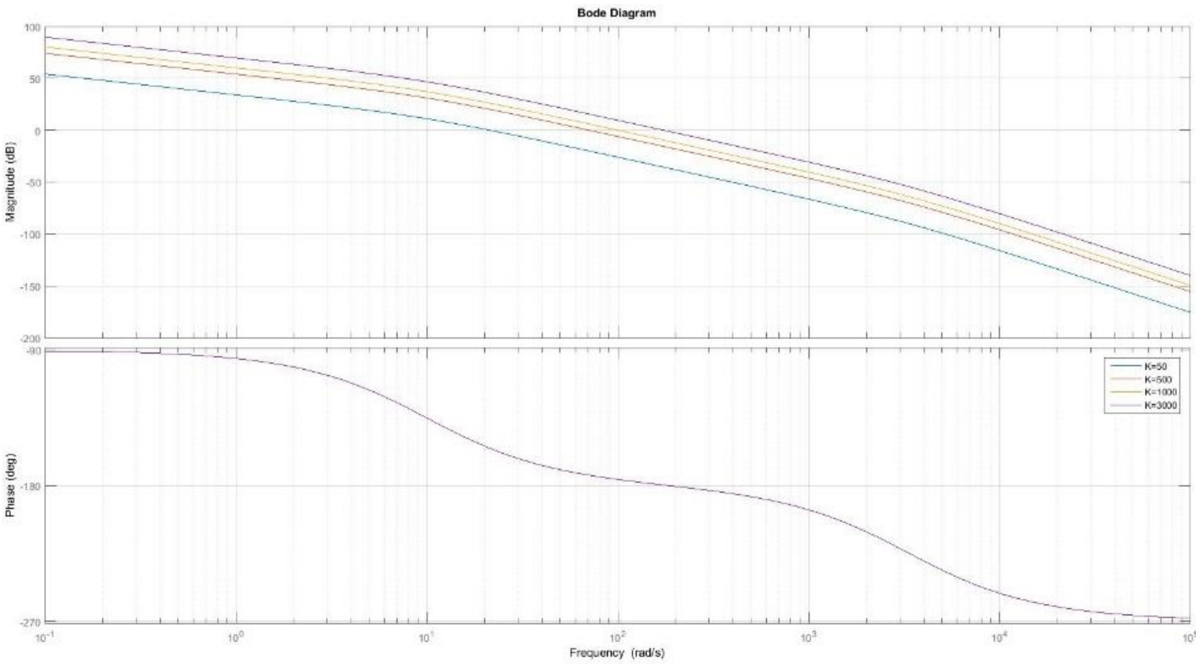
Avec la fonction *roots* appliquée au dénominateur de la FTBF, on obtient les valeurs suivantes :

K	x1	x2	x3
50	-3333,4	-4,92 + 21,8i	-4,92 - 21,8i
500	-3334,8	-4,24 + 70,5i	-4,24 - 70,5i
1000	-3336,3	-3,49 + 99,8i	-3,49 - 99,8i
3000	-3342,3	-0,51 + 172,9i	-0,51 - 172,97i

Or, on sait que le système est stable si et seulement si les parties réelles des pôles du dénominateur de la FTBF sont strictement négatives, ce qui est le cas ici. On a donc bien vérifié que le système est stable pour tout $\mathrm{K} < 3000$, mais il reste à vérifier pour des valeurs de K plus élevées.

3)

Si on trace le diagramme de Bode de la FTBO pour chacune des valeurs de K, on obtient les courbes suivantes :



On obtient alors, comme valeurs de marges de phase et de gain :

K	Marge de phase (deg)	Marge de gain (dB)
50	35	36.5
500	7	16.5
1000	4	10.5
3000	1	0.94

On a donc bien, tout comme dans la question 2), pour chacune des valeurs de K, que le système est stable.

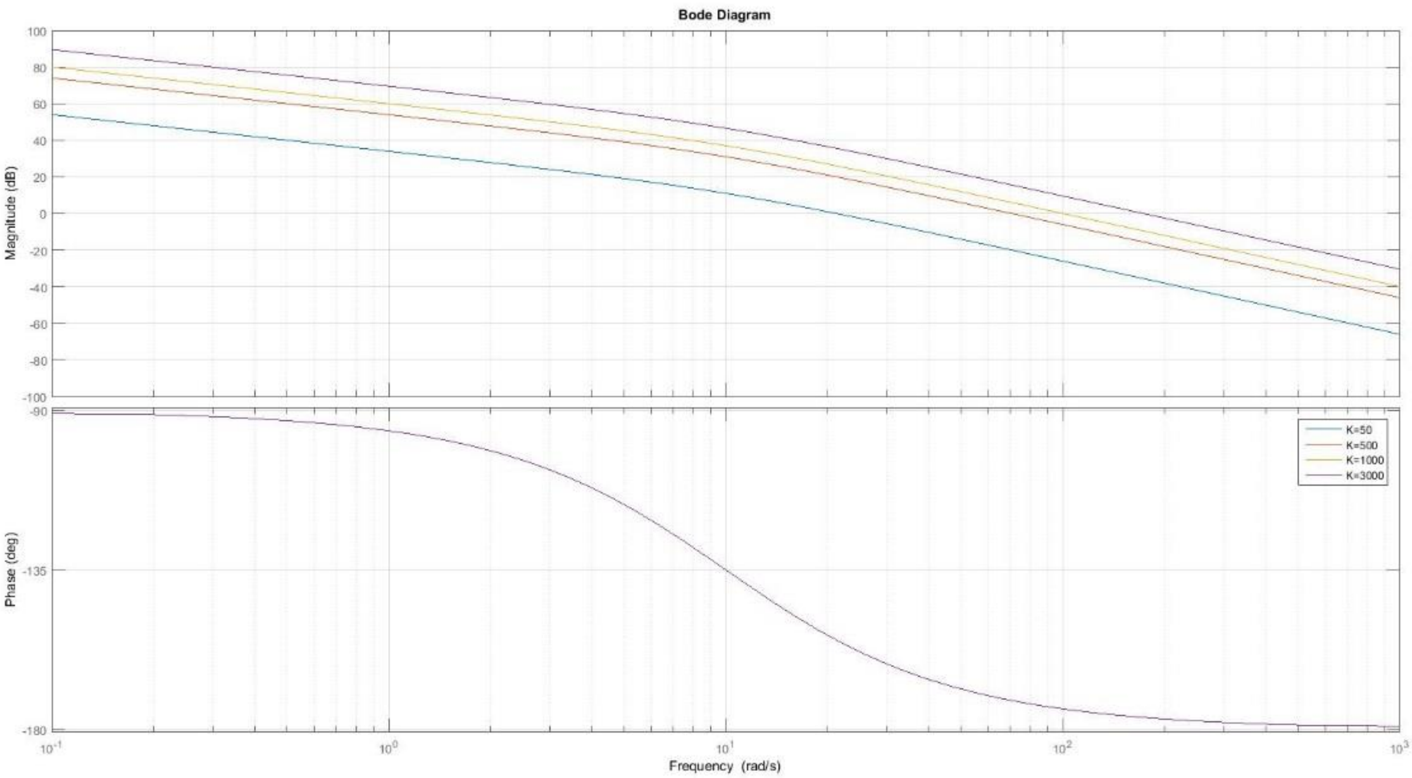
4)

En boucle fermée, on a $FTBF(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)+K} = \frac{K}{0.1s^2+s+K}$. En appliquant le critère de Routh sur la FTBF, on a que le système n'est stable que pour $K > 0$.

Pour *K = 300*, les deux fonctions de transfert sont stables : on peut donc en déduire que cette approximation est valable.

5)

Si on trace le diagramme de Bode de la seconde fonction de transfert, on obtient les courbes suivantes :



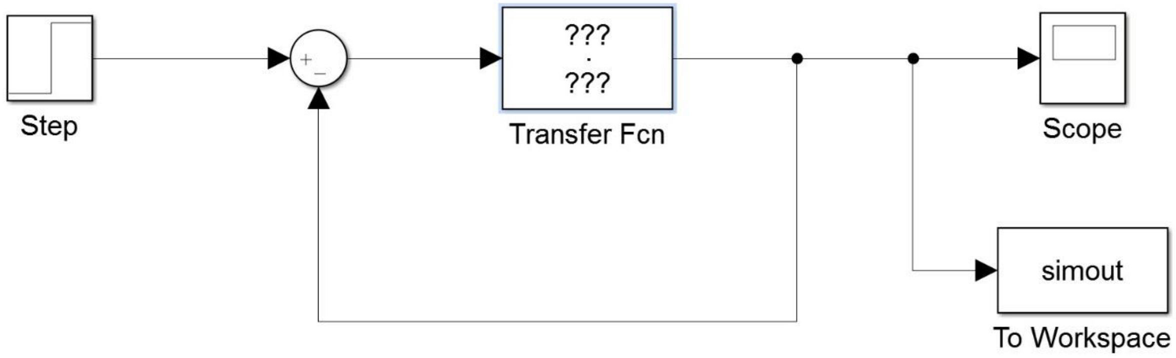
On voit bien, sur ce diagramme, que pour chaque valeur de K, le système est stable. En effet, sa phase est toujours supérieure à -180°, ce qui rend sa marge de phase toujours positive. De plus, sa marge de gain pourra être calculée lorsque $\omega \rightarrow +\infty$, où son gain sera négatif, rendant la marge de gain positive.

Il est donc possible d'approximer la première fonction de transfert par la seconde pour des valeurs de *K < 3343* , car on aura les deux fonctions de transfert stables pour ces valeurs de K.

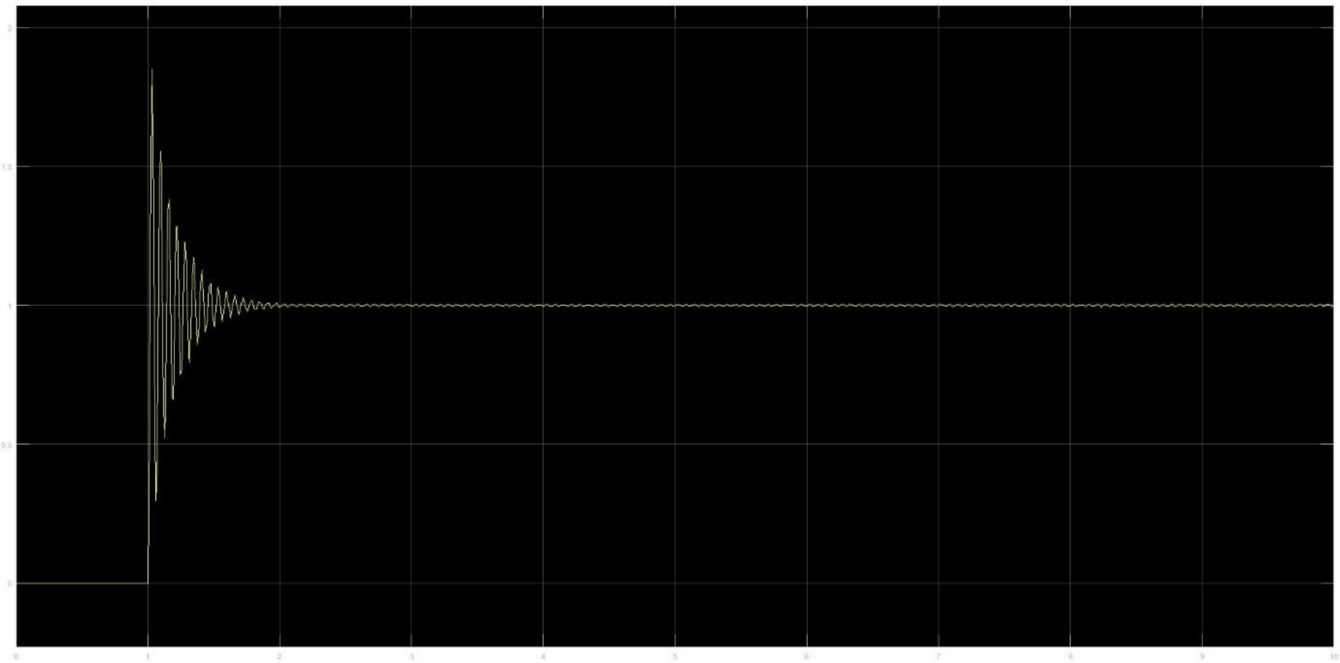
2) Simulation et correction

1)

Sur Simulink, on établit le schéma suivant :

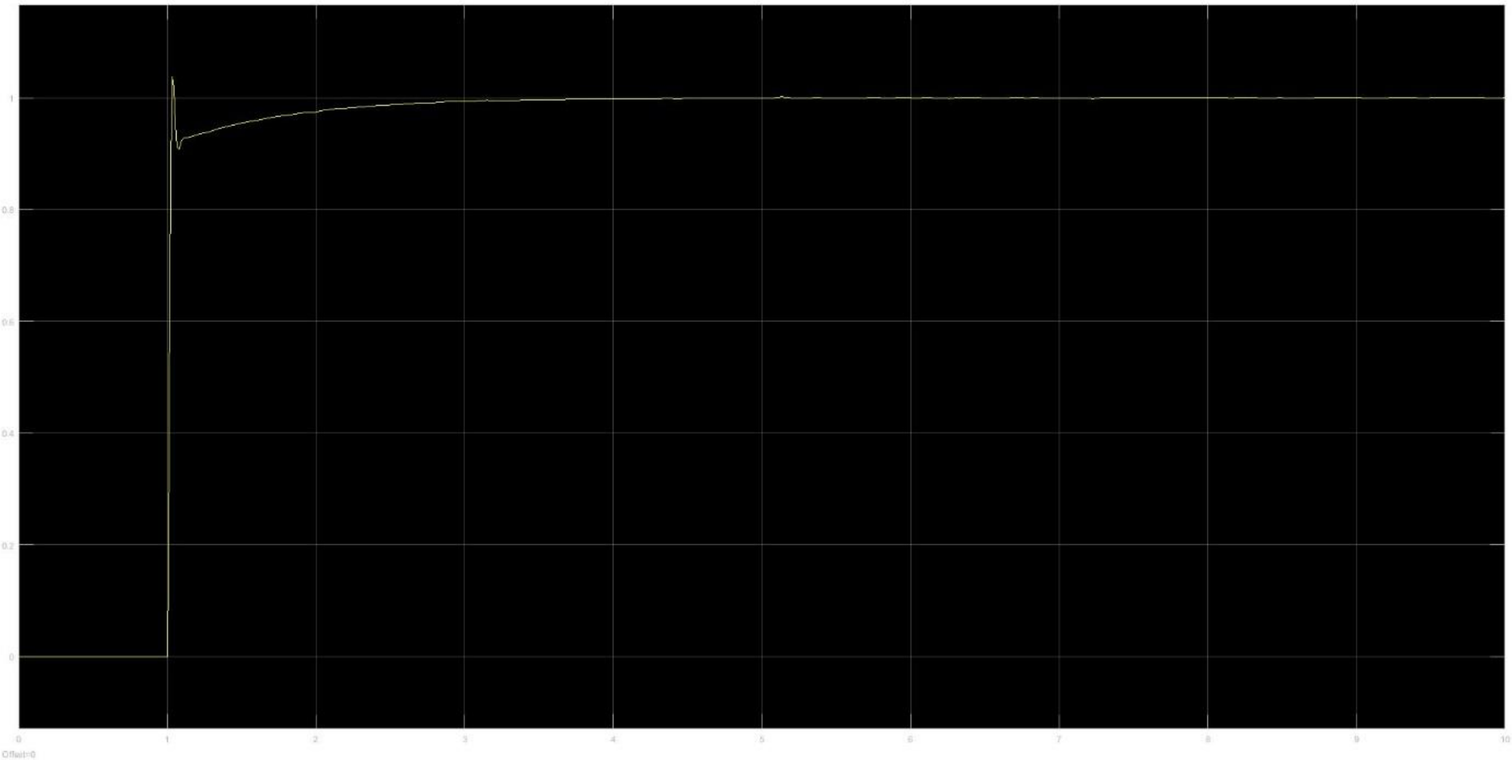


Si on incorpore la fonction de transfert (2) dans le système, et avec *K = 1000* , on obtient la réponse suivante :

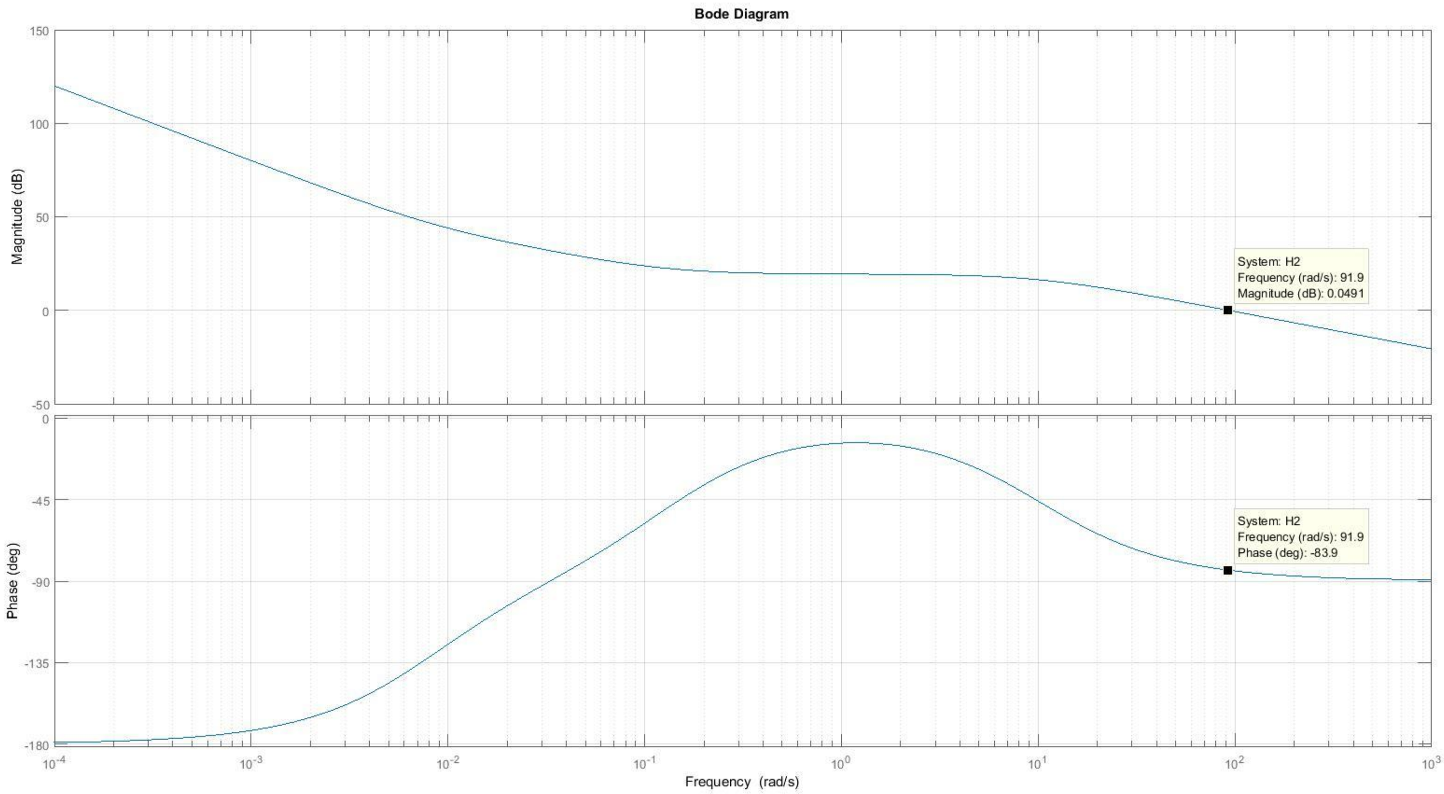


2)

Pour obtenir la réponse pile à l'échelon, avec un dépassement de 5%, il faut utiliser un correcteur PID dont la fonction de transfert représentative est : $PID(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} = 0.0013 + 0.0093s + \frac{0.00001}{s}$. On obtient alors la réponse suivante :

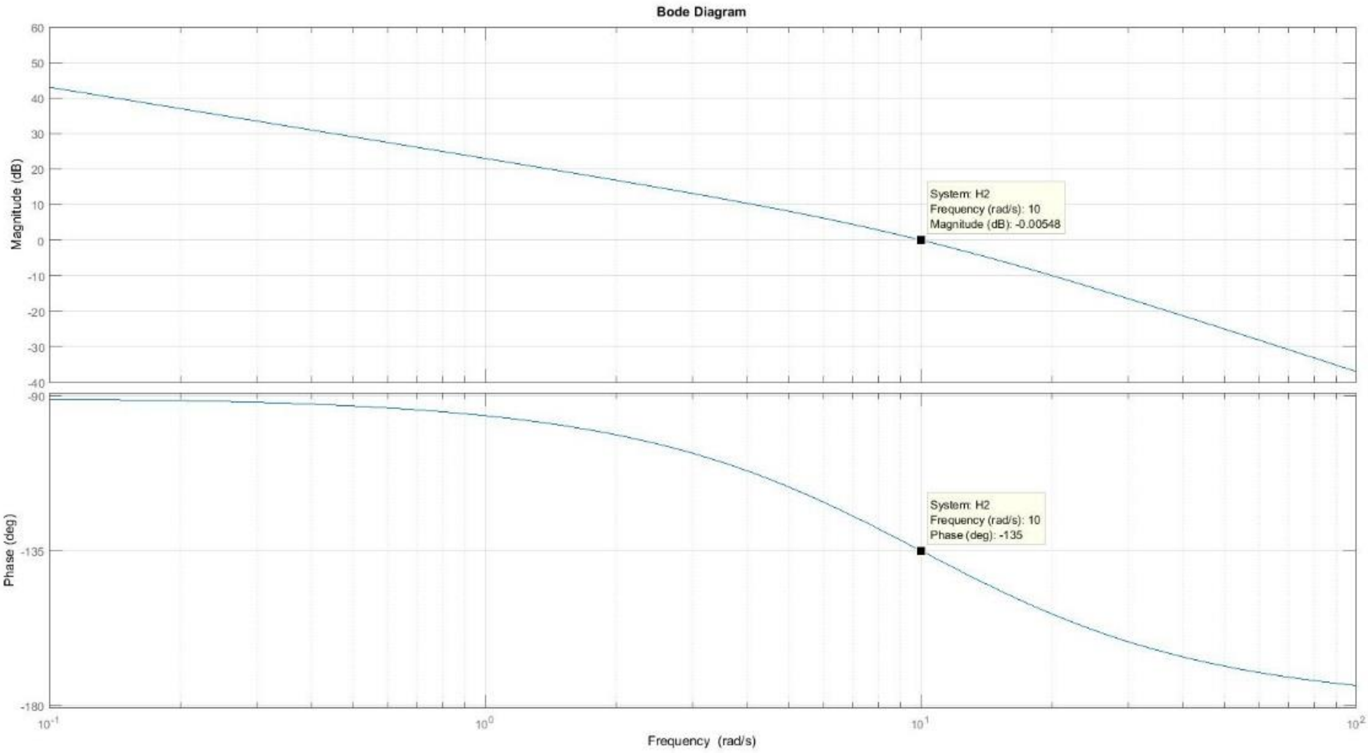


On obtient alors le diagramme de Bode suivant, où l'on a une marge de phase de 96.1° :



3)

Si on applique un correcteur de type avance de phase pour obtenir une marge de phase de 45°, il faut que son équation caractéristique soit $CTRL(s) = \frac{1+1183s}{1+83497s}$. On a alors le diagramme de Bode suivant :



On obtient alors la réponse à l'échelon suivante :

4)

Avec un correcteur de type PID, on a corrigé la réponse à l'échelon, en ne laissant qu'un dépassement de 5%. On a ainsi stabilisé le système, tout en réduisant le plus possible l'erreur relative entre la réponse et l'entrée. Cependant, la phase et le gain de la ''nouvelle'' fonction de transfert ont été modifiés, ce qui a rendu l'ancienne ''obsolète''.

Avec un correcteur à avance de phase, on a réglé la phase et le gain du système afin d'avoir une marge de phase de 45°. Cependant, on a la réponse à l'échelon qui a été modifiée, rendant celle-ci stable plus rapidement.