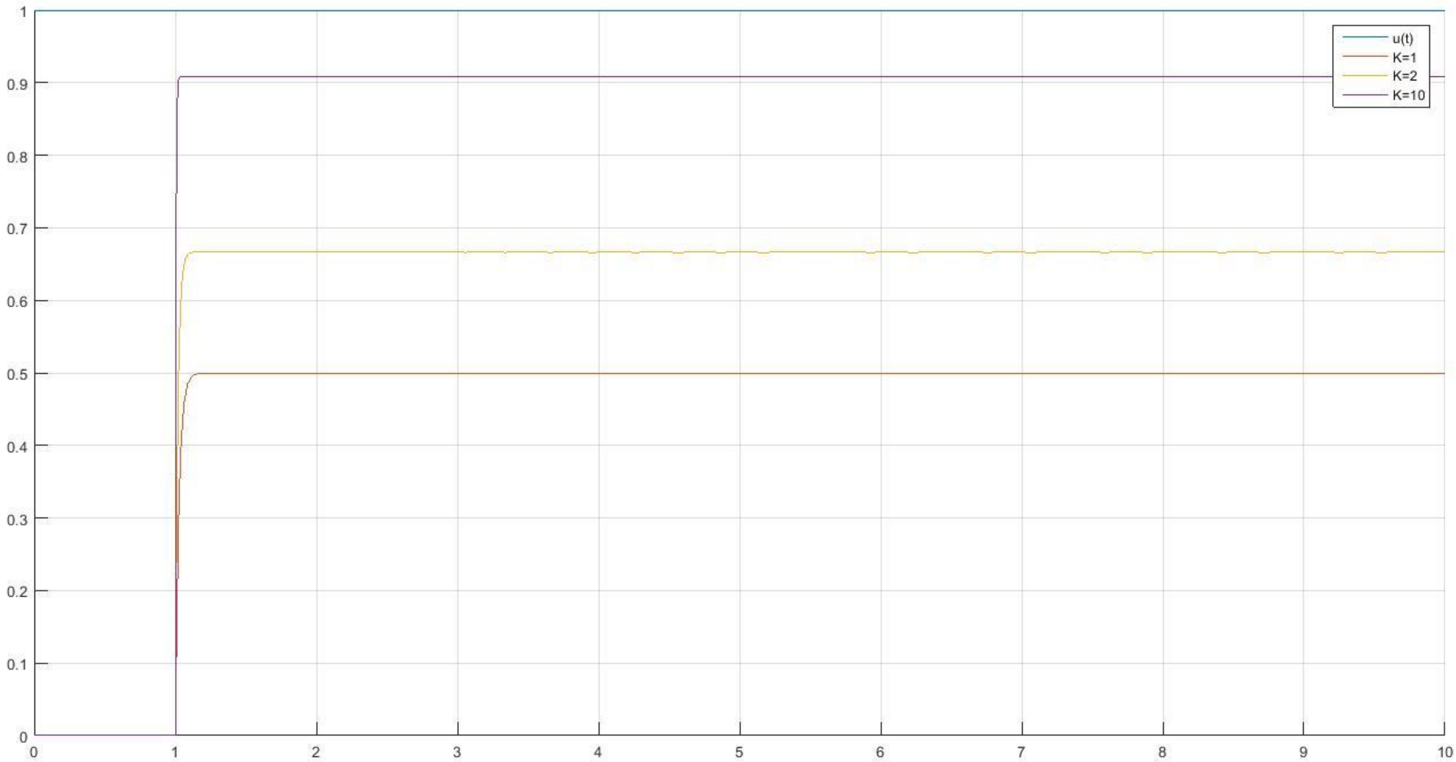
TP Automatique 2

1) Analyse Temporelle

1)

$$\varepsilon_p = \lim_{s\to 0} \frac{s\, X_d(s)}{1+H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{s \times 1/s}{1+\frac{K}{s^0}\frac{1}{0.05s+1}} = \frac{1}{1+K}$$

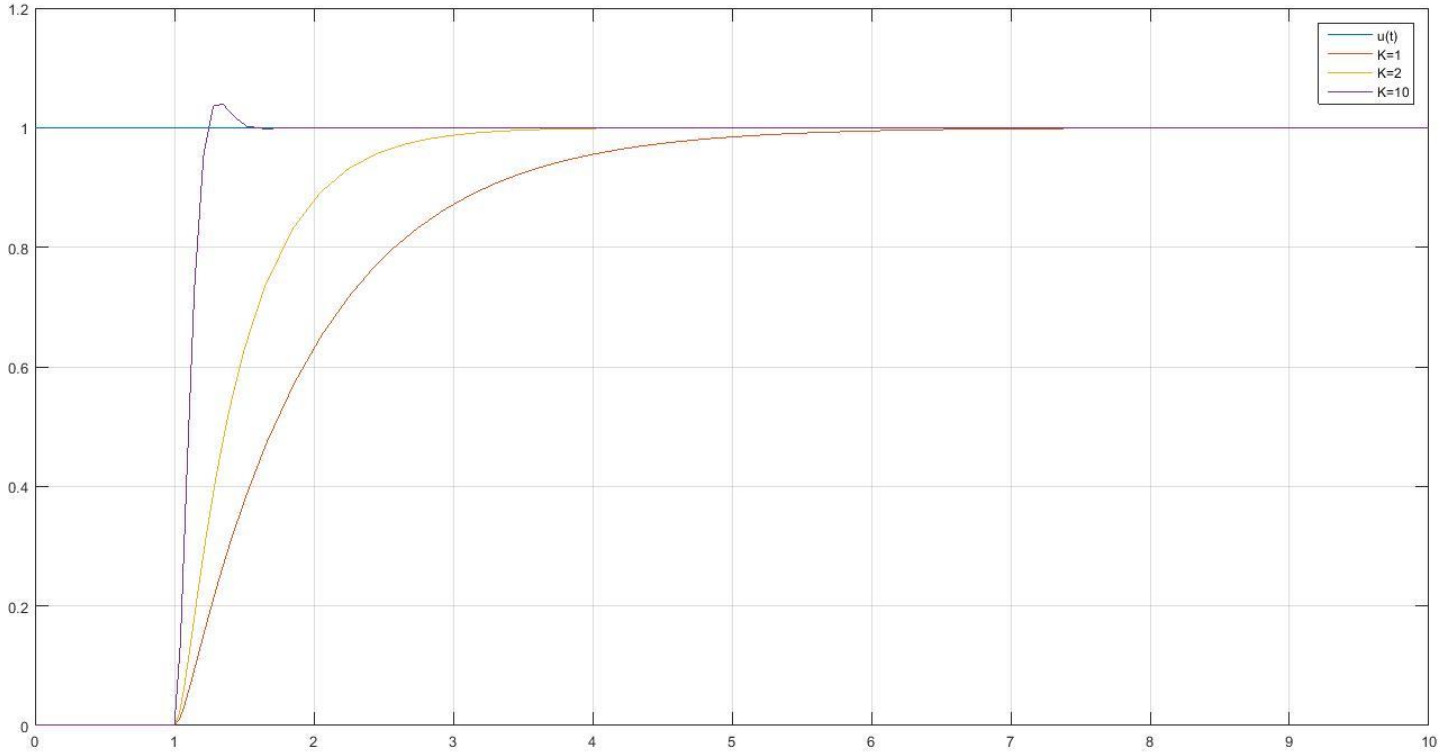
2)



On peut voir que l'écart entre la courbe u(t) et les différentes réponses est bien de $\frac{1}{1+K}$.

3)

$$\varepsilon_p = \lim_{s\to 0} \frac{s\, X_d(s)}{1+H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{s \times 1/s}{1+\frac{K}{s^1}\frac{1}{0.05s+1}} = 0$$



Ici, on voit bien que l'écart entre u(t) et les différentes réponses tend vers 0, ce qui correspond à ce qui a été trouvé analytiquement.

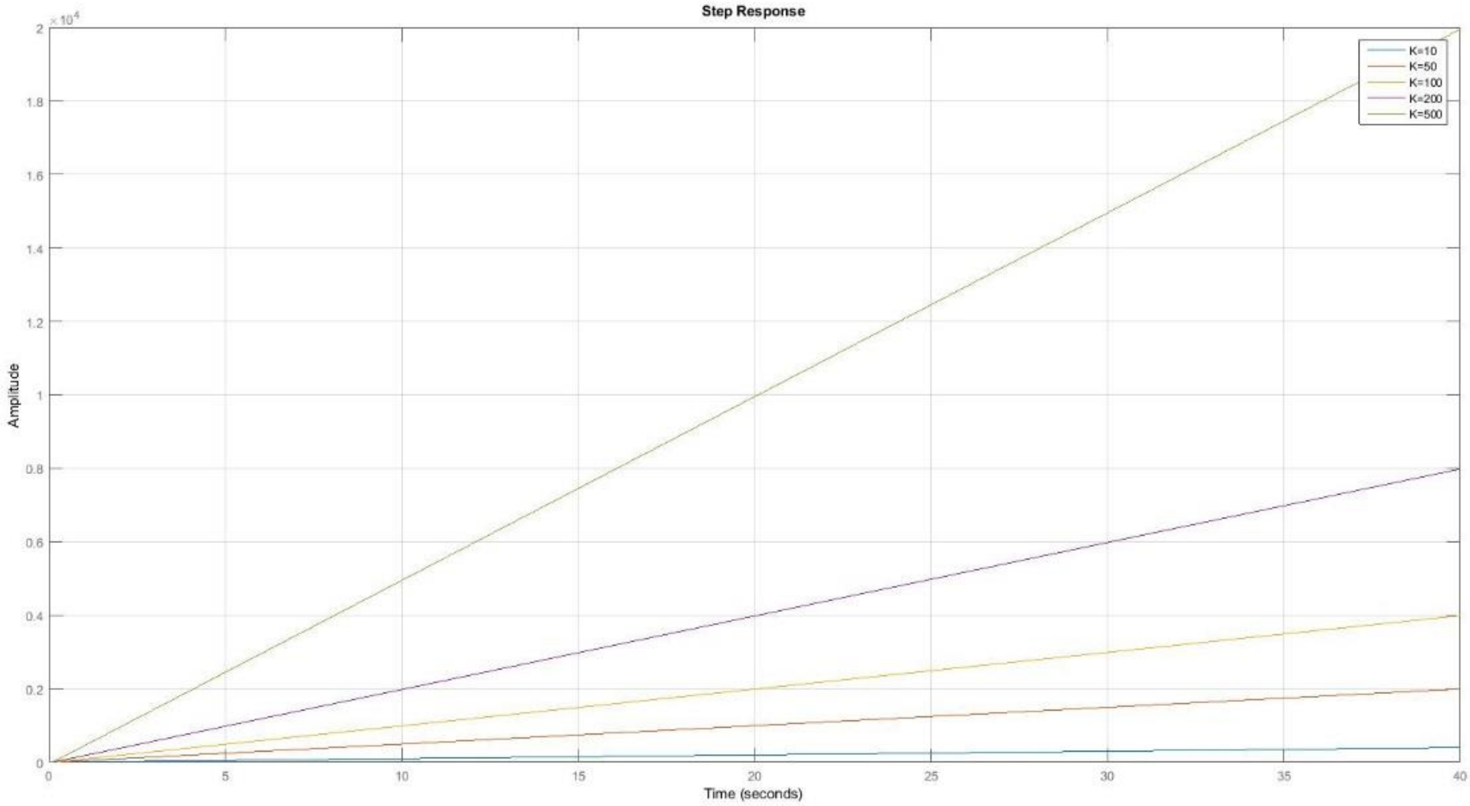
2) Etude de la stabilité

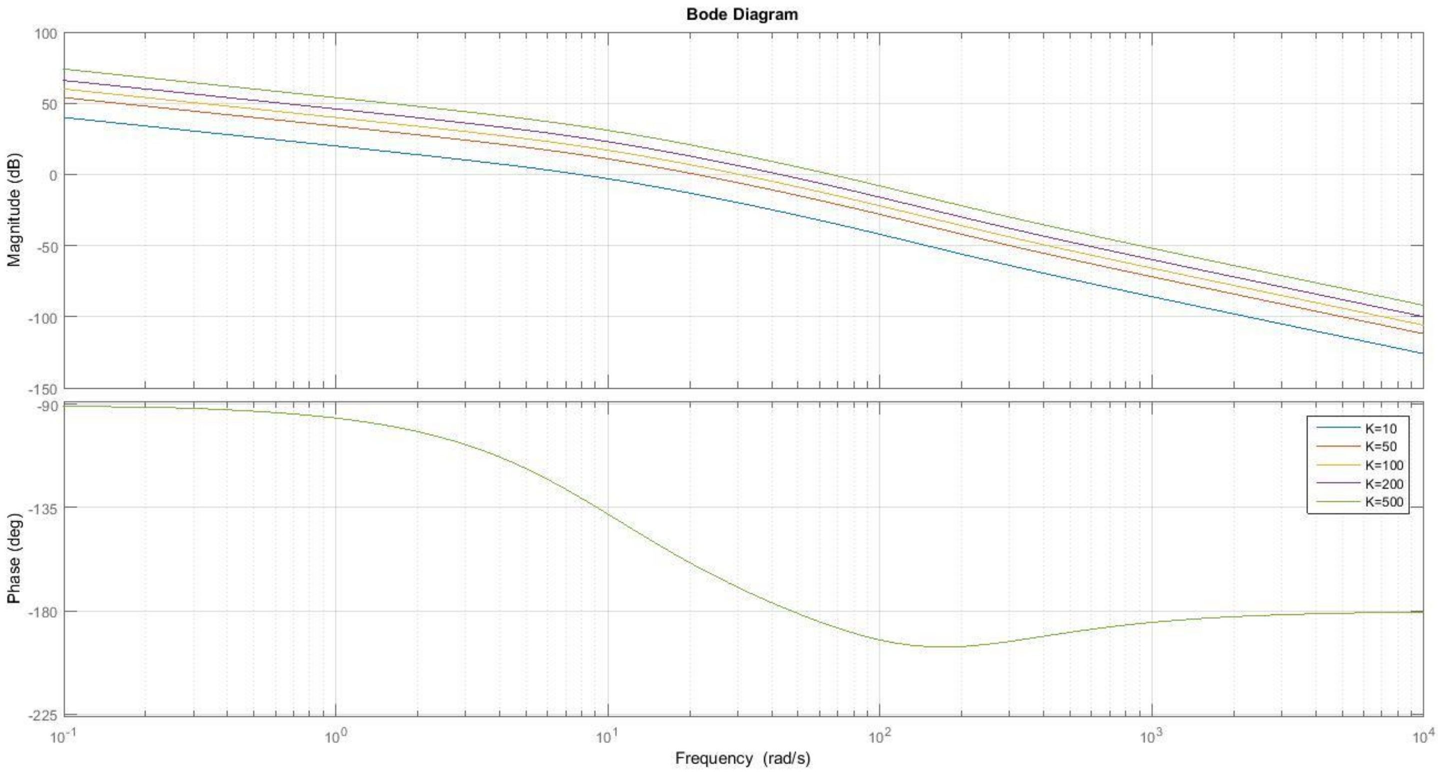
1)

Sur ce système, on trouve $\frac{O(s)}{I(s)} = \frac{K_pK(0.005s+1)}{K_pK(0.005s+1)+s(0.1s+1)(0.01s+1)}$

En appliquant le critère de Routh, on trouve que le système n'est stable que pour $K_pK < 244.4$.

2)

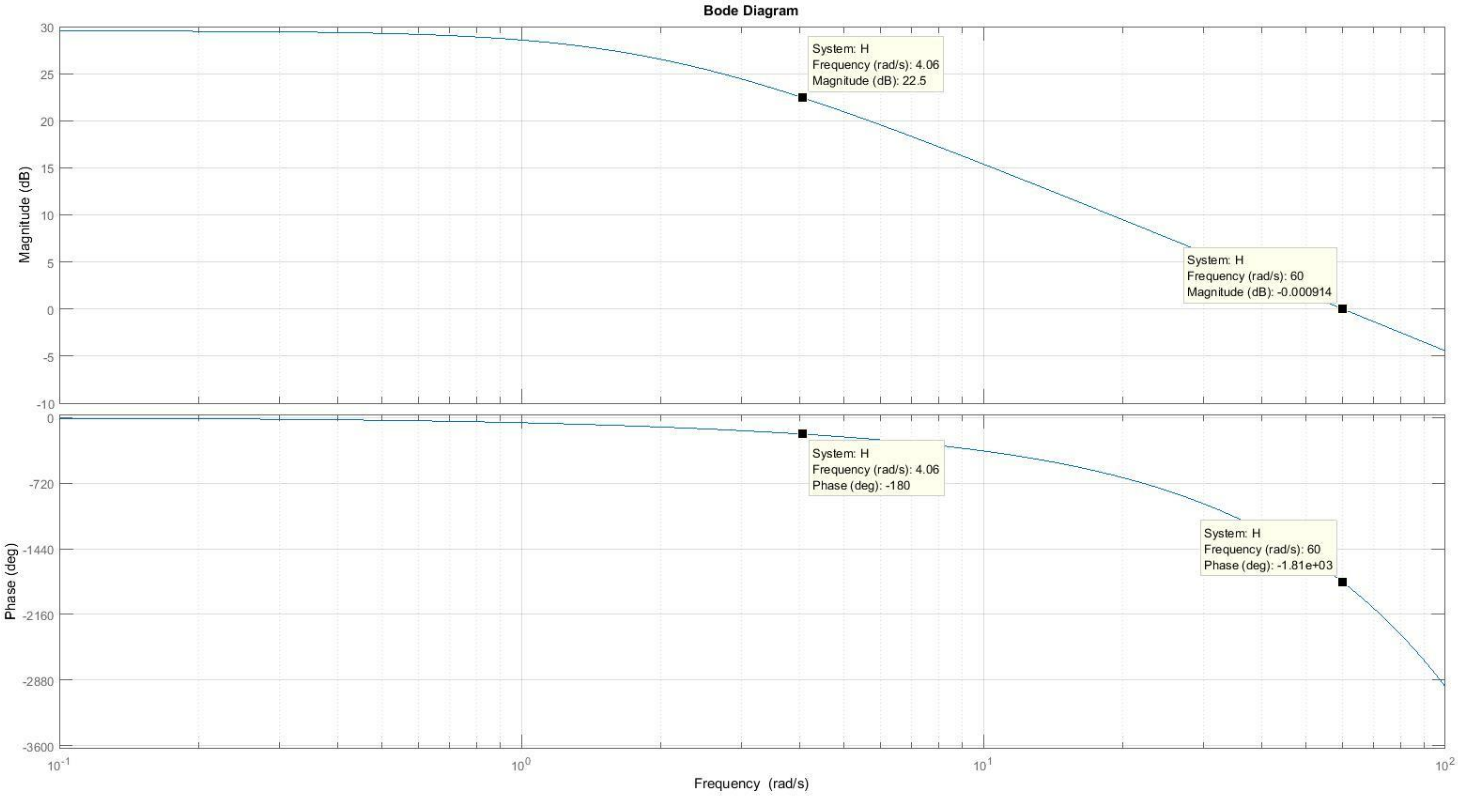




K	10	50	100	200	500
Marge de gain (dB)	30	15	10	4	-5
Marge de phase (rad)	58	20	10	1	-7

On peut voir que pour les valeurs de $K_p K \leq 200$, le système possède des marges de gain et de phase positives, alors qu'à 500, elles sont négatives : le critère de stabilité trouvé à la question 1) est donc respecté.

4) Système à retard



Sur ce diagramme, on peut voir que les marges de gain et de phase de la fonction de transfert sont toutes les deux négatives : le système est donc instable.

2)

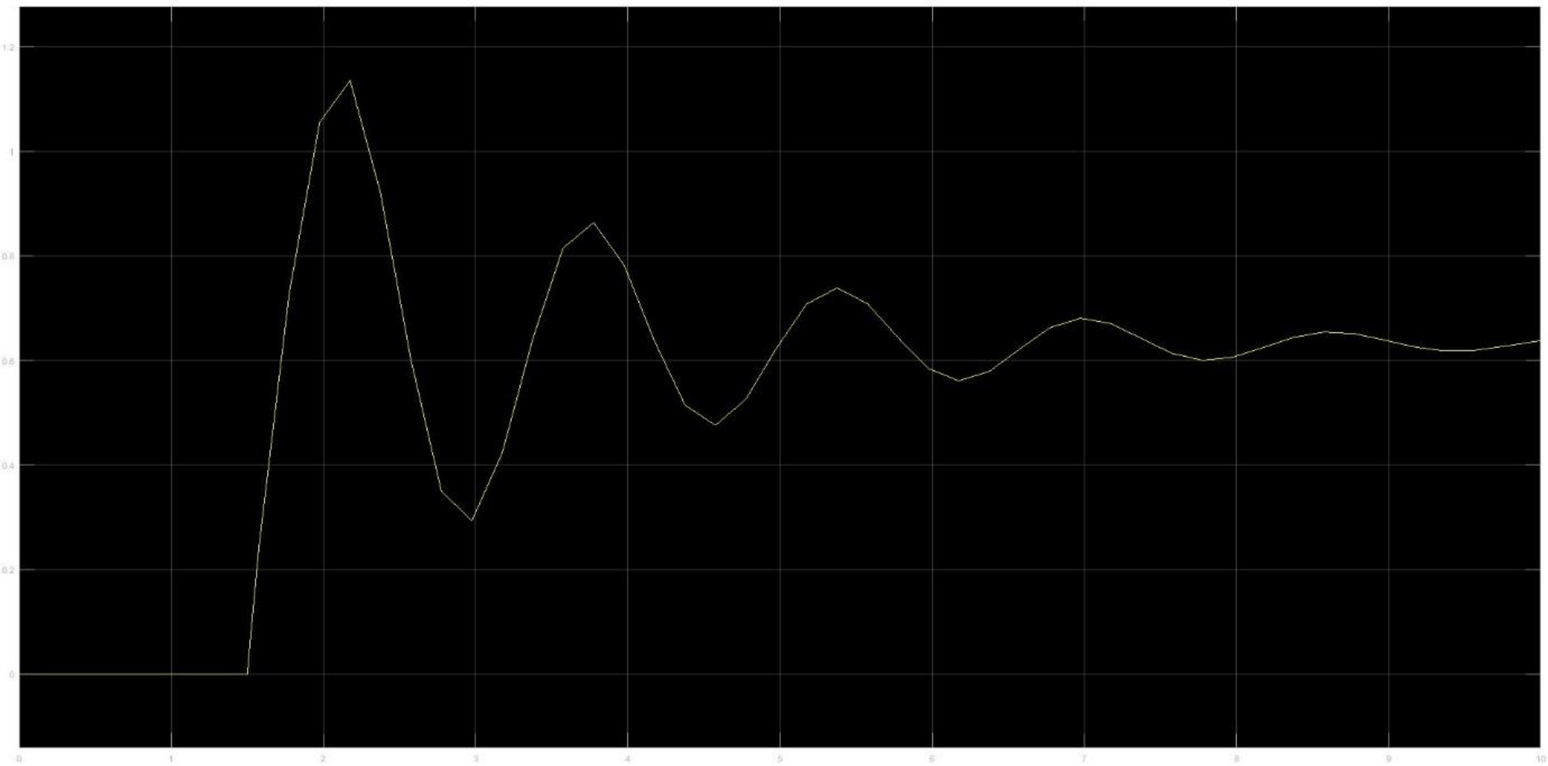
On peut voir sur la réponse à l'échelon donnée par la simulation Simulink que le signal renvoyé tend vers –infini. Le système est donc bien instable.

3)

Sur le diagramme de Bode à K = 1, on voit que, pour que H possède une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$, il faut que le gain soit de 4,73. On a alors :

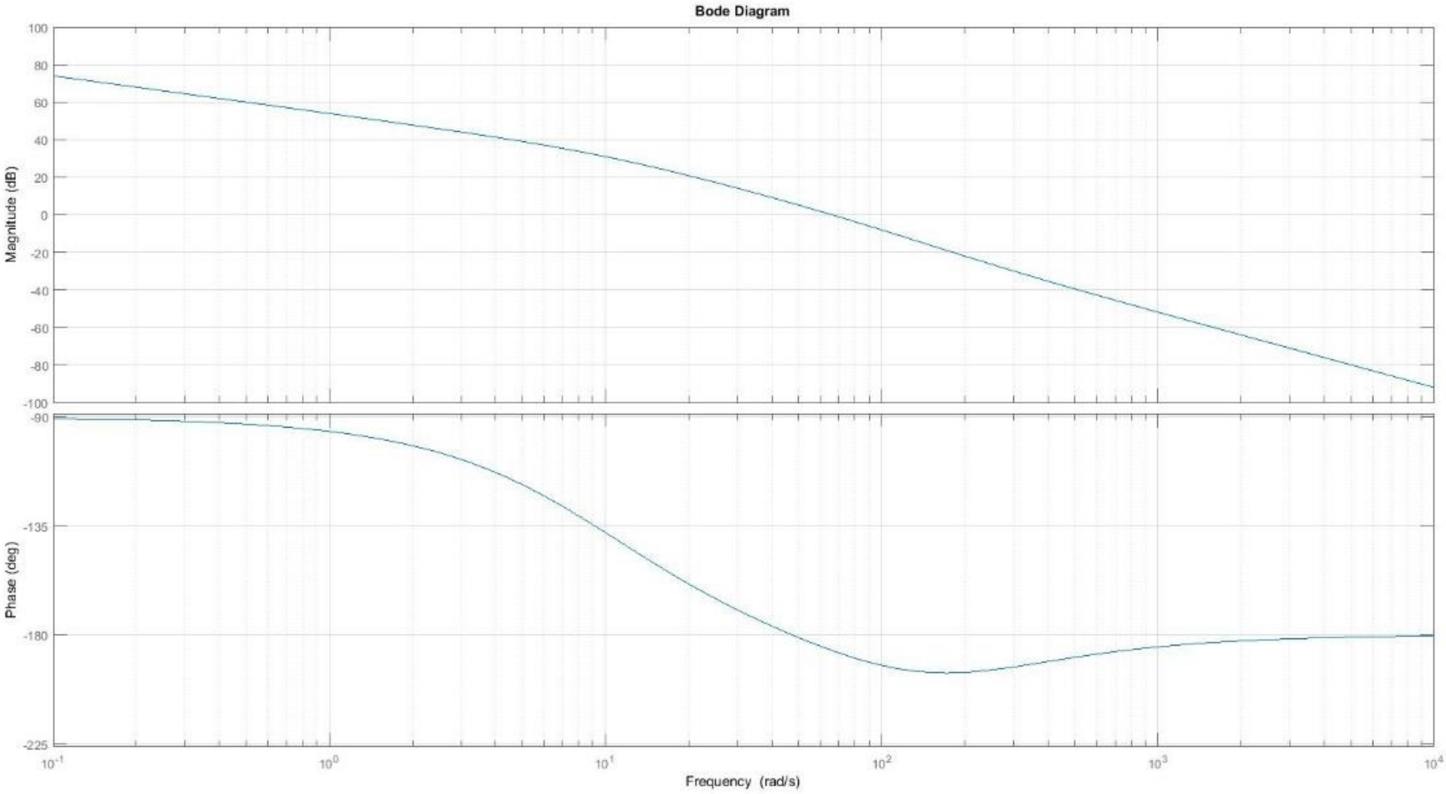
$$20\log(K) = 4{,}73 <=> K \simeq 1{,}72$$

4)



On peut voir, sur la réponse donnée par la simulation Simulink, que le système s'est stabilisé.

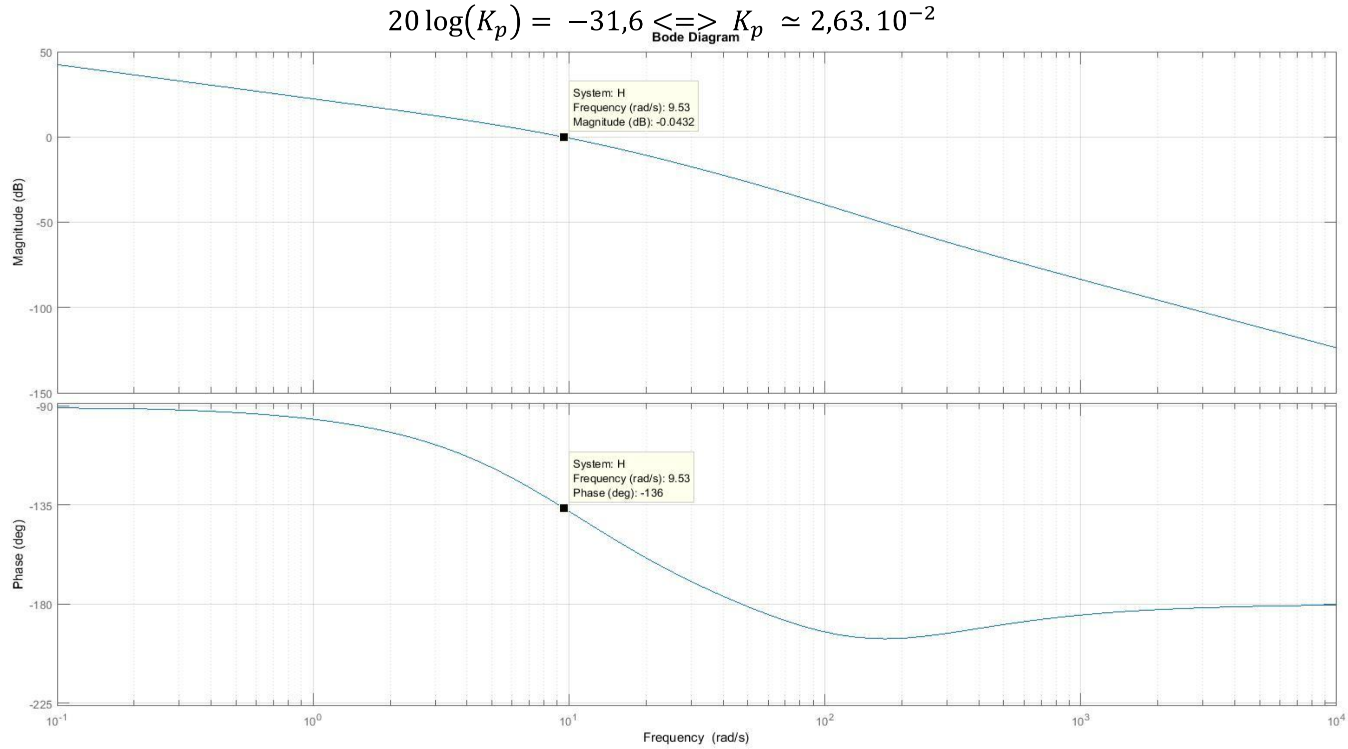
3) Synthèse d’un correcteur



1)

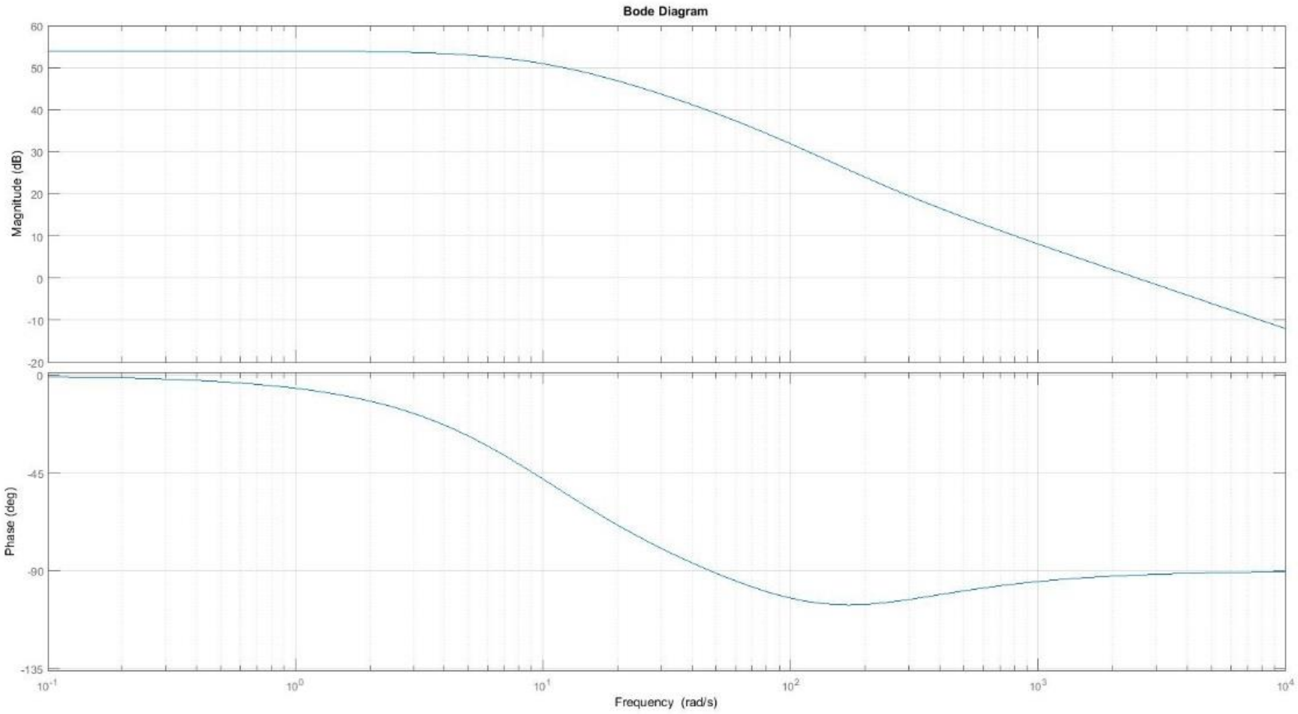
On voit, sur le diagramme de Bode ci-dessus, que le gain nécessaire pour avoir une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$ est d’environ -31,6. On a alors :

$$20\log(K_p) = -31{,}6 \iff K_p \simeq 2{,}63.10^{-2}$$



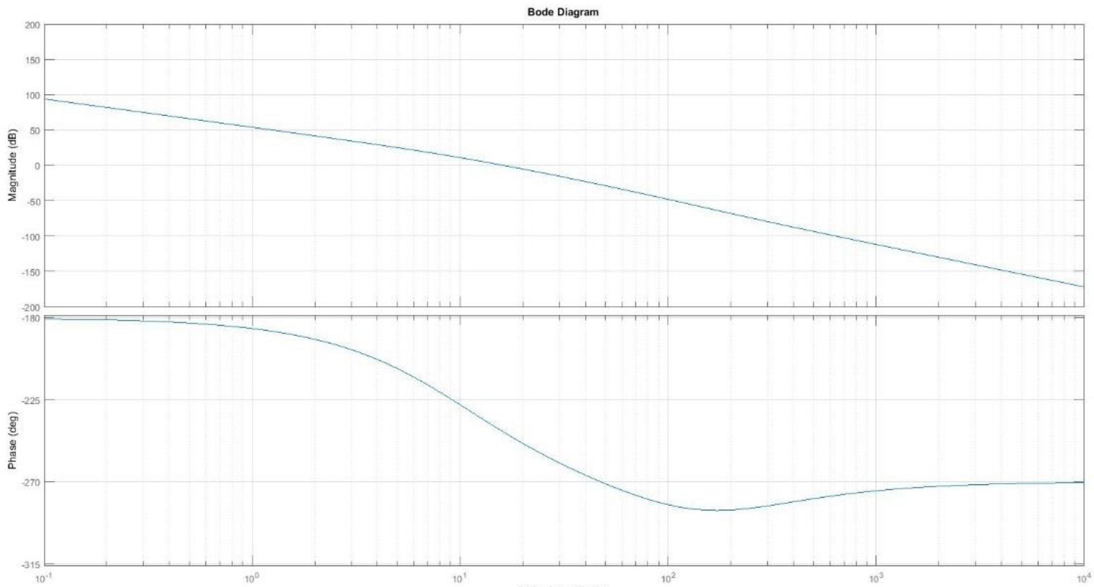
2)

Dans cette configuration, si l'on applique un gain dérivé sur $H_3(s)$, sa phase n'atteindra jamais -135°, car elle y est toujours supérieure. Il n'existe donc aucune valeur K_d telle que la fonction de transfert ait une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$. Cependant, le système est devenu encore plus stable



3)

Dans cette configuration, si l'on applique un gain intégral sur $H_3(s)$, sa phase n'atteindra jamais -135°, car elle y est toujours inférieure. Il n'existe donc aucune valeur K_i telle que la fonction de transfert ait une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$. De plus, le système est devenu instable.



4)

D’après les résultats précédents, on peut dire que :

- Appliquer un gain proportionnel à une fonction de transfert permet de régler ses marges de phase et de gain tout en conservant sa phase. Cependant, on perd en précision, car cela crée un retard ou une avance de phase.
- Appliquer un gain dérivé permet d’augmenter la phase de $\frac{\pi}{2}$, ce qui peut faire passer la fonction de transfert d’instable à stable. Par contre, le gain et la phase de la fonction se voient modifiés par ce type de gain.
- Appliquer un gain intégral permet de réduire la phase de $\frac{\pi}{2}$, ce qui peut faire passer la fonction de transfert de stable à instable. Il permet cependant d’annuler l’erreur statique, rendant ainsi plus précises les mesures effectuées (réponse plus rapides).