

Feuille de Td numéro 3

Exercice 1

On va s'intéresser à des fonctions d'une variable.

Le premier exemple est celui d'une fonction donnée par une formule mathématique. $f(x) = \sin(x)$. MATLAB ne connaît que des valeurs discrètes. Pour travailler sur cette fonction, il nous faut (1) choisir l'intervalle sur lequel on va étudier $f(x)$; (2) se donner un tableau de valeurs de x bien réparties sur cet intervalle ; (3) calculer le tableau des valeurs correspondantes de f .

En utilisant éventuellement l'aide de MATLAB, exécutez et comprenez la syntaxe des lignes de code suivantes :

```
x=linspace(0,pi/2,200);  
y=sin(x);  
plot(x,y,'r*')
```

En utilisant les mêmes commandes tracez la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ sur l'intervalle $[-1,1]$.

Le second exemple est celui d'une fonction définies par des données (expérimentales par exemple). Ces données sont stockées dans des fichiers, qu'il faut savoir lire et entrer dans MATLAB. Considérez le fichier Nioh2Raman.txt. Il est composé de deux colonnes. La première est une liste de fréquences pour lesquelles l'absorption du matériau (NiOH_2) en spectroscopie Raman a été mesurée. La deuxième colonne est l'intensité absorbée. C'est un *spectre d'absorption* $f(\nu)$ en fonction de la fréquence ν . On veut tracer cette fonction en fonction de ν .

Etudier dans l'aide la fonction `textread` et utilisez-la pour importer les données dans un tableau matlab à deux colonnes.

Représentez le graphe de $f(\nu)$.

Exercice 2

On veut maintenant calculer la *dérivée* d'une fonction sous MATLAB. Comme les données de la fonction sont *discrètes*, on doit faire une différenciation discrète. Pour un point x la dérivée sera

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{f(x+\Delta) - f(x)}{\Delta} + \frac{f(x) - f(x-\Delta)}{\Delta} \right)$$

où Δ est l'intervalle entre deux points successifs. Expliquez pourquoi la formule doit être symétrique.

On prendra l'exemple du sinus de l'exercice 1. Soit x le tableau d'abscisses que l'on s'est donné pour l'étude de f . En écrivant une boucle sur les éléments de ce tableau, calculez les dérivées discrètes de f en chaque point (sauf les extrémités, pourquoi?). Remplissez un second tableau avec les dérivées ainsi calculées. Représentez la courbe de $f'(x)$.

Refaites ce travail pour la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ sur le même intervalle que dans l'exercice 1.

Exercice 3

Si on veut étudier maintenant la dérivée du spectre Raman précédent, nous avons une difficulté : nous ne sommes pas sur que dans des données expérimentales, les intervalles entre deux points soient toujours constants et égaux à un Δ fixé. Il faut prendre dans la formule de la dérivée discrète la valeur correspondante de l'intervalle :

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{f(x^{+1}) - f(x)}{x^{+1} - x} + \frac{f(x) - f(x^{-1})}{x - x^{-1}} \right)$$

Où x^{+1} et x^{-1} sont les valeurs d'abscisses qui suivent et précèdent la valeur x .
Ecrire un script qui calcule la dérivée discrète des données contenues dans le fichier Nioh2Raman.txt.

Exercice 4

On peut enfin souhaiter calculer l'*intégrale* d'une fonction théorique ou de données expérimentales sur un certain intervalle.

Quelle est l'expression de l'intégrale par la méthode des rectangles ? Ecrivez la formule correspondante sur le papier.

Comment la programmer sur une fonction en faisant une boucle sur le tableau des valeurs ? Le faire.

Quelle différence dans le cas d'une fonction expérimentale où les intervalles entre points ne sont pas toujours constants ? Le faire.

Idem par la méthode des trapèzes dans les deux cas. Formule et programme. Le faire sur la fonction sinus entre 0 et $\pi/2$. Constatez-vous une amélioration de la précision ?

Exercice 5

Plus difficile : comment calculer la *primitive* discrète d'une fonction par la méthode des rectangles ? Bien se rappeler ce qu'est la primitive.

Exercice 6

Retour sur l'exercice 2 : en examinant l'aide de MATLAB, expliquez ce que fait la ligne suivante

```
x=linspace(0,2*pi,100) ;  
Delta=2*pi/99 ;  
f=sin(x) ;  
fp=1/2*((y(3:N)-y(2:N-1))/Delta+(y(2:N-1)-y(1:N-2))/Delta) ;  
plot(x(2:N-1),fp) ;
```

Retour sur l'exercice 3 : à l'aide de l'exemple précédent pouvez-vous écrire un code aussi concis pour calculer la dérivée de vos données Raman expérimentales ?

Retour sur l'exercice 4 : en utilisant la fonction sum (voir aide MATLAB), pouvez vous écrire une version très simplifiée du code de l'exercice 4 ?

Retour sur l'exercice 5 : en utilisant la fonction cumsum (voir aide MATLAB), pouvez vous

écrire une version très simplifiée du code de l'exercice 5 ?