Une introduction à l'apprentissage automatique

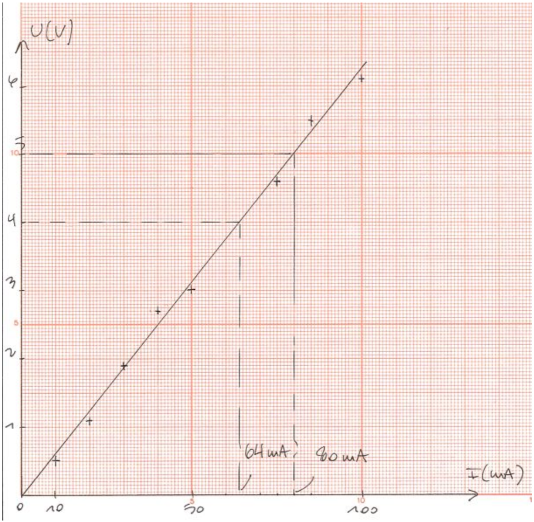
Eloïse BERTHIER

vendredi 8 mars 2019

lycée GAY LUSSAC

Quels outils pour le *machine learning* ?

Machine Learning : l'étude scientifique des **algorithmes** et des modèles **statistiques** que les ordinateurs utilisent pour accomplir une tâche sans instruction explicite, mais plutôt en s'appuyant sur des motifs et de l'inférence.



On sait que la relation entre intensité et tension est linéaire :

$$U = RI$$

On a collecté des données $(I_j, U_j)_{j \in \{1,\ldots,n\}}$.

On cherche à estimer la résistance R inconnue.

Trois mots sur les statistiques

• On suppose la relation entre intensité et tension linéaire : $U = RI$.
→ C'est **un modèle** **statistique**.

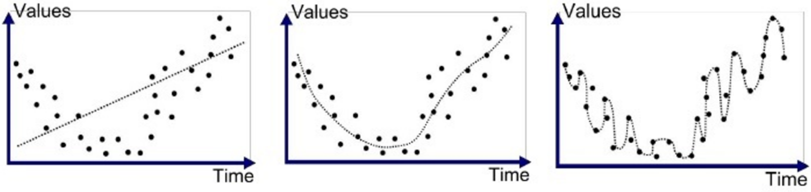
• On peut calculer explicitement le paramètre $\hat{R}$ estimé à partir des données. On peut même parfois obtenir une mesure d'incertitude.
→ C'est **l'apprentissage** **statistique**.

• Une fois $\hat{R}$ calculé, on peut l'utiliser pour prédire la tension à une nouvelle intensité I_{new} :

$$U_{new} = \hat{R} I_{new}$$

→ C'est **l'inférence** **statistique**.

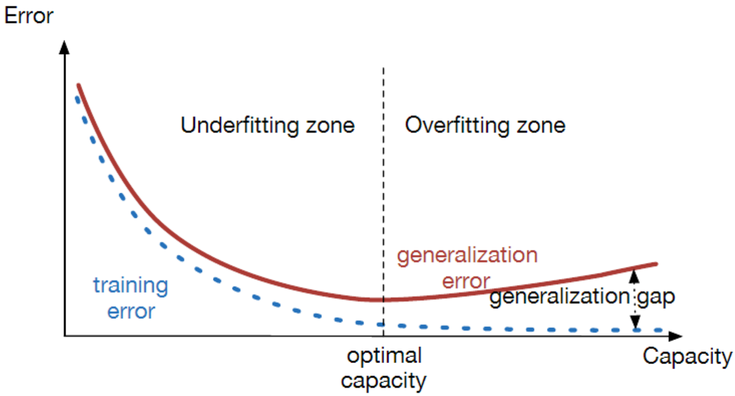
Choisir le bon niveau de complexité :



Underfitted Good Fit/Robust Overfitted

Solution : la validation croisée. Les données sont séparées entre :

- données d'entraînement
- données de test



Comment apprendre les paramètres d'un modèle ?

Régression linéaire en dimension d :

- Modèle : $y = \langle w, x \rangle + \varepsilon$, où $x \in \mathbb{R}^d$, $y \in \mathbb{R}$ et $w \in \mathbb{R}^d$.
- Données d'apprentissage : $(x_i, y_i)_{i=1,\dots,n} \in (\mathbb{R}^d \times \mathbb{R})^n$.
- Minimisation de l'erreur d'apprentissage :

$$\min_{w \in \mathbb{R}^d} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\langle w, x_i \rangle - y_i)^2$$

- Solution : $\hat{w} = (X^\top X)^{-1} X^\top y$

où $X = \begin{pmatrix} x_1^1 & \dots & x_1^d \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^1 & \dots & x_n^d \end{pmatrix}$ et $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_d \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow$ **Algèbre linéaire**

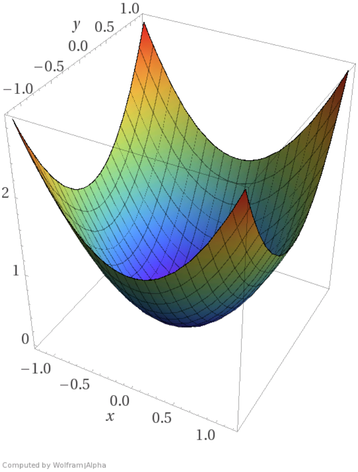
L'apprentissage supervisé : cas général

Données d'apprentissage : $(X_i, y_i)_{i=1,\dots,n} \in (\mathcal{X} \times \mathbb{R})^n$.
Modèle : $y = f(x)$, pour un certain $f \in \mathcal{F}$.
Problème à résoudre pour l'apprentissage :

$$\min_{f \in \mathcal{F}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ell(f(x_i), y_i) + \lambda \Omega(f)$$

Optimisation Erreur Régularisation

Trouver un modèle qui fait peu d'erreurs, et le plus simple possible.



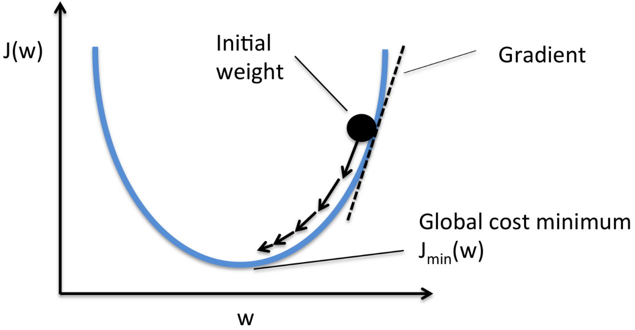
But : minimiser une fonction convexe.

Trouver u tel que $\forall v, f(u) \leq f(v)$.

Fonction convexe :
$\forall u, v, \lambda \in (0,1), f((1-\lambda)u + \lambda v) \leq (1-\lambda)f(u) + \lambda f(v)$

Un algorithme d'optimisation...

L'**algorithme** le plus simple : la descente de gradient.



Répéter jusqu'à convergence : $w \leftarrow w - \eta J'(w)$

... Des algorithmes d'optimisation

- Gradient descent
- Stochastic gradient descent
- Coordinate gradient descent
- Accelerated gradient descent
- Averaged gradient descent
- Subgradient descent
- Proximal gradient descent
- Conjugate gradient descent
- Conditional gradient descent
- Newton method
- Quasi Newton methods
- Alternative direction method of multipliers
- Douglas-Rachford
- ...

+ versions distribuées
sur plusieurs machines

En pratique

L'implémentation se fait majoritairement en **Python**, où la plupart des outils sont en *open source* et faciles d'utilisation.

En quelques lignes de code

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from sklearn import datasets, linear_model
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score

# Load the diabetes dataset
diabetes = datasets.load_diabetes()


# Use only one feature
diabetes_X = diabetes.data[:, np.newaxis, 2]

# Split the data into training/testing sets
diabetes_X_train = diabetes_X[:-20]
diabetes_X_test = diabetes_X[-20:]

# Split the targets into training/testing sets
diabetes_y_train = diabetes.target[:-20]
diabetes_y_test = diabetes.target[-20:]

# Create linear regression object
regr = linear_model.LinearRegression()

# Train the model using the training sets
regr.fit(diabetes_X_train, diabetes_y_train)

# Make predictions using the testing set
diabetes_y_pred = regr.predict(diabetes_X_test)
```

Régression linéaire

```python
import keras
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense, Dropout, Activation
from keras.optimizers import SGD

# Generate dummy data
import numpy as np
x_train = np.random.random((1000, 20))
y_train = keras.utils.to_categorical(np.random.randint(10, size=(1000, 1)), num_classes=10)
x_test = np.random.random((100, 20))
y_test = keras.utils.to_categorical(np.random.randint(10, size=(100, 1)), num_classes=10)

model = Sequential()
# Dense(64) is a fully-connected layer with 64 hidden units.
# in the first layer, you must specify the expected input data shape:
# here, 20-dimensional vectors.
model.add(Dense(64, activation='relu', input_dim=20))
model.add(Dropout(0.5))
model.add(Dense(64, activation='relu'))
model.add(Dropout(0.5))
model.add(Dense(10, activation='softmax'))

sgd = SGD(lr=0.01, decay=1e-6, momentum=0.9, nesterov=True)
model.compile(loss='categorical_crossentropy',
              optimizer=sgd,
              metrics=['accuracy'])

model.fit(x_train, y_train,
          epochs=20,
          batch_size=128)
score = model.evaluate(x_test, y_test, batch_size=128)
```

Réseau de neurones

En conclusion

Quels outils pour le *machine learning* ?

- des statistiques ;
- de l'algèbre linéaire ;
- de l'optimisation ;
- de l'algorithmique ;
- du Python ;
- et beaucoup d'anglais !